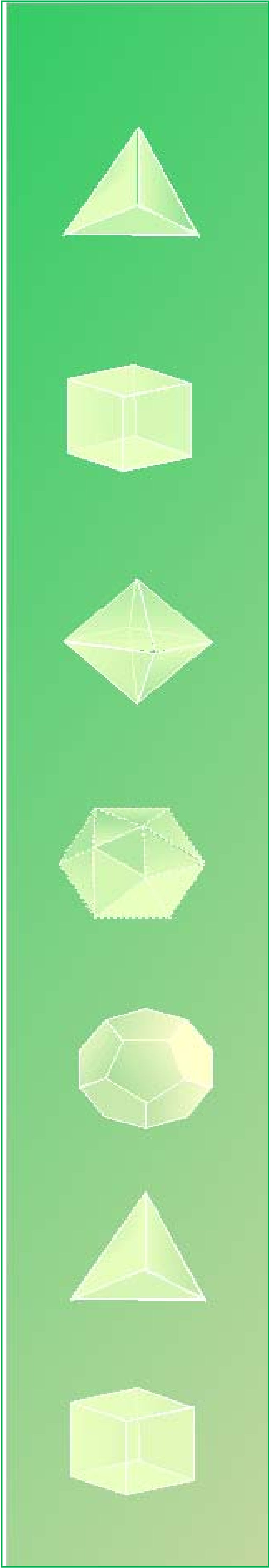


Matemáticas orientadas ás ensinanzas académicas

4ºB ESO

Capítulo 5: Inecuacións

www.apuntesmareaverde.org.es

Autora: Ana Lorente

Revisora: María Molero

Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez

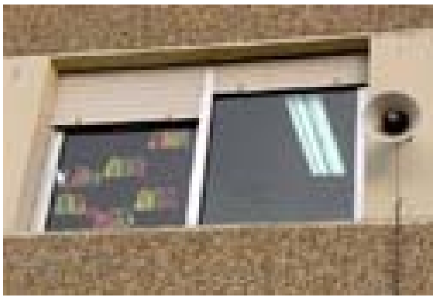
Revisora da tradución ao galego: Fernanda Ramos Rodríguez

Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

Índice

Resumo

En moitas ocasións vas atoparte con inecuacións. Se traballas con intervalos dirás $a < x < b$, por exemplo. Noutras ocasións ou teu problema será que algo debe ser menor que unha certa cantidade. Imaxina que queremos construír unha ventá na parede dunha habitación de 4 metros de longo e 2.3 metros de alto. É imposible que a ventá teña unhas dimensións maiores que as da parede. Para complicalo un pouco, imaxina agora que a lonxitude total dos perfís cos que imos construír a ventá é de 10 metros. Se a ventá é rectangular e chamamos x á lonxitude da base e y á da altura, sabemos que $x \leq 4$, $y \leq 2.3$, $2x + 2y \leq 10$. Hai moitas solucións que resolven o problema. Pero o arquitecto desexa que a ventá teña a maior luz posible. Ti xa sabes que a área máxima conséguela cun cadrado, pero… esta solución non che serve porque o lado debería medir 2.5 metros e sairiámonos da parede. Debemos xogar con esas desigualdades para dar unha solución ao problema.



Autora: Ana Lorente
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

1. INTERVALOS

Recorda que:

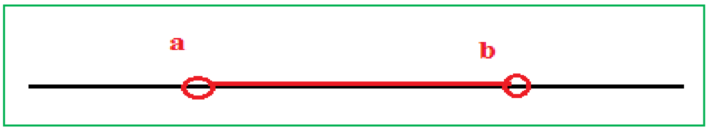
Un intervalo de números reais é un subconxunto do conxunto dos números reais que, intuitivamente, está formado por unha soa peza.

1.1. Tipos de intervalos

Intervalo aberto: é aquel no que os extremos non forman parte do mesmo, é dicir, todos os puntos da recta comprendidos entre os extremos forman parte do intervalo, agás os propios extremos.

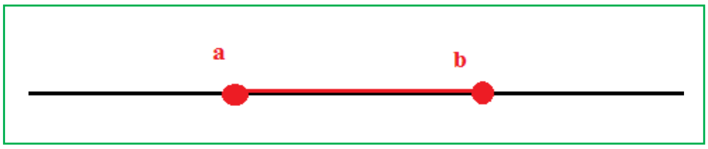
Noutras palabras I = $(a, b) = \{x \in \Re;\ a < x < b\}$, observa que se trata de desigualdades estritas.

Graficamente, representámolo na recta real do modo seguinte:



Intervalo pechado: é aquel no que os extremos si forman parte do mesmo, é dicir, todos os puntos da recta comprendidos entre os extremos, incluídos estes, forman parte do intervalo.

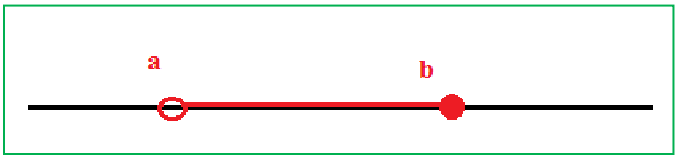
Noutras palabras I = $[a, b] = \{x \in \Re;\ a \le x \le b\}$, observa que agora non se trata de desigualdades estritas. Graficamente:



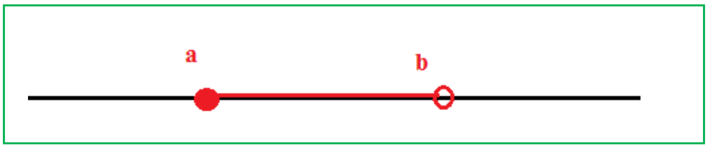
Intervalo semiaberto: é aquel no que só un dos extremos forma parte do mesmo, é dicir, todos os puntos da recta comprendidos entre os extremos, incluído un destes, forman parte do intervalo.

