

3º A da ESO

Capítulo 5:

Ecuacións de segundo grao e sistemas lineais



Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-031748

Fecha y hora de registro: 2014-02-07 13:35:47.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



www.apuntesmareaverde.org.es



Autora: Raquel Hernández

Revisores: Sergio Hernández e María Molero

Tradutora: M^a Teresa Seara Domínguez

Revisora da tradución ao galego: Fernanda Ramos Rodríguez **Ilustracións:** Raquel Hernández e Banco de Imaxes de INTEF

Índice

1. ECUACIONES DE 2º GRAO

- 1.1. CONCEPTO DE ECUACIÓN DE 2º GRAO
- 1.2. RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE 2º GRAO COMPLETAS
- 1.3. NÚMERO DE SOLUCIONES DUNHA ECUACIÓN DE 2º GRAO COMPLETA
- 1.4. RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE 2º GRAO INCOMPLETAS
- 1.5. SUMA E PRODUTO DAS RAÍCES

2. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEAIS

- 2.1. CONCEPTO DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEAIS
- 2.2. CLASIFICACIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES
- 2.3. RESOLUCIÓN DE SISTEMAS POLO MÉTODO DE SUBSTITUCIÓN
- 2.4. RESOLUCIÓN DE SISTEMAS POLO MÉTODO DE IGUALACIÓN
- 2.5. RESOLUCIÓN DE SISTEMAS POLO MÉTODO DE REDUCCIÓN

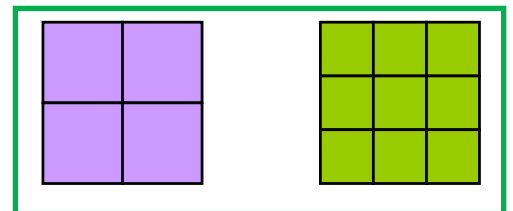
3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

- 3.1. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE ECUACIONES DE 2º GRAO
- 3.2. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEAIS

Resumo

Xa sabes resolver algunhas ecuacións de segundo grao. Se a área dun cadrado é 4 coñeces que o seu lado é 2, e se a área é 9, coñeces que o lado mide 3.

Sabes resolver $x^2 = 4$, cuxas solucións son 2 e -2 , porque $(2)^2 = 4$, e $(-2)^2 = 4$.



Recorda

Se o produto de dous factores é cero, un dos factores debe ser cero.

Polo tanto na ecuación:

$$(x + 4) \cdot (x - 3) = 0$$

ou ben $x + 4 = 0$ ou ben $x - 3 = 0$, polo que $x = -4$ e $x = 3$.

Para resolver $(x - 3) \cdot (x + 4) = 0$, observas que as solucións son 3 e -4 pois $(3 - 3) \cdot (3 + 4) = 0$, e $((-4) - 3) \cdot ((-4) + 4) = 0$.

Neste capítulo aprenderemos a resolver as ecuacións de segundo grao, xa sexan completas ou incompletas, e a utilizar o aprendido para resolver problemas da vida cotiá por medio das ecuacións.

Veremos ademais que son os sistemas de ecuacións lineais, como se resollen por diferentes métodos e a súa aplicación para resolver problemas que nos rodean.

1. ECUACIONES DE 2º GRAO

Hai ecuacións de segundo grao que xa sabes resolver. Neste capítulo imos afondar e aprender a resolver este tipo de ecuacións. Por exemplo, o seguinte problema xa sabes resolvelo:

Actividades resoltas

- Auméntase o lado dunha baldosa cadrada en 3 cm e a súa área queda multiplicada por 4, que lado tiña a baldosa?

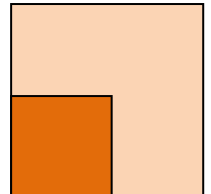
Propoñemos a ecuación:

$$(x + 3)^2 = 4x^2$$

Esta ecuación sabes resolvela! $x + 3 = 2x$, logo o lado é de 3 cm.

Hai outra solución, $x = -1$, que non ten sentido como lado dun cadrado.

Imos estudar de forma ordenada estas ecuacións.



1.1. Concepto de ecuación de 2º grao

Unha **ecuación de segundo grao** é unha ecuación polinómica na que a maior potencia da incógnita é 2. As ecuacións de segundo grao pódense escribir da forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

onde a , b e c son números reais, con $a \neq 0$.

Exemplo:

- Son ecuacións de 2º grao por exemplo

$$3x^2 - 7x + 1 = 0; \quad -2x^2 + 5x - 2 = 0; \quad x^2 - 9x - 11 = 0.$$

Exemplo:

- Os coeficientes das ecuacións de 2º grao son números reais, polo tanto poden ser fraccións ou raíces. Por exemplo:

$$\frac{3}{5}x^2 - 4x + \frac{1}{2} = 0; \quad \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{5}x + \frac{3}{4} = 0; \quad -2.7x^2 + 3.5x - 0.2 = 0; \quad \sqrt{2}x^2 + 3x - \sqrt{5} = 0.$$

Actividades propostas

1. Indica se son ecuacións de segundo grao as seguintes ecuacións:

a) $5x^2 - \sqrt{2}x + 8 = 0$

c) $8x^2 - 9 = 0$

e) $2x^2 - \frac{3}{x} = 0$

b) $3xy^2 - 5 = 0$

d) $8 - 7.3x = 0$

f) $2x^2 - 3\sqrt{x} + 4 = 0$

2. Nas seguintes ecuacións de segundo grao, indica quen son a , b e c .

a) $3 - 4x^2 + 9x = 0$

b) $-3x^2 + 5x = 0$

c) $2x^2 - 3 = 0$

d) $x^2 - 8x + 1 = 0$

1.2. Resolución de ecuacións de 2º grao completas

Chámase **ecuación de segundo grao completa** a aquela que ten valores distintos de cero para a , b e c .

Para resolver as ecuacións de segundo grao completas, usaremos a fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Esta fórmula permítenos calcular as dúas solucións da nosa ecuación.

