

FORMACIÓN PROFESIONAL BÁSICA

MATEMÁTICAS II

CAPÍTULO 2: ECUACIONES Y SISTEMAS

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA

1. Copia en tu cuaderno la siguiente tabla y complétala:

Ecuación	Primer miembro	Segundo miembro	Incógnitas
$4x - 5 = 6x - 7$			
	$3x + 2$	$x - 9$	
$8a + 7 = 65$			
	$4x - 3y$	$2 + y$	

2. Indica el número de incógnitas de las siguientes ecuaciones:

- a) $x - 2y = 3x + 4$; b) $5x + 6y^2 = 7$ c) $8a + 9a^2 = 1$ d) $2x + 3x^2 = 4$.

3. Indica el grado de las siguientes ecuaciones:

- a) $5x - 6 = 7x + 8$; b) $9x + y^2 = 13$ c) $x + 2x^2 = 3$ d) $4x + 5xy^2 = 6$

4. Averigua cuál de los números es la solución de la ecuación y escríbelo en tu cuaderno:

Ecuación	Posibles soluciones		Ecuación	Posibles soluciones
$3x + 5 = x - 1$	$2, -1, -3$		$a^2 - 6 = -2$	$-2, -6, 2$
$x + 6 = 4x - 3$	$3, -2, -3$		$b - 4 = 8 - b$	$3, 4, 6$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a) $5x - 1 = 3x - 4$ b) $7x + 9 = 5x - 6$ c) $6x + 8 = 14$ d) $3x - 9 = 2x - 11$

6. Elige entre las siguientes ecuaciones todas las que sean equivalentes a la ecuación $3x - 6 = x + 10$.

- a) $x - 10 = 5$ b) $16 - x = 3x - 5x$ c) $4x = 32$ d) $2x = 10 + 6$ e) $8 = x$

7. Escribe dos ecuaciones equivalentes a cada una de las ecuaciones siguientes:

- a) $2x - 5 = 13$ b) $3x = 15$ c) $5x + 12 = 7$ d) $x = -5$

2. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE ECUACIONES

8. La suma de tres números consecutivos es igual al doble del mayor más 3. Calcula dichos números.
9. La madre de Álvaro tiene el triple de la edad de su hijo, y éste tiene 32 años menos que su madre. ¿Cuántos años tienen cada uno?
10. Un mago le dijo: Piensa un número, súmale 12, multiplica por 2 el resultado, resta 20 y divide por 2. Dime que te sale. Dijo 35. Y el mago le contestó de inmediato: El número que pensaste es 33. Adivina como lo supo el mago. (Sugerencia: escribe previamente la cadena de operaciones).
11. Piensa un número, multiplícale por 10, réstale el número que has pensado y divide el resultado entre 9. ¡Has obtenido el número que pensaste! Busca el truco: escribe algebraicamente, llamando x al número, la expresión algebraica de las operaciones realizadas, y adivina como lo supo el mago.
12. Si la suma de tres números consecutivos es 63, ¿de qué números se trata? (Sugerencia: ilustra la situación con una balanza equilibrada. Mantenla equilibrada hasta conseguir la ecuación equivalente que nos dé el resultado).
13. Hemos comprado 8 libros iguales y hemos pagado con un billete de 50 €. Si nos han devuelto 10 €, ¿cuánto costaba cada libro?
14. Cada uno de los lados iguales de un triángulo isósceles es igual al doble del tercer lado menos 2 cm. Calcula su medida si el perímetro del triángulo es 84 cm.
15. Calcula el área de un triángulo rectángulo, sabiendo que sus catetos suman 20 cm y el cateto mayor mide 4 cm más que el menor.
16. Calcula la medida de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo, sabiendo que el ángulo mayor es igual al triple del menor menos 6° .
17. Dos motocicletas salen al mismo tiempo de dos puntos que distan 420 km, en la misma dirección pero en sentido contrario. La primera lleva una velocidad de 60 km/h y la segunda, de 80 km/h. ¿Cuánto tiempo tardarán en cruzarse?

Ayuda: Haz un diagrama para comprender el enunciado

Solución: Tardan 3 horas en cruzarse.

18. Dos coches salen de dos puntos situados a 560 km de distancia, uno al encuentro de otro. El primero lleva una velocidad de 70 km/h y el segundo de 90 km/h. ¿Cuántas horas tardan en cruzarse?



19. Si en el monedero tenemos 16 monedas de 10 cent y de 20 céntimos de euro, y en total reunimos 2 €, ¿cuántas monedas de cada clase tenemos?