Intervalo semiaberto pola esquerda, o extremo inferior non forma parte do intervalo, pero o superior si, noutras palabras: I = $(a, b] = \{x \in \Re;\ a < x \le b\}$,

observa que o extremo que queda fóra do intervalo vai asociado a unha desigualdade estrita.



Intervalo semiaberto pola dereita, o extremo superior non forma parte do intervalo, pero o inferior si, noutras palabras I = $[a, b) = \{x \in \Re;\ a \le x < b\}$, observa que o extremo que queda fóra do intervalo vai asociado a unha desigualdade estrita. Graficamente:



1.2. Semirrectas reais

Semirrecta dos números positivos S = $(0, \infty)$, é dicir, desde cero ata infinito.

Semirrecta dos números negativos S = $(-\infty, 0)$, é dicir, desde o menos infinito, ou infinito negativo, ata cero.

Co que toda a recta dos números reais é $\Re = (-\infty, \infty)$.

Pódese considerar unha semirrecta como un intervalo infinito.

Actividades propostas

1. Escribe os seguintes intervalos mediante conxuntos e represéntaos na recta real:

a) $[1, 7)$ b) $(-3, 5)$ c) $(2, 8]$ d) $(-\infty, 6)$

2. Representa na recta real e escribe en forma de intervalo:

a) $2 < x < 5$ b) $4 < x$ c) $3 \le x < 6$ d) $x \ge 7$

Autora: Ana Lorente
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

2. INECUACIÓNS

Unha desigualdade é unha expresión numérica ou alxébrica unida por un dos catro signos de desigualdade: $<$, $>$, $\leq$, $\geq$.

Por exemplo:

- $-2 < 5$, $4 \geq x + 2$, $x^2 - 5 \geq x$, $x + y \geq 2$.

Unha **inecuación** é unha desigualdade alxébrica na que aparecen unha ou máis incógnitas.

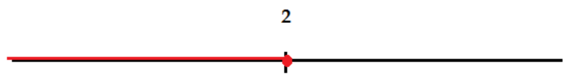
O **grao** dunha inecuación é o maior dos graos ao que están elevadas as súas incógnitas.

Así,

- $4 \geq x + 2$ e $x + y \geq 2$ son inecuacións de primeiro grao, mentres que $x^2 - 5 \geq x$ é de segundo grao.

Resolver unha inecuación consiste en encontrar os valores que a verifican. Estes denomínanse **solucións** da mesma.

Por exemplo:

- $3 \geq x + 1 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 2] \Leftrightarrow$ 

2.1. Inecuacións equivalentes

Dúas inecuacións son **equivalentes** se teñen a mesma solución.

Ás veces, para resolver unha inecuación, resulta conveniente encontrar outra equivalente máis sinxela. Para iso, pódense realizar as seguintes transformacións:

- Sumarlles ou restarlles a mesma expresión aos dous membros da inecuación.

$$3x + 2 < 5 \Leftrightarrow 3x + 2 - 2 < 5 - 2 \Leftrightarrow 3x < 3$$

- Multiplicar ou dividir ambos os membros por un número positivo.

$$3x < 3 \Leftrightarrow 3x : 3 < 3 : 3 \Leftrightarrow x < 1$$

- Multiplicar ou dividir ambos os membros por un número negativo e cambiar a orientación do signo da desigualdade.

$-x < 2 \Leftrightarrow (-x) \cdot (-1) > 2 \cdot (-1) \Leftrightarrow x > -2 \Leftrightarrow (-2, +\infty) \Leftrightarrow$ 

Actividades propostas

3. Dada a seguinte inecuación $2 + 3x < x + 1$, determina cales dos seguintes valores son solución da mesma: 0, 1, –1, 2, –2, 3, –4, 6, –7, 12, –15

4. Realiza as transformacións indicadas de modo que se obteñan ecuacións equivalentes:

a) Sumar 3: $x - 1 > 4$
b) Restar 5: $x - 3 > 7$
c) Multiplicar por 5: $-8x \geq 9$
d) Multiplicar por –5: $-3x \geq 7$
e) Dividir entre 2: $4x < 10$
f) Dividir entre –2: $4x \geq 10$

5. Escribe unha inecuación que sexa certa para $x = 3$ e falsa para $x = 3.5$.

Autora: Ana Lorente
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

3. INECUACIÓNS CUNHA INCÓGNITA

3.1. Inecuacións de primeiro grao

Unha inecuación de primeiro grao cunha incógnita pode escribirse da forma:

$$ax > b,\ ax \geq b,\ ax < b \text{ ou } ax \leq b.$$

Para resolver a inecuación na maioría dos casos convén seguir o seguinte procedemento:

1º) **Quitar denominadores**, se os hai. Para iso, multiplícanse os dous membros da ecuación polo m.c.m. dos denominadores.

2º) **Quitar as parénteses**, se as hai.

3º)**Traspoñer** os termos con *x* a un membro e os números ao outro.

4º) **Reducir** termos semellantes.