Chamaremos **discriminante** á parte da fórmula que está no interior da raíz:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Actividades resoltas

- Resolve a ecuación de segundo grao $x^2 - 5x + 6 = 0$

Primeiro debemos saber quen son a , b e c :

$$a = 1; b = -5; c = 6$$

Substituíndo estes valores na nosa fórmula, obtemos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

Polo tanto, as nosas dúas solucións son:

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = 3; \quad x_2 = \frac{5-1}{2} = 2$$

En efecto, $3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 9 - 15 + 6 = 0$, e $2^2 - 5 \cdot 2 + 6 = 4 - 10 + 6 = 0$, logo 3 e 2 son solucións da ecuación.

Actividades propostas

3. Resolve as seguintes ecuacións de 2º grao completas:

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$ b) $2x^2 + 2x - 24 = 0$

c) $3x^2 - 9x + 6 = 0$ d) $x^2 - 4x - 12 = 0$

1.3. Número de solucións dunha ecuación de 2º grao completa

Antes definimos o que era o **discriminante**, lémbreste?

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Para saber cantas solucións ten unha ecuación de 2º grao, imos fixarnos nos signos do discriminante.

Se $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, a ecuación ten dúas solucións reais e distintas.

Se $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, a ecuación ten unha única solución real (as dúas solucións son iguais, é polo tanto unha solución dobre).

Se $\Delta = b^2 - 4ac < 0$, a ecuación non ten ningunha solución real.

Exemplo:

- ✚ a) A ecuación $2x^2 - 4x - 7 = 0$ ten como discriminante:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 16 + 36 = 52 > 0$$

Polo tanto, a ecuación dada ten 2 solucións reais e distintas.

- ✚ b) A ecuación $x^2 - 4x - 5 = 0$ ten como discriminante:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot (-5) = 16 + 20 = 36 > 0$$

Polo tanto, a ecuación dada ten 2 solucións reais e distintas, 5 e -1.

Comprobación: $5^2 - 4 \cdot 5 - 5 = 25 - 20 - 5 = 0$ e $(-1)^2 - 4(-1) - 5 = 1 + 4 - 5 = 0$.

- ✚ c) A ecuación $x^2 - 2x + 1 = 0$ ten como discriminante:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 4 - 4 = 0$$

Polo tanto, a ecuación ten dúas solucións reais iguais. Pódese escribir como:

$$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 = 0, \text{ que ten a solución dobre } x = 1.$$

- ✚ d) A ecuación $x^2 + 3x + 8 = 0$ ten como discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac = (3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (8) = 9 - 32 = -23 < 0$$

Polo tanto, a ecuación non ten solución real. Ningún número real verifica a ecuación.

Actividades propostas

4. Pescuda cantas solucións teñen as seguintes ecuacións de 2º grao:

a) $x^2 + x + 4 = 0$

b) $x^2 - 6x + 9 = 0$

c) $x^2 - 6x - 7 = 0$

d) $x^2 - 3x + 5 = 0$

1.4. Resolución de ecuacións de 2º grao incompletas

Chamamos **ecuación de 2º grao incompleta** a aquela ecuación de segundo grao na que o coeficiente b vale 0 (falta b) ou o coeficiente c vale 0 (falta c).

Exemplo:

✚ A ecuación de 2º grao $2x^2 - 18 = 0$ é incompleta porque o coeficiente $b = 0$, é dicir, falta b .

✚ A ecuación de 2º grao $3x^2 - 15x = 0$ é incompleta porque non ten c , é dicir, $c = 0$.

As ecuacións de 2º grao incompletas resólvense dunha maneira ou doutra dependendo do tipo que sexan.

Se o coeficiente $b = 0$: Despexamos a incógnita normalmente, como faciamos nas ecuacións de primeiro grao:

$$ax^2 + c = 0 \Rightarrow ax^2 = -c \Rightarrow x^2 = \frac{-c}{a} \Rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{-c}{a}} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

Se o coeficiente $c = 0$: Sacamos factor común:

$$ax^2 + bx = 0 \Rightarrow x(ax + b) = 0.$$

Para que o produto de dous factores valla cero, un dos factores debe valer cero.

Polo tanto, $x = 0$, ou $ax + b = 0 \Rightarrow ax = -b \Rightarrow x = \frac{-b}{a}$

Exemplo 5:

✚ Na ecuación $2x^2 - 18 = 0$ falta o b . Para resolvela despexamos a incógnita, é dicir, x^2 :

$$2x^2 - 18 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 18 \Rightarrow x^2 = 18/2 = 9$$

Unha vez que chegamos aquí, fáltanos quitar ese cadrado que leva a nosa incógnita. Para iso, faremos a raíz cadrada nos 2 membros da ecuación:

$$x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$$

Así obtivemos as dúas solucións da nosa ecuación, 3 e -3.

En efecto, $2 \cdot 3^2 - 18 = 2 \cdot 9 - 18 = 0$, e $2 \cdot (-3)^2 - 18 = 2 \cdot 9 - 18 = 0$

Resumo

Se $b = 0$, $ax^2 + c = 0$, despexamos a incógnita:

$$x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

Se $c = 0$, $ax^2 + bx = 0$, sacamos factor común:

$$x = 0 \text{ e } x = \frac{-b}{a}$$

Exemplo:

✚ Na ecuación $3x^2 - 15x = 0$ falta o c. Para resolvela, sacamos factor común:

$$3x^2 - 15x = 0 \Rightarrow 3x(x - 5) = 0$$

Unha vez que chegamos aquí, temos dúas opcións

1) $3x = 0 \Rightarrow x = 0.$

2) $x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5.$

Así obtivemos as dúas solucións da ecuación $x = 0$ e $x = 5$

Unha ecuación de segundo grao incompleta tamén se pode resolver utilizando a fórmula das completas pero é un proceso máis lento e é máis fácil equivocarse.