20. Si un bolígrafo vale el triple del precio de un lápiz, he comprado un total de 7 lápices y bolígrafos, y he pagado en total 5,50 €, ¿cuántos bolígrafos y cuántos lápices he comprado?

21. Nieves tiene una pareja de hámsteres con una camada de varias crías. Le regala a una amiga la mitad de las crías. A un segundo amigo le regala la mitad de las crías que le quedan más media cría. La única cría que le queda se la regala a un tercer amigo. ¿Cuántas crías formaban la camada?

22. Dos amigas, Maite y Ana, fueron a visitar una granja en la que había gallinas y conejos. Al salir Ana le preguntó a Maite: Sabes cuántas gallinas y cuántos conejos había. No, dijo Maite, pero había en total 72 ojos y 122 patas. Averigua el número de gallinas y de conejos de la granja.
23. De un depósito lleno de líquido se saca la mitad del contenido, después la tercera parte del resto y quedan aún 1600 litros. Calcula la capacidad del depósito.

3. ECUACIONES DE 2º GRADO

24. Indica si son ecuaciones de segundo grado las siguientes ecuaciones:

a) $5x^2 - \sqrt{2}x + 8 = 0$

c) $8x^2 - 9 = 0$

e) $2x^2 - \frac{3}{x} = 0$

b) $3xy^2 - 5 = 0$

d) $8 - 7,3x = 0$

f) $2x^2 - 3\sqrt{x} + 4 = 0$

25. En las siguientes ecuaciones de segundo grado, indica quiénes son a , b y c .

a) $3 - 4x^2 + 9x = 0$

b) $-3x^2 + 5x = 0$

c) $2x^2 - 3 = 0$

d) $x^2 - 8x + 1 = 0$

26. Resuelve las siguientes ecuaciones de 2º grado completas:

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$

b) $2x^2 + 2x - 24 = 0$

c) $3x^2 - 9x + 6 = 0$

d) $x^2 - 4x - 12 = 0$

27. Averigua cuántas soluciones tienen las siguientes ecuaciones de 2º grado:

a) $x^2 + x + 4 = 0$

b) $x^2 - 6x + 9 = 0$

c) $x^2 - 6x - 7 = 0$

d) $x^2 - 3x + 5 = 0$

28. Resuelve las siguientes ecuaciones de 2º grado incompletas:

a) $3x^2 + 6x = 0$

b) $3x^2 - 27 = 0$

c) $x^2 - 25 = 0$

d) $2x^2 + x = 0$

e) $4x^2 - 9 = 0$

f) $5x^2 - 10x = 0$

4. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

29. Razona si son o no sistemas de ecuaciones lineales los siguientes sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} xy + 2y = 6 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 5y - x = 4 \\ 2x - 3y = -1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 4x - 2 = y \\ 3x + 5y = 2 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} x^2 + y = 2 \\ 3x + y^2 = 4 \end{cases}$$

30. Representa los siguientes sistemas y clasifícalos:

$$\text{a) } \begin{cases} x + 3y = 4 \\ -2x + y = -1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x - y = 3 \\ -y + 2x = 1 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x - 3y = 3 \\ 2x - 6y = 6 \end{cases}$$

31. Resuelve los siguientes sistemas por el método de sustitución:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + 4y = -7 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x + 4y = 0 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ 2x + 3y = 10 \end{cases}$$

32. Resuelve los siguientes sistemas por el método de igualación:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + y = 2 \\ -2x + 3y = -5 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 7x - 4y = 3 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$$

33. Resuelve los siguientes sistemas por el método de reducción:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x - 5y = 14 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 5x + 3y = 2 \\ 4x + y = 7 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 3x - 2y = 13 \end{cases}$$

5. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

34. ¿Qué número multiplicado por 3 es 40 unidades menor que su cuadrado?
35. Calcula tres números consecutivos tales que la suma de sus cuadrados sea 365.
36. El triple del cuadrado de un número aumentado en su duplo es 85. ¿Cuál es el número?
37. Un triángulo isósceles tiene un perímetro de 20 cm y la base mide 4 cm, calcula los lados del triángulo y su área.
38. La suma de las edades de Raquel y Luis son 65 años. La edad de Luis más cuatro veces la edad de Raquel es igual a 104. ¿Qué edad tienen cada uno?
39. La suma de las edades de María y Alberto es 32 años. Dentro de 8 años, la edad de Alberto será dos veces la edad de María. ¿Qué edad tiene cada uno en la actualidad?
40. Encuentra dos números cuya diferencia sea 24 y su suma sea 123.