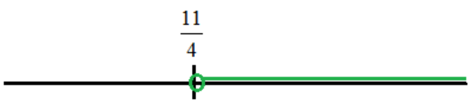
5º) **Despexar o** *x*.

Exemplo:

- $$\frac{x-3}{3} - \frac{(x-7)}{6} > \frac{4-x}{2} \Leftrightarrow \frac{2(x-3)-(x-7)}{6} > \frac{3(4-x)}{6} \Leftrightarrow 2(x-3)-(x-7) > 3(4-x)$$

$$\Leftrightarrow 2x-6-x+7 > 12-3x \Leftrightarrow 2x-x+3x > 6-7+12 \Leftrightarrow 4x > 11 \Leftrightarrow x > \frac{11}{4}$$

$$x \in \left(\frac{11}{4}, +\infty\right)$$



Actividades propostas

6. Resolve as seguintes inecuacións e representa a solución na recta real:

a) $2 + 3x < x + 1$ b) $5 + 2x \leq 7x + 4$ c) $6 + 5x > 6x + 4$ d) $4 + 8x \geq 2x + 9$

7. Resolve as seguintes inecuacións e representa a solución na recta real:

a) $3(2 + 3x) < -(x + 1)$ b) $5(1 + 2x) \leq 2(7x + 4)$ c) $2(6 + 5x) + 3(x - 1) > 2(6x + 4)$

8. Resolve as seguintes inecuacións e representa a solución na recta real:

a) $3 + 4x < x/2 + 2$ b) $4 + 4x/3 \leq 7x/2 + 5$ c) $(5 + 7x)/3 > 8x + 2$ d) $(4 + 8x)5 + 3 \geq (2x + 9)/7$

9. Escribe unha inecuación cuxa solución sexa o seguinte intervalo:

a) $[1, \infty)$ b) $(-\infty, 5)$ c) $(2,\infty)$ d) $(-\infty, 6)$

10. Calcula os valores de *x* para que sexa posible calcular as seguintes raíces:

a) $\sqrt{3x-5}$ b) $\sqrt{-x-12}$ c) $\sqrt{3-5x}$ d) $\sqrt{-3x+12}$

Autora: Ana Lorente
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

3.2. Inecuacións de segundo grao

Unha inecuación de segundo grao cunha incógnita pode escribirse da forma:

$$ax^2 + bx + c > 0,$$

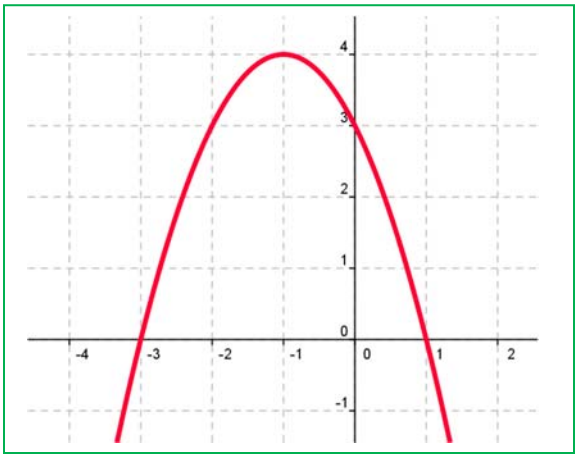
empregando calquera dos catro signos de desigualdade.

Para resolvela, calculamos as solucións da ecuación asociada, representámolas sobre a recta real, quedando polo tanto a recta dividida en tres, dous ou un intervalo, dependendo de que a ecuación teña dúas, unha ou ningunha solución.

En cada un deles, o signo do polinomio mantense constante, polo que bastará con determinar o signo que ten este polinomio para un valor calquera de cada un dos intervalos. Para saber se as solucións da ecuación verifican a inecuación, bastará con substituíla na mesma e comprobalo.

Exemplo:

- Representa graficamente a parábola $y = -x^2 - 2x + 3$ e indica en que intervalos é $-x^2 - 2x + 3 > 0$.



Observa na gráfica que a parábola toma valores positivos entre –3 e 1. A solución da inecuación é:

$$x \in (-3, 1).$$

O punto –3 non é solución, nin tampouco o punto 1, pois o problema ten unha desigualdade estrita, >. Se tivese a desigualdade ≥, $-x^2 - 2x + 3 \geq 0$ a solución sería:

$$x \in [-3, 1].$$

Se fose $-x^2 - 2x + 3 < 0$, a solución sería: $x \in (-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$.

Se fose $-x^2 - 2x + 3 \leq 0$, a solución sería: $x \in (-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$.

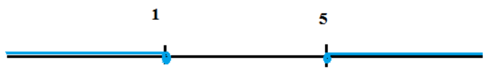
Exemplo:

- $x^2 - 6x + 5 \geq 0$

$\Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$ as súas raíces son $x = 1$ e $x = 5$.