Actividades resoltas

✚ Resolve a ecuación de 2º grao $2x^2 - 32 = 0$:

Solución: Trátase dunha ecuación de 2º grao incompleta onde falta o b. Polo tanto, despexamos a incógnita

$$2x^2 - 32 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 32 \Rightarrow x^2 = 32/2 = 16 \Rightarrow x = \pm\sqrt{16} = \pm 4. \text{ As raíces son } 4 \text{ e } -4.$$

✚ Resolve a ecuación de 2º grao $x^2 + 7x = 0$:

Solución: Trátase dunha ecuación de 2º grao incompleta onde falta o c. Polo tanto, sacamos factor común:

$$x^2 + 7x = 0 \Rightarrow x(x + 7) = 0$$

e obtemos as dúas solucións:

$$x = 0 \text{ e } x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7.$$

Actividades propostas

5. Resolve as seguintes ecuacións de 2º grao incompletas:

a) $3x^2 + 6x = 0$

b) $3x^2 - 27 = 0$

c) $x^2 - 25 = 0$

d) $2x^2 + x = 0$

e) $4x^2 - 9 = 0$

f) $5x^2 - 10x = 0$

1.5. Suma e produto de raíces

Se nunha ecuación de segundo grao: $x^2 + bx + c = 0$, con $a = 1$, coñecemos as súas solucións: x_1 e x_2 sabemos que podemos escribir a ecuación de forma factorizada:

$$(x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$$

Facemos operacións:

$$x^2 - x_1 \cdot x - x_2 \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0 \Rightarrow x^2 - (x_1 + x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0,$$

pois o coeficiente c é igual ao produto das solucións e a suma das solucións é igual ao oposto do coeficiente b , é dicir, $-b$.

$$x_1 \cdot x_2 = c; x_1 + x_2 = -b.$$

Se a ecuación é $ax^2 + bx + c = 0$, dividindo por a , xa temos unha de coeficiente $a = 1$, e obtemos que:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}; x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

Esta propiedade permítenos, en ocasións, resolver mentalmente algunhas ecuacións de segundo grao.

Actividades resoltas

✚ Resolve mentalmente a ecuación $x^2 - 5x + 6 = 0$.

Buscamos, mentalmente dous números cuxo produto sexa 6 e cuxa suma sexa 5. En efecto, $2 \cdot 3 = 6$, e $2 + 3 = 5$, logo as solucións da ecuación son 2 e 3.

✚ Resolve mentalmente a ecuación $x^2 - 6x + 9 = 0$.

O produto debe ser 9. Probamos con 3 como solución e, en efecto, $3 + 3 = 6$. As solucións son a raíz 3 dobre.

✚ Resolve mentalmente a ecuación $x^2 - x - 2 = 0$.

As solucións son -1 e 2 , pois o seu produto é -2 e a súa suma 1.

✚ Resolve mentalmente a ecuación $x^2 + x - 2 = 0$.

As solucións son 1 e -2 , pois o seu produto é -2 e a súa suma -1 .

Actividades propostas

6. Resolve mentalmente as seguintes ecuacións de 2º grao:

a) $x^2 + 6x = 0$

b) $x^2 + 2x - 8 = 0$

c) $x^2 - 25 = 0$

d) $x^2 - 9x + 20 = 0$

e) $x^2 - 3x - 4 = 0$

f) $x^2 - 4x - 21 = 0$

7. Escribe unha ecuación de segundo grao cuxas solucións sexan 3 e 7.

8. O perímetro dun rectángulo mide 16 cm e a súa área 15 cm². Calcula as súas dimensións.

9. Se 3 é unha solución de $x^2 - 5x + a = 0$, canto vale a ?

2. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEAIS

2.1. Concepto de sistema de ecuacións lineais

Un **sistema de ecuacións lineais** con dúas incógnitas pódese expresar da forma:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

Onde a , b , a' e b' son números reais que se denominan **coeficientes** e c e c' tamén son números reais chamados **termos independentes**.

Chamamos **solución** do sistema ao par de valores (x, y) que satisfán as dúas ecuacións do sistema.

Dise que dous sistemas de ecuacións son **equivalentes** cando teñen a mesma solución.

Exemplo 7:

✚ Son sistemas de ecuacións lineais, por exemplo:

$$\begin{cases} 3x - 4y = -1 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases}; \quad \begin{cases} 5x + 2y = 7 \\ x - y = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 7x - 3y = 4 \end{cases}; \quad \begin{cases} 4y + 2 = 3x \\ 7x - 3 = 5y \end{cases}$$

Exemplo 8:

✚ **Non** é un sistema lineal $\begin{cases} 3xy + 5y = 7 \\ 4x - 8xy = 9 \end{cases}$ porque ten termos en xy .

Tampouco o é $\begin{cases} 3x^2 + 5y = 7 \\ 4x - 8y = 9 \end{cases}$ porque ten un termo en x^2 .

Actividades propostas

10. Razona se son ou non sistemas de ecuacións lineais os seguintes sistemas:

a) $\begin{cases} xy + 2y = 6 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5y - x = 4 \\ 2x - 3y = -1 \end{cases}$