RESUMEN

Ecuación	Igualdad entre dos expresiones algebraicas.	$3x - 1 = 2x + 5$
Incógnitas	Letras de valor desconocido que contienen una ecuación	En $3x - 1 = 2x + 5$ la incógnita es x .
Grado de una ecuación	El mayor exponente de la incógnita.	La ecuación $3x - 1 = 2x + 5$ es de primer grado. La ecuación $3x^2 = 27$ es de segundo grado.
Solución de una ecuación	Número por el que se puede sustituir la incógnita para que la igualdad sea cierta.	Solución de $3x - 1 = 2x + 5$ es $x = 6$.
Resolver una ecuación	Es hallar su solución.	$3x - 1 = 2x + 5$ $3x - 2x - 1 + 1 = 2x - 2x + 5 + 1; x = 6$
Ecuaciones equivalentes	Tienen las mismas soluciones	$2x - 5 = x + 2$ es equivalente a: $2x - x = 2 + 5$
Pasos para resolver una ecuación:	Quitar paréntesis Quitar denominadores Agrupar los términos con x en un miembro y los términos sin x en el otro. Operar Despejar la x .	$(3x - 1) = 7/2$ 1. $6x - 2 = 7/2$ 2. $12x - 4 = 7$ 3. $12x = 7 + 4$ 4. $12x = 11$ 5. $x = 11/12$
Pasos para resolver un problema mediante ecuaciones	Leer el enunciado. Escribir la ecuación. Resolver la ecuación. Comprobar la solución.	Hallar un número que sumado a 7 da lo mismo que su doble menos 3. 1) Comprender el enunciado 2) $x + 7 = 2x - 3$ 3) $x - 2x = -3 - 7; -x = -10; x = 10$ 4) $10 + 7 = 2 \cdot 10 - 3$
Ecuación de segundo grado	Es una ecuación algebraica en la que la mayor potencia de la incógnita es 2. Tiene la forma: $ax^2 + bx + c = 0$ donde a, b y c son números reales, con $a \neq 0$.	$-3x^2 + 7x + -8 = 0$
Resolución de ecuaciones de 2º grado incompletas	Si $b = 0, ax^2 + c = 0$, despejamos la incógnita: $x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$. Si $c = 0, ax^2 + bx = 0: x = 0$ y $x = \frac{-b}{a}$	$2x^2 - 18 = 0: x = \pm \sqrt{9} = \pm 3$ $3x^2 - 15x = 0 \Rightarrow 3x(x - 5) = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = 5.$
Sistema de ecuaciones lineales	$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$	$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 7x - 3y = 4 \end{cases}$
Clasificación	Compatible determinado: Una única solución. Las rectas son secantes: $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ -2x + y = -1 \end{cases}$ Compatible indeterminado: Infinitas soluciones, por lo que las rectas son coincidentes: $\begin{cases} x - 3y = 3 \\ 2x - 6y = 6 \end{cases}$ Incompatible: No tiene solución, las rectas son paralelas: $\begin{cases} x - 3y = 3 \\ 2x - 6y = 2 \end{cases}$	
Métodos de resolución	Sustitución: despejar una incógnita y sustituir en la otra ecuación. Igualación: despejar la misma incógnita de las dos ecuaciones. Reducción: sumar las dos ecuaciones, multiplicándolas por números adecuados.	

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Ecuaciones de primer grado

1. Encuentra el número que falta:

a) $0 + 2 = 5$

b) $0 + 3 = 1$

c) $0 - 4 = 6$

d) $0 - 4 = -1$

2. Si Clara tiene x años y sabemos que aún no ha cumplido los 5, indica quién de las siguientes personas puede ser la madre de Clara:

Persona	Edad en años
Julia	$3x - 9$
María	$x^2 - 17$
Federica	$3x + 5 + 7x + 6$
Elisa	$x - 2x + 9$