	$(-\infty, 1)$	1	$(1, 5)$	5	$(5, +\infty)$
Signo de $x^2 - 6x + 5$	+		–		+
$x^2 - 6x + 5 \geq 0$	si		non		si

Polo tanto, a solución é $x \in (-\infty, 1] \cup [5, \infty)$



Autora: Ana Lorente
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

Actividades propostas

11. Resolve as seguintes inecuacións de segundo grao:

a) $x^2 - 1 \geq 0$ b) $x^2 - 4 \leq 0$ c) $x^2 - 9 > 0$ d) $x^2 + 4 \geq 0$
e) $2x^2 - 50 < 0$ f) $3x^2 + 12 \leq 0$ g) $5x^2 - 45 > 0$ h) $x^2 + 1 \geq 0$

12. Resolve as seguintes inecuacións de segundo grao:

a) $x^2 + x \leq 0$ b) $x^2 - 5x > 0$ c) $x^2 \leq 8x$
d) $x^2 \leq 3x$ e) $2x^2 - 3x > 0$ f) $5x^2 - 10x < 0$

13. Resolve as seguintes inecuacións de segundo grao:

a) $3x^2 - 5x \geq 0$
b) $3x^2 - 27 > 0$
c) $x^2 \leq 0$
d) $2x^2 > 4x$
e) $2x^2 - 8 > 0$
f) $5x^2 + 5x \geq 0$
g) $5x^2 - 5 \leq 0$
h) $x^2 - x > 0$

14. Resolve as seguintes inecuacións de segundo grao:

a) $x^2 - 2x - 3 \leq 0$
b) $-x^2 - 2x + 8 \geq 0$
c) $x^2 + 9x + 14 > 0$
d) $x^2 - 6x + 9 \leq 0$
e) $-x^2 - 4x - 5 < 0$
f) $x^2 + 8x + 16 > 0$
g) $x^2 + x + 3 \geq 0$
h) $2x^2 - 3x - 5 \leq 0$

15. Resolve as seguintes inecuacións de segundo grao:

a) $x^2 + x - 6 > 0$
b) $x^2 - x - 12 \leq 0$
c) $x^2 - x - 20 < 0$
d) $x^2 + 5x - 14 \geq 0$
e) $-2x^2 + 3x + 2 > 0$
f) $3x^2 + 2x - 1 \leq 0$
g) $5x^2 - 7x - 6 \geq 0$
h) $2x^2 + x - 15 < 0$

16. Calcula os valores de *x* para que sexa posible obter as seguintes raíces:

a) $\sqrt{x^2 - 1}$ b) $\sqrt{-x^2 + 4}$ c) $\sqrt{x^2 + 5x + 6}$ d) $\sqrt{x^2 - 5x + 6}$

17. Resolve as seguintes inecuacións de segundo grao:

a) $(2x + 5)(2x - 5) \leq 11$ b) $(2x - 5)(4x - 3) - (x - 10)(x - 2) \geq 51$ c) $\frac{3x - 2}{x} \leq \frac{5 - 2x}{x + 6}$

Autora: Ana Lorente
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

3.3. Sistemas de inecuacións

Un sistema de inecuacións de primeiro grao cunha incógnita é aquel no que a única variable que intervén en todas as ecuacións está elevada a un expoñente igual á unidade.

Sistemas de dúas ecuacións, teñen por expresión xeral:

$$\begin{cases} a_1 x < b_1 \\ a_2 x < b_2 \end{cases}$$, con calquera dos signos <,>, $\leq$ ou $\geq$.

Para resolvelos, independentemente do número de inecuacións que compoñan o sistema, resólvese cada inecuación por separado, e ao final determínase a solución como a intersección de todas elas.

Exemplo:

- $\begin{cases} 2x > 4 \\ x + 5 \geq 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x \leq 5 \end{cases}$, os intervalos solución son $\begin{cases} (2, +\infty) \\ (-\infty, 5] \end{cases} \Rightarrow (2, +\infty) \cap (-\infty, 5] = (2, 5]$

Logo a solución común a ambas as dúas está na intersección de ambos os dous, é $(2, 5]$.

Graficamente pode verse:

Actividades propostas

18. Resolve os seguintes sistemas de inecuacións cunha incógnita:

a) $\begin{cases} 4x - 3 < 1 \\ x + 6 > 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - 6 \leq 0 \\ x - 4 > -5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x + 1 \geq x + 9 \\ x + 5 \leq 2 - 3x \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x - 3 \leq 3x + 7 \\ \dfrac{2x}{5} - \dfrac{x}{4} \geq \dfrac{2}{3} \end{cases}$

19. Indica un número positivo que ao sumarlle 5 sexa menor que 7.

20. Expresa mediante unha inecuación a área dun cadrado sabendo que o seu perímetro é maior que o dun rectángulo de lados 3 e 7 cm.

21. Determina as posibles idades de Pepita e da súa filla Charo sabendo que difiren en máis de 20 anos e que dentro de 2 anos, a cuarta parte da idade da nai é menor cá idade da filla.

Autora: Ana Lorente
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

3.4. Inecuacións en valor absoluto

Unha inecuación en valor absoluto é aquela na que parte da inecuación, ou toda ela, vén afectada polo valor absoluto da mesma.

A expresión xeral é da forma $|ax+b| \le c$, empregando calquera dos catro signos de desigualdade.

Para resolvela, aplicamos a definición de valor absoluto dunha cantidade e pasamos a un sistema de dúas ecuacións cuxa solución é a solución da inecuación.

$$|ax+b| \le c \text{ por definición} \begin{cases} ax+b \le c \\ -ax-b \le c \end{cases}$$

Exemplo:

$$|2x-4| \le 12 \;\Rightarrow \begin{cases} 2x-4 \le 12 \\ -2x+4 \le 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \le 8 \\ x \ge -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (-\infty, 8] \\ [-4, +\infty) \end{cases} \Rightarrow [-4, 8] \Rightarrow$$

$$|2x-6| > 10 \;\Rightarrow \begin{cases} 2x-6 > 10 \\ -2x+6 > 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 8 \\ x < -2 \end{cases}.$$

Non existe ningún *x* que á vez sexa menor que –2 e maior que 8, pero a solución son os valores que ou ben pertencen a un intervalo ou ben ao outro: $x \in (-\infty, -2) \cup (8, +\infty)$.