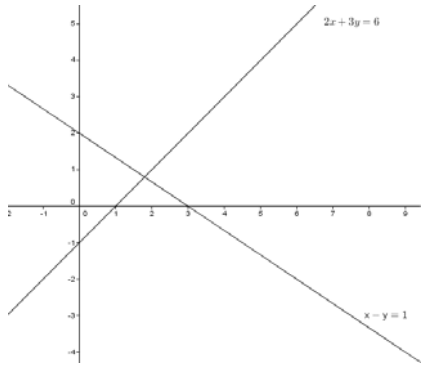
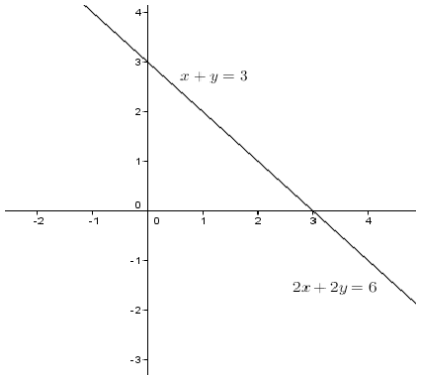
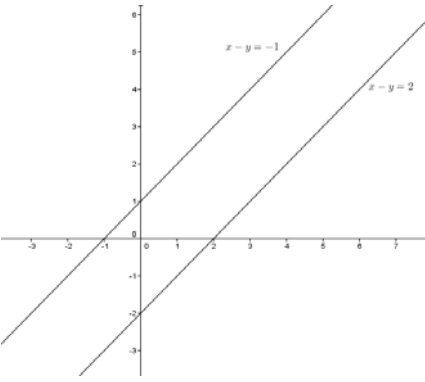
c) $\begin{cases} 4x - 2 = y \\ 3x + 5y = 2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x^2 + y = 2 \\ 3x + y^2 = 4 \end{cases}$

2.2. Clasificación de sistemas de ecuacións

Nun sistema de ecuacións lineais con dúas incógnitas, cada unha das ecuacións representa unha recta nun plano.

Estas rectas poden estar posicionadas entre si de tres maneiras distintas, o que nos axudará a clasificar o noso sistema en:

- 1) **Compatible determinado:** o sistema ten unha única solución polo que as rectas son **SECANTES**, córtanse nun punto.
- 2) **Compatible indeterminado:** o sistema ten infinitas solucións polo que as rectas son **COINCIDENTES**.
- 3) **Incompatible:** o sistema non ten solución polo que as rectas son **PARALELAS**.

		
Compatible determinado	Compatible indeterminado	Incompatible
Rectas secantes	Rectas coincidentes	Rectas paralelas

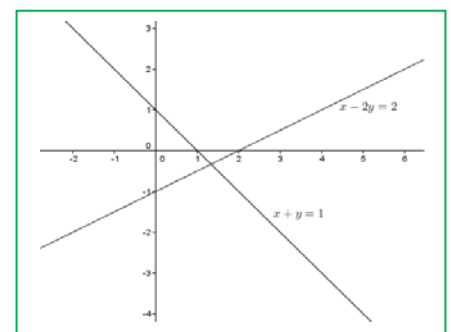
Actividades resoltas

✚ Engade unha ecuación a $x - 2y = 2$ para que o sistema resultante sexa:

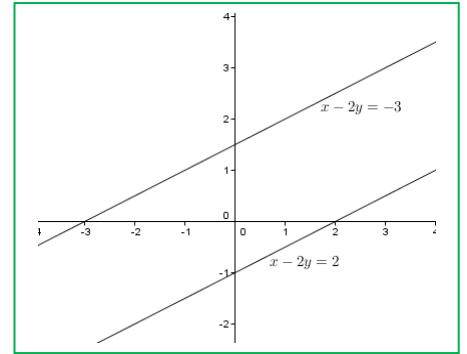
- a) Compatible determinado
- b) Incompatible
- c) Compatible indeterminado

Solución:

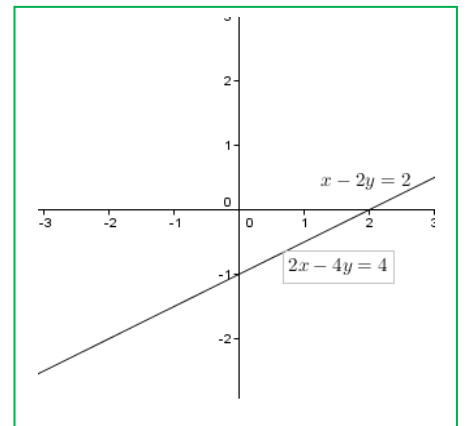
a) Para que o sistema sexa compatible determinado, engadiremos unha ecuación que non teña os mesmos coeficientes que a que nos dan. Por exemplo, $x + y = 1$.



b) Para que sexa incompatible, os coeficientes das incógnitas teñen que ser os mesmos (ou proporcionais) pero teren diferente termo independente. Por exemplo $x - 2y = -3$, (o $2x - 4y = 0$).



c) Para que sexa compatible indeterminado, poñeremos unha ecuación proporcional á que temos. Por exemplo $2x - 4y = 4$.



Actividades propostas

11. Representa os seguintes sistemas e clasifícaos:

$$\text{a) } \begin{cases} x + 3y = 4 \\ -2x + y = -1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x - y = 3 \\ -y + 2x = 1 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x - 3y = 3 \\ 2x - 6y = 6 \end{cases}$$

2.3. Resolución de sistemas polo método de substitución

O **método de substitución** consiste en despexar unha incógnita dunha das ecuacións do sistema e substituír a expresión obtida na outra ecuación.

Así obtemos unha ecuación de primeiro grao na que podemos calcular a incógnita despexada. Co valor obtido, obtemos o valor da outra incógnita.

Exemplo 8:

✚ Imos resolver o sistema $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$ polo método de substitución:

Despexamos x da segunda ecuación:

$$\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ x + 2y = 3 \Rightarrow x = 3 - 2y \end{cases}$$

e substituímolos na primeira:

$$2(3 - 2y) - 3y = -1 \Rightarrow 6 - 4y - 3y = -1 \Rightarrow -4y - 3y = -1 - 6 \Rightarrow -7y = -7 \Rightarrow y = (-7)/(-7) = 1$$

Co valor obtido de y , calculamos o x :

$$x = 3 - 2y \Rightarrow x = 3 - 2 \cdot 1 = 1.$$

Solución:

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Actividades propostas

12. Resolve os seguintes sistemas polo método de substitución:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{cases} 3x + 4y = -7 \\ x - 2y = 1 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 2x + 4y = 0 \\ 3x + y = 5 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ 2x + 3y = 10 \end{cases} \end{array}$$

2.4. Resolución de sistemas polo método de igualación

O **método de igualación** consiste en despxear a mesma incógnita das dúas ecuacións que forman o sistema e igualar os resultados obtidos.