3. Resuelve **mentalmente** las siguientes ecuaciones y escribe la solución en tu cuaderno:

a) $x + 3 = 2$

b) $x - 2 = 3$

c) $x/5 = 1$

d) $x/3 + 2/3 = 4/3$

4. Elige entre las siguientes ecuaciones todas las que sean equivalentes a la ecuación $3x - 6 = x + 9$.

a) $x + 10 = 17,5$

c) $8 - x = 3x - 5x$

e) $4x = 30$

g) $2x = 9 + 6$

i) $10 -$

$2,5 = x$

b) $6x + 2x = 60$

d) $5x - 6 = 3x + 9$

f) $-6 - 9 = x - 3x$

h) $3x = 15$

j) $x = 7,5$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x - 5 = 4x - 7$

d) $x + 9 = 3x - 3$

g) $4x + 2 = 14$

i) $3x - 5 = 2x - 5$

b) $x - 12 = 7x + 6$

e) $5x - x + 7 = 2x + 15$

h) $3x - 4 = x + 18$

k) $3x - 4 + x = 8$

c) $x - 1 = x + 5x + 9$

f) $2x - 27 = x$

j) $4x - 6 = x + 9$

l) $3 - 10 = x + 1$

6. Escribe tres ecuaciones equivalentes a $2x - 3 = 5$.

7. Escribe tres ecuaciones que tengan como solución $x = 7$.

8. Resuelve las ecuaciones siguientes: (Sugerencia: ilustra las ecuaciones mediante balanzas).

a) $x - 5 = 9$

b) $x - 8 = 2$

c) $x - 3 = 4$

d) $x - 9 = 6$

9. Resuelve en tu cuaderno las siguientes ecuaciones:

a) $2x + 4x = 54$

b) $4x - 3x = 16$

c) $5(x - 2) = 70$

d) $-5x - 2x = -49$

10. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $2x + 3 = 5$

b. $4x - 5 = x + 4$

c. $x/3 = -2$

d. $-2(3x - 4) = 2x + 5$

11. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $4x - 4 = 2x$

b) $2(x + 7) = x$

c) $x/3 + 2 = x$

d) $3(x + 3x) = x + 50$

12. Resuelve las ecuaciones:

a) $x/2 - 2(x - 3x) = 27$

b) $2x - (2x - 3) + x = 4$

c) $7 = 1 + x/2$

d) $4 - x = 2 + x/2$

13. Resuelve:

a) $x/3 = 7$;

b) $3x = 9$;

c) $x + 4 = 12$;

d) $x - 7 = 1$

14. Practica en tu cuaderno resolviendo las siguientes series de ecuaciones:

1ª serie

1) $x + 4 = 6$

2) $x + 6 = 3$

3) $15 = 11 + x$

4) $7 = x + 3$

5) $x + 8 = 4$

6) $x + 6 = 8$

7) $x + 7 = 3$

8) $8 + x = 16$

9) $3 = 7 + x$

10) $2 = x + 4$

2ª serie

11) $x - 3 = 6$

12) $x - 4 = 2$

13) $4 = x - 1$

14) $7 - x = 2$

15) $6 - x = 4$

16) $3 = 9 - x$

17) $x - 4 = 7$

18) $x - 2 = 0$

19) $8 - x = 3$

20) $9 - x = 5$

3ª serie

21) $3x = 6$

22) $4x = 16$

23) $6x = 18$

24) $8 = 2x$

25) $-12 = 3x$

26) $2x = -6$

27) $4x = 11$

28) $3x = 6$

29) $9 = 3x$

30) $18 = 6x$

4ª serie

31) $x/5 = 1$

32) $x/3 = 7$

33) $x/-2 = 3$

34) $x/5 = 2/3$

35) $x/10 = 3/2$

36) $x/7 = 2$

37) $x/12 = 3/4$

38) $x/3 = -2/9$

39) $x/5 = -2$

40) $x/7 = 3/14$

5ª serie

41) $x + 3x = 16$

42) $4x + 2x = 6$

43) $6x = 8 + 10$

44) $3x + 7 = 4$

45) $2x + 7 = 11 + 4x$

46) $x + 1 = 2x - 5 + 2x$

47) $3x - 2 + 4x = 3 - 3x + 1$

48) $4x - 3 + x = 3x + 7$

49) $x + 4 + 4x = 2 - 2x + 5$

50) $6x + 4 - 2x = 3 + 2x - 7$

6ª serie

51) $x/3 - 2 = 4$

52) $3x/5 + 4 = 3$

53) $x/3 + 2x/3 = 7$

54) $x/5 + 3x/5 = 9$

55) $x/2 + x/2 + 3 = 5$

56) $3x/7 + 2x/7 + 3 = 6$

57) $x + x/5 = 7$

58) $x/2 + 5x/2 + 3 = 5$

59) $5 + x/7 = 21$

60) $3 + x/3 = 9$

7ª serie

61) $3 + 4(2 - x) = 9 - 2x$

62) $5 - 2(x + 2) = x - 5$

63) $13 + 3(2x + 5) = 2(x + 3) - 1$

64) $7 - 2(3x - 5) = 13 - 2(4x - 7)$

65) $5x - 3(2x - 4) = 36 - 3(4x + 6)$

66) $2(3x - 5) - (2x + 1) = 17 - 3x$

67) $2(x + 4) + 3x = -34 - 3(5x + 6)$

68) $5 - 2(7 - 2x) = x - 6$

69) $3x - 4(x - 1) = 8 - 5x$

70) $5x - (2x + 3) = 2x - 5$

8ª serie

71) $x/3 + x/6 = 12$

72) $x/6 + x/3 + x/2 = 5$

73) $(x - 3)/5 = 1$

74) $x/2 - 3 = 4$

75) $(2x + 9)/3 = 7$

76) $(2x + 9)/3 = x$

77) $(x - 3)/5 = x$

78) $5 + x/4 = 6$

79) $4x/3 + 5x/6 = x/3 + 2$

80) $2x/3 + 7x/2 + 5x = 8 + x/6$

Problemas

15. Si un repartidor de pedidos ha dejado los $2/5$ de los paquetes que llevaba en la primera casa, y aún le quedan 99 kg por repartir, ¿cuántos kilos tenía en un principio?

16. Resuelve mentalmente los siguientes problemas:

a) ¿Cuántos cromos tengo si el doble de los que poseo es 20?

b) ¿Cuántas canicas tengo si al darme 7 tendré 37?

c) ¿Cuántos discos tengo si al regalar 5 me queda una docena?

d) Manuel, dentro de 6 años tendrá 18. ¿Cuántos años tiene ahora?

17. En una granja hay 70 animales entre gallinas y conejos, y entre los dos, suman 180 patas. ¿Cuántas gallinas hay en la granja?
18. Halla el número tal que su doble más tres sea igual que su triple menos dos.
19. Repartimos 150 € entre tres personas de forma que la primera recibe el doble que la segunda y ésta el triple que la tercera. ¿Cuánto le corresponde a cada una?
20. El ángulo mayor de un triángulo mide el doble que el menor y éste 20 grados menos que el mediano. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos del triángulo? (Recuerda que los tres ángulos de un triángulo suman 180 grados)
21. Si al quintuplo de un número le restas dos obtienes 27. ¿Cuál es el número?
22. Un número y su siguiente suman 87. ¿Cuáles son esos números?
23. Un bolígrafo cuesta el triple que un lápiz. He comprado cinco lápices y cuatro bolígrafos y me han costado 2,55 €. ¿Cuánto cuesta un lápiz? ¿Y un bolígrafo?
24. En mi monedero llevo diez monedas, unas de 50 céntimos y otras de 20 céntimos. Si tengo 2,90 € en total, ¿Cuántas monedas de cada tipo tengo?
25. El perímetro de un rectángulo es de 120 metros y la altura es 24 metros más larga que la base. ¿Cuánto miden la base y la altura del rectángulo?
26. Laura dice que si al triple de la edad que tiene le restas la mitad, el resultado es 30. ¿Qué edad tiene Laura?
27. Un hijo tiene 12 años y su padre 35. ¿Cuántos años deben de pasar para que la edad del padre sea el doble que la del hijo?
28. Calcula la longitud del lado de un triángulo equilátero sabiendo que su perímetro es de 18 cm.
29. Calcula la longitud de los lados de un triángulo isósceles sabiendo que el perímetro es 18 cm y cada lado igual mide 3 cm más que el lado desigual.
30. Si a la tercera parte de un número le sumas dos, obtienes el mismo resultado que si al número le sumas uno y divides entre dos.
31. El perímetro de un triángulo isósceles mide 30 centímetros. El lado desigual mide la mitad de uno de sus lados iguales. ¿Cuánto mide cada lado?
32. Hemos comprado 12 artículos entre mesas y sillas. ¿Cuántas hemos comprado de cada si cada mesa cuesta 130 € y cada silla 60 € y en total nos ha costado 860 €?
33. **Cuadrados mágicos:** En el cuadro Melancolía del famoso pintor alemán Alberto Durero (1471-1528) aparece este cuadrado mágico en el que todas las filas, columnas y diagonales suman lo mismo, y además ese mismo resultado se obtiene sumando las cuatro casillas centrales. Además, las dos casillas del centro de la línea inferior indican el año en el que este cuadrado mágico fue resuelto, 1514. Confecciona un cuadrado mágico de 3 x 3 casillas, colocando los dígitos del 1 al 9 de forma que todas las filas, todas las columnas, y todas las diagonales sumen lo mismo.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

34. DIOFANTO: Diofanto fue un famoso matemático griego del siglo III d. C. En el epitafio de su tumba escribió:

- ¡Caminante! Aquí yacen los restos de Diofanto. Los números pueden mostrar ¡oh maravilla! La duración de su vida, cuya sexta parte constituyó la hermosa infancia.
- Había transcurrido además una duodécima parte de su vida cuando se cubrió de vello su barba.
- A partir de ahí, la séptima parte de su existencia transcurrió en un matrimonio estéril.
- Pasó, además un quinquenio y entonces le hizo dichoso el nacimiento de primogénito.
- Este entregó su cuerpo y su hermosa existencia a la tierra habiendo vivido la mitad de lo que su padre llegó a vivir.
- Por su parte, Diofanto descendió a la sepultura con profunda pena habiendo sobrevivido cuatro años a su hijo.

Dime, caminante, cuántos años vivió Diofanto.

a) Escribe en lenguaje algebraico el epitafio de la tumba de Diofanto

b) Resuelve la ecuación. Comprueba que Diofanto vivió 84 años.

Ecuaciones de segundo grado

35. Resuelve las siguientes ecuaciones de 2º grado

a) $-x^2 - 6x - 8 = 0$

b) $x(-1 + x) = 6$

c) $7x^2 = 70x$

d) $2(x + 3) - x(2x + 1) = 5$

e) $5(2x - 1) + x(x - 1) = 5$

f) $12(x^2 - 1) - 6(2 + x) = -18$

g) $(2x + 3) \cdot (x - 1) = -x - 3$

h) $x \cdot (x + 2) = 168$

i) $6(2x^2 - 3x + 1) - x(2x - 1) = -1$

36. Resuelve las siguientes ecuaciones de 2º grado con denominadores:

a) $\frac{x^2 - 1}{2} - \frac{x + 1}{3} = 10$

b) $\frac{x^2 - 3}{3} + \frac{x^2 - x + 1}{7} = 3$

c) $\frac{x^2 + 1}{5} + \frac{2x + 6}{10} = 2$

d) $\frac{1 - x^2}{2} + \frac{3x - 1}{3} = \frac{1}{3}$

e) $\frac{2x^2 - 8}{5} - \frac{3x - 9}{10} = x - 1$

f) $\frac{2x + 3x^2}{5} - \frac{3x - 6}{10} = 1$

37. Resuelve las siguientes ecuaciones de 2º grado:

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$

b) $x(-1 + x) = 0$

c) $2x^2 = 50$

d) $x^2 - 3x - 10 = 0$

e) $x^2 + 3x - 10 = 0$

f) $x^2 + 7x + 10 = 0$

g) $x^2 - 5x + 6 = 0$

h) $x^2 - x - 6 = 0$

i) $x^2 + x - 6 = 0$

38. Factoriza las ecuaciones del problema anterior. Así, si las soluciones son 2 y 5, escribe:

$$x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow (x - 2) \cdot (x - 5) = 0.$$

Observa que si el coeficiente de x^2 fuese distinto de 1 los factores tienen que estar multiplicados por dicho coeficiente.

39. Cuando el coeficiente b es par ($b = 2B$), puedes simplificar la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2B \pm \sqrt{4B^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2B \pm 2\sqrt{B^2 - ac}}{2a} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - ac}}{a}$$

Así para resolver $x^2 - 6x + 8 = 0$ basta decir $x = 3 \pm \sqrt{9 - 8} = 3 \pm 1$, luego sus soluciones son 2 y 4.

Utiliza esa expresión para resolver:

a) $x^2 - 8x - 12 = 0$

b) $x^2 - 10x + 24 = 0$

c) $x^2 + 4x + 7 = 0$

40. Resuelve mentalmente las ecuaciones siguientes, luego desarrolla las expresiones y utiliza la fórmula general para volver a resolverlas.

a) $(x - 2) \cdot (x - 6) = 0$

b) $(x + 1) \cdot (x - 3) = 0$

c) $(x - 9) \cdot (x - 3) = 0$

d) $(x - 1) \cdot (x + 4) = 0$

e) $(x + 7) \cdot (x - 2) = 0$

f) $(x - 4) \cdot (x + 6) = 0$

41. Determina el número de soluciones reales que tienen las siguientes ecuaciones de segundo grado calculando su discriminante, y luego resuélvelas.

a) $x^2 + 3x - 4 = 0$

b) $7x^2 + 12x - 4 = 0$

c) $3x^2 + 7x + 10 = 0$

d) $x^2 - x + 5 = 0$

e) $6x^2 - 2x - 3 = 0$

f) $5x^2 + 8x - 6 = 0$

42. Escribe tres ecuaciones de segundo grado que no tengan ninguna solución real. *Ayuda:* Utiliza el discriminante.

43. Escribe tres ecuaciones de segundo grado que tengan una solución doble.

44. Escribe tres ecuaciones de segundo grado que tengan dos soluciones reales y distintas.

45. ¿Podrías escribir una ecuación de segundo grado con únicamente una solución real que no fuese doble?

Sistemas lineales de ecuaciones

46. Resuelve los siguientes sistemas por el método de sustitución:

a) $\begin{cases} 2x - 5y = -4 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 6x + 5y = 7 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$

47. Resuelve los siguientes sistemas por el método de igualación:

a) $\begin{cases} -2x + 3y = 13 \\ 3x - 7y = -27 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x - 2y = -3 \\ 4x - y = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 9x - 5y = 4 \\ -8x + 3y = -5 \end{cases}$

48. Resuelve los siguientes sistemas por el método de reducción:

a) $\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x + 3y = 14 \\ -x - 6y = 7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 9x - 5y = 4 \\ -7x + 5y = -2 \end{cases}$

49. Resuelve de forma gráfica los siguientes sistemas

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 4x + 3y = 4 \\ x - 6y = 1 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} 9x - 5y = 13 \\ -7x + 5y = -9 \end{cases} \end{array}$$

50. Resuelve los siguientes sistemas por el método que creas más apropiado:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{cases} \frac{4x-1}{3} - \frac{2y+2}{5} = -1 \\ \frac{x+3}{2} + \frac{4y-1}{3} = 7 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} \frac{3x-1}{2} - \frac{y+3}{5} = -3 \\ 3x + y = -1 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} \frac{x+1}{2} + \frac{y+2}{3} = 2 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases} \end{array}$$

51. Copia en tu cuaderno y completa los siguientes sistemas incompletos de forma que se cumpla lo que se pide en cada uno:

Compatible indeterminado

Incompatible

Su solución sea $x = 2$ e $y = 1$

$$\text{a)} \begin{cases} ()x + 3y = () \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

$$\text{b)} \begin{cases} -5x + y = 2 \\ ()x + y = 6 \end{cases}$$

$$\text{c)} \begin{cases} 3x - y = () \\ ()x + y = 7 \end{cases}$$

Incompatible

Su solución sea $x = -1$ e $y = 1$

Compatible indeterminado

$$\text{d)} \begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ 4x + ()y = () \end{cases}$$

$$\text{e)} \begin{cases} 3x + ()y = -1 \\ ()x + 3y = 5 \end{cases}$$

$$\text{f)} \begin{cases} ()x + 6y = () \\ 2x + 3y = -2 \end{cases}$$

52. Escribe tres sistemas lineales que sean incompatibles.

53. Escribe tres sistemas lineales que sean compatibles indeterminados.

54. Escribe tres sistemas lineales que sean compatibles determinados.

55. Resuelve los siguientes sistemas por el método de igualación y comprueba la solución gráficamente. ¿De qué tipo es cada sistema?

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{cases} -2x + 6y = 13 \\ x - 3y = 8 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} x - y = -3 \\ 4x - 4y = -12 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} x - y = 4 \\ -x + 3y = -5 \end{cases} \end{array}$$

Problemas

56. En una tienda alquilan bicicletas y triciclos. Si tienen 51 vehículos con un total de 133 ruedas, ¿cuántas bicicletas y cuántos triciclos tienen?

57. ¿Cuál es la edad de una persona si al multiplicarla por 15 le faltan 100 unidades para completar su cuadrado?

58. Descompón 8 en dos factores cuya suma sea 6

59. El triple del cuadrado de un número aumentado en su duplo es 85. ¿Qué número es?

60. La suma de los cuadrados de dos números impares consecutivos es 394. Determina dichos números.

61. Van cargados un asno y un mulo. El asno se quejaba del peso que llevaba encima. El mulo le contestó: Si yo llevara uno de tus sacos, llevaría el doble de carga que tú, pero si tú tomas uno de los míos, los dos llevaremos igual carga. ¿Cuántos sacos lleva cada uno?
62. ¿Qué número multiplicado por 3 es 40 unidades menor que su cuadrado?
63. Calcula tres números consecutivos cuya suma de cuadrados es 365
64. Dentro de 11 años, la edad de Mario será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. ¿Qué edad tiene Mario?
65. Dos números naturales se diferencian en 2 unidades y la suma de sus cuadrados es 580. ¿Cuáles son dichos números?
66. La suma de dos números es 5 y su producto es -84 . ¿De qué números se trata?
67. María quiere formar bandejas de un kilogramo con mazapanes polvorones. Si los polvorones le cuestan a 5 euros el kilo y los mazapanes a 7 euros el kilo, y quiere que el precio de cada bandeja sea de 6 euros, ¿qué cantidad deberá poner de cada producto? Si quiere formar 25 bandejas, ¿Qué cantidad de polvorones y de mazapanes va a necesitar?
68. Determina los catetos de un triángulo rectángulo cuya suma es 7 cm y la hipotenusa de dicho triángulo mide 5 cm.
69. El producto de dos números es 4 y la suma de sus cuadrados 17. Calcula dichos números
70. La suma de dos números es 20. El doble del primero más el triple del segundo es 45. ¿De qué números se trata?
71. En un garaje hay 30 vehículos entre coches y motos. Si en total hay 100 ruedas, ¿cuántos coches y motos hay en el garaje?
72. La edad actual de Pedro es el doble de la de Raquel. Dentro de 10 años, sus edades sumarán 65. ¿Cuántos años tienen actualmente Pedro y Raquel?
73. En mi clase hay 35 personas. Nos han regalado a cada chica 2 bolígrafos y a cada chico 1 cuaderno. Si en total había 55 regalos. ¿Cuántos chicos y chicas somos en clase?
74. Entre mi abuelo y mi hermano tienen 56 años. Si mi abuelo tiene 50 años más que mi hermano, ¿qué edad tiene cada uno?
75. Dos bocadillos y un refresco cuestan 5€. Tres bocadillos y dos refrescos cuestan 8€. ¿Cuál es el precio del bocadillo y el refresco?
76. En una granja hay pollos y vacas. Si se cuentan las cabezas, son 50. Si se cuentan las patas, son 134. ¿Cuántos pollos y vacas hay en la granja?
77. Un rectángulo tiene un perímetro de 172 metros. Si el largo es 22 metros mayor que el ancho, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?
78. En una bolsa hay monedas de 1€ y 2€. Si en total hay 40 monedas y 53€, ¿cuántas monedas de cada valor hay en la bolsa?
79. En una pelea entre arañas y avispas, hay 70 cabezas y 488 patas. Sabiendo que una araña tiene 8 patas y una avispa 6, ¿cuántas moscas y arañas hay en la pelea?
80. Una clase tiene 32 estudiantes, y el número de alumnos es triple al de alumnas, ¿cuántos chicos y chicas hay?
81. Yolanda tiene 6 años más que su hermano Pablo, y su madre tiene 50 años. Dentro de 2 años la edad de la madre será doble de la suma de las edades de sus hijos, ¿Qué edades tiene?

AUTOEVALUACIÓN

- La solución de la ecuación $3,4 + 5,2x - 8,1x = 9,4 + 7,3x$ es:
 a) $-10/17$ b) $+6/-10,2$ c) $-10/1,7$ d) $0,58$
- La ecuación $x^2 = 4$ tiene de soluciones:
 a) 2 b) -2 c) 2 y -2 d) 0 y 2
- La suma de las edades de dos personas es de 50 años y su diferencia, 8 años. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones nos permite calcular sus edades?
 a) $x + x + 8 = 50$ b) $x - 8 = 50$ c) $50 + x = 8 - x$ d) $x + x - 8 = 50$
- El perímetro de un rectángulo es 70 cm. Si la base es el triple de la altura menos 5 cm, las dimensiones del rectángulo son:
 a) 30 y 11 b) 20 y 9 c) 25 y 10 d) 55 y 20
- Tres números suman 142. El mediano es el doble del menor, y el mayor es triple del menor menos 8. ¿Cuál de estas ecuaciones nos permite hallar los números?
 a) $2x + x + 3x = 142$ b) $x + 3x + 2x = 142 + 8$ c) $x + 2x + 3x = 142 - 8$ d) $6x = 136$
- Las soluciones de la ecuación $3(x^2 - 1) + 2(x^2 - 2x) = 9$ son:
 a) $x = 2$ y $x = 1$ b) $x = 1$ y $x = -3$ c) $x = 1$ y $x = -2/3$ d) $x = 2$ y $x = -6/5$
- Las soluciones de la ecuación $156 = x(x - 1)$ son:
 a) $x = 11$ y $x = -13$ b) $x = 13$ y $x = -12$ c) $x = 10$ y $x = 14$ d) $x = -12$ y $x = -11$
- Las soluciones de la ecuación $3x^2 - 14x + 15 = 0$ son:
 a) $x = 2$ y $x = 2/3$ b) $x = 1/3$ y $x = 4$ c) $x = 1$ y $x = 4/3$ d) $x = 5/3$ y $x = 3$
- La solución del sistema $\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 6x - 8y = 12 \end{cases}$ es:
 a) $x = 2$ e $y = 1$ b) $x = 1$ e $y = 1$ c) $x = 3$ e $y = 2$ d) No tiene solución
- La solución del sistema $\begin{cases} 3x + 4y = 2 \\ 5x - y = 11 \end{cases}$ es:
 a) $x = 4$ e $y = 2$ b) $x = 3$ e $y = 3$ c) $x = 2$ e $y = -1$ d) $x = 5$ e $y = 1$