Comproba que, por exemplo, *x* = 10 verifica que 2*x* – 6 = 20 – 6 = 14 > 10, e que *x* = –3, tamén xa que 2*x* – 6 = –6 – 6 = –12 cuxo valor absoluto é maior que 10.

Actividades propostas

22. Resolve as seguintes inecuacións:

a) $|x + 3| < 2$ b) $|2x + 5| > 1$ c) $|x - 6| \le 2$ d) $|x - 2| \ge 2$

Autora: Ana Lorente
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

4. INECUACIÓNS CON DÚAS INCÓGNITAS

4.1. Inecuacións de primeiro grao con dúas incógnitas

É toda inecuación do tipo: $ax + by > c$, con calquera dos signos $<$, $>$, $\leq$ o $\geq$.Para resolvelas:

1º) **Representamos graficamente** a función lineal asociada $ax + by = c$.

2º) A recta divide o plano en **dous semiplanos**. Utilizando un punto obtemos cal é o semiplano solución.

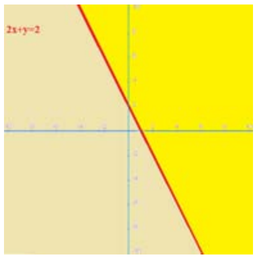
3º) A **inclusión ou non** nesta solución da fronteira depende de se a desigualdade é estrita ou non, respectivamente.

Exemplo:

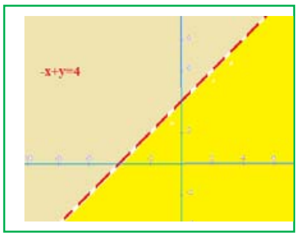
$2x + y \geq 2$.

Debúxase a recta $2x + y = 2$. O punto (0, 0) non verifica a desigualdade, logo o semiplano solución é o outro.

O semiplano marcado en amarelo é a solución do sistema, incluíndo a recta que se marca de forma continua, pois inclúe todos os puntos que verifican a inecuación.



Exemplo:



$-x + y < 4$.

Debuxamos a recta $-x + y = 4$. O punto (0, 0) verifica a desigualdade. O semiplano marcado en amarelo é a solución do sistema, excluíndo a recta que se marca de forma descontinua, pois inclúe todos os puntos que verifican a inecuación e os da recta non o fan.

Actividades propostas

23. Representa os seguintes semiplanos: a) $x + y < 5$ b) $3x + 2y > 0$ c) $2x + y \leq 7$ d) $x - 3y \geq 5$

4.2. Sistemas de inecuacións de primeiro grao con dúas incógnitas

É un conxunto de inecuacións de primeiro grao, todas coas mesmas dúas incógnitas.

O conxunto solución está formado polas solucións que verifican á vez todas as inecuacións. Ao conxunto solución chámaselle **rexión factible**.

Exemplo:

$$\begin{cases} x + y \leq 2 \\ x - y \geq -4 \end{cases}.$$

A superficie marcada en amarelo é a solución do sistema, incluíndo as semirrectas vermella e gris, xa que ambas as desigualdades son non estritas. É o que se denomina *rexión factible*.

Actividades propostas

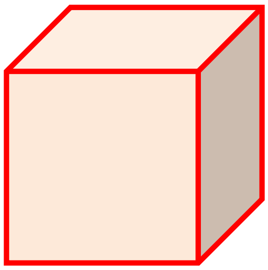
24. Representa a rexión factible de cada un dos seguintes sistemas de inecuacións:

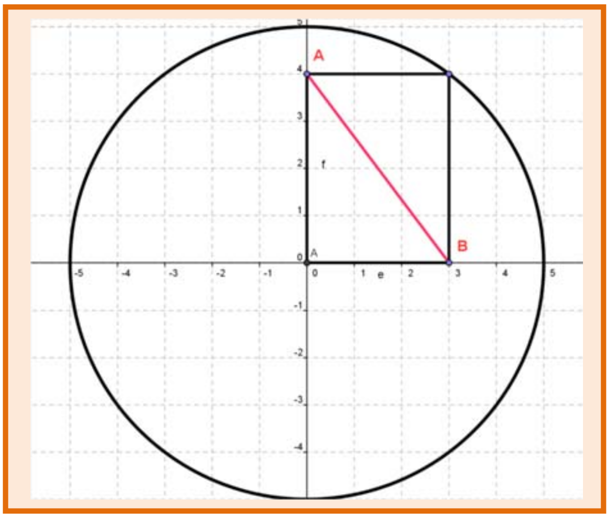
a) $\begin{cases} x - y < 1 \\ x + y \leq 2 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2x - y \geq 0 \\ y \leq 2 \end{cases}$

CURIOSIDADES. REVISTA

Pensa!

Se un cubo pesa medio quilo máis a metade do seu propio peso, canto pesa?





Temos unha circunferencia de radio 5 cm. Apoiamos nela un rectángulo como o da figura. A toda velocidade, calcula a diagonal *AB* do rectángulo.

Autora: Ana Lorente
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

Estes chistes son da Exposición "*Ri coas mates*" do grupo de innovación educativa *Pensamento Matemático* da Universidade Politécnica de Madrid.