Así obtemos unha ecuación de primeiro grao na que poderemos calcular a incógnita despxada. Co valor obtido, calculamos o valor da outra incógnita.

Exemplo 8:

✚ Imos resolver o sistema $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$ polo método de igualación:

Despxamos a mesma incógnita das dúas ecuacións que forman o sistema:

$$\begin{cases} 2x - 3y = -1 \Rightarrow x = \frac{3y - 1}{2} \\ x + 2y = 3 \Rightarrow x = 3 - 2y \end{cases}$$

Igualamos agora os resultados obtidos e resolvemos a ecuación resultante:

$$\frac{3y - 1}{2} = 3 - 2y \Rightarrow 3y - 1 = 2(3 - 2y) = 6 - 4y \Rightarrow 3y + 4y = 6 + 1 \Rightarrow 7y = 7 \Rightarrow y = \frac{7}{7} = 1$$

Co valor obtido de y , calculamos o x :

$$x = 3 - 2y \Rightarrow x = 3 - 2 \cdot (1) = 1 \quad \text{Solución: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Actividades propostas

13. Resolve os seguintes sistemas polo método de igualación:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + y = 2 \\ -2x + 3y = -5 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 7x - 4y = 3 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$$

2.5. Resolución de sistemas polo método de redución

O **método de redución** consiste en eliminar unha das incógnitas sumando as dúas ecuacións. Para iso multiplícanse unha ou ambas as ecuacións por un número de modo que os coeficientes de x ou y sexan iguais pero de signo contrario.

Exemplo 9:

✚ Imos resolver o sistema $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$ polo método de redución:

Multiplicamos a segunda ecuación por -2 para que os coeficientes do x sexan iguais pero de signo contrario e sumamos as ecuacións obtidas:

$$\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \xrightarrow{\cdot(-2)} \begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ -2x - 4y = -6 \end{cases} \xrightarrow{\text{sumamos}} -7y = -7 \Rightarrow y = (-7)/(-7) = 1$$

Co valor obtido de y , calculamos o x :

$$2x - 3 \cdot 1 = -1 \Rightarrow 2x = -1 + 3 = 2 \Rightarrow x = 2/2 = 1 \quad \text{Solución:}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Actividades propostas

14. Resolve os seguintes sistemas polo método de redución:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x - 5y = 14 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 5x + 3y = 2 \\ 4x + y = 7 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 3x - 2y = 13 \end{cases}$$

3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

3.1. Resolución de problemas mediante ecuacións de 2º grao

Para resolver problemas por medio de ecuacións de 2º grao, do mesmo modo que os problemas de ecuacións de primeiro grao, primeiro teremos que pasar a linguaxe alxébrica o enunciado do problema e logo resolvelo seguindo estes pasos:

- 1.- Comprender o enunciado
- 2.- Identificar a incógnita
- 3.- Traducir o enunciado á linguaxe alxébrica
- 4.- Propor a ecuación e resolvela
- 5.- Comprobar a solución obtida

Actividades resoltas

Imos resolver o seguinte problema:

✚ Cal é o número natural cuxo quintuplo aumentado en 6 é igual ao seu cadrado?

Unha vez comprendido o enunciado, identificamos a incógnita que, neste caso, é o número que estamos buscando.

2.- Número buscado = x

3.- Traducimos agora o problema á linguaxe alxébrica:

$$5x + 6 = x^2$$

4.- Resolvemos a ecuación:

$$5x + 6 = x^2 \Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{5 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+7}{2} = 6; \quad x_2 = \frac{5-7}{2} = -1$$

Solución: Como o enunciado di “número natural” o número buscado é o 6.

5.- **Comprobación:** En efecto $5 \cdot 6 + 6 = 36 = 6^2$.

Actividades propostas

15. Que número multiplicado por 3 é 40 unidades menor que o seu cadrado?

16. Calcula tres números consecutivos tales que a suma dos seus cadrados sexa 365.

17. O triplo do cadrado dun número aumentado no seu duplo é 85. Cal é o número?

18. Un triángulo isósceles ten un perímetro de 20 cm e a base mide 4 cm, calcula os lados do triángulo e a súa área.

3.2. Resolución de problemas mediante sistemas de ecuacións

Para resolver problemas por medio de sistemas de ecuacións, primeiro teremos que pasar a linguaxe alxébrica o enunciado do problema e logo resolvemo seguindo estes pasos:

- 1.- Comprender o enunciado
- 2.- Identificar as incógnitas
- 3.- Traducir o enunciado a linguaxe alxébrica
- 4.- Propor o sistema e resolvemo
- 5.- Comprobar a solución obtida

Actividades resoltas

Imos resolver o seguinte problema:

✚ A suma das idades dun pai e do seu fillo é 39 e a súa diferenza 25. Cal é a idade de cada un?

Unha vez comprendido o enunciado, identificamos as incógnitas que, neste caso, son a idade do pai e a do fillo

- 2.- Idade do pai = x
Idade do fillo = y

3.- Pasamos o enunciado a linguaxe alxébrica:

A suma das súas idades é 39:

$$x + y = 39$$

E a súa diferenza 25:

$$x - y = 25$$

4.- Propoñemos o sistema e resolvémolo polo método que nos resulte máis sinxelo. Neste caso, facémolo por redución:

$$\begin{cases} x + y = 39 \\ x - y = 25 \end{cases} \xrightarrow{\text{sumamos}} 2x = 64 \Rightarrow x = 64/2 = 32$$

$$x + y = 39 \Rightarrow 32 + y = 39 \Rightarrow y = 39 - 32 = 7.$$

Solución: O pai ten 32 anos e o fillo ten 7 anos.

5.- *Comprobación:* En efecto, a suma das idades é $32 + 7 = 39$ e a diferenza é $32 - 7 = 25$.