Programación lineal

A **programación lineal** baséase en sistemas de inecuacións e utilízase en microeconomía, en administración de empresas para minimizar os gastos e maximizar os beneficios, en asignación de recursos, en planificación de campañas de publicidade, para solucionar problemas de transporte…

Razoamento enganoso

Todo número é maior que 4, porque para calquera valor de x, $(x-4)^2 \geq 0 \Rightarrow$

$(x-4)\cdot(x-4) \geq 0 \Rightarrow$

$x\cdot(x-4) - 4\cdot(x-4) \geq 0 \Rightarrow$

$x\cdot(x-4) \geq 4\cdot(x-4) \Rightarrow$

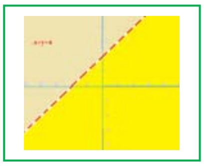
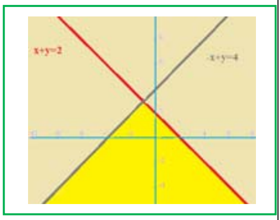
$x \geq 4$.

Onde enganamos neste razoamento?

Observa que dividimos a desigualdade por $(x-4)$ que para uns valores de x é positiva e non cambia o sentido da desigualdade, pero para outros é negativa e si o cambia.

Autora: Ana Lorente
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

RESUMO

Noción	Definición	Exemplos
Inecuación	Desigualdade alxébrica na que aparecen unha ou máis incógnitas	$4 \geq x + 2$
Inecuacións equivalentes	Se teñen a mesma solución.	$4 \geq x + 2 \Leftrightarrow 2 \geq x$
Propiedades das desigualdades	Sumar ou restar a mesma expresión aos dous membros da desigualdade: $a < b, \forall c \Rightarrow a + c < b + c$ Multiplicar ou dividir ambos os membros por un número positivo: $a < b, \forall c > 0 \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c$ Multiplicar ou dividir ambos os membros por un número negativo e cambiar a orientación do signo da desigualdade: $a < b, \forall c < 0 \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c$	$3x + 2 < 5 \Leftrightarrow$ $3x + 2 - 2 < 5 - 2 \Leftrightarrow 3x < 3$ $3x < 3$ $\Leftrightarrow 3x : 3 < 3 : 3 \Leftrightarrow x < 1$ $-x < 2 \Leftrightarrow$ $(-x) \cdot (-1) > 2 \cdot (-1) \Leftrightarrow x > -2$ $3 - x < 2 \Leftrightarrow$ $-x < -1 \Leftrightarrow x > 1$
Inecuación de primeiro grao cunha incógnita	$ax > b,\ ax \geq b,\ ax < b,\ ax \leq b$	$x < 1$
Inecuación de segundo grao cunha incógnita	$ax^2 + bx + c > 0$	$x^2 - 1 \geq 0$ $\Re = (-\infty,-1] \cup [-1,1] \cup [1,\infty)$ Solución: $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$
Sistema de inecuacións de primeiro grao cunha incógnita	$\begin{cases} a_1 x < b_1 \\ a_2 x < b_2 \end{cases}$; $\begin{cases} x > 4 \\ x - 3 \geq 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x \leq -3 \end{cases}$. Non hai solución.	
Inecuación en valor absoluto	$\lvert ax + b \rvert \leq c$ por definición $\begin{cases} ax + b \leq c \\ -ax - b \leq c \end{cases}$	$\lvert x - 3 \rvert \leq 2 \Leftrightarrow$ $x - 3 \leq 2$ e $-(x - 3) \leq 2 \Leftrightarrow$ $x \leq 5$ e $x \geq 1 \Leftrightarrow [1, 5]$
Inecuacións de primeiro grao con dúas incógnitas	$ax + by > c$ Representamos graficamente dous semiplanos que separan a recta e decidimos.	$-x + y < 4$ 
Sistemas de inecuacións de primeiro grao con dúas incógnitas	Representamos as rexións angulares separadas polas dúas rectas e decidimos cal ou cales son a solución. $\begin{cases} x + y \leq 2 \\ x - y \geq -4 \end{cases}$	

Autora: Ana Lorente
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

EXERCICIOS E PROBLEMAS

1. Representa na recta real e escribe en forma de intervalo:

a) $-\infty \leq x \leq \frac{3}{2}$

b) $-11 < x < 11$

c) $-2 < x \leq \frac{1}{3}$

2. Escribe os seguintes intervalos mediante conxuntos e represéntaos na recta real:

a) [2, 6)

b) (–7, 1)

c) (0, 9]

3. Dada a seguinte inecuación $5 + 3x > 2x + 1$, determina se os seguintes valores son solución da mesma:

0, 1, –1, 2, –2, 3, –4, 6, –7, 12, –15

4. Realiza as transformacións indicadas de modo que se obteñan ecuacións equivalentes:

i. Sumar 4: $x - 2 > 5$

ii. Restar 6: $x - 4 > 8$

iii. Multiplicar por 6: $5x \geq 10$

iv. Multiplicar por –4: $-2x \geq 8$

v. Dividir entre 2: $6x < 12$

vi. Dividir entre –2: $20x \geq 60$

5. Resolve as seguintes inecuacións e representa a solución na recta real:

a) $2x - 3 \leq -5$

b) $x - 2 \leq 3x - 5$

c) $12 - x \leq -6$

d) $-5x - 3 \leq -2x + 9$

e) $2(3x - 3) > 6$

f) $-3(3 - 2x) < -2(3 + x)$

g) $2(x + 3) + 3(x - 1) \leq 2(x + 2)$

Autora: Ana Lorente
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

6. Resolve:

a) $\frac{x}{2} - 6 < 4$

b) $\frac{2x}{3} - 3 \leq -x$

c) $2(3x-2) > 3 - x$

d) $\frac{2(x+2)}{3} < 2x$

e) $\frac{x-4}{4} + 2 > \frac{x+4}{8}$

f) $\frac{x}{2} - 4 < x - \frac{x+1}{7}$

7. Escribe unha inecuación cuxa solución sexa o seguinte intervalo:

a) $(-\infty, -3]$ b) $[4, +\infty)$ c) $(-\infty, 5)$ d) $(-2, +\infty)$

8. Calcula os valores de x para que sexa posible calcular as seguintes raíces:

a) $\sqrt{2x-6}$ b) $\sqrt{-x+5}$ c) $\sqrt{10-5x}$ d) $\sqrt{-6x-30}$

9. Resolve as seguintes inecuacións de segundo grao:

a) $3x^2 - 75 < 0$

b) $-x^2 + 16 \leq 0$

c) $-x^2 + 25 \geq 0$

d) $5x^2 - 80 \geq 0$

e) $4x^2 - 1 > 0$

f) $25x^2 - 4 < 0$

g) $9x^2 - 16 < 0$

h) $36x^2 + 16 \leq 0$

10. Resolve as seguintes inecuacións de segundo grao:

a) $-4x^2 + 5x \leq 0$

b) $3x^2 + 7x \geq 0$

c) $2x^2 < 8x$

d) $-3x^2 - 6x \geq 0$

e) $-x^2 + 3x < 0$

f) $-5x^2 - 10x \geq 0$

Autora: Ana Lorente
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

11. Resolve as seguintes inecuacións de segundo grao :

a) $3x^2 \leq 0$

b) $8x^2 > 0$

c) $-5x^2 < 0$

d) $9x^2 \geq 0$

12. Resolve as seguintes inecuacións de segundo grao:

a) $x^2 - 1 \leq 0$

b) $-x^2 - 4x \leq 0$

c) $x^2 + 1 \geq 0$

d) $-3x^2 > 30$

e) $-x^2 - 4 \leq 0$

f) $-3x^2 - 12x \geq 0$

g) $-5x^2 < 0$

h) $x^2 + 9 \geq 0$

13. Resolve as seguintes inecuacións de segundo grao:

a) $x^2 - 2x > 0$

b) $3x^2 - 3 \leq 0$

c) $5x^2 - 20 \geq 0$

d) $x^2 + 4x > 0$

e) $2x(x - 3) + 1 \geq x - 2$

f) $(x - 2)(x + 3) - x + 5 \leq 2x - 1$

g) $x^2 + 5x + 2 < 2x + 12$

h) $2 - x(x + 3) + 2x \geq 2(x + 1)$

14. Calcula os valores de x para que sexa posible obter as seguintes raíces:

a) $\sqrt{2x^2 + x - 3}$

b) $\sqrt{x^2 + 2x + 1}$

c) $\sqrt{-1 + 2x - x^2}$

d) $\sqrt{x^2 + 3x + 5}$

e) $\sqrt{-x^2 + 12x - 36}$

f) $\sqrt{x^2 + 6x - 27}$

g) $\sqrt{1 - 4x^2}$

15. Resolve as seguintes inecuacións:

- **a)** $2(x-1)^2 > 2$
- **b)** $3(x+1)^2 \leq -12$
- **c)** $-x^2 < 2$
- **d)** $4(x-2)^2 > 1$
- **e)** $-5(x+4)^2 \leq 0$
- **f)** $9(x+1)^2 \leq 81$

16. Resolve as seguintes inecuacións:

- **a)** $x(2x-3) - 3(5-x) > 83$
- **b)** $(2x+5)(2x-5) \leq 11$
- **c)** $(7+x)^2 + (7-x)^2 > 130$
- **d)** $(2x-3)(3x-4) - (x-13)(x-4) \geq 40$
- **e)** $(3x-4)(4x-3) - (2x-7)(3x-2) < 214$
- **f)** $8(2-x)^2 > 2(8-x)^2$
- **g)** $\frac{x^2-6}{2} - \frac{x^2+4}{4} \geq 5$
- **h)** $\frac{5x-3}{x} \leq \frac{7-x}{x+2}$

17. Resolve os seguintes sistemas de inecuacións cunha incógnita:

- **a)** $\begin{cases} 2x - 3 > 0 \\ 5x + 1 \leq 0 \end{cases}$
- **b)** $\begin{cases} 3x - 4 < 4x + 1 \\ -2x + 3 < 4x - 5 \end{cases}$
- **c)** $\begin{cases} 2x - 3 > x - 2 \\ 3x - 7 < x - 1 \end{cases}$
- **d)** $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{x}{5} < 8 \\ \frac{x}{2} - \frac{4x}{9} < 5 \end{cases}$
- **e)** $\begin{cases} \frac{x-1}{3} - \frac{x+3}{2} \leq x \\ \frac{4x-2}{4} - \frac{x-1}{3} \geq x \end{cases}$

Autora: Ana Lorente
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

18. Resolve as seguintes inecuacións:

a) $|2x+1| \leq 5$ b) $|-x+1| \geq 2$ c) $|-x+9| \leq 10$ d) $|2x-1| > 4$

e) $|-4x+12| < -6$ f) $\left|\frac{x+1}{2}\right| \leq 10$ g) $|-4x+8| < 3$

19. Representa graficamente a parábola $y = x^2 - 5x + 6$ e indica en que intervalos é $x^2 - 5x + 6 > 0$, onde $x^2 - 5x + 6 < 0$, onde $x^2 - 5x + 6 \geq 0$, e onde $x^2 - 5x + 6 \leq 0$.