Actividades propostas

19. A suma das idades de Raquel e Luís son 65 anos. A idade de Luís máis catro veces a idade de Raquel é igual a 104. Que idade ten cada un?
20. A suma das idades de María e Alberte é 32 anos. Dentro de 8 anos, a idade de Alberte será dúas veces a idade de María. Que idade ten cada un na actualidade?
21. Encontra dous números cuxa diferenza sexa 24 e a súa suma sexa 123.

CURIOSIDADES. REVISTA

Obtención da fórmula para resolver ecuacións de segundo grao.

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ con } a \neq 0$$

↓

$$ax^2 + bx = -c$$

↓ Multiplicamos por $4a$

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$$

↓ Sumamos b^2

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = -4ac + b^2$$

↓ Completamos cadrados

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$

↓ Calculamos a raíz cadrada

$$2ax + b = \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

↓ Despexamos o x

$$2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

↓

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



Emmy Noether foi unha matemática alemá de orixe xudía cuxos traballos en Álgebra permitiron resolver o problema da conservación da enerxía.

Tres ecuacións de segundo grao interesantes

$$x^2 = 2$$

Esta ecuación aparece ao aplicarlle o Teorema de Pitágoras a un triángulo rectángulo isósceles de lados iguais a 1, ou ao calcular a diagonal dun cadrado de lado 1. A súa solución é a lonxitude da hipotenusa ou da diagonal. Ten de interesante que se demostra que a solución NON é un número racional, un número que poida escribirse como cociente de dous números enteiros.

$$x + 1 = x^2$$

Tamén se pode escribir como: $\frac{x+1}{x} = \frac{x}{1}$ que é unha proporción onde x toma o valor $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618\dots$ que é o número de ouro, outro número irracional.

$$x^2 = -1$$

A terceira ecuación non ten solución real, ningún número real ao elevalo ao cadrado pode dar un número negativo pero, se ampliamos o campo real coa súa raíz $\sqrt{-1} = i$, resulta que xa todas as ecuacións de segundo grao teñen solución, e aos números $a + b \cdot i$ chámaselles **números complexos**.

RESUMO

Definición	Concepto	Exemplos
Ecuación de segundo grao	É unha ecuación alxébrica na que a maior potencia da incógnita é 2. Ten a forma: $ax^2 + bx + c = 0$ onde a, b e c son números reais, con $a \neq 0$.	$-3x^2 + 7x + -8 = 0$
Resolución de ecuacións de 2º grao completas	Úsase a fórmula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x^2 - 5x + 6 = 0:$ $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 1}{2}$ $x_1 = 3, x_2 = 2$
Discriminante	$\Delta = b^2 - 4ac$	$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$
Número de solucións dunha ecuación de 2º grao	Se $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, ten dúas solucións reais e distintas Se $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, ten unha solución dobre. Se $\Delta = b^2 - 4ac < 0$, a ecuación non ten solución	$x^2 - 4x - 5 = 0: \Delta = 36 > 0$, ten dúas solucións 5 e -1. $x^2 - 2x + 1 = 0: \Delta = 0$, ten unha raíz dobre: $x = 1$. $x^2 + 3x + 8 = 0: \Delta = -23$. Non ten solución real
Resolución de ecuacións de 2º grao incompletas	Se $b = 0$, $ax^2 + c = 0$, despexamos a incógnita: $x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$ Se $c = 0$, $ax^2 + bx = 0: x = 0$ e $x = \frac{-b}{a}$	$2x^2 - 18 = 0: x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$ $3x^2 - 15x = 0 \Rightarrow 3x(x - 5) = 0$ $\Rightarrow x_1 = 0; x_2 = 5$.
Suma e produto de raíces	$x_1 x_2 = \frac{c}{a}; x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$	$x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = 3$
Sistema de ecuacións lineais	$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$	$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 7x - 3y = 4 \end{cases}$
Clasificación	Compatible determinado: unha única solución, o punto de intersección. As rectas son secantes: $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ -2x + y = -1 \end{cases}$ Compatible indeterminado: Infinitas solucións, polo que as rectas son coincidentes: $\begin{cases} x - 3y = 3 \\ 2x - 6y = 6 \end{cases}$ Incompatible: Non ten solución, as rectas son paralelas: $\begin{cases} x - 3y = 3 \\ 2x - 6y = 2 \end{cases}$	
Métodos de resolución	Substitución: despexar unha incógnita e substituír na outra ecuación. Igualación: despexar a mesma incógnita das dúas ecuacións. Redución: sumar as dúas ecuacións, multiplicándolas polos números adecuados.	

EXERCICIOS E PROBLEMAS**Ecuacións de segundo grao**

1. Resolve as seguintes ecuacións de 2º grao:

a) $-x^2 - 6x - 8 = 0$

b) $x(-1 + x) = 6$

c) $7x^2 = 70x$

d) $2(x + 3) - x(2x + 1) = 5$

e) $5(2x - 1) + x(x - 1) = 5$

f) $12(x^2 - 1) - 6(2 + x) = -18$

g) $(2x + 3) \cdot (x - 1) = -x - 3$

h) $x \cdot (x + 2) = 168$

i) $6(2x^2 - 3x + 1) - x(2x - 1) = -1$

2. Resolve as seguintes ecuacións de 2º grao con denominadores:

a) $\frac{x^2 - 1}{2} - \frac{x + 1}{3} = 10$

b) $\frac{x^2 - 3}{3} + \frac{x^2 - x + 1}{7} = 3$

c) $\frac{x^2 + 1}{5} + \frac{2x + 6}{10} = 2$

d) $\frac{1 - x^2}{2} + \frac{3x - 1}{3} = \frac{1}{3}$

e) $\frac{2x^2 - 8}{5} - \frac{3x - 9}{10} = x - 1$

f) $\frac{2x + 3x^2}{5} - \frac{3x - 6}{10} = 1$

3. Resolve mentalmente as seguintes ecuacións de 2º grao:

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$

b) $x(-1 + x) = 0$

c) $2x^2 = 50$

d) $x^2 - 3x - 10 = 0$

e) $x^2 + 3x - 10 = 0$

f) $x^2 + 7x + 10 = 0$

g) $x^2 - 5x + 6 = 0$

h) $x^2 - x - 6 = 0$

i) $x^2 + x - 6 = 0$

4. Factoriza as ecuacións do problema anterior. Así, se as solucións son 2 e 5, escribe:

$$x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow (x - 2) \cdot (x - 5) = 0.$$

Observa que se o coeficiente de x^2 fose distinto de 1 os factores teñen que estar multiplicados por este coeficiente.

5. Cando o coeficiente b é par ($b = 2B$), podes simplificar a fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2B \pm \sqrt{4B^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2B \pm 2\sqrt{B^2 - ac}}{2a} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - ac}}{a}$$

Así para resolver $x^2 - 6x + 8 = 0$ basta dicir $x = 3 \pm \sqrt{9 - 8} = 3 \pm 1$, logo as súas solucións son 2 e 4.

Utiliza esa expresión para resolver:

a) $x^2 - 8x - 12 = 0$

b) $x^2 - 10x + 24 = 0$

c) $x^2 + 4x + 7 = 0$

6. Resolve mentalmente as ecuacións seguintes, logo desenvolve as expresións e utiliza a fórmula xeral para volver resolvelas.

a) $(x - 2) \cdot (x - 6) = 0$

b) $(x + 1) \cdot (x - 3) = 0$

c) $(x - 9) \cdot (x - 3) = 0$

d) $(x - 1) \cdot (x + 4) = 0$

e) $(x + 7) \cdot (x - 2) = 0$

f) $(x - 4) \cdot (x + 6) = 0$

7. Determina o número de solucións reais que teñen as seguintes ecuacións de segundo grao calculando o seu discriminante, e despois resólveas.

a) $x^2 + 3x - 4 = 0$

b) $7x^2 + 12x - 4 = 0$

c) $3x^2 + 7x + 10 = 0$

d) $x^2 - x + 5 = 0$

e) $6x^2 - 2x - 3 = 0$

f) $5x^2 + 8x - 6 = 0$

8. Escribe tres ecuacións de segundo grao que non teñan ningunha solución real. *Axuda:* Utiliza o discriminante.

9. Escribe tres ecuacións de segundo grao que teñan unha solución dobre.

10. Escribe tres ecuacións de segundo grao que teñan dúas solucións reais e distintas.

11. Poderías escribir unha ecuación de segundo grao con unicamente unha solución real que non fose dobre?

Sistemas lineais de ecuacións

12. Resolve os seguintes sistemas polo método de substitución:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 5y = -4 \\ 3x - y = 7 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 6x + 5y = 7 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

13. Resolve os seguintes sistemas polo método de igualación:

$$\text{a) } \begin{cases} -2x + 3y = 13 \\ 3x - 7y = -27 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 5x - 2y = -3 \\ 4x - y = 0 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 9x - 5y = 4 \\ -8x + 3y = -5 \end{cases}$$

14. Resolve os seguintes sistemas polo método de redución:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 4x + 3y = 14 \\ -x - 6y = 7 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 9x - 5y = 4 \\ -7x + 5y = -2 \end{cases}$$

15. Resolve de forma gráfica os seguintes sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 4x + 3y = 4 \\ x - 6y = 1 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 9x - 5y = 13 \\ -7x + 5y = -9 \end{cases}$$

16. Resolve os seguintes sistemas polo método que creas máis apropiado:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{4x-1}{3} - \frac{2y+2}{5} = -1 \\ \frac{x+3}{2} + \frac{4y-1}{3} = 7 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{3x-1}{2} - \frac{y+3}{5} = -3 \\ 3x + y = -1 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} \frac{x+1}{2} + \frac{y+2}{3} = 2 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

17. Copia no teu caderno e completa os seguintes sistemas incompletos de forma que se cumpra o que se pide en cada un:

Compatible indeterminado

$$a) \begin{cases} ()x + 3y = () \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

Incompatible

$$b) \begin{cases} -5x + y = 2 \\ ()x + y = 6 \end{cases}$$

A súa solución sexa $x = 2$ e $y = 1$

$$c) \begin{cases} 3x - y = () \\ ()x + y = 7 \end{cases}$$

Incompatible

$$d) \begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ 4x + ()y = () \end{cases}$$

A súa solución sexa $x = -1$ e $y = 1$

$$e) \begin{cases} 3x + ()y = -1 \\ ()x + 3y = 5 \end{cases}$$

Compatible indeterminado

$$f) \begin{cases} ()x + 6y = () \\ 2x + 3y = -2 \end{cases}$$

18. Escribe tres sistemas lineais que sexan incompatibles.

19. Escribe tres sistemas lineais que sexan compatibles indeterminados.

20. Escribe tres sistemas lineais que sexan compatibles determinados.

21. Resolve os seguintes sistemas polo método de igualación e comproba a solución graficamente. De que tipo é cada sistema?

$$a) \begin{cases} -2x + 6y = 13 \\ x - 3y = 8 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x - y = -3 \\ 4x - 4y = -12 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x - y = 4 \\ -x + 3y = -5 \end{cases}$$

Problemas

22. Nunha tenda alugan bicicletas e triciclos. Se teñen 51 vehículos cun total de 133 rodas, cantas bicicletas e cantos triciclos teñen?

23. Cal é a idade dunha persoa se ao multiplicala por 15 lle faltan 100 unidades para completar o seu cadrado?

24. Descompón 8 en dous factores cuxa suma sexa 6.

25. O triplo do cadrado dun número aumentado no seu duplo é 85. Que número é?

26. A suma dos cadrados de dous números impares consecutivos é 394. Determina estes números.

27. Van cargados un asno e un macho. O asno queixábase do peso que levaba enriba. O macho contestoulle: se eu levara un dos teus sacos, levaría o dobre de carga ca ti, pero se ti tomas un dos meus, os dous levaremos igual carga. Cantos sacos leva cada un?

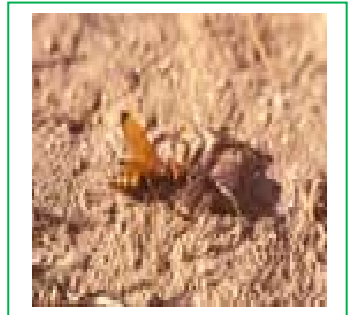
28. Que número multiplicado por 3 é 40 unidades menor que o seu cadrado?

29. Calcula tres números consecutivos cuxa suma de cadrados é 365.

30. Dentro de 11 anos, a idade de Mario será a metade do cadrado da idade que tiña hai 13 anos. Que idade ten Mario?



31. Dous números naturais diferéncianse en 2 unidades e a suma dos seus cadrados é 580. Cales son estes números?
32. A suma de dous números é 5 e o seu produto é -84 . De que números se trata?
33. María quere formar bandexas dun quilogramo con mazapáns e polvoróns. Se os polvoróns lle custan a 5 euros o quilo e os mazapáns a 7 euros o quilo, e quere que o prezo de cada bandexa sexa de 6 euros, que cantidade deberá poñer de cada produto? Se quere formar 25 bandexas, que cantidade de polvoróns e de mazapáns vai precisar?
34. Determina os catetos dun triángulo rectángulo cuxa suma é 7 cm e a hipotenusa mide 5 cm.
35. O produto de dous números é 4 e a suma dos seus cadrados 17. Calcula estes números.
36. A suma de dous números é 20. O dobre do primeiro máis o triplo do segundo é 45. De que números se trata?
37. Nun garaxe hai 30 vehículos entre coches e motos. Se en total hai 100 rodas, cantos coches e motos hai no garaxe?
38. A idade actual de Pedro é o dobre da de Raquel. Dentro de 10 anos, as súas idades sumarán 65. Cantos anos teñen actualmente Pedro e Raquel?
39. Na miña clase hai 35 persoas. Regaláronnos a cada rapaza 2 bolígrafos e a cada rapaz 1 caderno. Se en total había 55 regalos. Cantos rapaces e rapazas somos na clase?
40. Entre o meu avó e o meu irmán teñen 56 anos. Se o meu avó ten 50 anos máis có meu irmán, que idade ten cada un?
41. Dous bocadillos e un refresco custan 5 €. Tres bocadillos e dous refrescos custan 8 €. Cal é o prezo do bocadillo e mais o refresco?
42. Nunha granxa hai polos e vacas. Se se contan as cabezas, son 50. Se se contan as patas, son 134. Cantos polos e vacas hai na granxa?
43. Un rectángulo ten un perímetro de 172 metros. Se o longo é 22 metros maior que o ancho, cales son as dimensións do rectángulo?
44. Nunha bolsa hai moedas de 1 € e 2 €. Se en total hai 40 moedas e 53 €, cantas moedas de cada valor hai na bolsa?
45. Nunha pelexa entre arañas e avespas hai 70 cabezas e 488 patas. Sabendo que unha araña ten 8 patas e unha avespas 6, cantas avespas e arañas hai na pelexa?
46. Unha clase ten 32 estudantes e o número de alumnos é o triplo có de alumnas, cantos rapaces e rapazas hai?
47. Iolanda ten 6 anos máis có seu irmán Paulo e a súa nai ten 50 anos. Dentro de 2 anos a idade da nai será o dobre da suma das idades dos seus fillos, que idades teñen?



AUTOEVALUACIÓN

1. As solucións da ecuación $3(x^2 - 1) + 2(x^2 - 2x) = 9$ son:

- a) $x = 2$ e $x = 1$ b) $x = 1$ e $x = -3$ c) $x = 1$ e $x = -2/3$ d) $x = 2$ e $x = -6/5$

2. As solucións da ecuación $156 = x(x - 1)$ son:

- a) $x = 11$ e $x = -13$ b) $x = 13$ e $x = -12$ c) $x = 10$ e $x = 14$ d) $x = -12$ e $x = -11$

3. As solucións da ecuación $3x^2 - 14x + 15 = 0$ son:

- a) $x = 2$ e $x = 2/3$ b) $x = 1/3$ e $x = 4$ c) $x = 1$ e $x = 4/3$ d) $x = 5/3$ e $x = 3$

4. As solucións da ecuación $(x - 14)^2 + x^2 = (x + 2)^2$ son:

- a) $x = 24$ e $x = 8$ b) $x = 21$ e $x = 3$ c) $x = 5$ e $x = 19$ d) $x = 23$ e $x = 2$

5. As solucións da ecuación $2(x + 2) - x(2 - x) = 0$ son:

- a) Infinitas b) $x = 9$ e $x = 5$ c) non ten solución d) $x = 1$ e $x = 4$

6. As rectas que forman o sistema $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 5x - 4y = 9 \end{cases}$ son:

- a) Secantes b) Paralelas c) Coincidentes d) Crúzanse

7. A solución do sistema $\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 6x - 8y = 12 \end{cases}$ é:

- a) $x = 2$ e $y = 1$ b) $x = 1$ e $y = 1$ c) $x = 3$ e $y = 2$ d) Non ten solución

8. A solución do sistema $\begin{cases} 3x + 4y = 2 \\ 5x - y = 11 \end{cases}$ é:

- a) $x = 4$ e $y = 2$ b) $x = 3$ e $y = 3$ c) $x = 2$ e $y = -1$ d) $x = 5$ e $y = 1$

9. Nunha granxa, entre polos e porcos hai 27 animais e 76 patas. Cantos polos e porcos hai na granxa?

- a) 16 polos e 11 porcos b) 15 polos e 12 porcos c) 13 polos e 14 porcos

10. Cal é a idade dunha persoa se ao multiplicala por 15, lle faltan 100 unidades para chegar ao seu cadrado?

- a) 16 anos b) 17 anos c) 20 anos d) 18 anos