20. Representa os seguintes semiplanos:

a) $x < 0$ b) $y \geq 0$ c) $x + y < 0$ d) $x - y \leq 1$

e) $2x - y < 3$ f) $-x + y \geq -2$ g) $3x - y > 4$

21. Representa a rexión factible de cada un dos seguintes sistemas de inecuacións:

a) $\begin{cases} 2x - y \geq 3 \\ 5x + y \leq 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - y \geq -3 \\ 5x + y \leq 5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - y \geq 0 \\ 2x + y > 2 \end{cases}$

22. Cales son os números cuxo triplo é maior ou igual que o seu dobre máis 30?

23. Pescuda cal é o menor número enteiro múltiplo de 3 que verifica a inecuación:

$$x + 2 > -3x + 10.$$

24. Un coche desprázase por unha estrada a unha velocidade comprendida entre 70 Km/h e 110 Km/h. Entre que valores oscila a distancia do coche ao punto de partida ao cabo de 4 horas?

25. A tarifa de telefonía da empresa A é 25 euros fixos mensuais máis 10 céntimos de euro por minuto de conversa, a da empresa B é 20 euros fixos máis 20 céntimos por minuto de conversa. A partir de cantos minutos comeza a ser más rendible a tarifa da empresa A?

26. Unha fábrica paga aos seus comerciais 20 € por artigo vendido máis unha cantidade fixa de 600 €. Outra fábrica da competencia paga 40 € por artigo e 400 € fixos. Cantos artigos debe vender un comercial da competencia para gañar más dilñeiro que o primeiro?

27. A un vendedor de aspiradoras ofrécenlle 1 000 euros de soldo fixo máis 20 euros por aspiradora vendida. A outro ofrécenlle 800 euros de fixo máis 25 euros por aspiradora vendida. Explica razoadamente que soldo é mellor a partir de que cantidade de aspiradoras vendidas.

28. A área dun cadrado é menor ou igual que 64 cm^2. Determina entre que valores está a medida do lado.

29. O perímetro dun cadrado é menor que 60 metros. Determina entre que valores está a medida do lado.

30. Un panadeiro fabrica barras e bolas. A barra de pan leva 200 gramos de fariña e 5 gramos de sal, mentres que a bola leva 500 gramos de fariña e 10 gramos de sal. Dispense de 200 kg de fariña e 2 kg de sal, determina cantos pans de cada tipo poden facerse.

Autora: Ana Lorente
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

AUTOAVALIACIÓN

1. A desigualdade $2 < x < 7$ verifícase para os valores:

a) 2, 3 e 6 b) 3, 4.7 e 6 c) 3, 5.2 e 7 d) 4, 5 e 8

2. Ten como solución $x = 2$ a inecuación seguinte:

a) $x < 2$ b) $x > 2$ c) $x \leq 2$ d) $x + 3 < 5$

3. A solución da inecuación $3.4 + 5.2x - 8.1x < 9.4 + 7.3x$ é:

a) $x < -10/17$ b) $x > -3/5.1$ c) $x > -10/1.7$ d) $x < +6/10.2$

4. A ecuación $x^2 \leq 4$ ten de solucións:

a) $x \in (-2, 2)$ b) $x \in [-2, 2]$ c) $x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ d) $x \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

5. A suma das idades de dúas persoas é maior de 40 anos e a súa diferenza menor ou igual que 8 anos. Cal dos seguintes sistemas de inecuacións nos permite calcular as súas idades?

a) $\begin{cases} x + y > 40 \\ y - x \leq 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y \geq 40 \\ y - x < 8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y > 40 \\ x - y < 8 \end{cases}$ *d)* $\begin{cases} x + y < 40 \\ x - y \leq 8 \end{cases}$

6. O perímetro dun rectángulo é menor que 14 cm. Se a base é maior que o dobre da altura menos 3 cm, algún valor que verifica o sistema é:

a) base = 4 cm, altura = 1 cm b) base = 2 cm, altura =3 cm c) base = 6, altura = 4 cm

d) base = 9 cm, altura = 2 cm

7. A solución da inecuación $|-x + 7| \leq 8$ é:

a) $[-1, 15]$ b) $(-\infty, -1]$ c) $(-1, 1)$ d) $[1, \infty)$

8. As solucións posibles de $\sqrt{5x - 9}$ son:

a) $x < 9/5$ b) $x > 9/5$ c) $x \leq 9/5$ d) $x \geq 9/5$

9. A solución da inecuación $\frac{2x-3}{x-2} < 1$ é:

a) $(1, 2)$ b) $(-\infty, 1)$ c) $x < 1 \cup x > 2$ d) $(-1, 2)$

10. Unha inecuación cuxa solución sexa o intervalo $(-\infty, 5)$ é:

a) $5x - 3x + 2 < 9x + 2$ b) $8x - 3x + 7 < 9x + 2$
c) $5x - 3x + 2 < 7x + 27$ d) $5x - 3x - 2 > 7x - 27$

Autora: Ana Lorente
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF