

MATEMÁTICAS

Respuestas a los ejercicios y
problemas propuestos

1º DE ESO

Alba Alcalá Vidal

www.apuntesmareaverde.org.es



Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-045270

Fecha y hora de registro: 2014-06-10 18:10:12.0

Licencia de distribución: CC BY-NC-SA



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



© TEXTOS MAREA VERDE

www.apuntesmareaverde.org.es

No se permite un uso comercial de la obra original ni de las posibles obras derivadas, la distribución de las cuales se debe hacer con una licencia igual a la que regula la obra original.

Está permitido copiar y fotocopiar esta obra, total o parcialmente, con el objetivo de que sea accesible para el alumnado.

-  **Reconocimiento** (Attribution): En cualquier explotación de la obra autorizada por la licencia hará falta reconocer la autoría.
-  **No Comercial** (Non commercial): La explotación de la obra queda limitada a usos no comerciales.
-  **Compartir Igual** (Share alike): La explotación autorizada incluye la creación de obras derivadas siempre que mantengan la misma licencia al ser divulgadas



Reconocimiento – NoComercial – SinObraDerivada (by-nc-nd): No se permite un uso comercial de la obra original ni la generación de obras derivadas.

I.S.B.N. - 13: 978-84-695-9891-7

I.S.B.N. - 10: 84-695-9891-0



1º ESO

Capítulo 1: Resolución de problemas

Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-072022

Fecha y hora de registro: 2015-08-13 18:28:37.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



www.apuntesmareaverde.org.es



Realizados por:

Alba Alcalá Vidal

Revisor: **Luis Carlos Vidal Del Campo**

IES ATENEA, CIUDAD REAL

Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. La madre de María observa que el cuentakilómetros de su coche marca 24 312 km. ¿Cuántos kilómetros le faltan para la próxima revisión, que debe ser cada 5 000 km?

Como la revisión se hace cada 5.000 km, siempre se harán las revisiones en múltiplos de 5.000.

Por ejemplo, se hicieron revisiones cuando el cuentakilómetros marcaba 5.000 km, más tarde cuando marcaba $2 \cdot 5.000 = 10.000$ km, después cuando marcaba $3 \cdot 5.000 = 15.000$ km y después cuando marcaba $4 \cdot 5.000 = 20.000$ Km.

La siguiente revisión sería por tanto cuando marque $5 \cdot 5.000 = 25.000$ Km.

Al marcar el cuentakilómetros 24.312, para saber cuántos kilómetros faltan para la revisión, haremos la diferencia en 25.000 y 24.312:

$$25.000 - 24.312 = 688 \text{ Km}$$

Por tanto, faltarán 688 Km.

2. Estima cuánto mide tu aula de largo y cuánto de ancho. Se desea poner un zócalo que vale a 6€ el metro ¿Cuántos euros costará ponerlo?

Podemos decir que un aula normal de un colegio mide unos 10 metros de largo por unos 5 metros de ancho.

El zócalo se instala a lo largo de todas las paredes. En la clase, tendremos 2 paredes de 10 metros y 2 paredes de 5 metros, por lo que en total tendremos $10 + 10 + 5 + 5 = 30$ metros de pared.

Como cada metro de zócalo cuesta 6€, para calcular el coste total multiplicaremos 6 por los metros que tenemos que poner:

$$30 \cdot 6€ = 180€$$

Por tanto, nos costará 180€

3. El cuentakilómetros del padre de Juan marca 64731 km. Si las revisiones son cada 5.000 km, ¿cuántos kilómetros le faltan para la próxima revisión?

Es muy similar al ejercicio 1.

Como realizamos las revisiones cada 5.000 km, tendré que hacer la revisión siempre cuando el cuentakilómetros marque un múltiplo de 5.000.

El más cercano a los 64731 km que marca, será el 65000 ($13 \cdot 5000 = 65000$).

Por tanto, me faltarán:

$$65000 - 64731 = 269 \text{ km}$$

4. La piscina de Inés tiene forma de rectángulo. Sus lados miden 10 m de largo y 7 m de ancho. Desea rodear la piscina con una valla. El metro de valla vale 12€. ¿Cuánto costará hacer la valla?

Al ser un rectángulo, tendrá 2 lados de 10 metros y otros de 7 metros, por lo que en total, tendremos que rodear $10 + 10 + 7 + 7 = 34$ metros.

Como cada metro de valla vale 12€, para calcular el coste total, multiplicaremos:

$$12€ \cdot 34 = 408€$$

Por tanto, hacer la valla os costará 408€.

5. Si tu paga semanal es de ocho euros, y ahorras toda la paga de un mes. ¿Podrías comprarte un móvil (que estimas que vale unos 300 euros)? ¿Y con todas las pagas de un año?

Como un mes tiene 4 semanas, y cada semana ahorra el total de mi paga, que son 8€, en un mes ahorraré $8€ \cdot 4 = 32€$, por lo que no podría comprarme el móvil en un mes.

Sin embargo, como ya sabemos que cada mes podría ahorrar 32€, y en un año hay 12 meses, en 1 año ahorraría $32€ \cdot 12 = 384€$, por lo que sí podría comprarme el móvil.

6. Un ascensor sólo puede elevar 500 Kg, ¿cuántos de tus amigos piensas que podrían subirse?

Vamos a estimar que nuestros amigos pesan una media de 70 kg.

Como el ascensor solo puede elevar 500 Kg, para saber cuántos amigos pueden subirse, dividiré el peso total entre el peso de los amigos:

$$500 : 70 = 7.143 \text{ amigos}$$

Redondeando el resultado, estimaremos que se podrán subir 7 amigos.

7. Informan que a una manifestación han ido 40000 personas, ¿cómo crees que las han contado?

Una buena forma sería contar cuántas personas caben en $1 m^2$. Después podemos estimar cuantos metros ocupa la manifestación, y multiplicaremos el resultado por el número de personas que caben en $1 m^2$

8. Si toda la población mundial se diera la mano formando una fila, ¿qué longitud se tendría?

Para resolver éste problema, debemos saber que en el mundo hay unos 7.88 miles de millones de personas, y además, que una persona normal tiene una distancia entre sus manos de 1 metro.

Por tanto, la longitud sería de $7880000000 \cdot 1 \text{ metro} = 7.88 \text{ miles de millones de metros}$.

9. ¿Cuánta gente cabe de pue en tu aula?

Supongamos que el aula mide 15 metros de largo por 6 metros de ancho, es decir, $15 \cdot 6 = 90 m^2$. Si ahora suponemos que en 1 metro cuadrado, caben 3 personas, en el aula cabrán:

$$90 \cdot 3 = 270 \text{ personas.}$$

10. ¿Cuántos kilómetros andas al año?

Si estimamos que damos unos 7.000 pasos al día, y que cada paso de una persona de estatura media mide 1 metro, podemos decir que recorremos 7.000 metros al día, es decir, 7 km.

Como un año tiene 365 días, si cada día ando 7 km, en un año andaré:

$$365 \cdot 7 \text{ km} = 2555 \text{ km}$$

11. ¿Cuántos granos de arroz hay en un kilo?

Podemos estimarlo de la siguiente manera:

He contado 100 granos de arroz, y los he pesado, por lo que sé que 100 granos de arroz pesan 2,7 gramos.

Como 1 kilo de arroz son 1000 gramos, tendré $1000 : 2.7 = 370.37$ veces 100 granos de arroz, por lo que en total tendré

$$370.37 \cdot 100 = 37037 \text{ granos.}$$

12.

- Piensa un número de tres cifras.**
- Escríbelo al revés y resta el menor del mayor.**
- Escribe el resultado al revés y súmalo al resultado de la resta.**
- Escribe la solución final.**
- Prueba con varios números, ¿qué observas? ¿Hay algún caso en el que no se obtenga la misma solución?**
- Prueba con cuatro cifras. ¿Obtienes resultados del mismo tipo que las anteriores?**
- ¿Te atreves con cinco cifras?**

He pensado en el 369. Si los escribo al revés, es el 963. Si le resto el menor al mayor, es decir, $963 - 369 = 594$.

Ahora escribo el resultado al revés, que queda 495, y se lo sumo al resultado de la resta, es decir, $495 + 594 = 1089$.

Para la segunda prueba, he pensado en 456. Si lo escribo al revés es el 654. Si le resto el menor al mayor, $654 - 455 = 199$.

Ahora escribo el resultado al revés, que queda 991, y se lo sumo al resultado de la resta, es decir, $991 + 199 = 1190$.

- 13. “Las torres de Hanoi”: Cuenta la leyenda que en tres agujas de oro hay sesenta y cuatro discos todos de distinto tamaño, colocado de mayor a menor. Unos monjes cambian continuamente de sitio estos discos, uno cada segundo con las siguientes reglas: En cada movimiento sólo se puede mover un disco. Y no podemos colocar nunca un disco encima de otro de menor tamaño. Cuando hayan pasado todos los discos de una de las agujas a otra se acabará el mundo. ¿Cuánto falta para que termine el mundo?**

Con sólo 2 discos, necesitas 3 movimientos. Con 3: $3 + 3 + 1 = 7 = 8 - 1$ movimientos. Con 4: $7 + 1 + 7 = 15 = 16 - 1$. En general, para n discos: $2^n - 1$. Para 64 discos tenemos $2^{64} - 1 = 4\,611\,686\,018\,427\,387\,903$ segundos. Un año tiene $60 \times 60 \times 24 \times 365$ segundos. Dividiendo puedes calcular el número de años que tardarían. Muchísimos.

14. Cuadrado Mágico

Con los números del 10 al 18 completa en tu cuaderno de forma que obtengas la misma suma en todas direcciones, en horizontal, en vertical e incluso en las dos diagonales.

11	18	13
16	14	12
15	10	17

En primer lugar, ordenamos los números de mayor a menor. Así:

10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18.

A continuación, sumamos todos los números, y da como resultado 126.

Por tanto, la suma de cada fila, columna o diagonal tendrá que ser $126:3 = 42$

Posteriormente, en el centro colocaremos la mediana de nuestros números, es decir, el 14.

Seguidamente, como el número central es par, colocaremos los números impares en las esquinas, buscando que la suma de la diagonal nos de 42.

Por último, completamos los huecos con los números pares que faltan, para que la suma de filas y columnas de también 42.

- 15. “Color del pelo”. Tres amigas A, B y C, una rubia, otra morena y otra pelirroja, están jugando a las cartas sentadas en una mesa circular, cada una pasa una carta a la que está a su derecha. La amiga B, ha pasado una carta a la rubia. La amiga A ha pasado una carta a la que ha pasado una carta a la pelirroja. ¿Cuál es el color del pelo de A, B y C?**

La amiga A es pelirroja, la amiga B es morena y la amiga C es rubia.

- 16. Una persona es 80 cm más alta que la mitad de su altura. ¿Qué estatura tiene?**

Si la persona mide 160 cm, la mitad de su altura serán 80 cm, y su altura será 80 cm más que la mitad de su altura.

- 17. Quieren cruzar un río en una barca tres mujeres y tres maridos celosos, si sólo caben dos personas en la barca, y nunca pueden quedar solos una mujer y un marido que no sean pareja, ¿cómo pueden hacerlo?**

Una posible opción sería que primero cruzarán el río dos hombres, y después dos mujeres, quedando para el final un hombre y una mujer, que tienen que ser pareja.

- 18. Observa las ofertas de una tienda:**

	Precio anterior	Oferta
Camisetas	15 euros	12 euros
Chaquetas	40 euros	30 euros
Pantalones	32 euros	28 euros
Camisas	25 euros	21 euros

Una persona aprovecha estas ofertas y compra cinco camisas, una chaqueta, dos pantalones y tres camisetas. Averigua cuánto se gasta y cuánto se ahorra por comprar esa ropa en ofertas.

Como compra cinco camisas a 12€ cada una, una chaqueta a 30€, dos pantalones a 28€ cada uno y tres camisetas a 21€ cada uno, se gasta en total:

$$12 \cdot 5 + 30 + 28 \cdot 2 + 21 \cdot 3 = 60 + 30 + 56 + 63 = 209\text{€}$$

Si hubiese comprado sin oferta, se hubiese gastado:

$$15 \cdot 5 + 40 + 32 \cdot 2 + 25 \cdot 3 = 254\text{€}$$

Por tanto, se ahorra $254 - 209 = 45\text{€}$

19. Se han apuntado 25 estudiantes a un viaje. Al pagar el billete 5 de ellos se dan cuenta que no han traído dinero. El resto decide pagárselo, y abonan cada uno 3€. ¿Cuánto cuesta cada billete?

Si cada uno de los 20 estudiantes que si han traído dinero, han tenido que poner 3€ cada uno para pagar los billetes de los 5 que no traían dinero, hace un total de $20 \cdot 3 = 60\text{€}$.

Por lo tanto, si 5 billetes han costado 60€, cada billete costará $60 : 5 = 12\text{€}$

20. Calcula mentalmente el producto de dos números y luego suma un tercero:

- a) $5 \cdot 9 + 26 = 71$
- b) $200 \cdot 7 + 128 = 1528$
- c) $60 \cdot 8 + 321 = 801$

Ahora al revés: nos dan el resultado y buscamos, de la forma anterior, con qué números puede obtenerse. Por ejemplo, nos dan 1000 y decimos $1000 = 100 \cdot 7 + 300$.

Sigue ese modelo para expresar los números siguientes: 2000, 4000 y 5500.

- a) $2000 = 8 \cdot 200 + 400$
- b) $4000 = 29 \cdot 96 + 1216$
- c) $5500 = 112 \cdot 35 + 1580$

21. Emmy Noether, una ilustre mujer matemática, nació el 23 de marzo de 1882 y murió el 14 de abril de 1935.

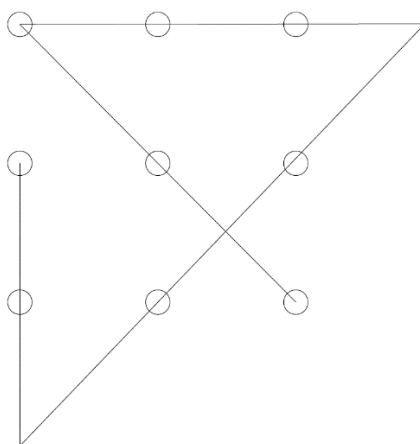
- a) **¿Cuántos años tenía al morir?**
 - b) **¿Cuántos años han pasado desde el año de su muerte?**
 - c) **¿Cuántos años faltan para celebrar el centenario de su muerte? ¿Cuántos meses? ¿Cuántos días?**
- a) Para responde a la primera pregunta, simplemente tenemos que restar al año mayor, 1935, el año menor, 1882.

Por tanto, tenía $1935 - 1882 = 53$ años.

- b) Como estamos en el año 2024, han pasado $2024 - 1935 = 89$ años.
- c) Por la respuesta dada en el apartado b), y sabiendo que el centenario de su muerte se refiere a que hayan pasado 100 años, faltan aún $100 - 89 = 11$ años.

Estos 11 años, equivalen a $11 \cdot 12 = 132$ meses y por tanto, a $132 \cdot 30 = 3960$ días.

22. Sin levantar el lápiz une con 4 trazos rectos estos nueve puntos.



23. Con 3 palillos, todos iguales, puedes construir un triángulo equilátero. Con 5 palillos puedes construir 2 triángulo equiláteros, ¿cómo podemos construir cuatro triángulos equiláteros iguales con seis palillos con la condición de que al lado de cada triángulo sea la longitud del palillo?

La solución es sencilla. El problema te hace pensar que las combinaciones tienen que ser sobre el plano, pero ¿y si colocamos 3 palillos de forma que obtengamos un tetraedro?, así, obtenemos 4 triángulos equiláteros.

24. ¡Y ahora un juego! Las tres en raya

Se juega de dos en dos. Copia en el cuaderno la tabla siguiente:

497	315	69	77
115	33	90	22
225	161	46	55
355	142	135	213

Una persona escoge dos números, uno del conjunto $A = \{2,3,5,7\}$ y otro del conjunto $B = \{11,45,71,23\}$. Los multiplica mentalmente, y pone su marca (o una ficha, o una bolita de papel) sobre el número resultante. La otra persona hace lo mismo cuando le toque el turno. Gana quien pone tres marcas en línea recta. Ahora ¡a jugar!

25. Realiza el mismo juego de la actividad anterior con este otro tablero, y con los grupos de números $A = \{2, 5, 7, 4\}$ y $B = \{3, 11, 9, 1\}$.

63	7	21	6
22	4	15	5
45	2	55	44
12	36	18	77

Inventa con otros números tu propio tablero de juegos.

$A = \{2, 4, 6, 8\}$ y $B = \{1, 3, 7, 9\}$.

2	12	42	72
6	28	54	8
14	36	6	24
18	4	18	56

26. Otro juego

Es un juego de calculadora y puede ser un juego cooperativo; un juego en el que se ponen en común las diferentes estrategias y se discute sobre el mejor procedimiento, el más sencillo o el más original.

Consta de cuatro fichas como las de la figura, donde se indican las teclas que está permitido pulsar, y el resultado, en rojo, al que hay que llegar.

2 4 + - / = 34	5 6 x / + = 147	1 0 + - x = 123	3 7 + - x = 93
--------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	--------------------------------

- El juego consiste, en primer lugar, en obtener el resultado en la calculadora
- Debes anotar todos los métodos encontrados. Piensa y anota en tu cuaderno cuál es el procedimiento que te ha resultado más eficaz.
- Escribe, utilizando paréntesis, las expresiones que ha utilizado la calculadora.
- Modifica el juego confeccionando nuevas fichas, modificando éstas con otras teclas y con otros resultados.

Ejemplo:

a) $\left(\frac{4}{2}\right) + 2 + 4 + 2 + 4 + 2 + 4 + 2 + 4 + 2 + 4 + 2 + 4 - 4 + 4 = \mathbf{34}$

- b) $(5 \times 5 \times 5) + 5 + 5 + 6 + 6 = 147$
 c) $(10 \times 10) + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 = 123$
 d) $(7 \times 3 \times 3) + (3 + 7) \times 3 = 93$

27. ¡Hagamos magia!

Dile a una persona que piense un número de tres cifras, que escriba ese número y, de nuevo, las tres cifras, para formar un número de seis cifras. Pídele que lo divida entre 7, luego entre 11 y luego entre 13. Se quedará sorprendida al comprobar que el resultado es el número que escribió. ¿Sabes por qué?

Si abc es el número $abc = 100a + 10b + c$; $abcabc = 100\,100a + 10\,010b + 1\,001c$. Como $7 \times 11 \times 13 = 1\,001$, al dividir $abcabc$ entre 1001 se obtiene $100a + 10b + c = abc$.

28. Resuelve el crucigrama: Cópialo en tu cuaderno y resuélvelo.

	x		x		=	24
x		x		x		
	x		x		=	35
x		x		x		
	x		x		=	30
=		=		=		
6		50		84		

2	x	2	x	6	=	24
x		x		x		
1	x	5	x	7	=	35
x		x		x		
3	x	5	x	2	=	30
=		=		=		
6		50		84		

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. La Jefe de Estudios de un colegio ha anotado en un cuadro el número de alumnos y alumnas que han faltado a clase. En ese colegio hay ocho clases de Secundaria.

	L	M	X	J	V	TOTAL
1º A	2	3	5	1	3	
1º B	3	4	1	3	2	
2º A	2	6	3	4	3	
2º B	5	1	0	2	1	
3º A	4	2	3	1	0	
3º B	6	3	1	2	3	
4º A	2	3	1	4	0	
4º B	4	2	2	2	0	
TOTAL						

Copia la tabla en tu cuaderno y resuelve allí el ejercicio.

- a) Completa las últimas fila y columna del cuadro.
 b) Sabiendo que el número total de alumnos y alumnas de ese colegio en Secundaria es de 205, averigua cuántos había en el colegio el jueves.

	L	M	X	J	V	TOTAL
1º A	2	3	5	1	3	14
1º B	3	4	1	3	2	13
2º A	2	6	3	4	3	18
2º B	5	1	0	2	1	9
3º A	4	2	3	1	0	10
3º B	6	3	1	2	3	15
4º A	2	3	1	4	0	10
4º B	4	2	2	2	0	10
TOTAL	28	24	16	19	12	99

El jueves faltaron 19 estudiantes, y por tanto había $205 - 19 = 185$ estudiantes

2. “El extraordinario 37”

$$37 \times 3 = 111$$

$$37 \times 6 = 222$$

$$37 \times 9 = 333$$

Consigue tú ahora 444, 555, 666

$$37 \times 12 = 444$$

$$37 \times 15 = 555$$

$$37 \times 18 = 666$$

3. En una cuadrícula de cuatro por cuatro, coloca los números del 1 al 16 en los cuadrados, cada uno en uno. Multiplica los números de cada dos cuadrados adyacentes y escribe el producto en cada arista. Suma los números que hay que cada arista. Queremos que la suma sea lo menos posible. ¿Cómo debemos colocar los números del 1 al 16?

Como queremos que los productos sean lo más pequeños posible, intentaremos que en los cuadros adyacentes siempre estén números lo más alejados posible, es decir, 1 y 16, 2 y 15, etc, para que la multiplicación sea más pequeña.

4. Triángulos

$$1 \times 9 + 2 = 11$$

$$12 \times 9 + 3 = 111$$

$$123 \times 9 + 4 = 1111$$

$$1234 \times 9 + 5 = 11111$$

Comprueba que el triángulo sigue hasta llegar a + 10

$$12345 \times 9 + 5 = 111111$$

$$123456 \times 9 + 6 = 1111111$$

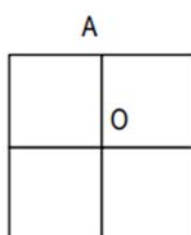
$$1234567 \times 9 + 7 = 11111111$$

$$12345678 \times 9 + 8 = 111111111$$

$$123456789 \times 9 + 9 = 1111111111$$

5. Estudia las maneras de dividir un cuadrado en cuatro partes iguales en forma y en área.

Una posible solución es hacer pasar la división por el centro del cuadrado. Otras combinaciones pueden ser modificar la arista O, y de igual manera las otras 3 aristas que pasan por O.



6. Números en fuga: Estas operaciones se han quedado sin resolver por falta de algunos números. ¿Puedes completarlas? Cópialo en tu cuaderno y resuélvelo.

a)

	3		8	9	
	4	6	4	1	0
		2	5		6
1	9	5	3		

$\begin{array}{r} 30897 \\ +46410 \\ \hline 32546 \\ 109853 \end{array}$	$\begin{array}{r} 30897 \\ +46410 \\ \hline 42546 \\ 119853 \end{array}$	$\begin{array}{r} 30897 \\ +46410 \\ \hline 52546 \\ 129853 \end{array}$	$\begin{array}{r} 30897 \\ +46410 \\ \hline 62546 \\ 139853 \end{array}$	...	$\begin{array}{r} 30897 \\ +46410 \\ \hline 92546 \\ 169853 \end{array}$
--	--	--	--	-----	--

b) $4_2_:_5 = 17 \text{ resto } 07$

$$\begin{array}{r|l} 432 & 25 \\ 7 & 17 \end{array}$$

$$432:25 = 17 \text{ resto } 07$$

c) $2_3_ \cdot 75 = 2_0050$

$$2934 \cdot 75 = 220050$$

7. Dos mujeres habían ido al mercado a vender 30 manzanas cada una. La primera tenía la intención de vender cada dos manzanas por un €. ¿Cuánto pensaba ganar? La segunda quería vender cada tres manzanas por dos €. ¿Cuánto ganaría? Pero no querían hacerse la competencia por lo que llegaron al siguiente acuerdo: vender ambas cada cinco ($2 + 3$) manzanas por tres ($1 + 2$) €. Lo habían vendido todo. ¿Han ganado 36 €? ¡Les sobra un €! Con la venta anterior iban a ganar 35 €, y han ganado 36 €. ¿Puedes explicarles qué ha ocurrido?

La primera pensaba ganar 15 € vendiendo cada manzana a 0,5 €, la segunda pensaba ganar 20 € vendiendo cada manzana a 0,666 € el precio medio de una manzana entre ambas ventas es 0,58333 €. Cuando acuerdan un precio único, el de una manzana es de 0,6 € superior al precio medio de las ventas iniciales por esa razón ganan 1 € más.

8. Sofía, que es muy sabia, se lo ha explicado, y se han puesto tan contentas que han decidido ir a comer las tres juntas. Pagaron la comida con 30 €, y el camarero les devolvió 5 €. Cada una se quedó con un €, pero sobraban 2 que dejaron de propina. ¡De nuevo tenían un problema! ¡Ahora faltaba un €! Han pagado $10 - 1 = 9$ € cada una, que por 3 son 27 €, más 2 de propina son $27 + 2 = 29$. Y en un principio tenían 30. ¡Les falta uno! Explica lo sucedido.

A cada una la comida le costó 8,33 € y cada una dio de propina 0,66 €, luego el gasto total fue de 9 € por persona.

9. Letras y números: Si Sigues el orden alfabético estas cuatro operaciones dan como resultado letras con las que podrás formar una palabra:

$$(8 + 10):3 + 7 \cdot 1 - 5 = 8 = H$$

$$(23 - 15) + 2 \cdot 4 = 16 = O$$

$$1 \cdot 4 + 6:2 + 5 \cdot 1 = 12 = L$$

$$45 \cdot (1 + 0) - 45 + 1 = 1 = A$$

HOLA

- 10. "El lobo, la cabra y el repollo":** Un hombre tiene que cruzar un río en una barca con un lobo una cabra y un repollo, en la que sólo puede ir él y una de las tres cosas, teniendo en cuenta que, si no está el hombre delante, el lobo se come la cabra y la cabra se come el repollo ¿Cómo consigue transportarlos al otro lado del río?

Viaje 1: Hombre y cabra. Viaje 2: Hombre y lobo. Vuelve con la cabra. Viaje 3: Hombre y repollo. Viaje 4: Hombre y cabra.

- 11. Juan, Jaime y Jorge tienen cada uno dos oficios. Hay un barbero, un chofer, un tabernero, un músico, un pintor y un jardinero. ¿A qué se dedica cada uno de ellos? Sabiendo que:** 1: El chófer se burló del músico porque tenía el pelo largo 2: El músico y el jardinero pescan con Juan 3: El pintor compró al tabernero vino 4: El chófer cortejaba a la hermana del pintor 5: Jaime debía 5 dólares al jardinero 6: Jorge vio a lo lejos a Jaime y al pintor.

Juan: barbero y pintor. Jaime: músico y tabernero. Jorge: chofer y jardinero.

- 12. Sorpresas del 8 y el 9:**

$$\begin{aligned}0 \cdot 9 + 8 &= 8 \\9 \cdot 9 + 7 &= 88 \\98 \cdot 9 + 6 &= 888 \\987 \cdot 9 + 5 &= 8888 \\9876 \cdot 9 + 4 &= 88888 \\98765 \cdot 9 + 3 &= 888888 \\987654 \cdot 9 + 2 &= 8888888 \\9876543 \cdot 9 + 1 &= 88888888 \\98765432 \cdot 9 + 0 &= 888888888\end{aligned}$$

- 13. Nos dan 16 bolas del mismo tamaño, pero una de ellas pesa un poco menos que las otras. Para averiguar cuál es disponemos de una balanza de dos platos. ¿Cuál es el mínimo número de pesadas que necesitas efectuar para, sin tener en cuenta la buena suerte, determinar la bola? ¿Y si son 32 bolas? ¿Y si son 27? ¿Y si 13? Generaliza el problema a cualquier número de bolas.**

El mínimo serán 3 pesadas. Si son 32 bolas necesitaré 4 pesadas, si son 27, 3 pesadas y si son 13, 3. ¿Por qué?

Con 3 bolas necesitamos 1 pesada. Ponemos una bola en cada plato. Si pesan distinto, es la que pesa menos de las dos. Si pesan lo mismo, la que pesa menos es la que no hemos pesado. Con 9 bolas necesitamos 2 pesadas. Repartimos las bolas en tres grupos de 3 bolas. Y ponemos en los platos dos de esos grupos, y ahora se reduce al problema de 3 bolas. Con 27 bolas necesitamos 3 pesadas. Dividimos las bolas en 3 grupos de 9 bolas. Volvemos a pesar dos de los grupos y el problema se reduce al caso de 9 bolas. Con un número de bolas mayor que 3 y menor o igual a 9, necesitamos 3

pesadas. Con un número de bolas mayor que 9 y menos o igual a 27, 4, y así. En general si el número de bolas es k , y $3n-1 < k \leq 3n$, necesitamos n pesadas. Repartimos las bolas en tres grupos de a , a y c bolas, con $c \leq a$, y $a + a + c = k$. Pesamos los grupos de igual número de bolas, si pesan lo mismo, la de menos peso está en el grupo de c bolas, y si pesan distinto ya tenemos un grupo de a bolas donde está la que pesa menos.

- 14. Un rajá dejó a sus hijas cierto número de perlas y determinó que se hiciera del siguiente modo: La hija mayor tomaría una perla y un séptimo de lo que quedara. La segunda hija recibiría dos perlas y un séptimo de lo que Matemáticas 1º de ESO. Soluciones de ejercicios y problemas www.apuntesmareaverde.org.es 9 restante. La tercera joven recibiría tres perlas y un séptimo de lo que quedara. Y así sucesivamente. Hecha la división cada una de las hermanas recibió el mismo número de perlas. ¿Cuántas perlas había? ¿Cuántas hijas tenía el rajá?**

El rajá tenía 6 hijas y a cada una le dejó 6 perlas. Para resolverlo empezamos por el final la menor recibió n perlas la penúltima $n-1 + (1/7)x$, como todas recibieron el mismo número de perlas $x = 7$; antes de coger esta hija había $7 + n - 1$ cantidad para dos hijas por lo tanto $7 + n - 1 = 2n$ y $n = 6$.

- 15. ¿Cuál es el máximo número de ángulos rectos interiores que puede haber en un polígono convexo de n lados?**

Grados de un polígono de n lados $= (n-2) \cdot 180$. Sea x el número de ángulos rectos. $A = 180(n-2) - 90x$.

Si $n = 3$ y $x = 2 \Rightarrow A = 0$ NO.

$x = 1 \Rightarrow A = 1$. Un triángulo, ya sabes que puede tener un ángulo recto.

Si $n = 4 \Rightarrow A = 180(4-2) - 90x = 360 - 90x \Rightarrow x = 4$. Un cuadrilátero puede tener 4 ángulos rectos.

Si $n = 5 \Rightarrow x = 3$. Un pentágono convexo puede tener 3 ángulos rectos.

El máximo número de ángulos rectos interiores de un polígono convexo de 5 o más lados es 3

1º ESO

Capítulo 2: Números naturales.

Divisibilidad

Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-072022

Fecha y hora de registro: 2015-08-13 18:28:37.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



www.apuntesmareaverde.org.es



Realizados por:

Alba Alcalá Vidal

Revisor: **Luis Carlos Vidal Del Campo**

IES ATENEA, CIUDAD REAL

Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. Escribe mediante potencias de 10 los siguientes números:

a) 7.653

Comenzamos tomando la cifra de las unidades, en éste caso el 3. Seguidamente, escribiremos la cifra de las decenas, el 5, multiplicándola por 10. A continuación, tomamos la cifra de las centenas, el 6, y la multiplicamos por 100. Finalmente, escribimos la cifra de las unidades de millar, el 7, y la multiplicamos por 1.000.

Por tanto: $7.653 = 7 \cdot 1.000 + 6 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 3$

b) 30.500

Seguimos el mismo procedimiento que en el apartado a) añadiendo las decenas de millar al proceso.

$$30.500 = 3 \cdot 10.000 + 0 \cdot 1.000 + 5 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 0$$

c) 275.643

Seguimos el mismo procedimiento que en los apartados anteriores, añadiendo las centenas de millar al proceso.

$$275.643 = 2 \cdot 100.000 + 7 \cdot 10.000 + 5 \cdot 1.000 + 6 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 3$$

d) 200.543

$$200.543 = 2 \cdot 100.000 + 0 \cdot 10.000 + 0 \cdot 1.000 + 5 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 3$$

2. ¿Qué lugar ocupa la cifra 5 en los siguientes números? ¿En cuál de los números tiene mayor valor? ¿Y menor?

a) 508.744

El número 5 ocupa el lugar de las centenas de millar.

b) 65.339.001

El número 5 ocupa el lugar de las decenas de millón.

c) 7.092.157

El número 5 ocupa el lugar de las decenas.

d) 9.745

El número 5 ocupa el lugar de las unidades.

Para contestar a la pregunta, en cuál de los números tiene mayor valor, tenemos que tener en cuenta la posición que ocupa. Tendrá un mayor valor cuanto más a la izquierda este colocado dentro de nuestro número. Por tanto, tiene mayor valor en el apartado b), al encontrarse en la posición de las decenas de millón.

Por último, tendrá menor valor cuanto más a la derecha esté colocado dentro del número. En este caso será en el apartado d) al encontrarse en las unidades.

3. Razona por qué en un número natural con dos cifras repetidas, éstas no tienen el mismo valor.

Porque el valor de una cifra depende del lugar que ocupe dentro de un número. Por ejemplo, en el número 4.556, encontramos la cifra 5 dos veces, sin embargo, el primer 5 que nos encontramos al leer el número tendrá un valor mayor, al encontrarse en el lugar de las centenas, mientras que el segundo 5 se encuentra en el lugar de las decenas y tendrá un valor menor.

$$4.556 = 4 \cdot 1.000 + 5 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 6$$

4. Escribe los números del 1 al 10 en el sistema binario.

Como sabemos, el sistema binario representa todos los números del sistema decimal como

combinación de dos únicos dígitos, el 0 y el 1.

Los Números Binarios empezarían por el 0 (número binario más pequeño) después el 1 y ahora tendríamos que pasar al siguiente número, que ya sería de dos cifras porque no hay más números binarios de una sola cifra.

El siguiente número binario, por lo tanto, sería combinar el 1 con el 0, es decir el 10 (ya que el 0 con el 1, sería el 01 y no valdría porque sería igual que el 1), el siguiente sería el número el 11. Ahora ya hemos hecho todas las combinaciones posibles de números binarios de 2 cifras, ya no hay más, entonces pasamos a construir los de 3 cifras.

El siguiente sería el 100, luego el 101, el 110 y el 111. Ahora de 4 cifras... Según el orden ascendente de los números en decimal tendríamos los números binarios equivalentes a sus números en decimal :

Decimal	Binario
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1010

5. Sacar factor común y calcula mentalmente.

a) $23 \cdot 4 - 23 \cdot 3$

Sacar factor común consiste en separar el elemento común de cada término de una operación y colocarlo multiplicando a los términos en los que estaba inicialmente.

En este caso sería:

$$23 \cdot (4 - 3)$$

Además de sacar factor común, debemos tener en cuenta la prioridad de las operaciones, por lo que calcularemos en primer lugar la expresión dentro del paréntesis.

Por tanto, el resultado final sería:

$$23 \cdot (1) = 23$$

b) $540 \cdot 8 - 540 \cdot 2$

$$540(8 - 2) = 540 \cdot 6 = 3.240$$

c) $55 \cdot 13 - 55 \cdot 3$

$$55(13 - 3) = 55 \cdot 10 = 550$$

d) $600 \cdot 33 - 600 \cdot 3$

$$600(33 - 3) = 600 \cdot 30 = 9.000$$

6. Construye dos números con las cifras 4, 5 y 6 tal que su producto sea lo más grande posible.

Como tenemos que construir dos números con las 3 cifras que nos han dado, escribiremos un número con dos de ellos y otro número con la cifra restante.

Las posibles combinaciones son las siguientes:

$$45 \cdot 6 = 270$$

$$54 \cdot 6 = 324$$

$$46 \cdot 5 = 230$$

$$64 \cdot 5 = 320$$

$$56 \cdot 4 = 224$$

$$65 \cdot 4 = 260$$

Por tanto, la multiplicación de dos números, contruidos con las cifras 4, 5 y 6 cuyo resultado es mayor será:

$$54 \cdot 6 = 324$$

7. Realiza las siguientes divisiones y comprueba con cada una de ellas la propiedad $D = d \cdot c + r$

a) 6.738: 456

$$\begin{array}{r}
 6 \ 7 \ 3 \ 8 \ : \ 4 \ 5 \ 6 \\
 \hline
 4 \ 5 \ 6 \quad 1 \ 4 \\
 \hline
 2 \ 1 \ 7 \ 8 \\
 - \\
 1 \ 8 \ 2 \ 4 \\
 \hline
 3 \ 5 \ 4
 \end{array}$$

$$6.738 = 456 \cdot 14 + 354$$

$$6.738 = 6.384 + 354$$

$$6.738 = 6.738$$

b) 34.540: 30

$$\begin{array}{r}
 3 \ 4 \ 5 \ 4 \ 0 \ : \ 3 \ 0 \\
 \hline
 3 \ 0 \quad 1 \ 1 \ 5 \ 1 \\
 \hline
 4 \ 5 \\
 - \\
 3 \ 0 \\
 \hline
 1 \ 5 \ 4 \\
 - \\
 1 \ 5 \ 0 \\
 \hline
 4 \ 0 \\
 - \\
 3 \ 0 \\
 \hline
 1 \ 0
 \end{array}$$

$$34.540 = 30 \cdot 1.151 + 10$$

$$34.540 = 34.530 + 10$$

$$34.540 = 34.540$$

c) 240.035: 981

$$\begin{array}{r}
 240035 \overline{) 240035} \\
 \underline{240035} \\
 000000 \\
 \underline{000000} \\
 000000 \\
 \underline{000000} \\
 000000 \\
 \underline{000000} \\
 000000
 \end{array}$$

$$240.035 = 981 \cdot 244 + 671$$

$$240.035 = 239.364 + 671$$

$$240.035 = 240.035$$

d) 397: 45

$$\begin{array}{r}
 397 \overline{) 397} \\
 \underline{397} \\
 000
 \end{array}$$

$$397 = 45 \cdot 8 + 37$$

$$397 = 360 + 37$$

$$397 = 397$$

8. ¿Recuerdas la definición de división exacta? ¿Qué ocurre en la igualdad anterior si la división es exacta?

Una división exacta es aquella en la que el resto es igual a 0 y el dividendo es igual a la multiplicación del divisor por el cociente.

9. El equipo de fútbol del instituto decide celebrar su victoria de liga yendo de viaje con su entrenador. Sabiendo que el equipo lo componen 20 alumnos, que el viaje les cuesta a cada uno 150€, la noche en habitación individual 50€ y que han pagado 7.350€ en total, ¿cuántos días han estado de viaje?

Como tenemos 20 alumnos y un profesor, el total de personas que hacen el viaje es de 21.

Como el viaje tiene un coste de 150€ por persona, el gasto total en el viaje será de

$$21 \cdot 150€ = 3.150€$$

Como el enunciado nos dice que el coste total del viaje ha sido 7.350€, para saber cuántos días han estado de viaje calculamos el dinero disponible para noches en habitaciones individuales.

$$7.350€ - 3.150€ = 4.200€$$

Por tanto, se dispone de 4.200€ para pagar las habitaciones.

Como cada habitación individual tiene un precio de 50€, si gastamos los 4.200€ en una noche, podríamos alojar a $4.200€ \div 50€ = 84$ alumnos

Como solo tenemos 21 personas, sabemos que el viaje no dura un día, por lo que haremos los cálculos para 2 días.

$$3.150€ \cdot 2 \text{ días} = 6.300€$$

Y, $7.350€ - 6.300€ = 1.050€$. Como $1.050€ \div 50€ = 21$ sabemos que el viaje dura 2 días.

10. Calcula los siete primeros múltiplos de 8 y 9.

El cálculo de los múltiplos de un número se realiza multiplicando dicho número por los números enteros 1,2,3,4, y así sucesivamente.

Por lo tanto, los siete primeros múltiplos de 8 serán:

$$8 \cdot 1 = 8$$

$$8 \cdot 2 = 16$$

$$8 \cdot 3 = 24$$

$$8 \cdot 4 = 32$$

$$8 \cdot 5 = 40$$

$$8 \cdot 6 = 48$$

$$8 \cdot 7 = 56$$

Y los siete primeros múltiplos de 9 serán:

$$9 \cdot 1 = 9$$

$$9 \cdot 2 = 18$$

$$9 \cdot 3 = 27$$

$$9 \cdot 4 = 36$$

$$9 \cdot 5 = 45$$

$$9 \cdot 6 = 54$$

$$9 \cdot 7 = 63$$

11. ¿Cuáles de los siguientes números son múltiplos de 12?

12, 13, 22, 24, 25, 100, 112, 142, 144.

Para saber si un número es múltiplo de otro, se hará la división entre esos números y si ésta es exacta, ese número lo es.

Por lo tanto, serán múltiplos de 12 el 12, el 24 y el 144.

12. Halla los múltiplos de 11 comprendidos entre 12 y 90.

Se utiliza el mismo concepto del ejercicio anterior. Se prueba con todos los números entre 12 y 90 y serán múltiplos aquellos cuya división entre 11 sea exacta.

Los múltiplos serán: 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88

13. A partir de la igualdad $6 \cdot 4 = 24$, escribe las relaciones existentes entre estos tres números.

Se cambiarán de posición los números y de operación, para comprobar que es correcta:

Así tendremos $24 \div 6 = 4$ y $24 \div 4 = 6$

14. Escribe frases usando las expresiones “ser múltiplo de”, “ser divisor de” y “ser divisible por” de los números 10, 5 y 35.

Recordamos que para que un número sea tanto múltiplo como divisible, como divisor de otro, la división de ellos debe ser exacta.

Por ello:

35 es múltiplo de 5
 35 es divisible por 5
 5 es un divisor de 35
 5 es un divisor de 10
 10 es divisible por 5
 10 es múltiplo de 5
 35 no es divisible por 10

15. Di cuáles de los siguientes números son múltiplos de 2:

23, 24, 56, 77, 89, 90, 234, 621, 400, 4520, 3411, 46295, 16392, 385500.

Debemos recordar que los múltiplos de 2 son aquellos números divisibles por 2. Además, podemos decir que serán los que terminen en cifra par o en 0.

Por lo tanto: 24, 56, 90, 234, 400, 4520, 16392 y 385500 serán múltiplos de 2.

16. Escribe cuatro números que sean divisibles por 10 y 3 a la vez.

Recordando las reglas de divisibilidad, un número es divisible por 10 cuando acaba en 0 y un número es divisible por 3 cuando la suma de sus cifras es divisible por 3.

Por tanto, la solución será: 30, 60, 90 y 120.

17. Sustituye la letra A por un valor apropiado para que:

a) 24A75 sea múltiplo de 3

Tenemos que pensar un número que, al sumar todas las cifras, el resultado sea un número divisible por 3.

$$2 + 4 + 7 + 5 + A = 12 + A$$

Por tanto, si $A = 0$ la suma de las cifras será 12, que es divisible por 3, como demuestra $12 \div 3 = 4$

b) 1107A sea múltiplo de 6

Para que un número sea múltiplo de 6, tiene que ser de 2 y de 3. Para ello, el número debe terminar en 0 o en un número par para ser múltiplo de 2 y sus cifras deben sumar un número que sea divisible por 3.

Una posible solución de éste apartado sería $A = 6$, ya que 6 es un número par y $1 + 1 + 0 + 7 + 6 = 15$, siendo 15 divisible por 3, ya que $15 \div 3 = 5$

c) 5A439 sea múltiplo de 11

Para que un número sea múltiplo de 11 tiene que ser divisible por 11.

Si $A = 4$, el número 54439 es divisible por 11, ya que $54439 \div 11 = 4949$.

18. ¿Todos los números divisibles por 3 lo son por 9? ¿Y al revés? Razona tu respuesta.

No todos los números divisibles por 3 lo son por 9. Por ejemplo, el 6 es divisible por 3, ya que su división es exacta, pero no lo es por 9.

Todos los números divisibles por 9 lo serán por 3, ya que el 3 es un factor del 9 y si un número es divisible por otro, también lo será por todos sus factores.

19. ¿Sabrías decir un criterio de divisibilidad por 15? Pon un ejemplo.

Para que un número sea divisible por 15, tendrá que serlo de todos sus factores (3 y 5), y, por tanto, un número será múltiplo de 15 si acaba en 0 o en 5 y la suma de sus cifras es un múltiplo de 3. Por ejemplo, el número 345 es múltiplo de 5 por terminar en 5 y múltiplo de 3 porque la suma de sus cifras es 12, y 12 es divisible por 3.

20. Completa en tu cuaderno la siguiente tabla escribiendo V o F.

Número	¿Es...?	Verdadero/Falso
2.567	Divisible por 2	F. No termina en número par o 0
498.650	Divisible por 5	V. Termina en 0
98.370.034	Divisible por 3	F. La suma de sus cifras no es un número divisible por 3
78.337.650	Divisible por 6	V. Termina en número par y la suma de sus cifras es divisible por 3
984.486.728	Divisible por 4	V. Termina en número par
23.009.845	Divisible por 11	F. La división entre 11 no es exacta

21. Calcula los múltiplos de 25 comprendidos entre 1 y 200.

Recordamos que para calcular los múltiplos de un número vamos multiplicando dicho número por todos los números enteros, 1, 2, 3, 4, 5, etc.

Entonces, los múltiplos de 25 comprendidos entre 1 y 200 serán:
25, 50, 75, 100, 125, 150, 175 y 200.

22. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

- 40 es múltiplo de 10: V. Es el resultado de multiplicar 10 por 4.
- 2 es divisor de 10: V. La división de 10 entre 2 es exacta.
- 4 es múltiplo de 8: F. No existe ningún número que multiplicado por 8 dé como resultado 4.
- 55 es divisible por 11: V. La división es exacta
- 90 es divisor de 9: F. La división de 9 entre 90 no es exacta
- 3 es divisible por 45: F. No existe ningún número que multiplicado por 45 dé 3.

23. Sustituye la x e y por valores apropiados para que el siguiente número sea divisible por 9 y por 10 a la vez: 256x81y

Recordemos que para que un número sea divisible por 9 tiene que serlo por 3 y para ello, la suma de todas sus cifras tiene que ser divisible por 3.

Para que sea divisible por 10, la última cifra del número tiene que ser 0.

Por tanto, ya sabemos que $y = 0$

Con este valor de y , el número quedaría $256x810$

Ahora calculamos la x para que la suma de las cifras sea divisible por 3:

$$2 + 5 + 6 + x + 8 + 1 + 0 = 22 + x$$

Por tanto, el primer valor de x que cumple que sea divisible por 9 es $x = 5$, ya que la suma de las cifras sería 27, que es divisible por 3. ($27 \div 3 = 8$)

24. ¿Qué único número con tres cifras iguales es divisible por 2 y por 9 a la vez?

Para ser divisible por 2 y 9, tendrá que ser un número cuya última cifra sea par, y cuya suma de sus cifras sea divisible por 3, además de cumplir que sus tres cifras sean iguales.

Por tanto, dicho número sería el 666.

25. Calcula todos los divisores de los siguientes números

Recordamos que los divisores de un número son aquellos que, al dividir el número por ellos, la división es exacta.

- a) 65: Sus divisores son 1, 13, 5 y 65.
- b) 33: Sus divisores son 1, 3, 11 y 33.
- c) 60: Sus divisores son 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60.
- d) 75: Sus divisores son 1, 3, 5, 15, 25, 75.
- e) 100: Sus divisores son 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100.
- f) 150: Sus divisores son 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75, 150.

26. Continúa la lista de números primos del ejemplo con 10 números primos más.

En el ejemplo, nos dan el 2, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

Debemos saber que un número es primo cuando sólo tiene dos divisores que serán el 1 y él mismo.

La lista seguiría así:

31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 71, 73, 79.

27. ¿Cuántos números primos crees que hay? ¿Crees que se acaban en un momento dado o son infinitos?

Hay infinitos números primos, puesto que hay infinitos números.

28. ¿Te atreverías a repetir la criba de Eratóstenes, pero hasta el 150?

Dicha criba se refiere a los números primos. Por tanto, serían:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149.

29. Busca los distintos significados de “criba” y “algoritmo”, ¿en qué más contextos los puedes utilizar?

“Criba” es un utensilio que se utiliza para limpiar el grano de la paja o el polvo. En matemáticas se utiliza como separación. En éste tema hablamos de criba de Eratóstenes, que nos ayuda a separar los números primos de los compuestos.

“Algoritmo” es un conjunto de reglas bien definidas ordenadas y finitas. Ésta palabra se usa tanto en matemáticas como en informática.

30. Descompón en factores primos los siguientes números

a) 40

40	2
20	2
10	2
5	5
1	

$$40 = 2^3 \cdot 5$$

$$40 = 4 \cdot 10 = 4 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5$$

Para la descomposición, aplicaremos las reglas de divisibilidad. Si como en este caso, es múltiplo de 10, podremos hacerlo de las dos maneras.

b) 56

56	2
28	2
14	2
7	7
1	

$$56 = 2^3 \cdot 7$$

c) 75

75	3
25	3
5	5
1	

$$75 = 5^3$$

d) 290

$$290 = 290 \cdot 10 = 29 \cdot 2 \cdot 5$$

31. Descompón en factores primos los siguientes números:

a) 110

$$110 = 11 \cdot 10 = 11 \cdot 2 \cdot 5$$

b) 124

124	2
62	2
31	31
1	

$$124 = 2^2 \cdot 31$$

c) 290

$$290 = 290 \cdot 10 = 29 \cdot 2 \cdot 5$$

d) 366

366	2
183	3
61	61
1	

$$366 = 2 \cdot 3 \cdot 61$$

32. Descompón en factores primos los siguientes números:

a) 1290

$$1290 = 129 \cdot 10 = 129 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 43$$

b) 3855

$$\begin{array}{r|l} 3855 & 5 \\ 771 & 3 \\ 257 & 257 \\ 1 & \end{array}$$

$$3855 = 5 \cdot 3 \cdot 257$$

c) 4520

$$4520 = 452 \cdot 10 = 452 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5 \cdot 113$$

$$\begin{array}{r|l} 452 & 2 \\ 226 & 2 \\ 113 & 113 \\ 1 & \end{array}$$

d) 5342

$$\begin{array}{r|l} 5342 & 2 \\ 2671 & 2671 \\ 1 & \end{array}$$

$$5342 = 2 \cdot 2671$$

33. Si descomponemos en factores primos los números 10, 100, 1000, 10000, 100000, ¿qué es lo que observas? ¿lo podrías hacer de forma más rápida sin necesidad de usar el método general?

Se observa que todos tienen como factores primos el 2 y el 5, y la potencia de éstos números coincide con el número de ceros que tenga el número.

$$\begin{aligned} 10 &= 2 \cdot 5 \\ 100 &= 2^2 \cdot 5^2 \\ 1000 &= 2^3 \cdot 5^3 \\ 10000 &= 2^4 \cdot 5^4 \\ 100000 &= 2^5 \cdot 5^5 \end{aligned}$$

34. ¿Qué ocurre al descomponer en factores primos los números 4, 8, 32, 64, 128, 256? ¿Podrías continuar tú la serie con 5 números más?

Al descomponer dichos números, todos sus factores son potencias de 2, por ejemplo, $4 = 2^2$, $8 = 2^3$, $64 = 2^6$, $256 = 2^8$, etc.

Por lo tanto, es fácil seguir con la serie:

$$\begin{aligned} 2^9 &= 512 \\ 2^{10} &= 1024 \end{aligned}$$

$$2^{11} = 2048$$

$$2^{12} = 4096$$

$$2^{13} = 8192$$

35. Calcula el M.C.D. de los siguientes pares de números.

Tenemos que recordar que el M.C.D. se calcula descomponiendo los números en factores primos y escribiéndolos en forma de potencia. El resultado será los factores comunes a los números descompuestos elevados a la menor potencia.

a) 60 y 45

$$60 = 60 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$45 = 5 \cdot 3^2$$

$$\text{M.C.D.} = 3 \cdot 5 = 15$$

b) 120 y 55

$$120 = 12 \cdot 10 = 2^2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$55 = 5 \cdot 11$$

$$\text{M.C.D.} = 5$$

c) 34 y 66

$$34 = 2 \cdot 17$$

$$66 = 6 \cdot 11 = 2 \cdot 3 \cdot 11$$

$$\text{M.C.D.} = 2$$

d) 320 y 80

$$320 = 32 \cdot 10 = 2^5 \cdot 10 = 2^6 \cdot 5$$

$$80 = 8 \cdot 10 = 2^3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^4 \cdot 5$$

$$\text{M.C.D.} = 2^4 \cdot 5 = 80$$

36. Calcula el M.C.D. de los siguientes números.

a) 30, 12, 22

$$30 = 3 \cdot 10 = 3 \cdot 2 \cdot 5$$

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$22 = 2 \cdot 11$$

$$\text{M.C.D.} = 2$$

b) 66, 45, 10

$$66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$$

$$45 = 3^2 \cdot 5$$

$$10 = 2 \cdot 5$$

$$\text{M.C.D.} = 1$$

c) 75, 15, 20

$$75 = 5^2 \cdot 3$$

$$15 = 5 \cdot 3$$

$$20 = 2^2 \cdot 5$$

$$\text{M.C.D.} = 5$$

d) 82, 44, 16

$$82 = 2 \cdot 41$$

$$44 = 2^2 \cdot 11$$

$$16 = 2^4$$

$$\text{M.C.D.} = 2$$

37. Calcula el M.C.M. de los siguientes pares de números.

Recuerda que para hallar el M.C.M. debemos descomponer los números en factores primos y escribirlos en forma de potencia. El resultado será la multiplicación de los factores comunes con la mayor potencia por los factores no comunes.

a) 60 y 45

$$60 = 60 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$45 = 5 \cdot 3^2$$

$$\text{M.C.M.} = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$$

b) 120 y 55

$$120 = 12 \cdot 10 = 2^2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$55 = 5 \cdot 11$$

$$\text{M.C.M.} = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 1320$$

c) 34 y 66

$$34 = 2 \cdot 17$$

$$66 = 6 \cdot 11 = 2 \cdot 3 \cdot 11$$

$$\text{M.C.M.} = 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 17 = 1122$$

d) 320 y 80

$$320 = 32 \cdot 10 = 2^5 \cdot 10 = 2^6 \cdot 5$$

$$80 = 8 \cdot 10 = 2^3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^4 \cdot 5$$

$$\text{M.C.M.} = 2^6 \cdot 5 = 320$$

38. Calcula el M.C.M. de los siguientes números.

a) 30, 12, 22

$$30 = 3 \cdot 10 = 3 \cdot 2 \cdot 5$$

$$12 = 4 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$$

$$22 = 2 \cdot 11$$

$$\text{M.C.M.} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$$

b) 66, 45, 10

$$66 = 6 \cdot 11 = 2 \cdot 3 \cdot 11$$

$$45 = 5 \cdot 3^2$$

$$10 = 2 \cdot 5$$

$$\text{M.C.M.} = 3^2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11 = 990$$

c) 75, 15, 20

$$75 = 5^2 \cdot 3$$

$$15 = 5 \cdot 3$$

$$20 = 4 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5$$

$$\text{M.C.M.} = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 3 = 300$$

39. Paula y María tienen 25 cuentas blancas, 15 cuentas azules y 90 cuentas rojas. Quieren hacer el mayor número de collares iguales sin que sobre ninguna cuenta.

a) ¿Cuántos collares iguales pueden hacer?

b) ¿Qué número de cuentas de cada color tendrá cada collar?

a) Al pedir el mayor número de collares iguales tendremos que hacer el M.C.D. de 25, 15 y 90

$$\begin{aligned} 25 &= 5^2 \\ 15 &= 5 \cdot 3 \\ 90 &= 3^2 \cdot 2 \cdot 5 \end{aligned}$$

M.C.D. (25, 15, 90) = 5.

Se podrán hacer 5 collares.

- b) Para saber cuántas cuentas tendrá cada collar de cada color, sumaremos todas las cuentas y lo dividiremos entre el total de collares.

Por tanto, cada collar tendrá $25 \div 5 = 5$ cuentas blancas, $15 \div 5 = 3$ cuentas azules, y $90 \div 5 = 18$ cuentas rojas.

40. Un autobús pasa por una parada cada 18 minutos, otro cada 25 minutos y un tercer autobús cada 36 minutos. Si a las 9 de la mañana han pasado en ese lugar los tres autobuses a la vez. ¿A qué hora vuelven a coincidir?

Para resolver el problema tendré que calcular el tiempo mínimo que transcurre para que los autobuses vuelvan a coincidir. Para ellos, haremos el M.C.M. de los tres tiempos dados.

$$\begin{aligned} 18 &= 3^2 \cdot 2 \\ 25 &= 5^2 \\ 36 &= 2^2 \cdot 3^2 \end{aligned}$$

M.C.D. (18, 25, 36) = 900.

Este resultado significa, que cada 900 minutos coinciden los 3 autobuses. Si la primera vez que coinciden es a las 9 de la mañana, pasarán 900 minutos hasta que vuelva a coincidir. Por tanto, al ser 900 minutos, 15 horas ($900 \text{ minutos} \div 60 \frac{\text{minutos}}{\text{hora}} = 15 \text{ horas}$) volverán a coincidir a las 9 + 15 = 24 horas, es decir, a las 12 de la noche.

41. Se compran en una floristería 24 rosas y 36 claveles. ¿Cuántos centros de mesa se pueden elaborar si se colocan la máxima cantidad de flores sin que sobre ninguna? ¿Cuántas rosas y claveles se colocan en cada centro de mesa?

Al pedirnos la máxima cantidad de flores, sabemos que tenemos que calcular el M.C.D. Para ello:

$$\begin{aligned} 24 &= 2^3 \cdot 3 \\ 36 &= 2^2 \cdot 3^2 \end{aligned}$$

M.C.D. (24,36) = $2^2 \cdot 3 = 12$

Por tanto, se pueden colocar 12 centros de mesa.

En cada centro de mesa, tendremos $24 \div 12 = 2$ rosas y $36 \div 12 = 3$ claveles.

42. Raúl tiene carios avisos en su móvil: uno que da una señal cada 60 minutos, otro que da una señal cada 150 minutos y un tercero que da una señal cada 360 minutos. Si a las 10 de la mañana las 3 señales de aviso han coincidido:

- a) ¿Cuántas horas como mínimo han de pasar para que vuelva a coincidir?
b) ¿A qué hora volverán a dar la señal otra vez juntos?

- a) Nos pregunta cuántas horas como mínimo, por lo tanto, haremos el M.C.M

$$\begin{aligned} 60 &= 60 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \\ 150 &= 15 \cdot 10 = 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \\ 360 &= 36 \cdot 10 = 6^2 \cdot 2 \cdot 5 = (2 \cdot 3)^2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \end{aligned}$$

M.C.M. (60, 150, 360) = $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 1800$ minutos

Por tanto, deberán pasar $1800 \text{ minutos} \div 60 \frac{\text{minutos}}{\text{hora}} = 30 \text{ horas}$

- b) Como han coincidido a las 10 de la mañana, la próxima vez coincidirán 30 horas después, es decir, a las 16 de la tarde del próximo día.

43. ¿Cuál será la menor cantidad de caramelos que se puede repartir en partes iguales entre grupos de 20, 30 o 60 niños? Determina en cada caso cuántos caramelos le toca a cada niño.

Como nos preguntan por la menor cantidad de caramelos que se puede repartir, calcularemos el M.C.M.

$$20 = 2 \cdot 10 = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5$$

$$30 = 3 \cdot 10 = 3 \cdot 2 \cdot 5$$

$$60 = 6 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

M.C.M. (20, 30, 60) = $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$ caramelos

Podremos repartir como mínimo 60 caramelos. Si repartimos éstos caramelos entre los grupos:

Si el grupo es de 20 niños, podremos repartir $60 \div 20 = 3$ caramelos por niño.

Si el grupo es de 30 niños, podremos repartir $60 \div 30 = 2$ caramelos por niño.

Si el grupo es de 60 niños, podremos repartir $60 \div 60 = 1$ caramelo por niño.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Escribe mediante potencias de 10 los siguientes números.

- a) 84300
- b) 3333
- c) 119345
- d) 903711

- a) $84300 = 8 \cdot 10000 + 4 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 0 + 0 = 8 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 0$
- b) $3333 = 3 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 3 = 3 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 3$
- c) $119345 = 1 \cdot 100000 + 1 \cdot 10000 + 9 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5 = 1 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10$
- d) $903711 = 9 \cdot 100000 + 0 \cdot 10000 + 3 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 1 = 9 \cdot 10^5 + 0 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10$

2. ¿Qué lugar ocupar la cifra 4 en los siguientes números? ¿En cuál de los números tiene mayor valor? ¿Y menor?

- a) 508744
- b) 53349001
- c) 47092157
- d) 9745

- a) El primer 4 que nos encontramos de izquierda a derecha ocupa el lugar de las decenas y el segundo ocupa el lugar de las unidades
- b) El 4 ocupa el lugar de las decenas de millar
- c) El 4 ocupa el lugar de las decenas de millón
- d) El 4 ocupa el lugar de las decenas

Por tanto, el 4 tendrá mayor valor en el número c) y menor valor en el número a)

3. Saca factor común y calcula mentalmente

- a) $28 \cdot 4 - 28 \cdot 3 = 28(4 - 3) = 28 \cdot 1 = 28$
- b) $30 \cdot 4 + 30 \cdot 2 = 30(4 + 2) = 30 \cdot 8 = 180$
- c) $66 \cdot 23 - 66 \cdot 13 = 66(23 - 12) = 66 \cdot 10 = 660$
- d) $700 \cdot 44 - 700 \cdot 4 = 700(44 - 4) = 700 \cdot 40 = 28000$

4. Construye dos números con las cifras 6, 7 y 8 tal que su producto sea lo más grande posible:

$$\begin{aligned} 67 \cdot 8 &= 536 \\ 76 \cdot 8 &= 608 \\ 68 \cdot 7 &= 476 \\ 86 \cdot 7 &= 602 \\ 78 \cdot 6 &= 468 \\ 87 \cdot 6 &= 522 \end{aligned}$$

Por tanto, la multiplicación de dos números, contruidos con las cifras 6, 7 y 8 cuyo resultado es mayor será:

$$76 \cdot 8 = 608$$

5. Realiza las siguientes divisiones y comprueba con cada una de ellas la propiedad $D = d \cdot c + r$

a) $3844 \div 45$

$$\begin{array}{r} 3844 \\ 45 \overline{) 3844} \\ \underline{244} \\ 19 \end{array}$$

$$3844 = 45 \cdot 85 + 19$$

$$3844 = 3825 + 19$$

$$3844 = 3844$$

b) $74840 \div 30$

$$\begin{array}{r} 74840 \\ 30 \overline{) 74840} \\ \underline{148} \\ 284 \\ \underline{140} \\ 20 \end{array}$$

$$74840 = 2494 \cdot 30 + 20$$

$$74840 = 74820 + 20$$

$$74840 = 74820$$

c) $983035 \div 981$

$$\begin{array}{r} 983035 \\ 981 \overline{) 983035} \\ \underline{002035} \\ 73 \end{array}$$

$$983035 = 1002 \cdot 981 + 73$$

$$983035 = 982962 + 73$$

$$983035 = 983035$$

d) $847 \div 45$

$$\begin{array}{r} 847 \\ 45 \overline{) 847} \\ \underline{397} \\ 37 \end{array}$$

$$847 = 18 \cdot 45 + 37$$

$$847 = 810 + 37$$

$$847 = 847$$

6. Halla, utilizando sólo la calculadora, los cocientes y los restos de las siguientes divisiones.

Para realizar este ejercicio, utilizaremos la propiedad $D = d \cdot c + r$. Al realizar las distintas divisiones, obtenemos resultados con decimales. Tomaremos entonces la parte entera de éste resultado, y sabiendo D , d y c , podemos obtener r realizando $D - d \cdot c = r$.

a) $654 \div 77$

Resultado división con calculadora = 8,49

$$D = 654$$

$$d = 77$$

$$c = 8$$

$$r = D - d \cdot c = 654 - 77 \cdot 8 = 38$$

b) $543 \div 7$

Resultado división con calculadora= 77,57

$$D = 543$$

$$d = 7$$

$$c = 77$$

$$r = D - d \cdot c = 543 - 77 \cdot 7 = 4$$

c) $8374 \div 85$

Resultado división con calculadora= 98,51

$$D = 8374$$

$$d = 85$$

$$c = 98$$

$$r = D - d \cdot c = 8374 - 85 \cdot 98 = 44$$

7. Realiza las siguientes operaciones:

Para este ejercicio, tendremos en cuenta las reglas de las operaciones. Así, calcularemos en primer lugar lo que encontremos entre paréntesis, seguido de las multiplicaciones y divisiones, y, por último, las sumas y restas

a) $(55 + 12) \cdot 4 = 67 \cdot 4 = 103$

b) $66 \cdot 2 + 10 = 132 + 10 = 142$

c) $55 + 70 \cdot 3 + 11 = 55 + 210 + 11 = 276$

d) $330 - 10 \cdot 2 + 82 = 330 - 20 + 82 = 392$

8. Di cuales de las siguientes operaciones tienen el mismo resultado.

a) $2 \cdot (46 - 16) = 2 \cdot 30 = 60$

b) $2 \cdot 46 - 16 = 92 - 16 = 76$

c) $2 \cdot 46 - 2 \cdot 16 = 92 - 32 = 60$

d) $2 \cdot 46 + 16 = 92 + 16 = 108$

Tienen el mismo resultado la a) y la c)

9. Realiza las operaciones del ejercicio anterior en la calculadora y comprueba la importancia de añadir los paréntesis.

Colocar de una manera u otra los paréntesis a la hora de realizar operaciones con la calculadora es muy importante, ya que la solución varía según su colocación.

10. Realiza las siguientes operaciones:

a) $4 \cdot (44 + 5) - 6 \cdot 2 + 9 = 4 \cdot 49 - 12 + 9 = 196 - 12 + 9 = 193$

b) $2 \cdot (3 + 11) - (4 + 12) = 2 \cdot 14 - 16 = 28 - 16 = 12$

c) $(18 - 4) \cdot 5 + 3 \cdot 7 - 13 = 14 \cdot 5 + 21 - 13 = 70 + 21 - 13 = 78$

d) $5 \cdot 12 + (3 - 2) \cdot 4 - 3 + 4 \cdot 5 - 5 = 60 + 1 \cdot 4 - 3 + 20 + 5 = 60 + 4 - 3 + 20 + 5 = 86$

11. Inventa un problema en el que tengas que realizar la siguiente operación $5 + 4(6 - 2)$.

Tengo 5 manzanas en mis manos. Además, tengo una canasta grande, con 4 capas de manzanas. Si cada capa de manzanas tiene 6, pero retiramos 2 de ellas porque están podridas, ¿cuántas manzanas tengo en total?

12. Halla, utilizando sólo la calculadora, los cocientes y los restos de las siguientes divisiones.

Realizaremos los mismos pasos que en el ejercicio 6.

a) $376 \div 37$

Resultado división con calculadora= 10,16

$$D = 376$$

$$d = 37$$

$$c = 10$$

$$r = D - d \cdot c = 376 - 37 \cdot 10 = 6$$

b) $299 \div 7$

Resultado división con calculadora= 42,71

$$D = 299$$

$$d = 7$$

$$c = 42$$

$$r = D - d \cdot c = 299 - 7 \cdot 42 = 5$$

c) $3524 \div 65$

Resultado división con calculadora= 54,21

$$D = 3524$$

$$d = 65$$

$$c = 54$$

$$r = D - d \cdot c = 3524 - 65 \cdot 54 = 14$$

d) $585 \div 22$

Resultado división con calculadora= 26,59

$$D = 585$$

$$d = 22$$

$$c = 26$$

$$r = D - d \cdot c = 585 - 22 \cdot 26 = 13$$

e) $2060 \div 51$

Resultado división con calculadora= 40,39

$$D = 2060$$

$$d = 51$$

$$c = 40$$

$$r = D - d \cdot c = 2060 - 51 \cdot 40 = 20$$

13. Realiza las siguientes operaciones:

a) $(34 + 23) \cdot 5 = 57 \cdot 5 = 285$

b) $87 \cdot 2 + 10 = 174 + 10 = 184$

c) $55 + 65 \cdot 3 + 11 = 55 + 195 + 11 = 261$

d) $230 - 100 \cdot 2 + 90 = 230 - 200 + 90 = 120$

14. Di cuales de las siguientes operaciones tienen el mismo resultado.

a) $8 \cdot (22 - 12) = 8 \cdot 10 = 80$

b) $8 \cdot 22 - 12 = 176 - 12 = 164$

c) $8 \cdot 22 - 8 \cdot 12 = 176 - 96 = 80$

d) $8 \cdot (22 + 12) = 8 \cdot 34 = 272$

e) $8 \cdot 22 + 12 = 176 + 12 = 188$

Tienen el mismo resultado la a) y la c)

15. Realiza las operaciones del ejercicio anterior en la calculadora y comprueba la importancia de añadir los paréntesis.

Colocar de una manera u otra los paréntesis a la hora de realizar operaciones con la calculadora es muy importante, ya que la solución varía según su colocación.

16. Realiza las siguientes operaciones:

a) $4 \cdot (65 + 7) - 5 \cdot 2 + 4 = 4 \cdot 72 - 10 + 4 = 288 - 10 + 4 = 282$

b) $2 \cdot (3 + 9) - (4 + 8) = 2 \cdot 12 - 12 = 24 - 12 = 12$

c) $(22 - 4) \cdot 5 + 3 \cdot 2 - 1 = 16 \cdot 5 + 6 - 1 = 90 + 6 - 1 = 95$

d) $5 \cdot 4 + (4 - 2) \cdot 5 - 3 + 4 \cdot 6 - 5 = 20 + 2 \cdot 5 - 3 + 24 - 5 = 20 + 10 - 3 + 24 - 5 = 46$

17. Sabemos que para el viaje de fin de curso son necesarios 3 autobuses, ya que viajarán 103 alumnos. En los dos primeros autobuses viajan el mismo número de estudiantes y en el tercero un alumno más que en los otros dos. ¿Cuántas personas viajan en cada autobús?

Dividimos la totalidad de alumnos entre los 3 autobuses.

$$103 \div 3 = 34,33$$

Como el resultado no es exacto, aplicamos la regla $D = d \cdot c + r$, y entonces

$$103 = (3 \cdot c) + 1 = 102 + r.$$

Por lo tanto, al ser $r = 1$, en los dos primeros autobuses viajarán 34 alumnos y en el tercero viajarán 35.

18. Sigue los siguientes pasos:

1) Piensa en dos números naturales de una cifra

2) Multiplica el primero por 2 y súmale 8

3) Multiplica el resultado anterior por 5

4) Suma el segundo número que habías pensado al resultado anterior

5) Resta 40 al último resultado

¿Qué ocurre? ¿Es casualidad? ¿Pasaría siempre lo mismo? ¿Puedes explicarlo?

Para explicar el ejercicio, tomaremos dos números genéricos, a los que llamaremos x e y .

Ahora, realizamos los pasos:

1) $2 \cdot x + 8$

2) $(2 \cdot x + 8) \cdot 5 = 10x + 40$

3) $10x + 40 + y$

4) $10x + 40 + y - 40 = 10x + y$

Como podemos ver, el resultado equivaldrá siempre al número que hemos pensado en primer lugar, ya que la primera cifra, x , se multiplicará por 10, al encontrarse colocada en las decenas, y será la cifra de las decenas de nuestro número y la y será la cifra de las unidades del número formado.

19. Escribe los diez primeros múltiplos de 6 y los diez primeros múltiplos de 9. ¿Cuáles son comunes a ambos?

Múltiplos de 6 = 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60

Múltiplos de 9 = 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90

Son comunes el 18, el 36 y el 54

20. Escribe 4 números que cumplan que las cifras de las unidades sea el triple que la de las decenas de manera que dos de ellos sean divisibles por 2 y los otros dos no lo sean.

13: 3 es la cifra de las unidades, y es el triple de 1. No es divisible por 2.

39: 9 es la cifra de las unidades, y es el triple de 3. No es divisible por 2.

26: 6 es la cifra de las unidades, y es el triple de 2. Si es divisible por 2.

100: 0 es la cifra de las unidades, y es el triple de 0. Si es divisible por 2.

21. Indica cuales de los siguientes números son múltiplos de 15: 1, 30, 50, 60, 70, 75, 100, 125, 150.

Serán múltiplos de 15 aquellos números que resulten de multiplicar 15 por un número entero.

Por ello, serán múltiplos el 30 ($15 \cdot 2$), el 60 ($15 \cdot 4$), el 75 ($15 \cdot 5$) y el 150 ($15 \cdot 10$)

22. Di cuales de los siguientes números son múltiplos de 5. ¿Y de 10? ¿Cuáles coinciden? ¿Por qué?

23, 24, 56, 77, 89, 90, 234, 621, 400, 4520, 3411, 46295, 16392, 385500.

Múltiplos de 5= 90, 400, 4520, 46295, 385500

Múltiplos de 10= 90, 400, 4520, 385500

Todos los múltiplos de 10 son también múltiplos de 5, ya que 10 es múltiplo de 5.

23. Escribe cuatro números de cuatro cifras que cumplan que la cifra de las decenas sea el doble que la de las unidades de manera que uno de ellos sea divisible por 3, otro por 11, otro por 2 y otro por 4.

2121: La cifra de las decenas es el doble de la cifra de las unidades y $2 + 1 + 2 + 1 = 6$, es divisible por 3.

3784: La cifra de las decenas es el doble de la cifra de las unidades y es divisible por 11, ya que su división es exacta.

4242: La cifra de las decenas es el doble de la cifra de las unidades y al ser la última cifra par, es divisible por 2.

4884: La cifra de las decenas es el doble de la cifra de las unidades y es divisible por 4 porque sus dos últimas cifras son divisibles por 4.

24. Copia en tu cuaderno y completa la siguiente tabla escribiendo verdadero o falso.

Número	¿Es...?	Verdadero/Falso
327	Divisible por 11	F. La división entre 11 no es exacta
494.530	Divisible por 4	F. Las dos últimas cifras no son divisibles por 4
39.479.934	Divisible por 6	V. Es divisible por 2 por terminar en par y por 3 porque la suma de sus cifras es divisible entre 3
7.855.650	Divisible por 3	V. La suma de sus cifras es divisible por 3
985.555.328	Divisible por 2	V. Termina en número par
20.000.045	Divisible por 10	F. No termina en 0.

25. Haz una lista con los valores de las monedas y billetes del sistema monetario euro.

¿Figura entre ellas algún número primo? ¿Por qué crees que es así?

Monedas: 0,01€, 0,02€, 0,05€, 0,10€, 0,20€, 0,50€, 1€ y 2€.

Billetes: 5€, 10€, 20€, 50€, 100€, 200€, 500€.

Sólo figura el 2 y el 5 para las monedas. El resto son múltiplos de éstos dos números, para que la misma cantidad de dinero se pueda dar en distintas combinaciones de monedas y billetes.

26. Pedro tiene una forma muy peculiar de dar el teléfono a sus amigos: les dice que consta de nueve cifras, que no se repite ninguna y que leyendo de izquierda a derecha se cumple:

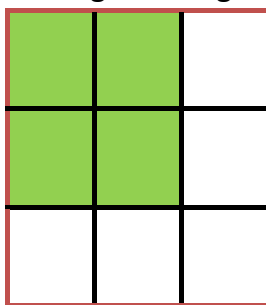
- La primera cifra es múltiplo de 3 mayor que 6.
- Las dos primeras cifras forman un múltiplo de 2 y de 5.
- Las tres primeras cifras forman un número par múltiplo de 3.
- Las cuatro primeras cifras forman un número que es múltiplo de 5 pero no lo es de 2.
- Las cinco primeras cifras forman un número múltiplo de 2 y de 3.
- Las seis primeras cifras forman un número múltiplo de 11.
- La séptima cifra es un múltiplo de 7.
- Las ocho primeras cifras forman un número impar
- Las cuatro últimas cifras forman un múltiplo de 11.

¿Sabrías averiguar cuál es su teléfono?

906543718

- El 9 es múltiplo de 3 y mayor de 6
- 90 es múltiplo de 2 al ser par y de 5 porque la división es exacta.
- 906, la suma de las cifras es múltiplo de 3.
- 9065 no es múltiplo de 2, pero sí de 5.
- 90654 es múltiplo de 2 por ser par y de 3 porque la suma de sus cifras es divisible por 3
- 906543 es múltiplo de 11 porque la división es exacta.
- 9065437 porque el 7 es el único múltiplo de 7 de una cifra.
- 90654371 porque tiene que ser impar
- 906543718 es múltiplo de 11 porque la división es exacta.

27. Calcula cuántos cuadrados puedes contar en la siguiente figura.



Tendremos 9 cuadrados pequeños, 4 cuadrados de 2x2 y 1 cuadrado de 3x3.

28. Sustituye x e y por valores apropiados para que el siguiente número sea divisible por 2 y por 11 a la vez, 256x81y.

Se pueden hacer varias combinaciones. Por ejemplo:

x=1 e y=2: 2561812. Es divisible por 2 por ser par y por 11 porque la división entre 11 es exacta.

29. Sabemos que el número 1452 es múltiplo de 10. Calcula otro múltiplo de 11 solo cambiando de lugar las cifras de éste número.

Se cambia de orden las cifras del número y se comprueba que son divisibles, es decir, si la división entre 11 es exacta.

Por ejemplo, 5412 sería múltiplo de 11 y lo sacamos de reordenar las cifras del 1452.

30. Completa en tu cuaderno con las expresiones: “ser múltiplo de”, “ser divisor de” o “ser divisible por”.

- a) 40 es.....10: Múltiplo de
- b) 2 es.....10: Divisor de
- c) 4 es.....8: Divisor de
- d) 935 es.....11: Múltiplo de
- e) 90 es.....45: Divisible por
- f) 3 es.....15: Divisor de

31. Descompón en factores primos los siguientes números:

a) 1530

$$\begin{array}{r|l} 153 & 3 \\ 51 & 3 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

$$1530 = 153 \cdot 10 = 3^2 \cdot 17 \cdot 2 \cdot 5$$

b) 2457

$$\begin{array}{r|l} 2457 & 3 \\ 819 & 3 \\ 273 & 3 \\ 91 & 7 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$$2457 = 3^3 \cdot 7 \cdot 13$$

c) 7440

$$\begin{array}{r|l} 744 & 2 \\ 372 & 2 \\ 186 & 2 \\ 93 & 3 \\ 31 & 31 \\ 1 & \end{array}$$

$$7440 = 2^3 \cdot 3 \cdot 31 \cdot 10 = 2^4 \cdot 3 \cdot 31 \cdot 5$$

32. Observa la descomposición factorial de los siguientes números a, b, c, d y contesta:

$$a = 2 \cdot 3^2; b = 2 \cdot 3; c = 5 \cdot 7; d = 2 \cdot 3^2 \cdot 7;$$

a) ¿Cuál de ellos es múltiplo de a?

b) ¿Cuáles son divisores de d?

c) ¿Cuáles son primos entre sí?

a) $a=18, b=6, c=35$ y $d=126$

Por tanto, d será múltiplo de a, porque contiene factores comunes, y la división de d entre a es exacta.

b) a y b son divisores de d, ya que los dos tienen como factores el 2 y el 3.

c) a y c son primos entre sí, ya que no tienen ningún factor común, al igual que b y c.

33. Averigua cuales son los números cuyas descomposiciones factoriales son:

a) $x = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7 = 504$

b) $y = 5^2 \cdot 2^2 \cdot 7 = 1100$

c) $z = 2 \cdot 5^2 \cdot 7 = 350$

34. Calcula el M.C.D. de los siguientes pares de números.

a) 9 y 12

$$9 = 3^2$$

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$\text{M.C.D.} = 3$$

b) 18 y 42

$$18 = 9 \cdot 2 = 3^2 \cdot 2$$

$$42 = 6 \cdot 7 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\text{M.C.D.} = 2 \cdot 3 = 6$$

c) 8 y 15

$$8 = 2^3$$

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$\text{M.C.D.} = 1$$

d) 108 y 630

108	2	63	3
54	2	21	3
27	2	7	7
9	3	1	
3	3		
1			

$$108 = 2^2 \cdot 3^3$$

$$630 = 63 \cdot 10 = 3^2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5$$

$$\text{M.C.D.} = 3^2 \cdot 2 = 18$$

35. Calcula el M.C.M. de los siguientes pares de números.

a) 140 y 300

$$140 = 14 \cdot 10 = 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$300 = 3 \cdot 100 = 3 \cdot 10^2 = 3 \cdot 2^2 \cdot 5^2$$

$$\text{M.C.M.} = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 3 \cdot 7 = 2100$$

b) 693 y 1485

693	3	1485	5
231	3	297	3
77	7	99	3
11	11	33	3
1		11	11
		1	

$$693 = 3^2 \cdot 7 \cdot 11$$

$$1485 = 3^3 \cdot 5 \cdot 11$$

$$\text{M.C.M.} = 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 10395$$

c) 315 y 1845

315	5	1845	5
63	3	369	3
21	3	123	3
7	7	41	41
1		1	11

$$315 = 5 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$1845 = 5 \cdot 3^2 \cdot 41$$

$$\text{M.C.M.} = 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 41 = 12915$$

36. Calcula el M.C.M. y el M.C.D. de los siguientes números.

a) 24, 60 y 80

$$24 = 6 \cdot 4 = 2 \cdot 3 \cdot 2^2 = 2^3 \cdot 3$$

$$60 = 6 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$80 = 8 \cdot 10 = 2^3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^4 \cdot 5$$

$$\text{M.C.M.} = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240$$

$$\text{M.C.D.} = 2^2 = 4$$

b) 60, 84 y 132

84	2	132	2
42	2	66	2
21	3	33	3
7	7	11	11
1		1	

$$60 = 6 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$$

$$\text{M.C.M.} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 4620$$

$$\text{M.C.D.} = 2^2 \cdot 3 = 12$$

c) 270, 315 y 360

315	5
63	3
21	3
7	7
1	

$$270 = 27 \cdot 10 = 3^2 \cdot 2 \cdot 5$$

$$315 = 5 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$360 = 36 \cdot 10 = 6^2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\text{M.C.M.} = 3^2 \cdot 2^3 \cdot 5 \cdot 7 = 7560$$

$$\text{M.C.D.} = 3^2 \cdot 5 = 45$$

d) 240, 270 y 36

$$240 = 6 \cdot 4 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$$

$$270 = 27 \cdot 10 = 3^3 \cdot 2 \cdot 5$$

$$36 = 6^2 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$\text{M.C.M.} = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5 = 2160$$

$$\text{M.C.D.} = 2 \cdot 3 = 6$$

AUTOEVALUACIÓN

1. ¿Cuál es el resultado de $20 \cdot 15 + 3$?

- a) 105 b) 65 c) 303 d) 900

$$20 \cdot 15 + 3 = 300 + 3 = 303$$

La opción correcta es la c)

2. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- a) En una división exacta el cociente siempre es 0.
b) En el sistema de numeración decimal el valor de una cifra es independiente del lugar que ocupa.
c) Si multiplicamos dividendo y divisor por el mismo número distinto de 0, el cociente no varía.
d) El producto y la división de números naturales cumple la propiedad conmutativa.

La opción correcta es la c)

3. ¿Cuál de las soluciones es la correcta para el conjunto de los divisores de 40?

- a) $D(40) = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$
b) $D(40) = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 10, 20, 40\}$
c) $D(40) = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 12, 20, 40\}$
d) $D(40) = \{0, 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$

La opción correcta es la a)

ya que en la opción b), encontramos el 6, que no es divisor, en la opción c) encontramos el 12, que no es divisor, y en la opción d) encontramos el 0, que no es divisor.

4. El número de divisores naturales de 12 es:

- a) 3 b) 6 c) 4 d) 1

Los divisores de 12 son $D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$,

por lo que la opción correcta es la b)

5. El número 315A es múltiplo de 9 para los siguientes valores de A:

- a) $A=9$ y $A=3$
b) $A=9$ y $A=1$
c) $A=3$ y $A=6$
d) $A=9$ y $A=0$

Para este ejercicio, recordamos que para que un número sea múltiplo de 9, la suma de sus cifras tiene que ser múltiplo de 9.

Por ello, la suma del resto de las cifras es $3 + 1 + 5 = 9$ y por tanto, si sumamos $A + 9$ tiene que ser múltiplo de 9. Si sumamos 9, el resultado será 18, que, sí es múltiplo de 9, pero sumar 3, 1 o 6 no dará como resultado un múltiplo de 9. Si sumamos 0, el resultado será 9, que también es múltiplo de 9.

Por tanto, la opción correcta es la d).

6. ¿Cuál de éstos números cumple que es un número de tres cifras par, divisible por 5 y por 17, y la suma de sus cifras es 7?

a) 70 b) 510 c) 610 d) 340

La opción a) no tiene 3 cifras. Las cifras de la opción b) no suman 7 y la opción c) no es divisible por 17.

Por tanto, la opción correcta es la d).

7. Sabiendo que a es divisible por b. Indica cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera.

a) El número a es divisor de b.
b) El número a es múltiplo de b.
c) El número b es múltiplo de a.
d) Los números a y b son primos entre sí.

La opción correcta es la b)

ya que, si un número es divisible por otro, también el primero será múltiplo del segundo,

8. El M.C.D. (54, 360, 45) es:

a) 18 b) 27 c) 45 d) 9

$$54 = 2 \cdot 3^3$$

$$360 = 36 \cdot 10 = 6^2 \cdot 2 \cdot 5 = (2 \cdot 3)^2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$9 = 3^2$$

$$\text{M.C.D.}(54, 360, 45) = 3^2 = 9$$

Por tanto, la opción correcta es la d).

9. María compra en el supermercado los zumos en paquetes de 2 y los refrescos en paquetes de 3. Hoy quería comprar el mismo número de zumos que de refrescos, pero el menor número posible para no llevar mucho peso en el camino a su casa. ¿Cuántos compro de cada tipo?

a) 3 b) 2 c) 6 d) 12

Como quiere llevar el mínimo peso, tendremos que hacer el M.C.M de 2 y de 3, que sería $2 \cdot 3 = 6$

Por tanto, la opción correcta es la c)

10. Paula quiere hacer un juego de cartas cortando una cartulina de 16 cm de largo y 12 cm de ancho en cuadrados iguales de forma que sean lo más grandes posibles y no sobre cartulina.

¿Cuánto medirá el lado de cada carta?

a) 4cm b) 2cm c) 8cm d) 6cm

Como nos piden que los lados sean lo más grandes posibles, haremos el M.C.D. (16, 12)

$$16 = 2^4$$

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$\text{M.C.D.}(16, 12) = 2^2 = 4$$

Por tanto, la opción correcta es la a).

1º ESO

Capítulo 3: Potencias y raíces Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-072022

Fecha y hora de registro: 2015-08-13 18:28:37.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



www.apuntesmareaverde.org.es



Realizados por:

Alba Alcalá Vidal

Revisor: **Luis Carlos Vidal Del Campo**

IES ATENEA, CIUDAD REAL

Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. Calcula mentalmente las siguientes potencias y escribe el resultado en tu cuaderno.

- a) $4^2 = 4 \cdot 4 = 16$
- b) $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$
- c) $10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100000$
- d) $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$
- e) $1^4 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$
- f) $1000^2 = 1000 \cdot 1000 = 1000000$

2. Calcula en tu cuaderno las siguientes potencias.

- a) $3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$
- b) $7^4 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 2401$
- c) $4^5 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 1024$
- d) $9^4 = 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 6561$
- e) $25^2 = 25 \cdot 25 = 625$
- f) $16^3 = 16 \cdot 16 \cdot 16 = 4096$

3. Escribe en tu cuaderno el cuadrado y el cubo de los ocho primeros números naturales.

$1^2 = 1 \cdot 1 = 1$	$1^3 = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$
$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$	$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$	$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$
$4^2 = 4 \cdot 4 = 16$	$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$
$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$	$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$
$6^2 = 6 \cdot 6 = 36$	$6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$
$7^2 = 7 \cdot 7 = 49$	$7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$
$8^2 = 8 \cdot 8 = 64$	$8^3 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$

4. Indica cuales de las siguientes potencias son cuadrados y cuales cubos.

- a) 2^2 =Cuadrado
- b) 3^2 =Cuadrado
- c) 4^3 =Cubo
- d) 5^2 =Cuadrado
- e) 8^2 =Cuadrado
- f) 16^3 =Cubo
- g) 10^2 =Cuadrado

5. Lee de dos maneras distintas las siguientes potencias:

- a) 5^3 = cinco al cubo o cinco elevado a tres.
- b) 7^2 = siete al cuadrado o siete elevado a dos.
- c) 25^4 = cinco a la cuarta o veinticinco elevado a cuatro.

- d) $30^2 =$ treinta al cuadrado o treinta elevado a dos.
 e) $7^5 =$ siete a la quinta o siete elevado a cinco.
 f) $7^6 =$ siete a la sexta o siete elevado a seis.

6. Calcula mentalmente.

- a) $1^{2689} = 1$. 1 elevado a cualquier número positivo siempre será 1.
 b) $0^{9826} = 0$. 0 elevado a cualquier número siempre será 0.
 c) $1927^0 = 1$. Cualquier número elevado a 0 será 1.
 d) $0^{1382} = 0$. 0 elevado a cualquier número siempre será 0.
 e) $1^{1000} = 1$. 1 elevado a cualquier número positivo siempre será 1.
 f) $1961^0 = 0$. Cualquier número elevado a 0 será 1.

7. Completa la tabla siguiente en tu cuaderno:

a	a^2	a^3	a^4	a^5
5	$5^2 = 25$	$5^3 = 125$	$5^4 = 625$	$5^5 = 3125$
2	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$	$2^5 = 32$
3	$3^2 = 9$	$3^3 = 27$	$3^4 = 81$	$3^5 = 243$
1	$1^2 = 1$	$1^3 = 1$	$1^4 = 1$	$1^5 = 1$
0	$0^2 = 0$	$0^3 = 0$	$0^4 = 0$	$0^5 = 0$

8. Busca los exponentes de las potencias siguientes:

- a) $10^7 = 10.000$. La potencia será igual al número de 0 que tengamos. En éste caso, $10^4 = 10.000$
 b) $10^7 = 10.000.000$. En éste caso, $10^7 = 10.000.000$
 c) $10^2 = 100$. En éste caso, $10^2 = 100$

9. Expresa en forma polinómica usando potencias de 10.

- a) $12345 = 1 \cdot 10.000 + 2 \cdot 1.000 + 3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5 = 1 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 5$
 b) $6780912 = 6 \cdot 1.000.000 + 7 \cdot 100.000 + 8 \cdot 10.000 + 0 \cdot 1.000 + 9 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 2 = 6 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 2$
 c) $500391 = 5 \cdot 100.000 + 0 \cdot 10.000 + 0 \cdot 1.000 + 3 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 1 = 5 \cdot 10^5 + 0 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 1$
 d) $9078280 = 9 \cdot 1.000.000 + 0 \cdot 100.000 + 7 \cdot 10.000 + 8 \cdot 1.000 + 2 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 0 = 9 \cdot 10^6 + 0 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 0$

10. Utiliza la calculadora para obtener potencias sucesivas de un número. Si marcas un número, a continuación 2 veces seguidas de la tecla de multiplicar y después la tecla igual obtienes el cuadrado de un número.

- a) Compruébalo. Marca $7^{**} =$, ¿qué obtienes?
 Obtendré el cuadrado de 7, es decir $7^2 = 49$
 b) Continúa pulsado la tecla igual, y obtendrás las potencias sucesivas. Marca $7^{***} =$, ¿qué obtienes?

Obtendré el cubo de 7, es decir $7^3 = 343$

- c) Utiliza la calculadora para obtener las potencias sucesivas de 2.

$$2 * = 2^1 = 2$$

$$2 ** = 2^2 = 4$$

$$2 *** = 2^3 = 8$$

$$2 **** = 2^4 = 16$$

- d) Utiliza la calculadora para obtener las potencias sucesivas de 31.

$$31 * = 31^1 = 31$$

$$31 ** = 31^2 = 961$$

$$31 *** = 31^3 = 29791$$

$$31 **** = 31^4 = 923521$$

11. Calcula:

a) $4 \cdot 10^5 = 4 \cdot 100000 = 400000$

b) $6 \cdot 10^7 = 6 \cdot 10000000 = 60000000$

c) $9 \cdot 10^3 = 9 \cdot 1000 = 9000$

d) $56 \cdot 10^4 = 56 \cdot 10000 = 560000$

12. Aplica las propiedades de las potencias en tu cuaderno.

Recordemos las propiedades de las potencias. Si se multiplican dos números con la misma base, el resultado será dicha base elevada a la suma de los exponentes de ambas. Si se dividen, se restarán los exponentes.

Si se eleva un número elevado a otro, el resultado será dicho número elevado a la multiplicación de ambos exponentes.

a) $7^{10} \cdot 7^2 = 7^{12}$

b) $8^{23} \cdot 8^3 = 8^{26}$

c) $5^3 \cdot 5^6 \cdot 5^5 = 5^{14}$

d) $10^3 \cdot 10^5 \cdot 10^4 = 10^{12}$

e) $(8^3)^2 = 8^6$

f) $(7^2)^4 = 7^8$

g) $(9^0)^6 = 9^0 = 1$

h) $(4^3)^2 = 4^6$

i) $6^{10} : 6^2 = 6^8$

j) $2^{23} : 2^3 = 2^{21}$

k) $9^8 : 9^3 = 9^5$

l) $3^{30} : 3^9 = 3^{21}$

m) $12^4 : 12^4 = 12^0 = 1$

n) $1^{25} : 1^{25} = 1^0 = 1$

o) $5^3 : 5^0 = 5^3$

p) $7^4 \cdot 7^0 = 7^4$

13. ¿Te has preguntado por qué un número elevado a 0 es igual a 1? Analiza la siguiente operación.

$$5^0 = 1 \quad \text{y} \quad \frac{5^2}{5^2} = 5^{2-2} = 5^0$$

Si nos fijamos en la fracción, al tener el mismo número y el mismo denominador, la división de ambos daría como resultado 1. Como la fracción, aplicando las propiedades de las potencias, la convertimos en $5^{2-2} = 5^0 = 1$, con lo que queda demostrado.

14. Calcula:

- a) $(2 \cdot 5)^4 = 10^4 = 10.000$
- b) $(32:4)^3 = 8^3 = 512$

15. Calcula mentalmente:

- a) $2^3 \cdot 2^2 = 2^5 = 32$
- b) $4^2 \cdot 4^2 = 4^4 = 256$
- c) $3^2 \cdot 3^2 = 3^4 = 81$
- d) $10^6 \cdot 10^3 \cdot 10^4 \cdot 10^2 = 10^{15} = 1000000000000000$
- e) $1^4 \cdot 1^5 \cdot 1^{15} = 1^{24} = 1$
- f) $0^{25} \cdot 0^5 = 0^{20} = 0$

16. Escribe en forma de una única potencia:

- a) $7^5 \cdot 7^6 \cdot 7^4 = 7^{15}$
- b) $4^4 \cdot 4^6 \cdot 4^7 = 4^{17}$
- c) $2^{20} \cdot 2^{17} = 2^{37}$
- d) $3^6 \cdot 3^7 \cdot 3^3 = 3^{16}$

17. Calcula mentalmente.

- a) $2^3 \cdot 2^2 \cdot 2 = 2^6 = 64$
- b) $1^4 \cdot 1^6 \cdot 1^7 = 1^{17} = 1$
- c) $10^5 \cdot 10^5 = 10^{10} = 10000000000$
- d) $0^2 \cdot 0^6 \cdot 0^{12} = 0^{20} = 0$

18. Calcula mentalmente.

- a) $10^8 \cdot 10^3 \cdot 10^2 = 10^{13} = 10000000000000$
- b) $0^3 \cdot 0^7 \cdot 0^8 = 0^{18} = 0$
- c) $1^{41} \cdot 1^{200} = 1^{241} = 1$
- d) $5^5 \cdot 2^5 = (5 \cdot 2)^5 = 10^5 = 100000$

19. Escribe en forma de una única potencia y calcula.

- a) $2^5 \cdot 5^5 = (2 \cdot 5)^5 = 10^5 = 100000$
- b) $10^4 \cdot 3^4 = (10 \cdot 3)^4 = 30^4 = 810000$
- c) $2^{20} \cdot 5^{20} = (2 \cdot 5)^{20} = 10^{20} = 100000000000000000000$
- d) $10^{10} \cdot 5^{10} = (10 \cdot 5)^{10} = 50^{10}$

20. Calcula utilizando la calculadora

- a) $53^3 \cdot 53^2 \cdot 53 = 53^6$
- b) $71^3 \cdot 71^2 = 71^5$
- c) $3,2^2 \cdot 3,2 = 3,2^3$
- d) $82^3 \cdot 82 = 82^4$

21. Calcula utilizando la calculadora

- a) $49^2 \cdot 49^3 \cdot 49 = 49^6$
- b) $35^4 \cdot 35^2 = 35^6$
- c) $0,5^3 \cdot 0,5^5 = 0,5^8$
- d) $147^2 \cdot 142 = 142^3$

22. Calcula mentalmente las siguientes raíces en tu cuaderno.

Para simplificar la resolución, podemos escribir las raíces en forma de potencias, de la siguiente forma:

$$\sqrt[z]{x^y} = x^{\frac{y}{z}}$$

- a) $\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10^{\frac{2}{2}} = 10^1 = 10$
- b) $\sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8^{\frac{2}{2}} = 8^1 = 8$
- c) $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9^{\frac{2}{2}} = 9^1 = 9$
- d) $\sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7^{\frac{2}{2}} = 7^1 = 7$
- e) $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5^{\frac{2}{2}} = 5^1 = 5$
- f) $\sqrt{1} = 1$
- g) $\sqrt{0} = 0$

23. Calcula mentalmente en tu cuaderno.

- a) $\sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = 10^{\frac{3}{3}} = 10^1 = 10$
- b) $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2^{\frac{3}{3}} = 2^1 = 2$
- c) $\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2^{\frac{4}{4}} = 2^1 = 2$
- d) $\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3^{\frac{4}{4}} = 3^1 = 3$
- e) $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{8^3} = 8^{\frac{3}{3}} = 8^1 = 8$
- f) $\sqrt[5]{1} = 1$
- g) $\sqrt[3]{0} = 0$

24. Introduce los siguientes factores en el radical.

Recordamos que, para introducir un factor dentro de un radical, elevaremos ese factor a la potencia del radical, y lo multiplicaremos por el factor o factores que tengamos dentro del radical.

- a) $2 \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{4 \cdot 2^3} = \sqrt[3]{2^2 \cdot 2^3} = \sqrt[3]{2^5} = \sqrt[3]{32}$
- b) $3 \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2 \cdot 3^3} = \sqrt[3]{2 \cdot 27} = \sqrt[3]{54}$
- c) $5 \cdot \sqrt[5]{4} = \sqrt[5]{4 \cdot 5^5} = \sqrt[5]{12500}$
- d) $10 \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2 \cdot 10^3} = \sqrt[3]{2 \cdot 1000} = \sqrt[3]{2000}$

$$e) 2 \cdot \sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{5 \cdot 2^4} = \sqrt[4]{80}$$

25. Extrae los factores que se pueda del radical.

Para extraer factores del radical, recordamos que dividimos la potencia del factor entre el índice del radical, y el cociente de esa división será la cantidad de factores que sacaremos del radical, siendo el resto la cantidad de factores que nos quedará dentro del radical.

$$a) \sqrt[3]{1000 \cdot a^6 \cdot b^3} = \sqrt[3]{10^3 \cdot a^6 \cdot b^3} = 10^{\frac{3}{3}} \cdot a^{\frac{6}{3}} \cdot b^{\frac{3}{3}} = 10 \cdot a^2 \cdot b.$$

$$b) \sqrt[5]{1000000000} = \sqrt[5]{10^8} = 10^{\frac{8}{5}} = 10 \sqrt[5]{10^3}$$

$$c) \sqrt[4]{81 \cdot a^6 \cdot b^5 \cdot c^4} = \sqrt[4]{3^4 \cdot a^6 \cdot b^5 \cdot c^4} = 3 \cdot a \cdot b \cdot c \sqrt[4]{a^2 \cdot b}$$

$$d) \sqrt[3]{10000 \cdot a^5 \cdot b^3} = \sqrt[3]{10^4 \cdot a^5 \cdot b^3} = 10 \cdot a \cdot b \sqrt[3]{10 \cdot a^2}$$

26. Calcula:

Recordemos que, para sumar y restar radicales, éstos tendrán que tener la misma base y potencia.

$$a) 2\sqrt{8} + 3\sqrt{32} - 5\sqrt{2} = 2\sqrt{2^3} + 3\sqrt{2^5} - 5\sqrt{2} = 2 \cdot 2\sqrt{2} + 3 \cdot 2^2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$$

$$b) 5\sqrt{27} + 2\sqrt{3} - \sqrt{81} = 5\sqrt{3^3} + 2\sqrt{3} - \sqrt{3^4} = 5 \cdot 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 3^2 = 17\sqrt{3} - 9$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Calcula en tu cuaderno las siguientes potencias

- a) $7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$
- b) $8^4 = 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 4096$
- c) $5^5 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 3125$
- d) $3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$
- e) $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$
- f) $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$
- g) $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$
- h) $1^{47} = 1$
- i) $9^0 = 1$
- j) $10^8 = 100000000$

2. Calcula mentalmente en tu cuaderno las primeras 5 potencias de 10.

$$10^0 = 1$$

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1000$$

$$10^4 = 10000$$

3. Expresa en forma de potencia en tu cuaderno.

- a) $100000 = 10^5$
- b) $1000000 = 10^6$
- c) $10000000 = 10^7$

4. Expresa como una única potencia y calcula el resultado.

- a) $(4^3)^2 = 4^6 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4096$
- b) $(2^2)^2 = 2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$
- c) $(9^0)^5 = 9^0 = 1$
- d) $(5^3)^6 = 5^{18} = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 3814697265625$

5. Calcula en tu cuaderno las 5 primeras potencias de 2.

$$2^0 = 1$$

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$$

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

6. Escribe en tu cuaderno en forma de potencia el resultado de estas operaciones.

- a) $6^{10} \cdot 6^2 = 6^{12}$
- b) $8^{14} \cdot 8^3 = 8^{17}$
- c) $3^5 \cdot 3^3 \cdot 3^6 = 3^{14}$

- d) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^4$
 e) $7 \cdot 7^4 \cdot 7^2 = 7^7$
 f) $3^3 \cdot 3 \cdot 3^6 = 3^{10}$
 g) $10^5 \cdot 10^3 \cdot 10^4 = 10^{12}$
 h) $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$

7. Escribe en forma de una única potencia el resultado de estas operaciones.

- a) $7^{10} : 7^2 = 7^8$
 b) $9^{14} : 9^3 = 9^{11}$
 c) $3^8 : 3^3 = 3^5$
 d) $5^7 : 5^3 = 5^4$
 e) $6^4 : 6^4 = 6^0 = 1$
 f) $10^7 : 10^5 = 10^2$

8. Simplifica y calcula en tu cuaderno.

- a) $(3 \cdot 2^4 \cdot 5^3) : (3 \cdot 2^2 \cdot 5^2) = \frac{3 \cdot 2^4 \cdot 5^3}{3 \cdot 2^2 \cdot 5^2} = 3^{1-1} \cdot 2^{4-2} \cdot 5^{3-2} = 3^0 \cdot 2^2 \cdot 5^1 = 1 \cdot 4 \cdot 5 = 20$
 b) $(6^3 \cdot 4^5 \cdot 11^3) : (2^4 \cdot 3 \cdot 11^2) = \frac{(2 \cdot 3)^3 \cdot (2^2)^5 \cdot 11^3}{2^4 \cdot 3 \cdot 11^2} = \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 2^{10} \cdot 11^3}{2^4 \cdot 3 \cdot 11^2} = 2^{13-4} \cdot 3^{3-1} \cdot 11^{3-2} = 2^9 \cdot 3^2 \cdot 11^1 = 512 \cdot 9 \cdot 11 = 50.688$

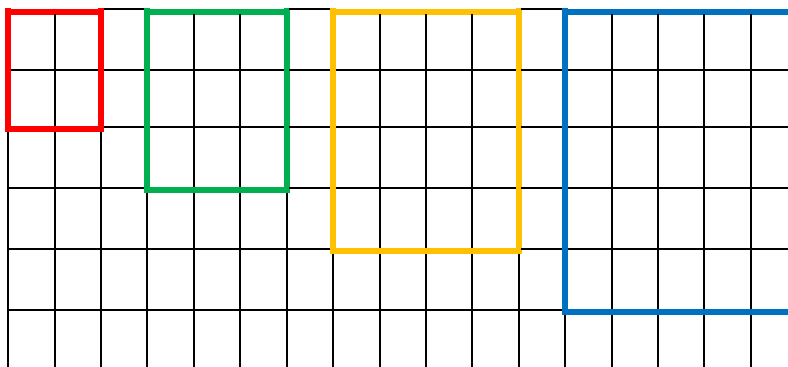
9. Simplifica y calcula en tu cuaderno.

- a) $4^4 \cdot 2^5 \cdot 2^{10} = (2^2)^4 \cdot 2^5 \cdot 2^{10} = 2^{23}$
 b) $5^5 \cdot 25^6 \cdot 5^8 = 5^5 \cdot (5^2)^6 \cdot 5^8 = 5^{25}$
 c) $10^{12} \cdot 100^8 = 10^{12} \cdot (10^2)^8 = 10^{28}$
 d) $3^2 \cdot 9^5 \cdot 3^3 = 3^2 \cdot (3^2)^5 \cdot 3^3 = 3^{15}$

10. Escribe en forma de potencia.

- a) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^6$
 b) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^4$
 c) $11 \cdot 11 \cdot 11 = 11^3$
 d) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$

11. Dibuja en un papel cuadriculado un cuadrado de lado igual a 2 cuadrados pequeños. ¿Cuántos cuadrados pequeños tiene? Dibuja también cuadrados de lados 3, 4 y 5 cuadrados pequeños e indica cuantos cuadrados pequeños tienen. Exprésalo en forma de potencia.



El cuadrado de lado 2 cuadrados pequeños tiene 4 cuadrados pequeños en su interior. En forma de potencia sería $2^2 = 4$

El cuadrado de lado 3 cuadrados pequeños tiene 9 cuadrados pequeños en su interior. En forma de potencia sería $3^2 = 9$

El cuadrado de lado 4 cuadrados pequeños tiene 16 cuadrados pequeños en su interior. En forma de potencia sería $4^2 = 16$

El cuadrado de lado 5 cuadrados pequeños tiene 25 cuadrados pequeños en su interior. En forma de potencia sería $5^2 = 25$

12. Con cubitos se forman cubos mayores de lado 2, 3, 4 y 5. ¿Cuántos cubitos son necesarios en cada caso? Exprésalo en forma de potencia.

Al formar cubos de lado 2, tendríamos $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.

Al formar cubos de lado 3, tendríamos $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$.

Al formar cubos de lado 4, tendríamos $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$.

Al formar cubos de lado 5, tendríamos $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$.

13. Efectúa las siguientes operaciones con potencias dando el resultado en forma de potencia de una sola base, la que creas más adecuada en cada caso:

- $(4^5 \cdot 4^2)^3 \cdot 16 = (4^7)^3 \cdot 4^2 = 4^{21} \cdot 4^2 = 4^{23} = (2^2)^{23} = 2^{46}$
- $1^3 \cdot 3^3 = (1 \cdot 3)^3 = 3^3$
- $(16^4 \cdot 8^3)^4 = ((2^4)^4 \cdot (2^3)^3)^4 = (2^{16} \cdot 2^9)^4 = (2^7)^4 = 2^{28}$
- $(5^3 \cdot 5^2)^3 = (5^5)^3 = 5^{15}$
- $((7^5 \cdot 7^2)^2)^3 = ((7^7)^2)^3 = 7^{42}$
- $(27^2 \cdot 9^2)^3 = ((3^3)^2 \cdot (3^2)^2)^3 = (3^6 \cdot 3^4)^3 = (3^{10})^3 = 3^{30}$

14. Efectúa las siguientes operaciones dando el resultado como una única potencia.

- $2^{10} \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2^{14}$
- $(5^{10} \cdot 25^2)^4 = (5^{10} \cdot (5^2)^2)^4 = (5^{10} \cdot 5^4)^4 = (5^{14})^4 = 5^{56}$
- $4^3 \cdot 4^5 \cdot (4^5)^2 = 4^3 \cdot 4^5 \cdot 4^{10} = 4^{18} = 2^{36}$
- $16^7 \cdot 8^2 = (2^4)^7 \cdot (2^3)^2 = 2^{28} \cdot 2^6 = 2^{34}$
- $(16^7)^3 \cdot (8^2)^2 = ((2^4)^7)^3 \cdot ((2^3)^2)^2 = 2^{84} \cdot 2^{12} = 2^{96}$
- $3^4 \cdot (3^2 \cdot 3^5) = 3^4 \cdot 3^7 = 3^{11}$

15. Escribe los cuadrados de diez números mayores que 10 y menores de 100.

$$12^2 = 12 \cdot 12 = 144$$

$$13^2 = 13 \cdot 13 = 169$$

$$14^2 = 14 \cdot 14 = 196$$

$$15^2 = 15 \cdot 15 = 225$$

$$16^2 = 16 \cdot 16 = 256$$

$$20^2 = 20 \cdot 20 = 400$$

$$30^2 = 30 \cdot 30 = 900$$

$$40^2 = 40 \cdot 40 = 1600$$

$$50^2 = 50 \cdot 50 = 2500$$

$$60^2 = 60 \cdot 60 = 3600$$

16. En una nave de un supermercado hay 16 cajas de batidos de chocolate, y cada caja tiene 8 batidos de 200 centímetros cúbicos. Expresa el número total de batidos de cada envase en forma de potencia de 2.

$$16 \cdot 8 = 2^4 \cdot 2^3 = 2^7$$

17. Calculadora: algunas calculadoras tienen la tecla x^2 que calcula cuadrados. Por ejemplo, 23^2 , se calcularía pulsado el 23, y seguidamente dicha tecla, obteniendo 529.

Usa la calculadora para obtener:

- a) $13^2 = 169$
- b) $43^2 = 1849$
- c) $75^2 = 5625$
- d) $82^2 = 6724$

18. Escribe los cubos de diez números mayores que 10 y menores que 100.

$$12^3 = 12 \cdot 12 \cdot 12 = 1728$$

$$13^3 = 13 \cdot 13 \cdot 13 = 2197$$

$$14^3 = 14 \cdot 14 \cdot 14 = 2744$$

$$15^3 = 15 \cdot 15 \cdot 15 = 3375$$

$$16^3 = 16 \cdot 16 \cdot 16 = 4096$$

$$20^3 = 20 \cdot 20 \cdot 20 = 8000$$

$$30^3 = 30 \cdot 30 \cdot 30 = 27000$$

$$40^3 = 40 \cdot 40 \cdot 40 = 64000$$

$$50^3 = 50 \cdot 50 \cdot 50 = 125000$$

$$60^3 = 60 \cdot 60 \cdot 60 = 216000$$

19. Indica cuáles de los siguientes números son cuadrados y cuáles son cubos:

- a) 1: puede ser cuadrado y cubo, ya que 1 elevado a cualquier número siempre será 1.
- b) 2: no es ni cuadrado ni cubo, ya que no existe ningún número que elevado a 2 o 3 sea 2.
- c) 4: cuadrado, ya que $2^2 = 2 \cdot 2 = 4$
- d) 8: cubo, ya que $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
- e) 16: cuadrado, ya que $4^2 = 4 \cdot 4 = 16$
- f) 27: cubo, ya que $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$
- g) 1000: cubo, ya que $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$

20. Halla en tu cuaderno:

$$a) \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2^{\frac{2}{2}} = 2^1 = 2$$

$$b) \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5^{\frac{2}{2}} = 5^1 = 5$$

$$c) \sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9^{\frac{2}{2}} = 9^1 = 9$$

$$d) \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3^{\frac{2}{2}} = 3^1 = 3$$

- e) $\sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8^{\frac{2}{2}} = 8^1 = 8$
 f) $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4^{\frac{2}{2}} = 4^1 = 4$
 g) $\sqrt{225} = \sqrt{3^2 \cdot 5^2} = 3^{\frac{2}{2}} \cdot 5^{\frac{2}{2}} = 3^1 \cdot 5^1 = 3 \cdot 5 = 15$
 h) $\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10^{\frac{2}{2}} = 10^1 = 10$

21. Calcula en tu cuaderno las siguientes raíces.

- a) $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11^{\frac{2}{2}} = 11^1 = 11$
 b) $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5^{\frac{3}{3}} = 5^1 = 5$
 c) $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2^{\frac{3}{3}} = 2^1 = 2$
 d) $\sqrt[3]{1} = \sqrt[3]{1^3} = 1^{\frac{3}{3}} = 1^1 = 1$
 e) $\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2^{\frac{4}{4}} = 2^1 = 2$
 f) $\sqrt{289} = \sqrt{17^2} = 17^{\frac{2}{2}} = 17^1 = 17$

22. Introduce en tu cuaderno los siguientes factores en el radical:

Recuerda que, para introducir un factor dentro de un radical, debemos elevar ese factor al índice que tenga dicho radical.

- a) $3\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{27 \cdot 3^3}$
 b) $8\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{4 \cdot 8^3}$
 c) $9\sqrt[5]{3} = \sqrt[5]{3 \cdot 9^5}$
 d) $5\sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{7 \cdot 5^3}$
 e) $4\sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{4 \cdot 4^4}$
 f) $5\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2 \cdot 5^3}$
 g) $2\sqrt{7} = \sqrt{7 \cdot 2^2}$
 h) $5\sqrt{7} = \sqrt{7 \cdot 5^2}$

23. Extrae en tu cuaderno factores de los radicales siguientes:

- a) $\sqrt[3]{729} = \sqrt[3]{3^6} = 3^{\frac{6}{3}} = 3^2 = 9$
 b) $\sqrt{32} = \sqrt{2^5} = \sqrt{2^4 \cdot 2} = 2^{\frac{4}{2}} \cdot \sqrt{2} = 2^2 \cdot \sqrt{2} = 4 \cdot \sqrt{2}$
 c) $\sqrt{175} = \sqrt{5^2 \cdot 7} = 5^{\frac{2}{2}} \cdot \sqrt{7} = 5\sqrt{7}$
 d) $\sqrt{1200} = \sqrt{2^2 \cdot 3 \cdot 10^2} = 2^{\frac{2}{2}} \cdot 10^{\frac{2}{2}} \cdot \sqrt{3} = 3 \cdot 10 \cdot \sqrt{3}$
 e) $\sqrt{180} = \sqrt{3^2 \cdot 2^2 \cdot 5} = 3^{\frac{2}{2}} \cdot 2^{\frac{2}{2}} \cdot \sqrt{5} = 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{5}$
 f) $\sqrt[4]{50000} = \sqrt[4]{5 \cdot 10^4} = 10^{\frac{4}{4}} \cdot \sqrt{5} = 10 \cdot \sqrt{5}$
 g) $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2^6} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2$
 h) $\sqrt[4]{100000} = \sqrt[4]{10^5} = \sqrt[4]{10^4 \cdot 10} = 10 \cdot \sqrt{10}$
 i) $\sqrt{150} = \sqrt{3 \cdot 2 \cdot 5^2} = 5^{\frac{2}{2}} \cdot \sqrt{3 \cdot 2} = 5 \cdot \sqrt{6}$
 j) $\sqrt{360} = \sqrt{10 \cdot 6^2} = 6^{\frac{2}{2}} \cdot \sqrt{10} = 6 \cdot \sqrt{10}$

$$\begin{aligned} \text{k)} \quad \sqrt[3]{80} &= \sqrt[3]{10 \cdot 2^3} = 2^{\frac{3}{3}} \cdot \sqrt[3]{10} = 2 \cdot \sqrt[3]{10} \\ \text{l)} \quad \sqrt{8} &= \sqrt{2^3} = \sqrt{2 \cdot 2^2} = 2 \cdot \sqrt{2} \end{aligned}$$



24. Algunas calculadoras tienen esta tecla que calcula las raíces cuadradas. Por ejemplo para calcular $\sqrt{64}$, se pulsa 64 y la tecla, y se obtiene 8.

Usa la calculadora para obtener las raíces cuadradas de 121, 144, 625 y 2025.

$$\begin{aligned} \sqrt{121} &= 11 \\ \sqrt{144} &= 12 \\ \sqrt{625} &= 25 \\ \sqrt{2025} &= 45 \end{aligned}$$

25. En una pastelería quieren colocar en una caja cuadrada 196 bombones formando el mayor cuadrado posible. ¿Cuántos bombones tendrá el lado? ¿Cuántos bombones se necesitan para formar el cuadrado que tenga un bombón más por lado?

Al decir que tenemos que formar el mayor cuadrado posible con 196 bombones, asumimos que cada lado del cuadrado tendrá $\sqrt{196} = 14$ bombones, ya que los 4 lados del cuadrado son iguales, y el área del cuadrado es lado x lado, y por tanto $14 \cdot 14 = 196$

Si queremos que la caja tenga un bombón más a cada lado, tendrá 15. Si multiplicamos $15 \cdot 15$, obtendremos los bombones necesarios, que serán 225 bombones.

26. Halla en tu cuaderno:

Para éste ejercicio, tenemos que recordar que, para sumar y restar radicales, esto tendrán que tener el mismo índice y el mismo radical.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 3\sqrt{5} + 5\sqrt{20} - 7\sqrt{45} &= 3\sqrt{5} + 5\sqrt{2^2 \cdot 5} - 7\sqrt{3^2 \cdot 5} = 3\sqrt{5} + 5 \cdot 2\sqrt{5} - 7 \cdot 3\sqrt{5} = 6\sqrt{5} \\ \text{b)} \quad 4\sqrt{12} - 3\sqrt{75} + 6\sqrt{300} &= 4\sqrt{2^2 \cdot 3} - 3\sqrt{5^2 \cdot 3} + 6\sqrt{3 \cdot 2^2 \cdot 5^2} = 4 \cdot 2\sqrt{3} - 3 \cdot 5\sqrt{3} + 6 \cdot 2 \cdot 5\sqrt{3} = 53\sqrt{3} \\ \text{c)} \quad 5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 2\sqrt{3} &= 0 \\ \text{d)} \quad 8\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} &= 10\sqrt{2} \end{aligned}$$

27. Calcula mentalmente las raíces cuadradas de 100, 10.000, 1.000.000.

$$\begin{aligned} \sqrt{100} &= \sqrt{10^2} = 10 \\ \sqrt{10000} &= \sqrt{10^4} = 10^{\frac{4}{2}} = 10^2 = 100 \\ \sqrt{1000000} &= \sqrt{10^6} = 10^{\frac{6}{2}} = 10^3 = 1000 \end{aligned}$$

28. Calcula en tu cuaderno:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 2 + 5^2 + (14:2) + 1^7 &= 2 + 25 + 7 + 1 = 35 \\ \text{b)} \quad 3 + 4^2 + (12:6) + 1^{14} &= 3 + 16 + 2 + 1 = 22 \\ \text{c)} \quad 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^0 &= 9 + 27 + 81 + 1 = 118 \\ \text{d)} \quad 4^3 + 7 \cdot 3^2 &= 64 + 7 \cdot 9 = 64 + 63 = 127 \end{aligned}$$

29. Escribe en tu cuaderno las frases siguientes y complétalas.

- a) La raíz cuadrada de ... es 10. Solución: 100.
- b) La raíz cuadrada de 36 es... Solución: 6.
- c) El número al que se le halla la raíz cuadrada se llama... Solución: Radicando.
- d) El cuadrado de ... es 81. Solución: 9
- e) La raíz cuadrada aproximada de 5 es... Solución: 2,23.

30. Se quieren plantar árboles en un jardín de forma que llenen un cuadrado. Hay 26 árboles. ¿Cuántos árboles habrá en cada lado del cuadrado? ¿Sobra algún árbol?

Como nos piden que formen un cuadrado, tendremos que buscar un número que al cuadrado nos de 26 o menor. Sería entonces el 5, ya que al elevarlo al cuadrado nos da 25.

Podemos afirmar que en cada lado del cuadrado habrá 5 árboles y que nos sobrará 1 árbol.

31. Escribe al número 111 entre los cuadrados de dos números consecutivos.

Buscaremos un número que al cuadrado sea menor que 111 y otro número que al cuadrado sea mayor que 11, y que ambos sean consecutivos.

Serán el 10, que al elevarlo al cuadrado tenemos 100, y el 11, que al elevarlo al cuadrado tenemos 121.

32. Con 9 cuadrados hemos formado un cuadrado mayor de lado 3. ¿Cuántos cuadraditos debemos añadir para formar el siguiente cuadrado de lado 4? ¿Es $3+3+1$? Y si ya tenemos el cuadrado de lado 4, ¿cuántos para formar el cuadrado de lado 5?

Si tenemos 3 cuadraditos y formamos uno de 9 es porque $3^2 = 9$.

Para formar uno de lado 4, necesitaremos $4^2 = 16$ cuadraditos, por lo que necesitaremos $16 - 9 = 7 = 3 + 3 + 1$ cuadraditos más.

Para formar el de lado 5, necesitaremos $5^2 = 25$ cuadraditos, y como tenemos 9, necesitaremos $25 - 16 = 9$ cuadrados más.

33. Una finca tiene forma cuadrada y mide 36 m. de lado. Si el metro cuadrado se paga a 500€, ¿cuánto vale la finca?

Primero hallaremos el área de la finca, que al ser cuadrada, será $36^2 = 1296 \text{ m}^2$. Como cada metro cuadrado cuesta 500€, el cálculo del coste será sencillo: $1296 \text{ m}^2 \cdot 500 \frac{\text{€}}{\text{m}^2} = 648.000 \text{ €}$.

34. El suelo de una cocina es cuadrado y está formado por 121 losas cuadradas de 40 cm x 40 cm. Halla la medida del lado de la cocina y su área.

Al ser las losas cuadradas, hallamos lo que mide un lado, que será $\sqrt{121} = 11$ losas tendrá a cada lado.

Como cada losa mide 40 cm x 40 cm, multiplicamos el número de losas, por la medida de cada una, $11 \cdot 40 \text{ cm} = 440 \text{ cm}$ que será la medida del lado.

Para hallar su área, al ser cuadrada, elevamos la medida del lado al cuadrado, $440^2 = 193600 \text{ cm}^2 = 19,36 \text{ m}^2$.

35. Preguntan la edad a una profesora de Matemáticas y contesta “Mi edad se obtiene si del cubo de 3 se suma el cuadrado de 2”. ¿Qué edad tiene?

$$3^3 + 2^2 = 27 + 4 = 31 \text{ años}$$

- 36. Nieves y Ana juegan tres partidas. Nieves tenía 10 cromos y Ana 80. En la primera partida ganó Nieves y elevó sus cromos al cuadrado, en la segunda perdió el cubo de 3, y en la tercera perdió el cuadrado de 4. ¿Cuántos cromos les quedan a Ana y a Nieves? ¿Quién ha ganado?**

Nieves tenía 10 cromos, si los elevo al cuadrado, ahora tiene $10^2 = 100$, después perdió el cubo de 3, es decir, $3^3 = 27$, y después perdió el cuadrado de 4, es decir, $4^2 = 16$. Por tanto, Nieves tiene:
 $10 + 100 - 27 - 16 = 67$ cromos

- 37. Luis y Miriam tienen canicas. Luis tiene 8 elevado al cuadrado. Miriam tiene 2 elevado a la sexta potencia. ¿Quién tiene más canicas?**

Si Luis tiene 8 elevado al cuadrado, entonces tiene $8^2 = 64$ canicas y Miriam tiene $2^6 = 64$ canicas, por lo que tienen las mismas.

- 38. En un restaurante se puede elegir entre cuatro primeros platos, cuatro segundos y cuatro postres. ¿Cuántos menús distintos pueden hacerse?**

Como tenemos 4 primeros, 4 segundos y 4 postres, cada vez que elegimos tenemos 4 opciones, por lo que tendremos $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ menús distintos.

AUTOEVALUACIÓN

1. ¿Cuál es el resultado de las tres potencias siguientes 2^4 , 4^3 , 5^2 ?

- a) 16, 12, 25 b) 16, 64, 25 c) 32, 64, 10 d) 64, 32, 26

$$2^4 = 16, \quad 4^3 = 64 \quad \text{y} \quad 5^2 = 25$$

Por lo que será la opción b).

2. ¿Cuál es el resultado de la operación $4^2 + 5^2$?

- a) 41 b) 64 c) 34 d) 16

$$4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$$

Por lo que será la opción a)

3. Escribe = (igual) o $\neq$ (distinto) según corresponda:

a) $5^6 = 15625$

b) $1^8 \neq 8$

c) $14^0 \neq 14$

d) $10^4 \neq 40$

4. ¿Cuál de las respuestas corresponde a la multiplicación $3^3 \cdot 3^2 \cdot 3^5$?

- a) 3^{30} b) 9^{10} c) 3^{10} d) 19 683

$$3^3 \cdot 3^2 \cdot 3^5 = 3^{3+2+5} = 3^{10}$$

Por lo que será la opción c)

5. ¿Cuál de las respuestas corresponde a la división $7^6 : 7^4$?

- a) 7^{24} b) 7^2 c) 7^{10} d) $3/2$

$$7^6 : 7^4 = 7^{6-4} = 7^2$$

Por lo que será la opción b)

6. ¿Cuál de las soluciones es la correcta para la operación $(5 \cdot 2 \cdot 1)^3$?

- a) 1 000 b) 30 c) 100 d) 60

$$(5 \cdot 2 \cdot 1)^3 = 10^3 = 1000$$

Por lo que será la opción a)

7. Elige la respuesta que corresponda al resultado de $((2)^2)^4$

- a) 2^8 b) 2^6 c) 32 d) 16

$$((2)^2)^4 = 2^8$$

Por lo que será la opción a)

8. ¿Cuál es el resultado de la operación $(18 : 2)^3$?

- a) 81 b) 316 c) 401 d) 729

$$(18 : 2)^3 = 9^3 = 729$$

Por lo que será la opción d)

9. Señala el número que no es cuadrado perfecto:

Recordamos que un cuadrado perfecto es aquel número resultado de elevar un número entero al cuadrado.

Por ello, al ser 49 cuadrado de 7, 36 cuadrado de 6, 25 cuadrado de 5, la opción correcta será la d), ya que no hay un número entero que elevado al cuadrado de 1000.

10. El lado de una superficie cuadrada de 64 centímetros cuadrados mide:

Como nos habla de superficie cuadrada, para calcular el lado simplemente realizamos la raíz cuadrada de la superficie, que será $\sqrt{64} = 8$, por lo que la opción correcta será la b)

1º ESO

Capítulo 4: Números naturales

Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-072022

Fecha y hora de registro: 2015-08-13 18:28:37.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



www.apuntesmareaverde.org.es



Realizados por:

Alba Alcalá Vidal

Revisor: **Luis Carlos Vidal Del Campo**

IES ATENEA, CIUDAD REAL

Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. Escribe el número que mejor representa la situación que se plantea:
 - a) Un avión vuela a 1.292 m de altura. +1292 m de altura.
 - b) El lunes el termómetro marcaba 6°C bajo cero. -6°C.
 - c) El coche estaba en el sótano 2. -2º Planta.
 - d) Sócrates nació en el año 470 antes de Cristo. Año -470.

2. Expresa estos enunciados con un número positivo, negativo o cero:
 - a) Me he gastado toda la paga. Como me he gastado todo, tendré que poner 0.
 - b) Mi ciudad está a 700 m sobre el nivel del mar. +700 m.
 - c) El garaje está en el segundo sótano. Al ser sótano, será la planta -2.

3. Indica el significado de los números -5, 0 y +3 en cada una de las situaciones siguientes:
 - a) En un ascensor.
 - 5, el ascensor se encuentra en el sótano 5.
 - 0, el ascensor se encuentra en la planta baja.
 - 3, el ascensor se encuentra en la planta 3.
 - b) En un termómetro.
 - 5, estamos a 5 grados bajo cero.
 - 0, estamos a 0°C.
 - 3, estamos a 3°C.
 - c) En una cuenta.
 - 5, debo 5€.
 - 0, ni tengo, ni debo nada.
 - 3, tengo 3€.

4. Calcula el valor absoluto de los siguientes números:

Recordamos que el valor absoluto de un número es el mismo, pero omitiendo el signo que tenga.

 - a) $|+9| = 9$
 - b) $|-11| = 11$
 - c) $|0| = 0$
 - d) $|-6| = 6$

5. Escribe en tu cuaderno:
 - a) $|-5| = 5$
 - b) $|+7| = 7$
 - c) $Op(+6) = -6$
 - d) $Op(-4) = +4$

6. Escribe dos números que disten 4 de cero. ¿Cuánto dista de cero -3? ¿Y +3?

Dos números que distan 4 de cero son el 4, y el -4. La distancia desde 0, tanto a -3 como a 3, es 3.

7. Representa en una recta numérica en tu cuaderno los siguientes números y ordénalos de menor a mayor: -7, 3, 1, -4, 6, -5, -2 y 0.



Ordenados de menor a mayor:

$$-7 < -5 < -4 < -2 < 0 < 1 < 3 < 6$$

8. Completa en tu cuaderno con el signo < (menor) o > (mayor) según corresponda.

- a) -11, -6: $-11 < -6$
 b) -8, +4: $-8 < +4$
 c) +2, +10: $+2 < +10$
 d) +3, -9: $+3 > -9$
 e) -2, |-6|: $-2 < |-6|$, ya que el valor absoluto de -6 es 6.

9. Ordena de menor a mayor:

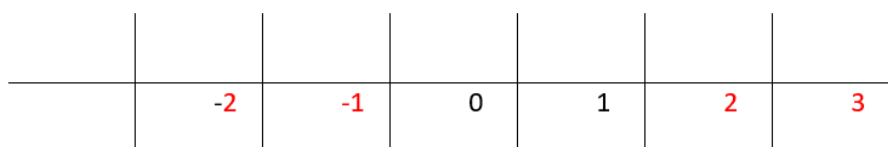
- a) +12, -4, -15, +13: $-15 < -4 < +12 < +13$
 b) +3, -25, -9, -6: $-25 < -9 < -6 < +3$

10. Tales de Mileto vivió hacia el año 600 a. C. y Newton durante el siglo XVII, ¿qué diferencia de siglos hay entre ambas fechas?

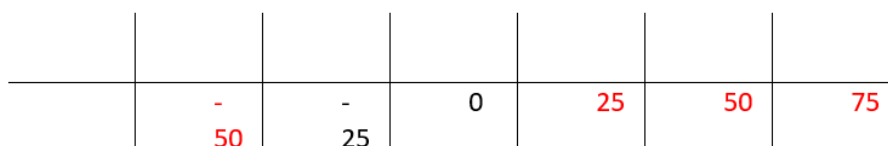
El siglo XVIII d.C., podemos transformarlo en el número 17. El año 600 a.C., es el siglo VI a.C., que podemos transformar en el -6. Por tanto, la diferencia será $17 - (-6) = 23$ siglos.

EJERCICIO DE RECTAS NUMÉRICAS

a)



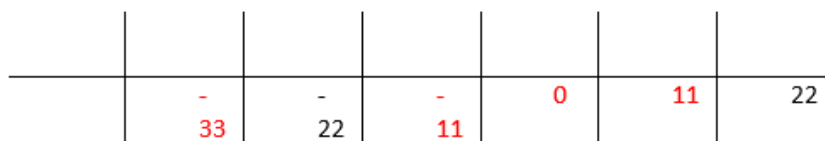
b)



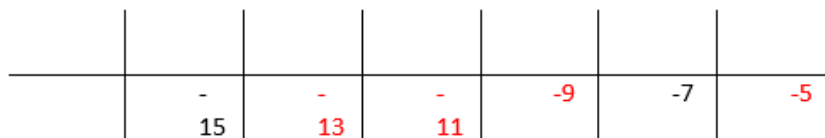
c)



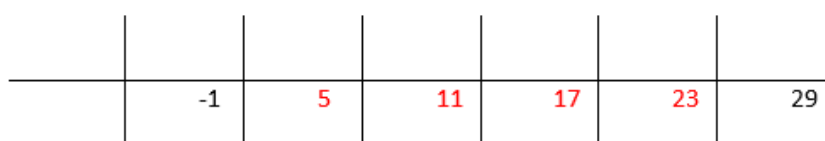
d)



e)



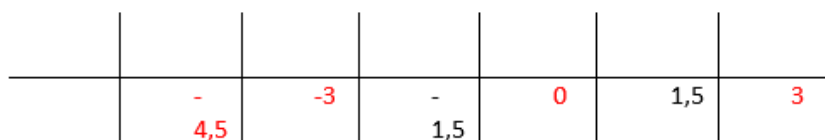
f)



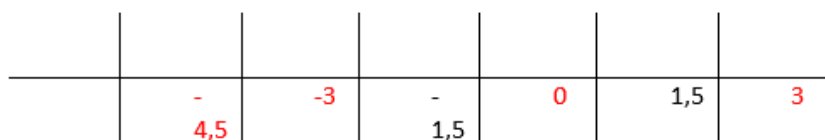
g)



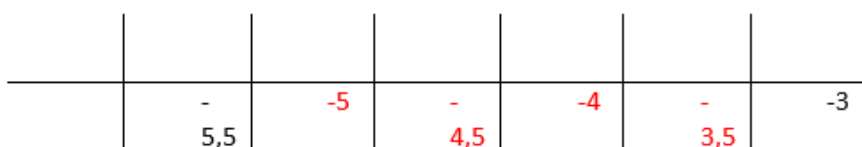
h)



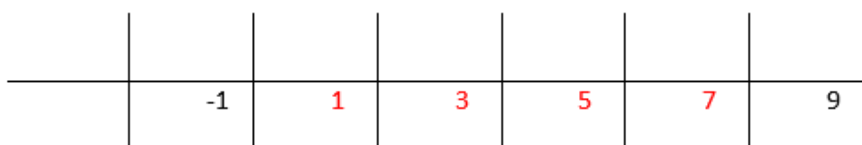
i)



j)



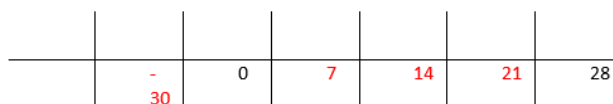
k)



l)



m)



n)



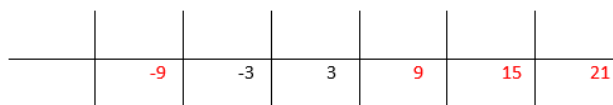
o)



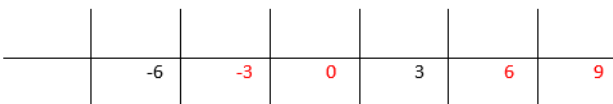
p)



q)



r)



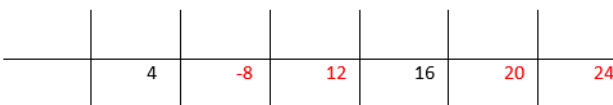
s)



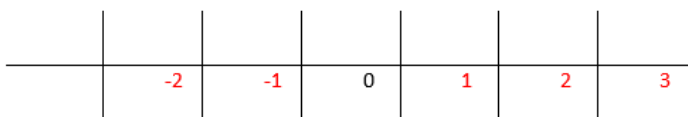
t)



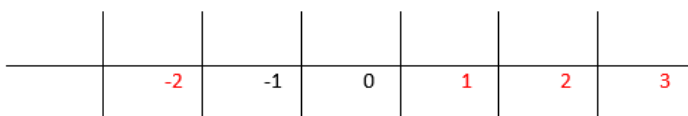
u)



v)



w)

**11. Realiza en tu cuaderno las siguientes sumas de números enteros:**

a) $+9+5= +9 + 5 = +14$

Para sumar dos números positivos, los sumaré y el resultado tendrá signo positivo.

b) $(-6)+(-3)= (-6) + (-3) = -9$

Para sumar dos números negativos, los sumaré y el resultado tendrá signo negativo.

c) $+7+(-4)= +7 + (-4) = +3$

Para sumar dos números de distinto signo, siempre los restaré, y el resultado tendrá el signo del número mayor.

d) $(-8)+10= (-8) + 10 = +2$

Se aplicará lo mismo que en el apartado c).

12. Halla el resultado de las siguientes sumas:

a) $(+12) + (+5) + (-4)$

b) $(-8) + (-2) + (-10)$

c) $(-15) + (-4) + (+9)$

d) $(-3) + (+11)$

Para resolverlas, se hará por pasos aplicando las propiedades del ejercicio anterior.

a) $(+12) + (+5) + (-4); (+12) + (+5) = +17; (+17) + (-4) = +13$

b) $(-8) + (-2) + (-10); (-8) + (-2) = -10; (-10) + (-10) = -20$

c) $(-15) + (-4) + (+9); (-15) + (-4) = -19; (-19) + (+9) = -10$

d) $(-3) + (+11) = +8$

13. Efectúa estas operaciones:

a) $(+8) + (+2) + (-2)$

b) $(-14) + (-7) + (-11)$

c) $(-7) + (-2) + (+6)$

d) $(-5) + (+2)$

Aplicaremos los mismos pasos que en el ejercicio 12.

a) $(+8) + (+2) + (-2); (+8) + (+2) = +10; (+10) + (-2) = +8$

b) $(-14) + (-7) + (-11); (-14) + (-7) = -21; (-21) + (-11) = -32$

c) $(-7) + (-2) + (+6); (-7) + (-2) = -9; (-9) + (+6) = -3$

d) $(-5) + (+2) = -3$

- 14. Un autobús comienza el viaje con 45 pasajeros. En la primera parada se bajan 7 y se suben 12. En la segunda se bajan 10 y se suben 8, y en la tercera se bajan 4. ¿Cuántos pasajeros hay en el autobús?**

Tenemos 45 pasajeros.

Se bajan 7, por lo que restamos 7.

Se suben 12, por lo que sumamos 12.

Se bajan 10, por lo que restamos 10.

Se suben 8, por lo que sumamos 8.

Se bajan 4, por lo que restamos 4.

Por tanto, escribimos la operación resultante de hacer las sumas y restas anteriores:

$$45 - 7 + 12 - 10 + 8 - 4 = 44$$

Habrán 44 pasajeros.

- 15. Un avión vuela a 4.000 m y un submarino está sumergido a 60 m, ¿qué distancia en metros les separa?**

El avión se encuentra en el punto +4.000 y el submarino se encuentra en el punto -60, al estar sumergido.

Por ello, la distancia que les separa será:

$$+4000 - (-60) = 4600 \text{ metros.}$$

- 16. El emperador romano Augusto nació el 23 de septiembre del año 63 a. C. y murió el 19 de agosto del año 14 d. C. ¿Cuántos años vivió?**

Augusto vivió 63 años antes de Cristo (a.C.), y vivió 14 años más después de Cristo (d.C.), por lo que en total vivió $64 + 14 = 77$ años.

- 17. Expresa al número 10 como suma y resta de 3 números enteros.**

Podemos escoger tres números cualesquiera siempre que el resultado nos de 10.

Un ejemplo podría ser: -12, +15 y +7, realizando la siguiente operación:

$$(-12) + (+15) + (+7) = (+3) + (+7) = +10$$

- 18. Expresa al número cero como suma y resta de cuatro números enteros.**

Por ejemplo, el -20, +16, +8 y -4, nos podrían servir. Realizamos la siguiente operación:

$$(-20) + (-4) + (+16) + (+8) = (-24) + (+24) = 0$$

- 19. Realiza en tu cuaderno las siguientes sumas de números enteros:**

a) $+8+3 = +8 + 3 = +11$

b) $(-7)+(-9) = (-7) + (-9) = -16$

c) $+10+(-4) = +10 + (-4) = +6$

d) $(-7)+7 = (-7) + 7 = 0$

- 20. Realiza en tu cuaderno las siguientes sumas de números enteros usando el método de agrupar:**

a) $-6+7-5 = (-6) + 7 - 5; (-6) + 7 = +1; +1 - 5 = -4$

b) $+5-7+9 = +5 - 7 + 9; +5 + (-7) = -2; (-2) + 9 = +7$

c) $-5+7-1 = (-5) + 7 + (-1); (-5) + 7 = +2; +2 + (-1) = +1$

d) $+6-9-2 = 6 + (-9) + (-2); 6 + (-9) = -3; (-3) + (-2) = -5$

21. Realiza en tu cuaderno las siguientes sumas de números enteros usando el método de tener y deber:

Para este ejercicio, resaltaremos en negrita el “**tengo**” (números positivos) y en rojo el “**debo**” (números negativos)

- a) $-3+6-4 = -3 + 6 - 4 = -7 + 6 = -1$
- b) $+4-6+8 = +4 - 6 + 8 = -6 + 12 = +6$
- c) $-4+6-9 = -4 + 6 - 9 = -13 + 6 = -7$
- d) $+5-8-9 = +5 - 8 - 9 = -17 + 5 = -12$

22. Escribe en tu cuaderno el resultado:

- a) $+(+5) = +5$
- b) $- (+6) = -6$
- c) $- (-7) = +7$
- d) $+ (-42) = -42$

23. Realiza en tu cuaderno las siguientes sumas y diferencias de números enteros.

- a) $+(+4) + (-6) = -2$
- b) $-(+5) - (+7) = -5 - (+7) = -12$
- c) $-(-6) + (+8) = +6 + 8 = +14$
- d) $-(+4) + (+2) - (-5) = -4 + 2 + 5 = -4 + 7 = +3$
- e) $-(+3) - (+2) - (+7) = -3 - 2 - 7 = -12$
- f) $-(+3) + (-2) + (-5) - (-6) = -3 - 2 - 5 + 6 = -10 + 6 = -4$
- g) $-(+3) - (+4) - (-5) - (-6) = -3 - 4 + 5 + 6 = -7 + 11 = +4$

24. Realiza en tu cuaderno las siguientes operaciones:

- a) $+(+6) + (-8) + (+2) = 6 - 8 + 2 = 8 - 8 = 0$
- b) $-(+7) - (+9) + (+1) = -7 - 9 + 1 = -16 + 1 = -15$
- c) $-(-8) + (+1) = +8 + 1 = +9$
- d) $-(+6) + (+4) - (-7) = -6 + 4 + 7 = -6 + 11 = +5$
- e) $-(+5) - (+4) - (+9) = -5 - 4 - 9 = -18$
- f) $-(+5) + (-4) + (-7) - (-8) = -5 - 4 - 7 + 8 = -16 + 8 = -8$
- g) $-(+4) - (+6) - (-7) - (-8) = -4 - 6 + 7 + 8 = -10 + 15 = +5$

25. Realiza los siguientes productos y divisiones de números enteros:

Recuerda que, cuando multiplicas dos números de distinto signo, el resultado siempre será negativo, mientras que, si son del mismo signo, el resultado será positivo, por la aplicación de la regla de los signos.

- a) $(+3) \cdot (+2) = +6$
- b) $(+4) \cdot (-7) = -28$
- c) $(-8) \cdot (-9) = +72$
- d) $(-5) \cdot (+6) = -30$
- e) $(+20) : (+2) = +10$
- f) $(+21) : (-3) = -7$
- g) $(-30) : (-2) = +15$

h) $(-54):(+6) = -9$

26. Calcula en tu cuaderno los siguientes productos y divisiones de números enteros:

- a) $(+7) \cdot (+3) = +21$
- b) $(+5) \cdot (-2) = -15$
- c) $(-9) \cdot (-2) = +18$
- d) $(-6) \cdot (+7) = -42$
- e) $(+30):(+3) = +10$
- f) $(+50):(-5) = -10$
- g) $(-16):(-4) = +4$
- h) $(-70):(+2) = -35$

27. Efectúa mentalmente y anota los resultados en tu cuaderno:

- a) $(+2) \cdot (+4) = +8$
- b) $(+3) \cdot (-2) = -6$
- c) $(-6) \cdot (-3) = +18$
- d) $(-5) \cdot (+8) = -40$
- e) $(+8):(+4) = +2$
- f) $(+15):(-3) = -5$
- g) $(-10):(-5) = +2$
- h) $(-60):(+6) = -10$

28. Realiza las siguientes operaciones:

Para este ejercicio tenemos que recordar la prioridad de las operaciones. En primer lugar, realizaremos los paréntesis si los hubiera, después multiplicaciones y divisiones y por último sumas y restas.

- a) $+4 - (+5) \cdot (-3) = +4 - (-15) = +4 + 15 = +19$
- b) $+6 + (-9):(+2 - 5) = +6 + (-9):(-3) = +6 + (+3) = +9$
- c) $-3 + [-4 - (-26):(+2)] = -3 + [-4 - (-13)] = -3 + [-4 + 13] = -3 + 9 = +6$

29. Realiza las siguientes operaciones:

- a) $+8 + (-1) \cdot (+6) = +8 + (-6) = +2$
- b) $-6 + (-7):(+7) = -6 + (-1) = -7$
- c) $+28 - (-36):(-9 - 9) = +28 - (-36):(-18) = +28 - 2 = +26$
- d) $+11 + (+7) \cdot (+6 - 8) = +11 + (+7) \cdot (-2) = +11 + (-14) = -3$
- e) $-7 - [+4 - (-6):(+6)] = -7 - [+4 - (-1)] = -7 - (+5) = -12$
- f) $+9 + [+5 + (-8) \cdot (-1)] = +9 + [+5 + (+8)] = +9 + (+13) = +22$

30. Halla:

- a) $(+1)^{2.374} = +1$; 1 elevado a cualquier número tendrá como resultado 1. El signo es positivo porque la potencia es un número par, además de por ser el 1 positivo.
- b) $(-1)^{2.375} = -1$; El resultado es negativo porque la potencia a la que elevamos el -1 es un número impar.
- c) $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = +9$
- d) $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$

31. Utiliza la calculadora para realizar las siguientes operaciones:

A pesar de utilizar la calculadora, debemos tener en cuenta el orden de las operaciones y usar los paréntesis cuando corresponda.

- a) $+2 - (+6) \cdot (-4) = +2 - (-24) = +26$
- b) $+9 + (-6):(+3 - 6) = +9 + (-6):(-3) = +9 + 2 = +11$
- c) $-1 + [-5 - (-27):(+2)] = -1 + [-5 + 13,5] = -1 + 8,5 = 7,5$

32. Utiliza la calculadora para realizar las siguientes operaciones:

- a) $+3 + (-2) \cdot (+7) = +3 - 14 = -11$
- b) $-4 + (-11):(+11) = -4 - 1 = -5$
- c) $+14 - (-27):(-9 - 9) = +14 - (-27):(-18) = +14 - (+1,5) = +12,5$
- d) $+5 + (+2) \cdot (+9 - 4) = +5 + (+2) \cdot (+5) = +5 + (+10) = +15$
- e) $-3 - [+5 - (-7):(+7)] = -3 - [+5 - (-1)] = -3 - (+6) = -9$
- f) $+8 + [+3 + (-5) \cdot (-2)] = +8 + [+3 + 10] = +8 + 13 = +21$

33. Utiliza la calculadora para realizar las siguientes operaciones:

Como hemos comentado anteriormente, si el número que vamos a elevar es positivo, el resultado siempre será positivo, y si el número que vamos a elevar es negativo, el resultado será positivo si la potencia es par y negativo si la potencia es impar.

- a) $(+3)^{16} = 43046721$
- b) $(-2)^{15} = -32768$
- c) $(-3)^{11} = -177147$
- d) $(-2)^{20} = 1048576$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Calcula en tu cuaderno:

- a) $(+7) - (-5) - (+2) + (-6) = 7 + 5 + (-2) + (-6) = +12 - 8 = +4$
 b) $-(-9) - (+7) + (-8) + (+6) = +9 + (-7) + (-8) + 6 = +15 - 15 = 0$
 c) $+(-1) - (+15) - (-13) + (+7) = +(-1) + (-15) + 13 + 7 = +20 - 16 = +4$
 d) $- (+2) + (-5) - (-17) - (+8) - (+4) = (-2) + (-5) + (+17) + (-8) + (-4) = -2$

2. Calcula mentalmente:

- a) $7 - 3 = (+7) + (-3) = +4$
 b) $6 - 14 = (+6) + (-14) = -8$
 c) $12 - 8 = (+12) + (-8) = +4$
 d) $25 - 32 = (+25) + (-32) = -7$
 e) $31 - 43 = (+31) + (-43) = -12$
 f) $56 - 63 = (+56) + (-63) = -7$
 g) $-10 - 16 = (-10) + (-16) = -26$
 h) $-31 - 18 = (-31) + (-18) = -49$
 i) $-44 - 11 = (-44) + (-11) = -55$
 j) $-18 + 18 = (-18) + (+18) = 0$
 k) $-27 + 9 = (-27) + (+9) = -18$
 l) $-42 + 32 = (-42) + (+32) = -10$

3. Efectúa en tu cuaderno aplicando la regla de los signos:

Recuerda que cuando multiplicamos o dividimos dos números del mismo signo, el resultado será siempre un número positivo, mientras si el signo es distinto, el resultado será siempre negativo.

- a) $(-6) \cdot (-7) = +42$
 b) $(-24) : (+4) = -6$
 c) $(-5) \cdot (+8) = -40$
 d) $(+49) : (-7) = -7$
 e) $(-7) \cdot (-9) = +63$
 f) $(+48) : (+6) = +8$
 g) $(+11) \cdot (+6) = +66$
 h) $(-60) : (-10) = +6$
 i) $(-12) \cdot (-6) = +72$
 j) $(+75) : (-15) = -5$

4. Halla y escribe el resultado en tu cuaderno:

- a) $6 - 9 - 5 + 4 - 7 + 1 = (+6) + (-9) + (-5) + (+4) + (-7) + (+1) = (+11) + (-21) = -10$
 b) $11 - 12 + 8 - 14 + 16 - 7 = (+11) + (-12) + (+8) + (-14) + (+16) + (-7) = (+35) + (-33) = +2$
 c) $1 - 3 - 8 - 12 + 4 + 19 - 2 = (+1) + (-3) + (-8) + (-12) + (+4) + (+19) + (-2) = (+24) + (-25) = -1$
 d) $-8 - 16 + 9 + 2 - 8 - 7 + 12 = (-8) + (-16) + (+9) + (+4) + (-8) + (-7) + (+12) = (+23) + (-39) = -16$

5. Utiliza la jerarquía de operaciones para calcular en tu cuaderno:

- a) $4 \cdot (10 - 12) = 4 \cdot (-2) = -8$
- b) $-6 \cdot (5 - 1) = -6 \cdot (4) = -24$
- c) $6 \cdot (1 - 5) - 10 = 6 \cdot (-4) - 10 = -24 - 10 = -34$
- d) $10 + 5 \cdot (8 - 12) = 10 + 5 \cdot (-4) = 10 - 20 = -10$
- e) $7 \cdot (9 - 2) - 4 \cdot (6 - 12) = 7 \cdot (+7) - 4 \cdot (-6) = 49 + 24 = +73$
- f) $5 \cdot (12 - 9) + 4 \cdot (2 - 17) = 5 \cdot (+3) + 4 \cdot (-15) = +15 - 60 = -45$

6. Efectúa en tu cuaderno aplicando la regla de los signos:

- a) $(+16) \cdot (+3) = +48$
- b) $(-4) \cdot (+9) = -36$
- c) $(+5) \cdot (-6) = -30$
- d) $(-8) \cdot (-3) = +24$
- e) $(-2) \cdot (+5) = -10$
- f) $(+150) : (+15) = +10$
- g) $(-75) : (+25) = -3$
- h) $(+63) : (-21) = -3$
- i) $(-40) \cdot (+5) = -8$
- j) $(-80) \cdot (-10) = +8$

7. Utiliza la jerarquía de operaciones para calcular en tu cuaderno:

- a) $7 - 5 \cdot 4 = 7 + (-20) = -13$
- b) $3 \cdot 8 - 6 = 24 + (-6) = +18$
- c) $5 \cdot 6 - 7 \cdot 4 = 30 + (-28) = +2$
- d) $3 \cdot 9 - 5 \cdot 4 = 27 + (-20) = +7$
- e) $25 - 5 \cdot 8 + 2 \cdot 6 - 33 = 25 + (-40) + 12 + (-33) = -36$
- f) $6 \cdot 7 - 40 - 4 \cdot 8 + 57 = 42 + (-40) + (-32) + 57 = +27$

8. Efectúa en tu cuaderno y explica qué conclusiones obtienes:

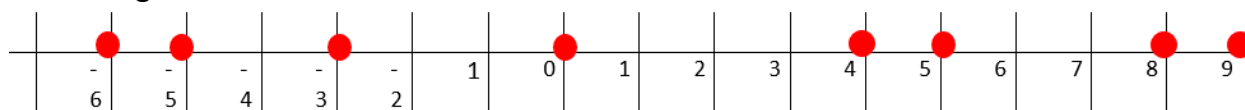
Hay que tener en cuenta la función de los paréntesis. Si encontramos un signo negativo en la base de la potencia, sin paréntesis, el resultado será negativo. Sin embargo, si la base está entre paréntesis y es negativo, el signo del resultado dependerá de si el número al que lo elevamos es par (positivo) o impar (negativo).

- a) $(-3)^4 = +81$
- b) $(+3)^4 = +81$
- c) $-3^4 = -81$
- d) $+3^4 = +81$
- e) $(-3)^3 = -27$
- f) $-3^3 = -27$

9. Utiliza la jerarquía de operaciones para calcular en tu cuaderno:

- a) $6 \cdot (-5) - 3 \cdot (-7) + 20 = (-30) + 21 + 20 = +11$
- b) $-8 \cdot (+5) + (-4) \cdot 9 + 50 = (-40) + (-36) + 50 = -26$
- c) $(-3) \cdot (+9) - (-6) \cdot (-7) + (-2) \cdot (+5) = (-27) + (-42) + (-10) = -79$
- d) $-(-1) \cdot (+6) \cdot (-9) \cdot (+8) - (+5) \cdot (-7) = (-432) + (+35) = -397$

- 10. Representa gráficamente y ordena en sentido creciente, calcula los opuestos y los valores absolutos de los siguientes números enteros:**



Ordenados de menor a mayor:

$$-6 < -5 < -3 < 0 < 4 < 5 < 8 < 9$$

Los opuestos serán:

$$(-6) = 6; (-5) = 5; (-3) = 3; 0 = 0; 4 = (-4); 5 = (-5); 8 = (-8); 9 = (-9).$$

Los valores absolutos serán:

$$|-6| = 6; |-5| = 5; |-3| = 3; |0| = 0; |4| = 4; |5| = 5; |8| = 8; |9| = 9.$$

- 11. En un campo de extracción de petróleo una bomba lo extrae de un pozo a 1 528 m de profundidad y lo eleva a un depósito situado a 34 m de altura. ¿Qué nivel ha tenido que superar el petróleo?**

Tendremos que sumar la profundidad del pozo más la altura a la que se encuentra el depósito. Por tanto, tendremos $1528 + 34 = 1562$ que será la altura que ha tenido que superar el petróleo.

- 12. La temperatura del aire baja según se asciende en la atmósfera, a razón de 9°C cada 300 metros. ¿A qué altura vuela un avión si la temperatura del aire es de -90°C , si la temperatura al nivel del mar en ese punto es de 15°C ?**

Si la temperatura al nivel del mar es de 15°C , y el avión está a -90°C , quiere decir que la temperatura ha disminuido $15 + 90 = 105^{\circ}\text{C}$.

Como cada 300 metros, la temperatura desciende 9°C , tendremos que dividir los 105°C que varía la temperatura en total entre los 9°C que desciende cada 300 metros y multiplicarlo por 300 para hallar los metros totales

$$(105:9) \cdot 300 = 3.500 \text{ metros de altura.}$$

- 13. Nieves vive en la planta 8 de un edificio y su plaza de garaje está en el sótano 3. ¿Cuántas plantas separan su vivienda de su plaza de garaje?**

Nieves tendría que bajar desde la planta 8 hasta la planta 0, y de ahí al sótano, que son 3 plantas más, asique en total bajará $8 + 3 = 11$ plantas.

- 14. La fosa de Filipinas está aproximadamente a 10 mil metros bajo el nivel del mar, y el monte Everest está a una altura de 8 848 metros, ¿qué diferencia de altura hay entre el monte más alto y la sima más profunda en la Tierra?**

La diferencia de altura se calculará restando a la altura del Everest, que está por encima del nivel del mar, la profundidad de la fosa de Filipinas.

$$8848 - (-10000) = 8848 + 10000 = 18848 \text{ metros de diferencia.}$$

- 15. Hay oscuridad absoluta en los océanos a 500 metros de profundidad, y su profundidad media es de 4 km. Expresa con números enteros esas cifras.**

Oscuridad absoluta: Como está por debajo del nivel del mar, lo expresaremos como -500 metros.

Profundidad media. También es por debajo del nivel del mar, por lo que escribiremos -4.000 metros o -4 kilómetros.

- 16. El saldo de la cartilla de ahorros de Manuel es hoy 289 €, pero le cargan una factura de 412 €. ¿Cuál es el saldo ahora?**

Cargarle una factura en su cuenta del banco significa quitarle dinero, por lo que la operación sería $289€ - 412€ = 289€ + (-412€) = -123€$

- 17. Cuando Manuel fue a la Sierra a las 7 de la mañana el termómetro marcaba -7°C , aunque a la hora de comer el termómetro había subido 9°C , y a la hora de volver había vuelto a bajar 5°C , ¿qué temperatura hacía a esa hora?**

Como al principio marca -7 grados, después sube 9 grados, y después vuelve a bajar 5 grados, la operación es la siguiente:

$$-7 + 9 - 5 = +(-7) + 9 + (-5) = -3^{\circ}\text{C}$$

- 18. ¿Cuál era la temperatura inicial de un termómetro que ahora marca ahora 12°C después de haber subido 9°C ?**

Como marca 12 grados después de haber subido 9, la temperatura inicial sería $12 - 9 = 3^{\circ}\text{C}$

- 19. Lourdes tenía ayer en su cartilla -169 euros y hoy tiene 56 euros. ¿Ha ingresado o ha gastado dinero? ¿Qué cantidad?**

Como su cartilla estaba en negativo, y ahora en positivo, significa que ha ingresado dinero. La cantidad se calcula con la siguiente operación:

$$56 - (-169) = 56 + 169 = 225€$$

- 20. ¿Cuál es la diferencia de temperatura que debe soportar una persona que pasa de la cámara de conservación de las frutas, que se encuentra a 4°C , a la de la carne congelada, que está a -18°C ? ¿Y si pasara de la cámara de la carne a la de la fruta?**

Pasar de la cámara de conservación de frutas a la cámara de la carne sería $4 - (-18) = 4 + 18 = +22^{\circ}\text{C}$ y en el proceso contrario, la diferencia de temperatura sería la opuesta, es decir -22°C .

- 21. Hace 5 semanas Ana tenía dinero ahorrado, si cada semana se gasta 7 euros, ¿cuánto dinero tenía más del que tiene ahora?**

Cada semana Ana gasta 7€. Si multiplicamos lo que gasta por las semanas que han pasado, 5, tendremos el dinero que tenía.

$$7€ \cdot 5 \text{ semanas} = 35€ \text{ más.}$$

- 22. Roma fue fundada en el año 73 antes de Cristo, y el acueducto de Segovia se construyó hacia el año 160 d. C. ¿Cuántos años habían pasado desde la fundación de Roma?**

La diferencia de años será $160 - (-73) = 160 + 73 = 233$ años.

- 23. Las bolsas y las monedas: Tenemos tres bolsas que contienen cada una un número distinto de monedas. En total suman 48 monedas. Para conseguir que todas contengan la misma cantidad de monedas he realizado estos movimientos:**

- De la primera bolsa paso a la segunda tantas monedas como hay en la tercera bolsa
- Luego paso 6 monedas de la segunda a la primera
- Finalmente paso 4 monedas de la segunda bolsa a la tercera

¿Cuántas monedas había inicialmente en cada bolsa?

Tenemos 48 monedas. Si lo dividimos entre 3 bolsas, cada una tendrá 16 monedas.

Como la segunda le ha dado 4 a la tercera, era porque tenía $16 - 4 = 12$ monedas.

Si la segunda bolsa le da 6 monedas a la primera y 4 monedas a la tercera era porque tenía sus $16 + 6 + 4$, es decir, tenía 26. Como la primera bolsa le da a la segunda lo que tenía la tercera, que eran 12, la segunda bolsa tendrá $26 - 12 = 14$ monedas.

Finalmente, como la tercera bolsa tiene 12, la segunda tiene 14, y el total es 48, la primera bolsa tendrá $48 - 12 - 14 = 22$ monedas.

AUTOEVALUACIÓN

1. El resultado de la operación $\{(-1 + 3) \cdot (-2 - 3) + (-5 + 1) : (+3 - 2)\}$ es:

- a) -10
- b) +14
- c) -14
- d) +16

$$\{(+2) \cdot (-5) + (-4) : (+1)\} = (-10) + (-4) = -14$$

La opción correcta es la c).

2. El producto $(-2) \cdot (-6) \cdot (-5)$ es:

- a) Menor que -100
- b) Mayor que 0
- c) Menor que -4
- d) Mayor que 50

$$(-2) \cdot (-6) \cdot (-5) = (+12) \cdot (-5) = -60$$

La opción correcta es la c).

3. El resultado de la operación $(+4) \cdot (-2) \cdot (-5) \cdot (-1)$ es:

- a) -12
- b) +40
- c) -40
- d) +20

$$(+4) \cdot (-2) \cdot (-5) \cdot (-1) = (-8) \cdot (-5) \cdot (-1) = (+40) \cdot (-1) = -40$$

La opción correcta es la c).

4. Desde el año 63 a.C. hasta el 77 d.C. transcurren:

- a) 140 años
- b) 14 años
- c) -14 años
- d) -40 años

$$63 - (-77) = 63 + 77 = 140 \text{ años}$$

La opción correcta es la a).

5. ¿Cuál de las siguientes potencias es positiva?

- a) $(-2)^5$: es negativa por ser la base negativa y la potencia impar.
- b) $(-3)^2$: es positiva, aunque la base sea negativa porque la potencia es par.
- c) $(-4)^3$: es negativa por ser la base negativa y la potencia impar.
- d) $(-1)^7$: es negativa por ser la base negativa y la potencia impar.

La opción correcta es la b).

6. Un termómetro ha subido 10°C , luego ha bajado 8°C y, por último, marca -5°C . La temperatura inicial era:

- a) -7°C
- b) -13°C
- c) $+3^{\circ}\text{C}$
- d) -3°C

$+10 - 8 = 2$ grados es lo que ha aumentado la temperatura.

Como al final marca -5 , la temperatura inicial sería $-5 - 2 = -7^{\circ}\text{C}$.

La opción correcta es la a).

7. Al viajar desde una latitud de 6° Sur hasta otra de 40° Norte, la variación de latitud es:

- a) 46° Norte
- b) 34° Sur
- c) 34° Norte
- d) 50° Sur

$$40 - (-6) = 40 + 6 = 46^{\circ}\text{Norte}$$

La opción correcta es la a).

8. La temperatura es de 15°C bajo cero y, a lo largo del día, el termómetro sube 20°C y después desciende 8°C . Por tanto, la temperatura final es:

- a) -2°C
- b) -3°C
- c) 2°C
- d) 3°C

$$-15 + 20 - 8 = (-15) + 20 + (-8) = -3$$

La opción correcta es la b).

9. Si estás situada en el punto -9 de la recta numérica de los números enteros, ¿qué movimientos te llevan hasta $+5$?

- a) $+13-3+4$: $-9 + 13 - 3 + 4 = +5$
- b) $-1+14$: $-9 - 1 + 14 = +4$
- c) $+18-5$: $-9 + 18 - 5 = +4$
- d) $-9-5$: $-9 - 9 - 5 = -23$

La opción correcta es la a).

10. El resultado de la operación $(+3) - (+5) + (-4) - (-7) + (-6)$ es:

- a) -2
- b) -3
- c) -4
- d) -5

$$(+3) - (+5) + (-4) - (-7) + (-6) = (+3) + (-5) + (-4) + (+7) + (-6) = (+10) + (-15) = -5$$

La opción correcta es la d).

1º ESO

Capítulo 5: Fracciones

Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-072022

Fecha y hora de registro: 2015-08-13 18:28:37.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



www.apuntesmareaverde.org.es



Realizados por:

Alba Alcalá Vidal

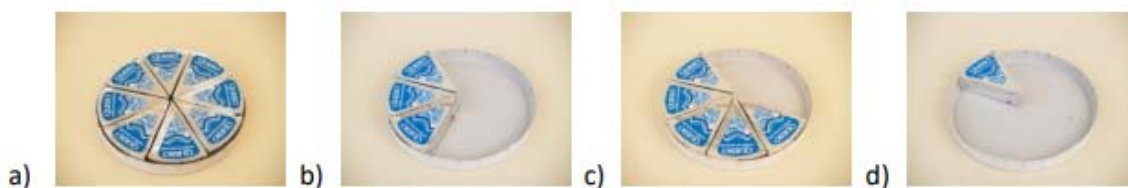
Revisor: **Luis Carlos Vidal Del Campo**

IES ATENEA, CIUDAD REAL

Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. En cada una de las siguientes imágenes escribe en tu cuaderno la fracción que representan los quesitos de la caja:



Como en la caja caben un total de 8 quesitos, el denominador de las fracciones siempre será 8, y el numerador dependerá del número de quesitos que se vean en la imagen

a) $\frac{8}{8}$

b) $\frac{3}{8}$

c) $\frac{5}{8}$

d) $\frac{1}{8}$

2. Copia en tu cuaderno y divide adecuadamente cada una de las siguientes figuras para poder destacar, en cada caso, la fracción indicada:

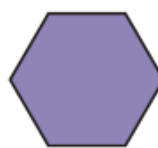
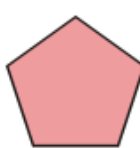
El denominador de las fracciones marcará en cuantas partes debemos dividir las figuras, y el numerador, cuántas de éstas partes tendremos que destacar.

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{3}{4}$

c) $\frac{2}{5}$

d) $\frac{3}{6}$



e) $\frac{7}{7}$

f) $\frac{1}{4}$

g) $\frac{2}{3}$

h) $\frac{3}{4}$

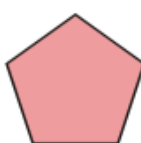
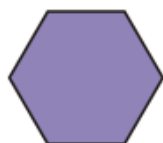


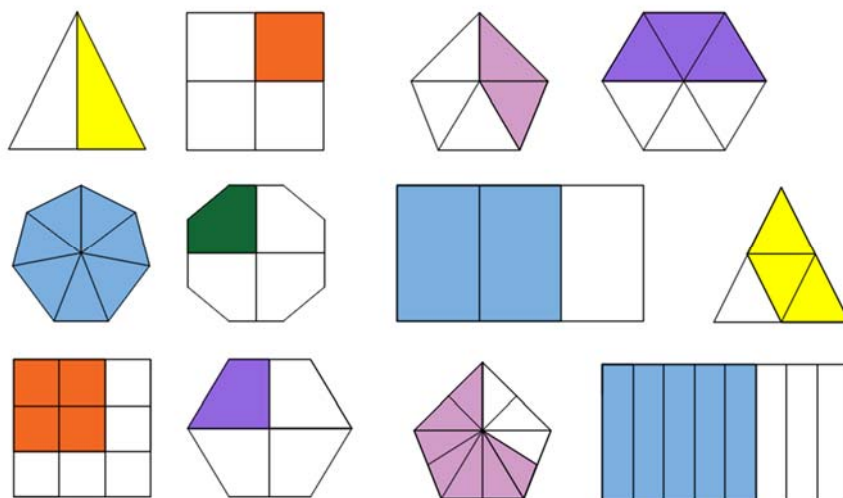
i) $\frac{4}{9}$

j) $\frac{1}{4}$

k) $\frac{7}{10}$

l) $\frac{5}{8}$





3. Señala diferentes acciones que obliguen a repartir, o subdividir, cierto objeto, ente o actividad.

Por ejemplo, repartir una tarta en un cumpleaños, o desmontar un armario para una mudanza, o repartir las tareas de un trabajo en grupo entre los participantes.

4. Encuentra situaciones de la vida cotidiana en las que aparezcan fracciones.

Recetas de cocina: Muchas recetas requieren medidas exactas de ingredientes en fracciones, como puede ser $\frac{1}{2}$ taza de harina.

Tiempo: Si alguien trabaja medio día, si alguien pasa $\frac{3}{4}$ de hora estudiando.

Compras: Si se compran frutas o verduras al peso, podemos comprar $\frac{1}{4}$ de kilo de manzanas

División de objetos: Cuando compartes comida y se divide a partes iguales entre los que vais a comer, como dividir una pizza en 8 trozos, cada trozo sería $\frac{1}{8}$.

6. Calcula:

Recordamos que, para sumar y restar fracciones, si el denominador es el mismo, solo tendremos que sumar o restar los numeradores, dejando fijo el denominador.

- a) $\frac{5}{9} + \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$
- b) $\frac{4}{13} + \frac{6}{13} = \frac{10}{13}$
- c) $\frac{3}{5} + \frac{6}{5} = \frac{9}{5}$
- d) $\frac{7}{1} + \frac{2}{1} = \frac{9}{1}$
- e) $4 + \frac{8}{1} = \frac{4}{1} + \frac{8}{1} = 12$
- f) $1 + \frac{2}{5} = \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$

7. Halla:

$$\begin{array}{l} \text{a)} \quad \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} \\ \text{b)} \quad \frac{15}{11} - \frac{7}{11} = \frac{8}{11} \\ \text{c)} \quad 1 - \frac{4}{7} = \frac{7}{7} - \frac{4}{7} = \frac{3}{7} \\ \text{d)} \quad \frac{8}{3} - 1 = \frac{8}{3} - \frac{3}{3} = \frac{5}{3} \end{array}$$

8. Obtén tres fracciones equivalentes a cada una de las que figuran a continuación:

Recordamos que una fracción es equivalente a otra si representan la misma proporción, es decir, si multiplicamos el numerador y el denominador por el mismo número r .

$$\text{a)} \quad \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12} = \frac{8}{24}$$

$$\text{b)} \quad \frac{7}{4} = \frac{14}{8} = \frac{21}{12} = \frac{28}{16}$$

$$\text{c)} \quad \frac{24}{9} = \frac{48}{18} = \frac{72}{27} = \frac{96}{36}$$

9. Decide si las siguientes parejas de fracciones son o no equivalentes.

Para decidir si lo son, vamos a dividir numerador entre numerador, y denominador entre denominador, y si el resultado es el mismo, son equivalentes.

$$\text{a)} \quad \frac{4}{3} \text{ y } \frac{12}{9}$$

$$12:4 = 3 \text{ y } 9:3 = 3$$

Por tanto, son equivalentes.

$$\text{b)} \quad \frac{2}{5} \text{ y } \frac{10}{15}$$

$$10:2 = 5 \text{ y } 15:5 = 3$$

Por tanto, no son equivalentes.

$$\text{c)} \quad \frac{4}{8} \text{ y } \frac{3}{6}$$

$$3:4 = 0,75 \text{ y } 6:8 = 0,75$$

Por tanto, son equivalentes.

10. Realiza las siguientes sumas de fracciones:

Hay que recordar, que para realizar sumas o restas de fracciones con distinto denominador, tendremos que calcular el M.C.M. de los denominadores, y transformaremos las fracciones en originales en equivalentes con el mismo denominador, y entonces podremos realizar la suma o la resta.

a) $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$

M.C.M. (5 y 3) = $5 \cdot 3 = 15$

Por tanto, multiplicaremos el primer numerador por 3, ($15:5 = 3$), y nos quedará $4 \cdot 3 = 12$, quedando la primera fracción como $\frac{12}{15}$.

En la segunda fracción, multiplicaremos el numerador por 5, ($15:3 = 5$) y nos quedará $2 \cdot 5 = 10$, quedando la segunda fracción como $\frac{10}{15}$.

Finalmente, sumamos las dos fracciones, que ya tienen el mismo denominador:

$$\frac{4}{5} + \frac{2}{3} = \frac{12}{15} + \frac{10}{15} = \frac{22}{15}$$

b) $\frac{5}{6} + \frac{2}{9}$

M.C.M (6 y 9) = $3^2 \cdot 2 = 18$

$$\frac{5}{6} + \frac{2}{9} = \frac{15}{18} + \frac{4}{18} = \frac{19}{18}$$

c) $\frac{7}{8} + \frac{3}{2}$

M.C.M (8 y 2) = 8

$$\frac{7}{8} + \frac{3}{2} = \frac{7}{8} + \frac{12}{8} = \frac{19}{8}$$

d) $\frac{13}{100} + \frac{17}{24}$

M.C.M (100 y 24) = $2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 = 600$

$$\frac{13}{100} + \frac{17}{24} = \frac{78}{600} + \frac{425}{600} = \frac{503}{600}$$

11. Calcula:

Aplicaremos los mismos pasos que en el ejercicio anterior.

a) $\frac{3}{14} - \frac{1}{6}$

M.C.M (14 y 6) = $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$

$$\frac{3}{14} - \frac{1}{6} = \frac{9}{42} - \frac{7}{42} = \frac{2}{42}$$

b) $\frac{5}{6} - \frac{3}{5}$

M.C.M (6 y 5) = $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

$$\frac{5}{6} - \frac{3}{5} = \frac{25}{30} - \frac{18}{30} = \frac{7}{30}$$

$$c) \frac{11}{10} - \frac{11}{24}$$

$$\text{M.C.M (10 y 24)} = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

$$\frac{11}{10} - \frac{11}{24} = \frac{132}{120} - \frac{55}{120} = \frac{77}{120}$$

$$d) \frac{10}{21} - \frac{1}{3}$$

$$\text{M.C.M (21 y 3)} = 21$$

$$\frac{10}{21} - \frac{1}{3} = \frac{10}{21} - \frac{7}{21} = \frac{3}{21}$$

12. Halla:

Aplicaremos los mismos pasos que en el ejercicio anterior

$$a) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$\text{M.C.M (2,3 y 4)} = 2^2 \cdot 3 = 12$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{13}{12}$$

$$b) \frac{3}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{3}$$

$$\text{M.C.M (2,6 y 3)} = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\frac{3}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{3} = \frac{9}{6} + \frac{5}{6} + \frac{10}{6} = \frac{24}{6} = 4$$

$$c) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

$$\text{M.C.M (2,3 y 6)} = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$d) \frac{7}{6} + \frac{3}{10} + \frac{1}{4}$$

$$\text{M.C.M (6,10 y 4)} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

$$\frac{7}{6} + \frac{3}{10} + \frac{1}{4} = \frac{70}{60} + \frac{18}{60} + \frac{15}{60} = \frac{103}{60}$$

13. Calcula:

$$a) \frac{11}{8} + \frac{5}{6} - \frac{4}{3}$$

$$\text{M.C.M (8,6 y 3)} = 2^3 \cdot 3 = 24$$

$$\frac{11}{8} + \frac{5}{6} - \frac{4}{3} = \frac{33}{24} + \frac{20}{24} - \frac{32}{24} = \frac{19}{24}$$

$$\text{b)} \quad \frac{11}{3} - \frac{5}{12} + \frac{13}{18}$$

$$\text{M.C.M. (3,12 y 18)} = 2^2 \cdot 3^2 = 36$$

$$\frac{11}{3} - \frac{5}{12} + \frac{13}{18} = \frac{132}{36} - \frac{15}{36} + \frac{26}{36} = \frac{143}{36}$$

$$\text{c)} \quad \frac{15}{6} - \frac{4}{9} - \frac{1}{2}$$

$$\text{M.C.M. (6,9 y 2)} = 2 \cdot 3^2 = 18$$

$$\frac{15}{6} - \frac{4}{9} - \frac{1}{2} = \frac{45}{18} - \frac{8}{18} - \frac{9}{18} = \frac{28}{18}$$

14. Reduce las siguientes fracciones a su expresión irreducible:

Para este ejercicio, debemos tener en cuenta que la mayor reducción de una fracción se obtendrá al dividir tanto el numerador como el denominador entre su M.C.D. Una fracción será irreducible cuando el M.C.D. de su numerador y denominador es 1.

$$\text{a)} \quad \frac{48}{18}$$

$$\text{M.C.D. (48 y 18)} = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\frac{48}{18} = \frac{48:6}{18:6} = \frac{8}{3}$$

$$\text{b)} \quad \frac{14}{49}$$

$$\text{M.C.D. (14 y 49)} = 7$$

$$\frac{14}{49} = \frac{14:7}{49:7} = \frac{2}{7}$$

$$\text{c)} \quad \frac{8}{8}$$

$$\text{M.C.D. (8 y 8)} = 8$$

$$\frac{8}{8} = \frac{8:8}{8:8} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\text{d)} \quad \frac{60}{148}$$

$$\text{M.C.D. (60 y 148)} = 2^2 = 4$$

$$\frac{60}{148} = \frac{60:4}{148:4} = \frac{15}{37}$$

15. Determina si las siguientes parejas de fracciones son o no equivalentes:

Dos fracciones serán equivalentes si la multiplicación del numerador de la primera por el denominador de la segunda es igual a la multiplicación del denominador de la primera por el numerador de la segunda.

- a) $\frac{4}{8}$ y $\frac{3}{6}$; $4 \cdot 6 = 8 \cdot 3$; $24 = 24$. Si son equivalentes.
 b) $\frac{3}{7}$ y $\frac{4}{9}$; $3 \cdot 9 = 7 \cdot 4$; $27 \neq 28$. No son equivalentes.
 c) $\frac{5}{8}$ y $\frac{105}{168}$; $5 \cdot 168 = 8 \cdot 105$; $840 = 840$. Si son equivalentes.

16. Calcula:

Para multiplicar fracciones, multiplicaremos numerador por numerador y denominador por denominador.

Si la multiplicación es un número por una fracción, se multiplicará dicho número por el numerador de la misma.

- a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$
 b) $7 \cdot \frac{5}{9} = \frac{7 \cdot 5}{9} = \frac{35}{9}$
 c) $8 \cdot \frac{1}{7} = \frac{8 \cdot 1}{7} = \frac{8}{7}$
 d) $\frac{6}{10} \cdot \frac{11}{2} = \frac{6 \cdot 11}{10 \cdot 2} = \frac{66}{20}$

17. Multiplica las siguientes fracciones y reduce, simplifica, el resultado:

- a) $\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{2 \cdot 3}{9 \cdot 8} = \frac{6}{72} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$
 b) $\frac{9}{12} \cdot \frac{4}{3} = \frac{9 \cdot 4}{12 \cdot 3} = \frac{36}{36} = 1$
 c) $\frac{14}{6} \cdot \frac{5}{21} = \frac{14 \cdot 5}{6 \cdot 21} = \frac{70}{126} = \frac{35}{63} = \frac{5}{9}$
 d) $\frac{6}{5} \cdot \frac{10}{3} = \frac{6 \cdot 10}{5 \cdot 3} = \frac{60}{15} = 4$

18. Realiza los productos indicados:

En este ejercicio, aplicaremos la propiedad asociativa, ya que, para la multiplicación, no importa el orden de los factores.

$$a) \frac{8}{3} \cdot \left(\frac{6}{5} \cdot \frac{1}{4}\right) = \frac{8 \cdot 6 \cdot 1}{3 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{48}{60}$$

$$b) \left(\frac{8}{3} \cdot \frac{6}{5}\right) \cdot \frac{1}{4} = \frac{8 \cdot 6 \cdot 1}{3 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{48}{60}$$

$$c) \frac{8}{3} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{8 \cdot 6 \cdot 1}{3 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{48}{60}$$

19. Efectúa las siguientes operaciones:

En este ejercicio, calcularemos primero la operación entre paréntesis siguiendo el orden de las operaciones.

$$a) \frac{7}{2} + \left(\frac{5}{3} \cdot \frac{9}{8}\right) = \frac{7}{2} + \frac{5 \cdot 9}{3 \cdot 8} = \frac{7}{2} + \frac{45}{24} = \frac{7}{2} + \frac{45}{24} = \frac{84}{24} + \frac{45}{24} = \frac{129}{24}$$

$$b) \left(\frac{7}{2} + \frac{5}{3}\right) \cdot \frac{9}{8} = \left(\frac{21}{6} + \frac{10}{6}\right) \cdot \frac{9}{8} = \frac{31}{6} \cdot \frac{9}{8} = \frac{31 \cdot 9}{6 \cdot 8} = \frac{279}{48}$$

$$c) \frac{7}{2} \cdot \left(\frac{5}{3} + \frac{9}{8}\right) = \frac{7}{2} \cdot \left(\frac{45}{24} + \frac{27}{24}\right) = \frac{7}{2} \cdot \frac{72}{24} = \frac{7 \cdot 72}{2 \cdot 24} = \frac{504}{48}$$

20. Calcula:

Para dividir fracciones, multiplicaremos en cruz, es decir, numerador por denominador, que será el numerador de nuestro resultado, y denominador por denominador, que será el denominador de nuestro resultado.

$$a) \frac{7}{2} : \frac{3}{4} = \frac{7 \cdot 4}{2 \cdot 3} = \frac{28}{6}$$

$$b) \frac{11}{6} : \frac{2}{5} = \frac{11 \cdot 5}{6 \cdot 2} = \frac{55}{12}$$

$$c) \frac{5}{7} : \frac{5}{7} = \frac{5 \cdot 7}{7 \cdot 5} = \frac{35}{35} = 1$$

$$d) \frac{6}{4} : \frac{12}{8} = \frac{6 \cdot 8}{4 \cdot 12} = \frac{48}{48} = 1$$

$$e) \frac{16}{5} : 3 = \frac{16}{5 \cdot 3} = \frac{16}{15}$$

21. Realiza las siguientes divisiones y reduce, simplifica, el resultado:

$$a) \frac{15}{2} : \frac{5}{4} = \frac{15 \cdot 4}{2 \cdot 5} = \frac{60}{10} = 6$$

$$b) \frac{6}{5} : \frac{1}{5} = \frac{6 \cdot 5}{5 \cdot 1} = \frac{30}{5} = 6$$

$$c) \frac{4}{3} : \frac{4}{7} = \frac{4 \cdot 7}{3 \cdot 4} = \frac{28}{12} = \frac{7}{3}$$

$$d) 15 : \frac{3}{5} = \frac{15 \cdot 5}{3} = \frac{75}{3} = 25$$

22. Realiza las siguientes operaciones con GeoGebra y completa la tabla:

Operación	Resultado con 	Resultado con 
$\left(\frac{2}{5} + \frac{7}{5}\right) \cdot \frac{1}{4} - \frac{4}{3}$	$\frac{-53}{60}$	-0,88
$\frac{2}{5} + \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{4} - \frac{4}{3}$	$\frac{-35}{60}$	-0,58
$\frac{2}{5} + \frac{7}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{4}{3}\right)$	$\frac{-67}{60}$	-1,12
$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{4} - \frac{4}{3}$	$\frac{-53}{60}$	-0,88

Compara los resultados de la primera y la última. ¿Son iguales? ¿Por qué?

Sí, por la propiedad distributiva

¿Para qué crees que sirve ?

Da el resultado en forma decimal, siendo una aproximación por redondeo, en este caso a las centésimas. Si se quiere aumentar el nº de cifras decimales se hace clic en Opciones-Redondeo.

23. En cada uno de los siguientes pares de fracciones, indica cuál es la mayor:

Para ordenar fracciones de mayor a menor, calcularemos el M.C.M de sus denominadores, para ponerlas todas con el mismo denominador, y modificaremos los numeradores para que sean equivalentes. Así, al tener el mismo denominador, seremos capaces de comparar una con otra y saber cuál es mayor.

$$a) \frac{7}{8} \text{ y } \frac{3}{2}$$

M.C.M. (8 y 2) = 8

$$\frac{7}{8} = \frac{7}{8} \text{ y } \frac{3}{2} = \frac{12}{8}$$

Como $\frac{12}{8} > \frac{7}{8}$, entonces $\frac{3}{2} > \frac{7}{8}$

b) $\frac{7}{8} \text{ y } \frac{10}{11}$

M.C.M. (8 y 11) = 88

$$\frac{7}{8} = \frac{77}{88} \text{ y } \frac{10}{11} = \frac{80}{88}$$

Como $\frac{80}{88} > \frac{77}{88}$, entonces $\frac{10}{11} > \frac{7}{8}$

c) $\frac{2}{3} \text{ y } \frac{14}{21}$

M.C.M. (3 y 21) = 21

$$\frac{2}{3} = \frac{14}{21} \text{ y } \frac{14}{21} = \frac{14}{21}$$

Como $\frac{14}{21} = \frac{14}{21}$, entonces $\frac{2}{3} = \frac{14}{21}$

d) $\frac{11}{18} \text{ y } \frac{14}{21}$

M.C.M. (18 y 21) = 126

$$\frac{11}{18} = \frac{77}{126} \text{ y } \frac{14}{21} = \frac{84}{126}$$

Como $\frac{84}{126} > \frac{77}{126}$, entonces $\frac{14}{21} > \frac{11}{18}$

24. Ordena las siguientes fracciones de menor a mayor: $\frac{12}{7}, \frac{4}{7}, \frac{8}{5}, \frac{6}{11}$

M.C.M. (7, 7, 5 y 11) = 385

Por lo tanto:

$$\frac{12}{7} = \frac{660}{385}; \quad \frac{4}{7} = \frac{220}{385}; \quad \frac{8}{5} = \frac{616}{385}; \quad \frac{6}{11} = \frac{210}{385}$$

Entonces, de menor a mayor:

$$\frac{6}{11} < \frac{4}{7} < \frac{8}{5} < \frac{12}{7}$$

25. Escribe como número mixto las fracciones:

a) $\frac{11}{6}$

b) $\frac{34}{5}$

En este ejercicio, recordamos que cuando el numerador es mayor que el denominador, podemos descomponer la fracción en un número natural más una fracción. Para ello basta con dividir el numerador entre el denominador, y tener en cuenta tanto el resto como el cociente.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{11}{6} &= \frac{(6 \cdot 1) + 5}{6} = \frac{6}{6} + \frac{5}{6} = 1 + \frac{5}{6} = 1\frac{5}{6} \\ \text{b)} \quad \frac{34}{5} &= \frac{(6 \cdot 5) + 4}{5} = \frac{30}{5} + \frac{4}{5} = 6 + \frac{4}{5} = 6\frac{4}{5} \end{aligned}$$

26. Efectúa las siguientes operaciones:

$$\text{a)} \quad -\frac{5}{3} - \frac{7}{2}$$

$$\text{M.C.M. } (3, 2) = 2 \cdot 3 = 6$$

$$-\frac{5}{3} - \frac{7}{2} = -\frac{10}{6} - \frac{21}{6} = \frac{-10 - 21}{6} = \frac{-31}{6}$$

$$\text{b)} \quad \frac{4}{7} + \frac{(-7)}{9}$$

$$\text{M.C.M. } (7, 9) = 7 \cdot 9 = 56$$

$$\frac{4}{7} + \frac{(-7)}{9} = \frac{36}{56} + \frac{(-49)}{56} = \frac{36 + (-49)}{56} = \frac{-13}{56}$$

$$\text{c)} \quad \frac{(-9)}{5} + \frac{(-1)}{8}$$

$$\text{M.C.M. } (5, 8) = 5 \cdot 8 = 40$$

$$\frac{(-9)}{5} + \frac{(-1)}{8} = \frac{(-72)}{40} + \frac{(-5)}{40} = \frac{(-72) + (-5)}{40} = \frac{-77}{40}$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Razona si son ciertas o no las siguientes afirmaciones:

a) Si el denominador de una fracción es un número primo entonces la fracción es irreducible.

Falso. Que sea o no irreducible depende también del numerador, ya que pueden compartir factores comunes.

b) Si el denominador de una fracción no es un número primo entonces la fracción no es irreducible.

Falso. La irreductibilidad depende de la relación entre el numerador y el denominador en términos de factores comunes.

c) Hay fracciones irreducibles cuyo denominador no es un número primo.

Verdadero. Por la misma razón que la b)

d) Cualquier fracción puede ser reducida a una fracción irreducible.

Verdadero. Todas las fracciones pueden reducirse, a no ser que ya sean irreducibles.

2. Ana ha recibido de sus padres 36 euros y su hermano menor, Ernesto, la tercera parte de lo que ha percibido Ana. ¿Qué cantidad recibió Ernesto?

Como Ernesto recibe la tercera parte de lo que percibe Ana, será $\frac{1}{3}$ de lo que recibe Ana, es decir $\frac{36}{3} = 12$.

3. A una fiesta de cumpleaños asisten 6 personas. La tarta ya ha sido dividida en seis porciones iguales cuando, sin esperarlo, llegan 2 personas más. Describe qué se ha de hacer con la tarta para que todas las personas coman la misma cantidad de tarta.

Aplicamos el M.C.M. de 6 y 8, que es $2^3 \cdot 3 = 24$. Esto quiere decir que 24 es múltiplo tanto de 6 como de 8, y entonces, tanto para 6 personas como para 8, si dividimos la tarta en 24 trozos, podremos dividirla en partes iguales.

Como ya la tenemos dividida entre 6, y queremos dividir entre 24, dividiremos cada trozo en $24:6 = 4$ partes más.

Ya tenemos 24 trozos de tarta, y ahora, para dividirla entre los 8 asistentes, repartiremos $24:8 = 3$ trozos de tarta para cada uno.

4. Si en la fiesta anterior en lugar de llegar repentinamente 2 personas se marchan 2, antes de distribuir la tarta ya cortada en 6 porciones iguales, comenta lo que se puede hacer con la tarta para que las 4 personas que se han quedado reciban la misma fracción de tarta, y no quede nada de ella.

Podemos seguir el mismo razonamiento del ejercicio anterior.

El M.C.M. de 4 y 6 es $2^2 \cdot 3 = 12$, por lo que, si dividimos la tarta en 12 partes, podremos repartirla en partes iguales.

Por tanto, cada trozo de la tarta ya cortada en 6 porciones se dividirá en 2 porciones, para hacer un total de 12 trozos.

Con los 12 trozos podremos repartir 3 a cada uno.

5. Una persona dispone de 1.172 euros y ha decidido invertir tres cuartas partes de esa cantidad en cierto producto bancario. ¿Cuál es el importe de lo invertido?

El importe invertido será $\frac{3}{4}$ multiplicado por el dinero del que dispone, es decir,

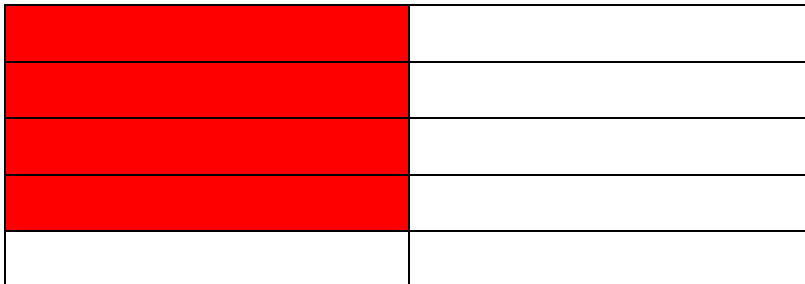
$$\frac{3}{4} \cdot 1172 = \frac{3 \cdot 1172}{4} = 879 \text{ €}$$

6. Una figura maciza pesa ocho kilos y medio. ¿Cuánto pesará una figura y media?

Podemos escribir “una figura y media” en forma de fracción como $1 + \frac{1}{2}$. Como una figura pesa 8,5 Kg, una figura y media pesará $8,5 \text{ Kg} + \frac{1}{2} \cdot 8,5 \text{ Kg} = 8,5 + 4,25 = 12,75 \text{ Kg}$

7. Dibuja en tu cuaderno para cada caso un rectángulo, que será la unidad, y colorea en él la fracción correspondiente a:

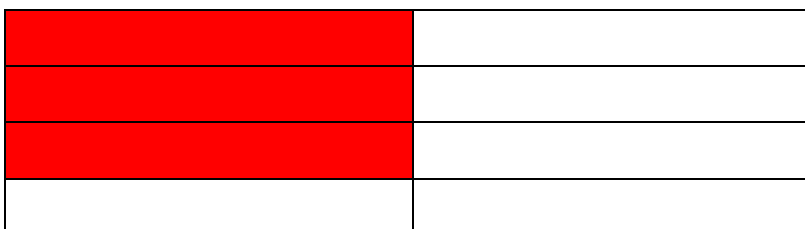
a) $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$



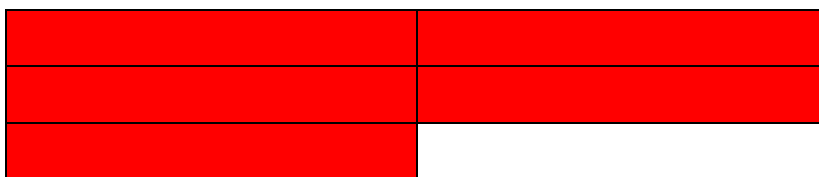
b) $\frac{1}{4}$



c) $\frac{3}{8}$



d) $\frac{5}{6}$

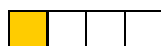


e) $\frac{7}{9}$



8. Expresa mediante una fracción la parte coloreada de cada figura.

a) $\frac{1}{4}$



b) $\frac{2}{5}$



c) $\frac{1}{2}$



d) $\frac{2}{4}$



9. Calcula:

a) $\frac{1}{13} \text{ de } 39 = \frac{1}{13} \cdot 39 = \frac{39 \cdot 1}{13} = \frac{39}{1} = 39$

b) $\frac{1}{10} \text{ de } 50 = \frac{1}{10} \cdot 50 = \frac{50 \cdot 1}{10} = \frac{50}{10} = 5$

c) $\frac{1}{7} \text{ de } 35 = \frac{1}{7} \cdot 35 = \frac{35 \cdot 1}{7} = \frac{35}{7} = 5$

d) $\frac{1}{3} \text{ de } 21 = \frac{1}{3} \cdot 21 = \frac{21 \cdot 1}{3} = \frac{21}{3} = 7$

10. Convierte en fracción los siguientes números mixtos:

a) $4\frac{1}{3} = 4 + \frac{1}{3} = \frac{12}{3} + \frac{1}{3} = \frac{13}{3}$

b) $5\frac{2}{9} = 5 + \frac{2}{9} = \frac{45}{9} + \frac{2}{9} = \frac{47}{9}$

$$c) 3\frac{4}{7} = 3 + \frac{4}{7} = \frac{21}{7} + \frac{4}{7} = \frac{25}{7}$$

$$d) 2\frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4} = \frac{8}{4} + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

$$e) 7\frac{3}{11} = 7 + \frac{3}{11} = \frac{77}{11} + \frac{3}{11} = \frac{80}{11}$$

11. Pilar ha leído las $\frac{3}{4}$ partes de un libro de 300 hojas. Javier ha leído los $\frac{6}{8}$ del mismo libro. ¿Cuántas páginas han leído cada uno? ¿Cómo son las fracciones utilizadas?

$$\frac{3}{4} \text{ de } 300 = \frac{3}{4} \cdot 300 = \frac{3 \cdot 300}{4} = \frac{900}{4} = 225 \text{ hojas}$$

$$\frac{6}{8} \text{ de } 300 = \frac{6}{8} \cdot 300 = \frac{6 \cdot 300}{8} = \frac{1800}{8} = 225 \text{ hojas}$$

Tanto Pilar como Javier leen 225 hojas, ya que las fracciones son equivalentes.

12. Decide calculando mentalmente cuáles de las siguientes fracciones son equivalentes a $\frac{1}{3}$.

Recordemos que dos fracciones son equivalentes si numerador por denominador es igual a denominador por numerador.

- a) $\frac{2}{6}$; $2 \cdot 3 = 6 \cdot 1$; $6 = 6$. Sí son equivalentes
- b) $\frac{-1}{-3}$; $-1 \cdot 3 = -3 \cdot 1$; $-3 = -3$. Sí son equivalentes
- c) $\frac{1}{2}$; $1 \cdot 3 = 2 \cdot 1$; $3 \neq 2$. No son equivalentes
- d) $\frac{7}{21}$; $7 \cdot 3 = 21 \cdot 1$; $21 = 21$. Sí son equivalentes
- e) $\frac{5}{15}$; $5 \cdot 3 = 15 \cdot 1$; $15 = 15$. Sí son equivalentes

13. Si se congela, el agua aumenta su volumen en $\frac{1}{10}$. Metes en el congelador una botella de un litro y medio, ¿cuánto debes dejar vacío para que no explote?

Siempre $\frac{1}{11}$ de la botella. En este caso, se llena con $\frac{19}{22}$ de litro y quedan $\frac{3}{22}$

14. Escribe en tu cuaderno las siguientes operaciones y luego calcula el resultado:

$$a) \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$b) \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{15}$$

$$c) \frac{7}{3} \cdot \frac{4}{2} = \frac{28}{6}$$

$$d) \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{10}$$

15. En una obra de teatro han trabajado los $\frac{3}{8}$ del alumnado de 1º A, $\frac{1}{2}$ del de 1º B y $\frac{4}{5}$ del de 1º C. ¿En qué clase han trabajado más estudiantes? Ordena las clases según que hayan trabajado más o menos estudiantes.

Para poder ordenar según hayan trabajado más o menos estudiantes, tenemos que tener las fracciones bajo el mismo denominador.

Para ello, realizaremos el M.C.M de los denominadores, y transformaremos las fracciones en sus equivalentes.

$$\text{M.C.M } (8, 2 \text{ y } 5) = 40$$

$$\frac{3}{8} = \frac{15}{40}; \quad \frac{1}{2} = \frac{20}{40}; \quad \frac{4}{5} = \frac{32}{40}$$

Al ser $\frac{32}{40} > \frac{20}{40} > \frac{15}{40}$, entonces $\frac{4}{5} > \frac{1}{2} > \frac{3}{8}$ y por tanto, podemos decir que han trabajado más alumnos de 1º C, seguido de 1º B y por último de 1º A.

16. Copia en tu cuaderno y completa los siguientes pares de fracciones para que resulten equivalentes:

a) $\frac{5}{3}$ y $\frac{\quad}{60}$;

Para que sean equivalentes, $5 \cdot 60 = 3 \cdot x$; $300 = 3 \cdot x$

El número que falta es aquel que, multiplicado por 3, nos dé como resultado 300. El número será 100.

b) $\frac{6}{8}$ y $\frac{21}{\quad}$;

Para que sean equivalentes, $6 \cdot x = 8 \cdot 21$; $6 \cdot x = 168$

El número que falta es aquel que, multiplicado por 6, nos dé como resultado 168. El número será 28.

17. Expresa de forma numérica y calcula el resultado:

a) Un cuarto de tres tercios: $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12}$

b) Dos séptimos de la mitad: $\frac{2}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 1}{7 \cdot 2} = \frac{2}{14}$

c) La mitad de la quinta parte: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 5} = \frac{1}{10}$

18. En un almacén quieren envasar tres mil litros con botellas de $\frac{1}{3}$, ¿cuántas botellas necesitan?

$$3000 \text{ litros} : \frac{1}{3} = 9000 \text{ botellas}$$

19. Copia en tu cuaderno y rellena los lugares vacíos:

a) $\frac{13}{6} + \frac{1}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$

$$b) \frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$c) \frac{14}{9} + \frac{16}{9} = \frac{10}{3}$$

$$d) \frac{11}{10} - \frac{7}{10} = \frac{2}{5}$$

20. Escribe en forma de fracción irreducible las cantidades:

$$a) 30 \text{ minutos de una hora: } \frac{30}{60} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$b) 45 \text{ minutos de una hora: } \frac{45}{60} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

$$c) 4 \text{ meses de un año: } \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$d) 6 \text{ meses de un año: } \frac{6}{12} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$e) 3 \text{ días de una semana: } \frac{3}{7}$$

$$f) 6 \text{ horas de un día: } \frac{6}{24} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

21. Copia en tu cuaderno y completa las siguientes fracciones de forma que resulten impropias:

Recordamos que una fracción impropia es aquella en la que el numerador es mayor que el denominador y que se convertirán en un número entero más una fracción.

$$a) \frac{6}{5}$$

$$b) \frac{34}{13}$$

$$c) \frac{7}{2}$$

Abierta: a) Cualquier número mayor que 5; b) Cualquier número menor que 34; c) Cualquier número mayor que 2.

22. Finaliza las siguientes frases para dos fracciones con numerador y denominador positivos:

- Si tienen el mismo numerador entonces es mayor la que tiene MENOR denominador
- Si tienen el mismo denominador entonces es mayor la que tiene MAYOR numerador.

AUTOEVALUACIÓN

1. Señala la fracción que no sea impropia:

a) $\frac{16}{9}$ b) $\frac{15}{4}$ c) $\frac{5}{9}$ d) $\frac{9}{7}$

Recordamos que las fracciones impropias son aquellas en las que el numerador es mayor que el denominador.

Por lo tanto, la opción correcta será la c).

2. Indica cuál de las fracciones siguientes es equivalente $\frac{7}{9}$.

a) $\frac{21}{28}$ b) $\frac{63}{81}$ c) $\frac{15}{18}$ d) $\frac{28}{35}$

Dos fracciones son equivalentes si la multiplicación del numerador de la primera por el denominador de la segunda es igual a la multiplicación del denominador de la primera por el numerador de la segunda.

- a) $\frac{21}{28}$ y $\frac{7}{9}$; $21 \cdot 9 \neq 28 \cdot 7$. No es equivalente
 b) $\frac{63}{81}$ y $\frac{7}{9}$; $63 \cdot 9 = 81 \cdot 7$. Sí es equivalente
 c) $\frac{15}{18}$ y $\frac{7}{9}$; $15 \cdot 9 \neq 18 \cdot 7$. No es equivalente
 d) $\frac{28}{35}$ y $\frac{7}{9}$; $28 \cdot 9 \neq 35 \cdot 7$. No es equivalente

Por tanto, la opción correcta es la b).

3. La suma $\frac{2}{3} + \frac{7}{2} + \frac{5}{6}$ es:

a) 5 b) $\frac{29}{6}$ c) $\frac{14}{3}$ d) $\frac{11}{2}$

Para sumar fracciones con distinto denominador, calcularemos el M.C.M y las transformaremos en fracciones equivalentes.

M.C.M (3, 2 y 6) = 6

$$\frac{2}{3} + \frac{7}{2} + \frac{5}{6} = \frac{4}{6} + \frac{21}{6} + \frac{5}{6} = \frac{4+21+5}{6} = \frac{30}{6} = 5$$

Por tanto, la opción correcta es la a)

4. El lugar vacío que falta es: $\frac{13}{6} + \frac{1}{6} = \frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{3}$

a) 14 y 8 b) 13 y 7 c) 12 y 6 d) 14 y 7

$$\frac{13}{6} + \frac{1}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

Por tanto, la opción correcta es la d)

5. Con 6 kilos de azúcar, ¿cuántos azucareros de $\frac{2}{3}$ Kg podemos rellenar?

a) 18 b) 4 c) 9 d) 12

Tendremos que dividir los 6 kilos de los que disponemos entre la capacidad de los azucareros, para saber cuántos podremos llenar.

$$6 : \frac{2}{3} = \frac{6 \cdot 3}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

Por tanto, la opción correcta es la c)

6. Se sabe que un refresco con gas al congelarlo aumentará su volumen $\frac{1}{9}$ respecto al que tiene a temperatura ambiente. Para congelar 2 litros de esa bebida, el envase debe tener una capacidad al menos de:

a) 2,12 litros, b) 2,22 litros, c) 2,23 litros d) 1,95 litros

Tendremos que sumar a la cantidad que queremos congelar, 2 litros, la cantidad que aumentará de volumen.

Como la cantidad que aumentará es $\frac{1}{9}$ de 2 Kg, será $\frac{1}{9} \cdot 2 = \frac{2}{9}$

El envase deberá tener una capacidad de $2 + \frac{2}{9} = \frac{18}{9} + \frac{2}{9} = \frac{20}{9} = 2,22$ litros.

Por tanto, la opción correcta es la b)

7. Elige la fracción que sea el resultado de la división $\frac{2}{3} : \frac{3}{4}$

a) $\frac{8}{9}$ b) $\frac{6}{12}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{7}{8}$

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 3} = \frac{8}{9}$$

Por tanto, la opción correcta es la a).

8. En cada hoja de un álbum caben seis fotografías. He llenado ya con fotos 7 hojas y me quedan los $\frac{2}{3}$ de mis fotografías por colocar, en total quiero pegar:

a) 81 fotos b) 42 fotos c) 147 fotos d) 126 fotos

Si he llenado 7 hojas, y en cada hoja cabe 6 fotos, he colocado $7 \cdot 6 = 42$ fotos.

Si me quedan $\frac{2}{3}$ por colocar, significa que he colocado $\frac{1}{3}$, que corresponde a 42 fotos.

Como $\frac{2}{3}$ es el doble que $\frac{1}{3}$ ($\frac{1}{3} \cdot 2 = \frac{2 \cdot 1}{3} = \frac{2}{3}$), podemos decir que me faltarán por colocar $42 \cdot 2 = 84$ fotos

En resumen, si he colocado 42 fotos, y me faltan por colocar 84, querré colocar en total $42 + 84 = 126$ fotos.

Por tanto, la respuesta correcta es la d).

9. La cuarta parte de los $\frac{2}{3}$ de 600 equivale a:

a) 120

b) 100

c) 150

d) 400

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot 600 = \frac{1 \cdot 2 \cdot 600}{4 \cdot 3} = \frac{1200}{12} = 100$$

Por tanto, la opción correcta es la b).

10. Indica cuál de las siguientes fracciones es mayor que $\frac{6}{8}$:

a) $\frac{7}{9}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{5}{9}$ d) $\frac{4}{7}$

Para saber cuál es mayor, tendremos que ponerlas todas bajo el mismo denominador, así que calcularemos el M.C.M. y las transformaremos en fracciones equivalentes.

$$\text{M.C.M. } (8, 9, 4, 7) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7 = 504$$

$$\frac{6}{8} = \frac{378}{504}; \frac{7}{9} = \frac{392}{504}; \frac{3}{4} = \frac{378}{504}; \frac{5}{9} = \frac{280}{504}; \frac{4}{7} = \frac{288}{504}$$

Por tanto, como $\frac{6}{8} = \frac{378}{504}$ la única fracción que será mayor será $\frac{7}{9} = \frac{392}{504}$, es decir, la opción correcta es la a)-

1º ESO

Capítulo 6: Expresiones decimales

Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-072022

Fecha y hora de registro: 2015-08-13 18:28:37.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



www.apuntesmareaverde.org.es



Realizados por:

Alba Alcalá Vidal

Revisor: **Luis Carlos Vidal Del Campo**

IES ATENEA, CIUDAD REAL

Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. Busca otras situaciones de la vida real donde aparezcan números decimales.

Cuando voy a comprar al supermercado, y me piden 2,38€ por unas patatas. ¿Cómo escribirías este número en forma de fracción?

$$2,38 = 2 + \frac{38}{100} = \frac{238}{100}$$

2. Transforma en fracciones los siguientes números decimales:

a) $0.87 = 0 + \frac{87}{100} = \frac{87}{100}$

b) $0.0701 = 0 + \frac{701}{10000} = \frac{701}{10000}$

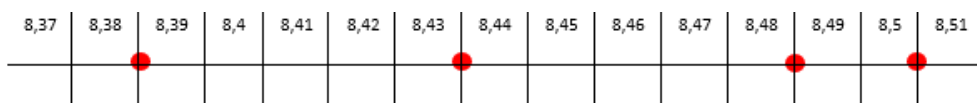
c) $30.56 = 30 + \frac{56}{100} = \frac{3056}{100}$

d) $17.03 = 0 + \frac{87}{100} = \frac{87}{100}$

e) $10.050 = 10 + \frac{50}{1000} = \frac{10050}{1000}$

Para transformar un número decimal en fracción solo tendremos que escribir en el numerador todo el número y dividiremos por la unidad seguida de ceros, con tantos ceros como números decimales tengamos.

3. Sitúa en la siguiente recta los números 8.43, 8.48, 8.51 y 8.38.



4. Señala qué número es el mayor para cada una de las siguientes parejas:

a) 0.87 y 0.789; $0.87 > 0.789$

b) 3.58 y 4.1; $4.1 > 3.58$

c) 7.005 y 7.1; $7.1 > 7.005$

d) 32.4 y 27.9; $32.4 > 27.9$

5. Escribe dos números decimales que sean, simultáneamente, mayor que 6.147 y menores que 6.2

Escribir 6.2 es igual a escribir 6.200. Como tiene que ser mayor de 6.147 y menor que 6.200, tendremos entre 147 y 200 muchos números para escribir.

Por ejemplo: 6.157 y 6.193 son mayores que 6.147 y menores que 6.2.

6. Realiza las operaciones:

Debemos tener en cuenta que las partes decimales de los números tengan el mismo número de cifras, para después sumar o restar de forma lineal, es decir, centésimas con centésimas, décimas con décimas, etc.

a) $17.03 + 5.46 = 22.49$

b) $26.84 + 15.57 = 42.41$

c) $6.64 - 5.47 = 1.17$

d) $35.21 - 23.57 = 11.64$

7. Efectúa los siguientes cálculos:

- a) $27.3 + 5.87 = 27.30 + 5.87 = 33.17$
 b) $2.553 + 6.7 = 2.553 + 6.700 = 9.253$
 c) $13.51 - 4.7 = 13.51 - 4.70 = 8.81$
 d) $9.1 - 8.57 = 9.10 - 8.57 = 0.53$

8. Halla:

- a) $5.57 + 32.6 + 9.115 = 5.570 + 32.600 + 9.115 = 47.285$
 b) $46.77 - 15.6 + 2.3 = 46.77 - 15.60 + 2.30 = 28.87$
 c) $33.2 - 16.53 - 12.4 = 33.20 - 16.53 - 12.40 = 4.27$

9. Calcula:

En este ejercicio, para multiplicar decimales, los pasaremos a fracción y los multiplicaremos.

En la práctica, multiplicaremos ignorando la separación decimal de cada uno, y a ese resultado le pondremos la separación decimal tal que la parte decimal sea de longitud igual a la suma de las cantidades de cifras decimales que tienen las expresiones decimales multiplicadas.

- a) $4.6 \cdot 7.5 = \frac{46}{10} \cdot \frac{75}{10} = \frac{46 \cdot 75}{10 \cdot 10} = \frac{3450}{100} = 34.50$
 b) $1.16 \cdot 3.52 = \frac{116}{100} \cdot \frac{352}{100} = \frac{116 \cdot 352}{100 \cdot 100} = \frac{40832}{10000} = 4.0832$
 c) $3.2 \cdot 5.1 \cdot 1.4 = \frac{32}{10} \cdot \frac{51}{10} \cdot \frac{14}{10} = \frac{32 \cdot 51 \cdot 14}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{22848}{1000} = 22.848$
 d) $2.3 \cdot 4.11 \cdot 3.5 = \frac{23}{10} \cdot \frac{411}{100} \cdot \frac{35}{10} = \frac{32 \cdot 411 \cdot 35}{10 \cdot 100 \cdot 10} = \frac{330855}{10000} = 33.0855$

10. Efectúa:

Tenemos que recordar seguir la prioridad de operaciones.

- a) $4 \cdot (3.01 + 2.4) = 4 \cdot (3.01 + 2.40) = 4 \cdot (5.41) = 21.64$
 b) $5.3 \cdot (12 + 3.14) = 5.3 \cdot (12.00 + 3.14) = 5.3 \cdot (15.14) = 80.242$
 c) $3.9 \cdot (25.8 - 21.97) = 3.9 \cdot (25.80 - 21.97) = 3.9 \cdot (3.83) = 14.937$

11. Transforma en fracción las siguientes divisiones entre expresiones decimales:

Para dividir expresiones decimales, igualaremos el número de decimales de cada una, para posteriormente transformarlas en fracciones independientes, y calcular la división de fracciones.

- a) $\frac{11.1}{3.7} = \frac{111}{37} : \frac{37}{10} = \frac{111 \cdot 10}{370} = \frac{1110}{370} = \frac{111}{37}$
 b) $\frac{31.54}{2.7} = \frac{3154}{270} : \frac{270}{100} = \frac{3154 \cdot 100}{100 \cdot 270} = \frac{315400}{27000} = \frac{3154}{270} = \frac{1577}{135}$
 c) $\frac{25.6}{1.39} = \frac{2560}{139} : \frac{139}{100} = \frac{2560 \cdot 100}{100 \cdot 139} = \frac{256000}{13900} = \frac{2560}{139}$
 d) $\frac{5}{3.5} = \frac{50}{35} = \frac{50}{10 \cdot 35} : \frac{35}{10} = \frac{50 \cdot 10}{10 \cdot 35} = \frac{50}{35} = \frac{5^2 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{10}{7}$

12. Convierte en expresión decimal las fracciones siguientes:

a) $\frac{9}{2}$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 10 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline 4,5 \end{array}$$

Por tanto, $\frac{9}{2} = 4,5$

b) $\frac{31}{4}$

$$\begin{array}{r} 31 \quad | \quad 4 \\ 30 \quad 7,75 \\ 20 \\ 0 \end{array}$$

Por tanto, $\frac{31}{4} = 7,75$

13. Efectúa las siguientes divisiones:

Para dividir números decimales, quitaremos los decimales añadiendo ceros donde corresponda.

a) $\frac{42.78}{6} = \frac{4278}{600}$

$$\begin{array}{r} 4278 \quad | \quad 600 \\ 0780 \quad 7,13 \\ 1800 \\ 0 \end{array}$$

Por tanto, $\frac{42.78}{6} = 7,13$

b) $\frac{15.2}{3.8} = \frac{152}{38}$

$$\begin{array}{r} 152 \quad | \quad 38 \\ 0 \quad 4 \end{array}$$

Por tanto, $\frac{15.2}{3.8} = 4$

c) $\frac{12.505}{4.1} = \frac{12505}{4100}$

$$\begin{array}{r} 12505 \quad | \quad 4100 \\ 02050 \quad 3,05 \\ 0 \end{array}$$

Por tanto, $\frac{12.505}{4.1} = 3,05$

d) $\frac{6.42}{1.3} = \frac{642}{130}$

$$\begin{array}{r} 642 \quad | \quad 130 \\ 1220 \quad 4,938... \\ 0500 \\ 1100 \\ 100 \end{array}$$

Por tanto, $\frac{6.42}{1.3} = 4,938$

14. Transforma las siguientes fracciones en expresión decimal:

- a) $\frac{1}{9} = 0.\overline{1}$. Es un decimal periódico puro, ya que justo después de la coma empieza a repetirse el número decimal.
- b) $\frac{7}{11} = 0.\overline{63}$. Es un decimal periódico puro.
- c) $\frac{5}{6} = 0.8\overline{3}$. Es un decimal periódico mixto, ya que el número que se repite no está justo detrás de la coma.
- d) $\frac{4}{7} = 0.\overline{5714}$. Es un decimal periódico puro.
- e) $\frac{25}{9} = 2.\overline{7}$. Es un decimal periódico puro.
- f) $\frac{17}{12} = 1.41\overline{6}$. Es un decimal periódico mixto.
- g) $\frac{50}{13} = 3.\overline{846}$. Es un decimal periódico puro.

15. Expresa mediante una fracción cada uno de los siguientes números decimales:

Para pasar un número decimal a una fracción, llevaremos el periodo a la parte entera y lo igualaremos a la unidad seguida de tantos 0 como números tenga el periodo, y a esto le restaremos el número original que habremos igualado a x.

Si el decimal es periódico mixto, pasaremos toda la parte decimal junto con la parte entera, dejando solo en la parte decimal la parte periódica, y lo igualamos a la unidad seguida de tantos 0 como tenga la parte decimal.

a) $0.\overline{13}$

$$\begin{array}{r} 013.\overline{13} = 100x \\ - 0.\overline{13} = x \\ \hline 13.0 = 99x \end{array}$$

$$x = \frac{13}{99}$$

b) $14.\overline{5}$

$$\begin{array}{r} 145.\overline{5} = 10x \\ - 14.\overline{5} = x \\ \hline 131.0 = 9x \end{array}$$

$$x = \frac{131}{9}$$

c) $0.2\overline{6}$

$$\begin{array}{r} 026.\overline{6} = 100x \\ - 0.2\overline{6} = 10x \\ \hline 24.0 = 90x \end{array}$$

$$x = \frac{24}{90}$$

d) $24.0\overline{18}$

$$\begin{array}{r} 24018.\overline{18} = 1000x \\ -240.\overline{18} = 10x \\ \hline 23778.0 = 990x \end{array}$$

$$x = \frac{23778}{990}$$

e) $5.1\overline{101}$

$$\begin{array}{r} 51101.\overline{101} = 10000x \\ -51.\overline{101} = 10x \\ \hline 51050.0 = 9990x \end{array}$$

$$x = \frac{51050}{9990}$$

f) $3.5\overline{40}$

$$\begin{array}{r} 3540.\overline{40} = 1000x \\ -35.\overline{40} = 10x \\ \hline 3505.0 = 990x \end{array}$$

$$x = \frac{3505}{990}$$

16. Escribe en tu cuaderno tres circunstancias de la vida cotidiana donde se realicen aproximaciones.

Si pesamos 64,90 Kg, y nos preguntan, ¿cuánto pesas?, solemos responder “65 Kg”.

Si un pantalón cuesta, 24,95€, le pediremos a nuestra madre 25€ para comprarlo.

Cuando pedimos una bebida en un restaurante, y le decimos al camarero que nos llene el vaso hasta la mitad, obviamente no conocemos la medida exacta, por lo que el camarero hará una aproximación.

17. Aproxima por truncamiento los siguientes números decimales de forma que aparezca un desarrollo decimal hasta las milésimas:

Para aproximar hasta las milésimas por truncamiento, eliminaremos todas las cifras posteriores a ésta.

a) $11.1234 = 11.123$

b) $6.\overline{6} = 6.66666 \dots = 6.666$

c) $9.3\overline{50} = 9.3505050 \dots = 9.350$

d) $8.\overline{71} = 8.717171 \dots = 8.717$

e) $8.334\overline{8} = 8.334888 \dots = 8.334$

f) $2.64\overline{08} = 2.64080808 \dots = 2.640$

18. Aproxima por redondeo hasta la milésima los siguientes números decimales:

Cuando la primera cifra decimal eliminada es menor que 5, el redondeo coincide con el truncamiento.

Si la primera cifra decimal no considerada es mayor que 5, aumentamos en una unidad la parte decimal del truncamiento.

a) $11.1234 = 11.123$

b) $6.\overline{6} = 6.66666 \dots = 6.667$

c) $9.3\overline{50} = 9.3505050 \dots = 9.351$

- d) $8.\overline{71} = 8.717171 \dots = 8.717$
e) $8.334\overline{8} = 8.334888 \dots = 8.335$
f) $2.64\overline{08} = 2.64080808 \dots = 2.641$
g) $3.999\overline{6} = 3.999696 \dots = 4$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Escribe con palabras la expresión de los números siguientes:

- a) $2.5 =$ Dos con cinco.
- b) $32.05 =$ Treinta y dos con cero cinco.
- c) $45.50 =$ Cuarenta y cinco con cincuenta.
- d) $72.050 =$ Setenta y dos con cero cinco.

2. Multiplica mentalmente por a) 10, b) 100, c) 1000, d) 1000000 el número 3.761937.

Solo tendremos que ir desplazando la coma hacia la derecha, tantos lugares como 0 tengamos en la multiplicación.

- a) $3.761937 \cdot 10 = 37.61937$
- b) $3.761937 \cdot 100 = 376.1937$
- c) $3.761937 \cdot 1000 = 3761.937$
- d) $3.761937 \cdot 1000000 = 3761937$

3. Ordena de menor a mayor los números: 5.67; 5.68; 5.6666; 5.63; 5.5; 5.8; 5.6070.

$$5.1 < 5.6070 < 5.63 < 5.6666 < 5.67 < 5.68 < 5.8$$

4. Ordena de mayor a menor los números: 7.45; 6.9999; 7.3456; 7.4378; 7.44444; 7.4501; 7.45012.

$$7.45012 > 7.4501 > 7.45 > 7.44444 > 7.4378 > 7.3456 > 6.9999$$

5. Indica entre qué dos números enteros se encuentra los siguientes números: 5.6666; 7.999; 1.0001; 3.099.

Como el número más pequeño entre ellos es el 1.0001, siendo el número entero más cercano a él es el 1, y el número más grande es el 7.999, siendo el entero más cercano a él el 8, éstos números estarán entre el 1 y el 8.

6. Redondea a las décimas los números siguientes: 5.67; 5.68; 5.6666; 7.45; 6.9999; 7.3456; 7.4378.

Recordando lo explicado en otros ejercicios, nos fijaremos en si el número posterior al que nos piden que redondeemos es mayor o igual que 5 o menor que 5.

- a) $5.67 = 5.7$
- b) $5.68 = 5.7$
- c) $5.6666 = 5.7$
- d) $7.45 = 7.5$
- e) $6.9999 = 7$
- f) $7.3456 = 7.3$
- g) $7.4378 = 7.4$

7. Redondea a las centésimas los números siguientes: 5.676767; 5.688989; 5.6666; 7.459; 6.9999; 7.3456; 7.4378.

- a) $5.676767 = 5.68$
- b) $5.688989 = 5.69$
- c) $5.6666 = 5.67$
- d) $7.459 = 7.46$

- e) $6.9999 = 7$
 f) $7.3456 = 7.35$
 g) $7.4378 = 7.44$

8. Redondea a las milésimas los números siguientes: 5.676767; 5.688989; 5.6666; 7.45911; 6.9999; 7.3456; 7.4378.

- a) $5.676767 = 5.677$
 b) $5.688989 = 5.689$
 c) $5.6666 = 5.667$
 d) $7.459 = 7.459$
 e) $6.9999 = 7$
 f) $7.3456 = 7.346$
 g) $7.4378 = 7.438$

9. Ordena de menor a mayor los siguientes números: $\frac{1}{2}$; 0.45; 0.999; $\frac{2}{3}$; 0.75; $\frac{5}{4}$; 0.3939; $\frac{1}{5}$.

$$\frac{1}{5} < 0.3939 < 0.45 < \frac{1}{2} < \frac{2}{3} < 0.75 < 0.999 < \frac{5}{4}$$

10. Trunca por las centésimas los siguientes números: 5.676767; 5.688989; 5.6666; 7.459; 6.9999; 7.3456; 7.4378.

- a) $5.676767 = 5.67$
 b) $5.688989 = 5.68$
 c) $5.6666 = 5.66$
 d) $7.459 = 7.45$
 e) $6.9999 = 6.99$
 f) $7.3456 = 7.34$
 g) $7.4378 = 7.43$

11. Completa las siguientes igualdades:

- a) $38.532 = 38 + \frac{5}{10} + \frac{3}{100} + \frac{2}{1000} = 38 + \frac{5}{10} + \frac{3}{100} + \frac{2}{1000}$
 b) $0.078 = \frac{0}{10} + \frac{7}{100} + \frac{8}{1000} = \frac{0}{10} + \frac{7}{100} + \frac{8}{1000}$
 c) $6.36 = \frac{636}{100} = \frac{636}{100}$
 d) $5.149 = \frac{514}{100} + \frac{9}{1000} = \frac{514}{100} + \frac{9}{1000}$

12. Convierte en fracción los siguientes números decimales:

- a) $0.124 = \frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{4}{1000} = \frac{124}{1000}$
 b) $5.23 = 5 + \frac{2}{100} + \frac{3}{1000} = \frac{523}{100}$
 c) $49.350 = 49 + \frac{3}{10} + \frac{5}{100} = \frac{49350}{1000}$
 d) $0.013 = \frac{1}{100} + \frac{3}{1000} = \frac{13}{1000}$

13. Efectúa las operaciones:

- a) $1.34 + 51.7 = 1.34 + 51.70 = 53.04$
 b) $53.4 - 3.72 = 53.40 - 3.72 = 49.68$
 c) $4.83 + 9.77 - 5.9 = 4.83 + 9.77 - 5.90 = 8.70$
 d) $1.42 - 9.77 = -8.35$

14. Rellena adecuadamente los lugares vacíos:

- a) $6.36 + \quad = 10$; $6.36 + 4.64 = 10$
 b) $36.76 - \quad = 10$; $36.76 - 26.76 = 10$
 c) $6.54 - \quad = 1.38$; $6.54 - 5.16 = 1.38$
 d) $2.7 + \quad = 15.29$; $2.7 + 12.59 = 15.29$

15. Realiza las siguientes operaciones:

- a) $43.76 \cdot 10 = 437.6$
 b) $43.76 \cdot 1000 = 43760$
 c) $0.017 \cdot 10 = 0.17$
 d) $3.76 : 10 = 0.376$
 e) $5.67 : 100 = 0.0567$

16. Halla:

Recuerda que, al hacer multiplicaciones con decimales, haremos una multiplicación normal, pero tendremos en cuenta que el resultado tendrá tantos decimales como la suma de decimales de los números multiplicados.

- a) $3.6 \cdot 0.2 = 0.72$
 b) $10.01 \cdot 3.5 = 35.035$
 c) $0.6 \cdot 0.6 = 0.36$
 d) $5.6 \cdot 3.2 \cdot \frac{2}{5} = 5.6 \cdot 3.2 \cdot 0.4 = 7.168$

17. Calcula:

a) $\frac{15.6}{3.23} = \frac{1560}{323}$

$$\begin{array}{r} 1560 \quad | \quad 323 \\ 2800 \quad | \quad 4,829... \\ 0960 \\ 3140 \\ 233 \end{array}$$

Por tanto, $\frac{25.6}{3.23} = 4,829$

b) $\frac{1.1 \cdot (5.8 + 2.6)}{3.23 - 2.9} = \frac{1.1 \cdot 8.4}{0.33} = \frac{9.34}{0.33} = \frac{934}{33}$

$$\begin{array}{r} 934 \quad | \quad 33 \\ 264 \quad | \quad 28 \\ 0 \end{array}$$

Por tanto, $\frac{9.34}{0.33} = 28$

c) $\frac{2.5 \cdot (3.1 - 2.6)}{2.23 - 2.9} = \frac{2.5 \cdot 0.5}{-0.67} = \frac{1.25}{-0.67} = \frac{125}{67}$

$$\begin{array}{r} 125 | 67 \\ 580 | 1.865 \\ \hline 440 \\ 380 \\ 45 \end{array}$$

Por tanto, $\frac{1.25}{-0.67} = -1.865$

d) $\frac{(1.1 + 2.9) \cdot 2.53}{2.2 \cdot 0.1} = \frac{4 \cdot 2.53}{0.22} = \frac{10.12}{0.22} = \frac{1012}{22}$

$$\begin{array}{r} 1012 | 22 \\ 132 | 46 \\ \hline 0 \end{array}$$

Por tanto, $\frac{10.12}{0.22} = 46$

18. Determina el desarrollo decimal de las fracciones siguientes:

a) $\frac{13}{50} = 0.26$

b) $\frac{110}{9} = 12.22 \dots$

c) $\frac{22}{12} = 1.833 \dots$

d) $\frac{170}{125} = 1.36$

e) $\frac{53}{22} = 2.409 \dots$

19. Transforma en fracción los números decimales que siguen:

a) $0.\bar{5}$

$$\begin{array}{r} 05.\bar{5} = 10x \\ -0.\bar{5} = x \\ \hline 5.0 = 9x \\ x = \frac{5}{9} \end{array}$$

b) $0.\overline{70}$

$$\begin{array}{r} 070.\overline{70} = 100x \\ -0.\overline{70} = x \\ \hline 70.0 = 99x \\ x = \frac{70}{99} \end{array}$$

c) $21.4\bar{5}$

$$\begin{array}{r}
 2145.\bar{5} = 100x \\
 -214.\bar{5} = 10x \\
 \hline
 1931.0 = 90x \\
 x = \frac{1931}{90}
 \end{array}$$

d) $3.0\bar{02}$

$$\begin{array}{r}
 3002.\bar{02} = 1000x \\
 -30.\bar{02} = 10x \\
 \hline
 2972.0 = 990x \\
 x = \frac{2972}{990}
 \end{array}$$

e) $1.\bar{500}$

$$\begin{array}{r}
 1500.\bar{500} = 1000x \\
 -1.\bar{500} = x \\
 \hline
 1499.0 = 999x \\
 x = \frac{1499}{999}
 \end{array}$$

20. Realiza los siguientes cálculos:

a) $\frac{4}{7} + 1.\bar{46}$

$$\frac{4}{7} = 0.571; \quad 0.571 + 1.4646 \dots = 2.0360 \dots$$

b) $3.\bar{7} \cdot \frac{2}{5}$

$$\frac{2}{5} = 0.4; \quad 3.777 \dots \cdot 0.4 = 1.5111 \dots$$

c) $\frac{6.\bar{41}-4}{3-2.\bar{3}} = \frac{6.4141\dots-4}{3-2.333\dots} = \frac{2.4141\dots}{0.666\dots} = 3.6212 \dots$

d) $1.\bar{07} \cdot 2.\bar{5} = 1.0777 \dots \cdot 2.555 \dots = 2.7362 \dots$

21. Razona si son ciertas o no las siguientes afirmaciones:

- a) Toda fracción posee una representación decimal. Verdadero. Toda fracción puede ser expresada como una fracción con un denominador que es una potencia de 10.
- b) Si el denominador de una fracción es un número primo entonces su representación decimal es periódica. Falso. Depende también del numerador, como por ejemplo, la representación decimal de la fracción $\frac{4}{2}$ no es periódica.
- c) Si el denominador de una fracción no es un número primo entonces su representación decimal es finita. Falso. Existen infinitos números cuya representación sería infinita, como por ejemplo el $\frac{20}{18} = 1.\bar{1}$
- d) Dos fracciones equivalentes tienen la misma representación decimal. Verdadero. Que sean equivalentes hace que tengan la misma representación decimal.

- 22. Hemos visto que los números decimales exactos se pueden transformar en una fracción cuyo denominador es una potencia del número 10. Escribe una fracción cuya representación decimal sea finita y cuyo denominador no sea el número 10.**

Un decimal finito es aquel que no es periódico. Por lo tanto, debemos buscar una fracción en la que la división entre numerador y denominador no sea periódica, y además el denominador no sea 10, como, por ejemplo:

$$\frac{3}{2} = 1.5$$

- 23. Después de lo que hemos razonado en el problema anterior, elabora una regla que nos sirva para distinguir las fracciones cuya representación decimal es finita.**

La representación decimal de una fracción será finita cuando al descomponer en factores primos el denominador, los factores que obtenemos son 2 o 5.

- 24. Determina cuáles de las siguientes fracciones tienen representación decimal finita (decídelo sin calcularlas):**

- a) $\frac{12}{20}$: Al descomponer el denominador, 20, obtenemos que $20 = 2^2 \cdot 5$, por lo que la fracción será finita, al seguir la regla del ejercicio anterior.
- b) $\frac{5}{7}$: Es una fracción irreducible y en el denominador no encontramos los factores 2 y 5, por lo que es una fracción infinita.
- c) $\frac{12}{5}$: Como el denominador es 5, la fracción será finita
- d) $\frac{12}{45}$: Al descomponer el denominador, 45, obtenemos que $45 = 3^2 \cdot 5$, por lo que la fracción será infinita, al encontrar un factor que no es ni 3 ni 5.
- e) $\frac{9}{48} = \frac{3}{16}$: Al descomponer el denominador, 16, obtenemos que $16 = 2^4$, por lo que la fracción será finita.

- 25. Si se reparten equitativamente 270 euros entre 120 personas ¿qué cantidad recibe cada persona?**

“Repartir” puede ser un sinónimo de dividir. Por lo tanto, cada persona recibirá:

$$270:120 = 2.25\text{€}$$

- 26. Escribe un número decimal que sumado a 7.63 origine un número natural.**

Tenemos que fijarnos en cuanto le falta a la parte decimal, 63, para llegar a 100, es decir, completar una unidad más al número.

Como le falta $100 - 63 = 37$, si le sumamos cualquier número con parte decimal .37, el resultado nos dará un número natural. Por ejemplo:

$$7.63 + 5.37 = 13$$

- 27. Señala otro número decimal que restado a 20.09 nos dé un número natural.**

Utilizando un razonamiento parecido al del ejercicio anterior, si restamos a 20.09 cualquier número con parte decimal .09, el resultado será un número natural. Por ejemplo:

$$20.09 - 6.09 = 14$$

- 28. Halla una fracción tal que al multiplicarla por el número $2.5\bar{7}$ dé como resultado un número natural.**

En primer lugar, transformaremos el número decimal en una fracción.

$$\begin{array}{r} 2.5\bar{7} \\ 257.\bar{7} = 100x \\ -25.\bar{7} = 10x \\ \hline 232.0 = 90x \end{array}$$

$$x = \frac{232}{90}$$

Ya tenemos el número $2.5\bar{7}$, en forma de fracción, $\frac{232}{90}$. Ahora debemos hallar una fracción, que, al multiplicarla por ésta, el resultado sea un número natural.

Lo más fácil será multiplicar por el denominador, Si multiplicamos $\frac{232}{90} \cdot 90 = 232$ que es un número natural.

29. Aproxima por truncamiento, de diferentes maneras, los siguientes números decimales:

Vamos a aproximar todos los números hasta las centésimas y milésimas.

- a) 7.123; Centésimas: 7.12; Milésimas: 7.123
- b) 15.01; Centésimas: 15; Milésimas: 15.001
- c) $7.\bar{7}$; Centésimas: 7.77; Milésimas: 7.777
- d) $0.21\bar{87}$; Centésimas: 0.21; Milésimas: 0.218
- e) $3.99\bar{96}$; Centésimas: 3.99; Milésimas: 3.999

30. Redondea los siguientes números decimales hasta la cifra que te parezca adecuada o significativa:

- a) $7.391 = 7.39$. Redondeo hasta las centésimas.
- b) $6.1\bar{90} = 6.19$. Redondeo hasta las centésimas.
- c) $24.\bar{74} = 24.7$. Redondeo hasta las décimas.
- d) $13.99 = 14$. Redondeo hasta las unidades.
- e) $33.\bar{01} = 33$. Redondeo hasta las décimas.

31. En cada uno de los redondeos que has realizado en el ejercicio anterior, distingue si se trata de una aproximación al alza o a la baja.

- a) $7.391 = 7.39$. Redondeo hasta las centésimas. A la baja.
- b) $6.1\bar{90} = 6.19$. Redondeo hasta las centésimas. A la baja.
- c) $24.\bar{74} = 24.7$. Redondeo hasta las décimas. A la baja.
- d) $13.99 = 14$. Redondeo hasta las unidades. Al alza.
- e) $33.\bar{01} = 33$. Redondeo hasta las décimas. A la baja.

32. Manuel compró en la papelería 4 bolígrafos y 3 lapiceros. Si cada bolígrafo costaba 0.78 euros y cada lapicero 0.63 euros ¿cuánto se gastó Manuel?

4 bolis por 0.78€ cada uno hacen un total de $0.78 \cdot 4 = 3.12€$

3 lapiceros por 0.63€ cada uno hacen un total de $0.63 \cdot 3 = 1.89€$

En total, Manuel se gasta $3.12€ + 1.89€ = 5.01€$

- 33. Claudia se ha comprado tres bolígrafos iguales que, en total, le han costado 2.46 euros. También compró un cuaderno que costaba el precio de un bolígrafo multiplicado por cuatro. Calcula el precio del cuaderno y cuánto dinero se ha gastado Claudia.**

Si Claudia se ha gastado 2.46€ en 3 bolígrafos, significa que cada uno cuesta $2.46€ : 3 = 0.82€$.

Como cada cuaderno cuesta lo que cuesta un bolígrafo multiplicado por 4, costará $0.82€ \cdot 4 = 3.28€$

Como ha comprado 3 bolígrafos y un cuaderno, Claudia se ha gastado $2.46€ + 3.28€ = 5.74€$

- 34. Un depósito contiene 46.22 litros de agua que vamos a traspasar a botellas de litro y medio. Halla cuántas botellas llenaremos e indica la cantidad de agua sobrante.**

Para saber cuántas botellas llenaría, dividimos el depósito de 46.22 litros entre la capacidad de la botella, que es de 1.5 litros.

$$46.22 : 1.5 = 30.81333$$

Por lo que llenaría 30 botellas. Como no es una división exacta, podríamos llenar 0.8133 botellas más, que esto correspondería a $0.8133 \cdot 1.5 = 1.22$ litros que nos sobran.

- 35. Escribe un número decimal que satisfaga la siguiente condición: sus truncamientos coinciden con sus redondeos.**

Para que un truncamiento coincida con un redondeo solo tenemos que escribir un número donde la cifra decima que precede a la cifra que se va a aproximar sea menor que 5. Así, al hacer el redondeo pedido, nos quedará el mismo número que al hacer el truncamiento.

Por ejemplo, el 31.4132.

- 36. Construye un número decimal que cumpla este requisito: ninguno de sus truncamientos coincide con los redondeos.**

Es el caso contrario al ejercicio anterior, por lo que las cifras decimales de éste número deben ser iguales o mayores que 5.

Por ejemplo, el 68.798.

- 37. Muestra un número decimal que verifique la siguiente condición: alguno de sus truncamientos coincide con los redondeos, pero no todos.**

Utilizando lo explicado en los ejercicios anteriores, un ejemplo sería 45.3487, donde algunos números decimales son mayores que 5 y otros menores, lo que haría que alguno de sus truncamientos coincida con el redondeo, en este caso en el de las décimas.

- 38. El examen de Matemáticas constaba de cuatro ejercicios. En ellos Jaime obtuvo las siguientes calificaciones: 5, 7, 8 y 7. Calcula la nota media del examen de Jaime y aproxímalas tanto por truncamiento como por redondeo hasta las décimas.**

La nota media será la división de la suma de las notas entre el número de exámenes que ha hecho.

Así, $\frac{5+7+8+7}{4} = \frac{27}{4} = 6.75$, que aproximada por truncamiento hasta las décimas será 6.7 y por redondeo será 6.8.

- 39. Los padres de Alicia están comprando varias macetas y plantas. El importe de todo ello es de 135.80 euros. El comercio realiza un descuento del 2.5 % si se paga en metálico y no con tarjeta de crédito. Si los padres de Alicia optan por el pago en metálico, ¿qué cantidad deberán abonar?**

En primer lugar, calcularemos el descuento que nos harían por pagar en metálico, que es de 2.5%. Esto es: $\frac{2.5}{100} \cdot 135.80 = 3.395\text{€}$, por lo que el precio final sería de $135.800\text{€} - 3.395\text{€} = 132.405\text{€}$

Sin embargo, como no existen monedas que lleguen a las milésimas, redondearemos el número a las centésimas, y quedaría 132.41€

- 40. Si nos fijamos en los precios del litro de combustible que suelen exhibir las gasolineras en grandes postes o paneles observaremos que figuran hasta la milésima de euro, pese a que las monedas solo “llegan” al céntimo de euro. El importe de cada carga de combustible se realiza, en general, a través de una aproximación. Si, en una estación de servicio concreta, el precio del litro de gasolina es de 1.412 euros y el depósito de nuestro vehículo tiene una capacidad de 53 litros, analiza con cuántos litros de repostaje el importe no requiere ser aproximado.**

Como el precio de la gasolina es de 1.412€, tendremos que buscar un número por el que multiplicar esa cifra para que las milésimas salgan cero, y por lo tanto no tengamos que aproximar. Como la última cifra es un 2, si lo multiplicamos por cualquier múltiplo de 5, la cifra de las milésimas será un cero.

Por ejemplo, si echamos 5 litros, el coste será $1.412\text{€} \cdot 5 = 7.06\text{€}$.

Si echamos 30 litros, el coste será $1.412\text{€} \cdot 30 = 42.36\text{€}$.

- 41. Usa la calculadora o una hoja de cálculo y analiza el uso de paréntesis:**

El uso del paréntesis en la calculadora ordena las operaciones, es decir, le decimos que operación deben hacer primero. El no usarlos, o usarlos mal, cambiará el resultado de la operación.

- a) $2.34186 : 987.6543 + 8.981342 \cdot 654.9234 - 25.98 = 5856.11337$
- b) $2.34186 : (987.6543 + 8.981342) \cdot (654.9234 - 25.98) = 1.4778$
- c) $(2.34186 : 987.6543) + (8.981342 \cdot 654.9234) - 25.98 = 5856.113$
- d) $(2.34186 : 987.6543) + 8.981342 \cdot (654.9234 - 25.98) = 5648.757$

AUTOEVALUACIÓN

1. Señala la fracción cuyo desarrollo decimal es 8.37:

- a) $\frac{837}{1000}$
 b) $\frac{800}{37}$
 c) $\frac{837}{100}$
 d) $\frac{83737}{100}$

Para pasar el 8.37 a fracción, lo más sencillo es utilizar las potencias de 10 en el denominador para quitar los decimales. Como el número tiene 2 decimales, dividiremos entre 100, por lo que nos quedaría

$$\frac{837}{100}$$

La opción correcta es la c).

2. El resultado del producto $15.06 \cdot 1000$ es:

- a) 1506
 b) 15060
 c) 156
 d) 1500.6

Multiplicar por una potencia de 10 es simplemente mover la coma tantos lugares a la derecha como ceros tenga esa potencia.

Por tanto $15.06 \cdot 1000 = 15060$.

La opción correcta es la b).

3. El valor de la suma $2.5 + 4.83$ es:

- a) $7.\overline{33}$
 b) $7.\overline{3}$
 c) 6.33
 d) 7.33

$$2.5 + 4.83 = 2.50 + 4.83 = 7.33$$

La opción correcta es la d).

4. El periodo y el anteperiodo del número $18.9\overline{03}$ son, respectivamente,

- a) 18 y 9
 b) 9 y 3
 c) 3 y 9
 d) 03 y 9
 e) 18 y 3

El periodo es la parte que se repite, es decir 03, mientras que el anteperiodo es el número decimal anterior al periodo, el 9.

La opción correcta es la d).

5. La expresión decimal de la fracción $\frac{5}{9}$ es:

- a) 0.59
- b) 5.9
- c) $0.\overline{5}$
- d) $0.\overline{59}$

La forma más sencilla es resolverlo con la calculadora. El resultado es 0.555555... por lo que la **opción correcta es la c).**

6. ¿Cuál es la solución correcta para el paso a fracción del número decimal $13.\overline{57}$?

- a) $\frac{1357}{9900}$
- b) $\frac{1357}{99}$
- c) $\frac{1344}{99}$
- d) $\frac{1357}{9999}$

$$\begin{array}{r} 13.\overline{57} \\ 1357.\overline{57} = 100x \\ -13.\overline{57} = x \\ \hline 1344.0 = 99x \end{array}$$

$$x = \frac{1344}{99}$$

La opción correcta es la c).

7. Finaliza las siguientes frases:

- Las fracciones impropias son aquellas cuya representación decimal presenta una parte entera *superior a la unidad*
- Cualquier número decimal, exacto o periódico, puede transformarse en una fracción cuyo denominador es *múltiplo de 10, 9, 99, 999... o estos números multiplicados por 10.*

8. Clasifica los siguientes números según sean aproximaciones al alza o a la baja del número 375432.45.

- a) 375432.5 es una aproximación al alza.
- b) 375432 es una aproximación a la baja.
- c) 375400 es una aproximación a la baja.
- d) 375450 es una aproximación al alza.
- e) 375432.4 es una aproximación a la baja.

9. Si redondeamos el número $2.\overline{936}$ hasta la centésima nos queda:

- a) 2.93
- b) 2.94
- c) 2.96
- d) 2.95
- e) $2.9\overline{4}$

El número $2.9\overline{36} = 2.936363636 \dots$ por lo que si redondeamos hasta las centésimas será 2.94
La opción correcta es la b).

10. Si la nota de un examen se muestra con una cifra decimal, ¿cómo escogerías que se obtuviese?

- a) Por truncamiento
- b) Por redondeo.

En general es más beneficioso siempre el redondeo. Habrá veces en el que los dos sean iguales, cuando el último decimal sea menor que 5, pero las veces que el decimal sea mayor que 5, nos interesará más el redondeo, ya que añade una unidad al número anterior al último.

La opción correcta es la b).

1º ESO

Capítulo 7: Sistemas de medida

Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-072022

Fecha y hora de registro: 2015-08-13 18:28:37.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dnrights.com>



www.apuntesmareaverde.org.es



Realizados por:

Alba Alcalá Vidal

Revisor: **Luis Carlos Vidal Del Campo**

IES ATENEA, CIUDAD REAL

Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. Clasifica como magnitudes o unidades de medida:

Debemos tener en cuenta que una magnitud es una característica que se puede medir mediante un número, mientras que una unidad de medida es un patrón para medir una magnitud. Una misma magnitud se puede expresar con distintas unidades de medida.

- a) Litro: Es una unidad de medida.
- b) Tiempo: Es una magnitud.
- c) Hora: Es una unidad de medida.
- d) Memoria de un ordenador: Es una magnitud.
- e) Gramo: Es una unidad de medida.
- f) Altitud: Es una magnitud.
- g) Presión: Es una magnitud.
- h) Kilómetros por hora: Es una unidad de medida.

2. Indica a qué magnitud corresponde cada unidad de medida:

- a) Euro: Dinero
- b) Milímetro: Longitud
- c) Hectárea: Superficie
- d) Grado centígrado: Temperatura

3. Investiga a qué magnitudes corresponden las siguientes unidades poco corrientes:

- a) Onza: Masa
- b) Hercio: Frecuencia
- c) Yuan: Dinero
- d) Grado Fahrenheit: Temperatura
- e) Año luz: Distancia

4. Indica al menos una unidad del Sistema Internacional de Unidades adecuada para expresar las siguientes magnitudes:

- a) La edad de una persona: Año
- b) El tamaño de un huerto: Metro cuadrado
- c) La capacidad de una botella: Litro
- d) La distancia entre Segovia y Albacete: Kilómetro

5. Copia en tu cuaderno y relaciona cada magnitud con su posible medida:

6 °C	5 km	18 m ²	13 L	0.250 g
masa	longitud	capacidad	superficie	temperatura

Masa-0.250 g
Longitud-5 Km

Capacidad- 13 L
 Superficie-18 m^2
 Temperatura- 6°C

6. Si Iker mide 1.35 metros y Laura mide 134 centímetros: ¿Quién es más alto?

Para poder compararlos, debemos tener las dos alturas en la misma medida. Como la unidad del S.I. es el metro, pasaremos la altura de Laura, que está en centímetros, a metros.

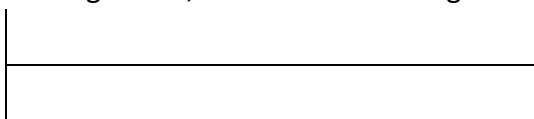
Para ello, como sabemos que 1 cm es igual a 0.01 m, tendremos que dividir los 134 cm entre 100 para pasarlo a metros:

$$134 \text{ cm} : 100 = 1.34 \text{ m}$$

Por tanto, Iker mide 1.35 metros y Laura mide 1.34 metros, por lo que Iker es más alto.

7. Contesta con una regla graduada:

a) Dibuja un segmento, ¿cuánto mide el segmento que has dibujado?



Mide 7 centímetros.

b) ¿Cuánto mide el borde de tu pupitre?

Mide 30 centímetros.

c) ¿Cuántos metros de cinta aislante necesitas para cubrir los bordes del pupitre?

Como el pupitre es cuadrado, y cada lado mide 30 cm, necesitare $4 \cdot 30 = 120 \text{ cm}$ de cinta aislante.

8. Averigua cuanto mide tu cama.

Mi cama mide 190 centímetros de largo por 90 centímetros de ancho.

9. Expresa las siguientes longitudes en decímetros:

Para pasar de una unidad de longitud a otra, tendremos que multiplicar o dividir por 10 tantas veces como sea necesario, siguiendo el orden de km, hm, dam, m, dm, cm y mm.

- a) 54 cm = 5.4 dm.
- b) 21.08 m = 210.8 dm.
- c) 8,7 hm = 870 dm.
- d) 327 mm = 3.27 dm.

10. Realiza los cambios de unidades que se indican:

- a) 15.2 hm = 15200 dm
- b) 257 cm = 0.257 dam
- c) 3500 dam = 35 km
- d) 345 mm = 0.345 m
- e) 0.234 km = 23.4 dm
- f) 23000 cm = 2.3 hm
- g) 7.31 dm = 7.31 dm
- h) 2.5 km = 250 dam

11. Expresa las siguientes longitudes en las unidades que se indican en cada caso:

Tendremos que pasar las longitudes a la misma unidad, sumarlas y después pasarlas a lo que nos piden, o pasar las dos a la unidad que me piden y después sumarlas.

- a) 8 m 1 mm en decímetros:

$$8 \text{ m} = 80 \text{ dm}; 1 \text{ mm} = 0.01 \text{ dm}$$

$$80 \text{ dm} + 0.01 \text{ dm} = 80.01 \text{ dm}$$

- b) 3.5 km 27 dam en decímetros:

$$3.5 \text{ m} = 35000 \text{ dm}; 27 \text{ dam} = 2700 \text{ dm}$$

$$35000 \text{ dm} + 2700 \text{ dm} = 37700 \text{ dm}$$

- c) 13 km 21 mm en milímetros:

$$13 \text{ m} = 1300000 \text{ mm}; 21 \text{ mm} = 21 \text{ mm}$$

$$1300000 \text{ mm} + 21 \text{ mm} = 1300021 \text{ mm}$$

- d) 7 hm 15 cm en decímetros:

$$7 \text{ m} = 7000 \text{ dm}; 15 \text{ cm} = 1.5 \text{ dm}$$

$$7000 \text{ dm} + 1.5 \text{ dm} = 7001.5 \text{ dm}$$

- e) 2 dam 5 dm en metros:

$$2 \text{ dam} = 20 \text{ m}; 5 \text{ dm} = 0.5 \text{ m}$$

$$20 \text{ m} + 0.5 \text{ m} = 20.5 \text{ m}$$

- f) 0.6 m 340 mm en centímetros:

$$0.6 \text{ m} = 60 \text{ cm}; 340 \text{ mm} = 34 \text{ cm}$$

$$60 \text{ cm} + 34 \text{ cm} = 94 \text{ cm}$$

12. Observa la tabla anterior y calcula:

Recuerda que el paso de unidades se hará igual que en las longitudes, pero multiplicando o dividiendo por 100.

a) $18 \text{ dam}^2 = 1800 \text{ m}^2$

b) $5 \text{ m}^2 = 5000000 \text{ mm}^2$

c) $0.2 \text{ km}^2 = 200000 \text{ m}^2$

d) $87 \text{ m}^2 = 0.0087 \text{ hm}^2$

13. Pasa $38 \text{ hm}^2 17 \text{ dam}^2$ a metros cuadrados.

$$38 \text{ hm}^2 = 380000 \text{ m}^2; 17 \text{ dam}^2 = 1700 \text{ m}^2$$

$$380000 \text{ m}^2 + 1700 \text{ m}^2 = 381700 \text{ m}^2$$

14. Calcula los metros cuadrados de estas superficies:

a) $4.59 \text{ dm}^2 = 0.0459 \text{ m}^2$

b) $10.2 \text{ hm}^2 = 102000 \text{ m}^2$

c) $4391 \text{ mm}^2 = 0.004391 \text{ m}^2$

d) $501 \text{ dam}^2 = 50100 \text{ m}^2$

15. Expresa las siguientes superficies a las unidades que se indican en cada caso.

Aplicamos el mismo procedimiento que en el ejercicio 11.

- a) $8 \text{ m}^2 1 \text{ cm}^2$ en decímetros cuadrados

$$8 \text{ m}^2 = 800 \text{ dm}^2; 1 \text{ cm}^2 = 0.01 \text{ dm}^2;$$

$$800 \text{ dm}^2 + 0.01 \text{ dm}^2 = 800.01 \text{ dm}^2$$

- b) $2 \text{ dam}^2 \ 15 \text{ dm}^2$ en metros cuadrados
 $2 \text{ dam}^2 = 200 \text{ m}^2$; $15 \text{ dm}^2 = 0.15 \text{ m}^2$;
 $200 \text{ m}^2 + 0.15 \text{ m}^2 = 200.15 \text{ dm}^2$
- c) $3 \text{ hm}^2 \ 21 \text{ mm}^2$ en decámetros cuadrados
 $3 \text{ hm}^2 = 300 \text{ dam}^2$; $21 \text{ mm}^2 = 0.00000021 \text{ dam}^2$;
 $300 \text{ dam}^2 + 0.00000021 \text{ dam}^2 = 300.00000021 \text{ dam}^2$
- d) $7 \text{ hm}^2 \ 65 \text{ m}^2$ en milímetros cuadrados
 $7 \text{ hm}^2 = 70000000000 \text{ mm}^2$; $65 \text{ m}^2 = 650000 \text{ mm}^2$;
 $70000000000 \text{ mm}^2 + 650000 \text{ mm}^2 = 70000650000 \text{ dm}^2$

16. Expresa las siguientes superficies en áreas:

Para hacer este ejercicio, recordamos las equivalencias de las unidades agrarias, donde:

$$1 \text{ ha} = 100 \text{ a} = 100 \text{ dam}^2$$

$$1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ ca} = 0.01 \text{ a} = 1 \text{ m}^2$$

- a) $1678 \text{ ha} = 167800 \text{ a}$
- b) $5 \text{ ha} = 500 \text{ a}$
- c) $8 \text{ ha} \ 20 \text{ a}$
 $8 \text{ ha} = 800 \text{ a}$; $20 \text{ a} = 20 \text{ a}$
 $800 \text{ a} + 20 \text{ a} = 820 \text{ a}$
- d) $28100 \text{ ca} = 281 \text{ a}$

17. La superficie de un campo de fútbol es de 7140 metros cuadrados. Expresa esta medida en cada una de estas unidades:

- a) Centímetros cuadrados: $7140 \text{ m}^2 \text{ a } \text{cm}^2 = 71400000 \text{ cm}^2$
- b) Decámetros cuadrados: $7140 \text{ m}^2 \text{ a } \text{dam}^2 = 71.40 \text{ dam}^2$
- c) Hectáreas: $7140 \text{ m}^2 \text{ a } \text{ha} = 0.714 \text{ ha}$
- d) Áreas: $7140 \text{ m}^2 \text{ a } \text{a} = 71.4 \text{ a}$

18. Resuelve:

Recuerda que el paso de unidades se hará igual que en las longitudes, pero multiplicando o dividiendo por 1000.

- a) $23 \text{ km}^3 = 23000000000 \text{ m}^3$
- b) $25 \text{ m}^3 = 25000000 \text{ cm}^3$
- c) $302 \text{ hm}^3 = 302000000 \text{ m}^3$
- d) $80 \text{ m}^3 = 0.08 \text{ dam}^3$

19. Expresa en metros cúbicos $4.6 \text{ dam}^3 \ 2800 \text{ dm}^3$

$$4.6 \text{ dam}^3 = 4600 \text{ m}^3; \ 2800 \text{ dm}^3 = 2.8 \text{ m}^3;$$

$$4600 \text{ m}^3 + 2.8 \text{ m}^3 = 4602.8 \text{ m}^3$$

20. Expresa estos volúmenes en decámetros cúbicos:

- a) $0.76 \text{ m}^3 = 0.00076 \text{ dam}^3$
- b) $65 \text{ dm}^3 = 0.000065 \text{ dam}^3$
- c) $7.89 \text{ hm}^3 = 7890 \text{ dam}^3$

d) $93 \text{ m}^3 = 0.093 \text{ dam}^3$

21. Completa estas igualdades con las unidades que faltan:

a) $18 \text{ m}^3 = 18000 \text{ dm}^3$

b) $23.99 \text{ dm}^3 = 23990 \text{ cm}^3$

c) $100.12 \text{ cm}^3 = 0.10012 \text{ dm}^3$

22. Si un decilitro son 0.1 litros, ¿cuántos decilitros tiene un litro?

La escala de los litros es la misma que la escala de los metros, por lo que los cambios de unidades se harán de la misma manera.

Por tanto, 1 Litro tendrá 10 dl.

23. Expresa en kilolitros:

a) $34 \text{ l} = 0.034 \text{ kl}$

b) $1232 \text{ cl} = 0.01232 \text{ kl}$

c) $57 \text{ dal} = 0.57 \text{ kl}$

d) $107 \text{ hl} = 10.7 \text{ kl}$

24. Añade la medida necesaria para que sume 5 litros:

Para resolver este ejercicio, pasaremos los 5 litros a la unidad que nos den en cada apartado, y le restaremos la cantidad que nos dan, siendo el resultado la cantidad que falta para llegar a esos 5 litros.

a) 500 cl

500 cl = 5 l, no tengo que añadir nada.

b) 25 dl + dl

5 l = 50 dl; 50 dl – 25 dl = 25 dl tengo que añadir.

c) 500 ml + ml

5 l = 5000 ml; 5000-500 = 4500 ml tengo que añadir.

d) 225 ml + ml

5 L = 5000 ml ; 5000-225= 4775 ml tengo que añadir.

25. Ordena de menor a mayor estas medidas:

Para ordenarlas, tendré que pasar todas a la misma medida. Como sabemos que $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$ pasaré todas las cantidades a dm^3 para compararlas.

a) $7.0001 \text{ hm}^3 = 7000100000 \text{ dm}^3$

b) $23000 \text{ l} = 23000 \text{ dm}^3$

c) $8 \text{ ml} = 0.008 \text{ l} = 0.008 \text{ dm}^3$

d) $4 \text{ mm}^3 = 0.000004 \text{ dm}^3$

Por tanto, de menor a mayor:

$$4 \text{ mm}^3 < 8 \text{ ml} < 23000 \text{ l} < 7.0001 \text{ hm}^3$$

26. Calcula esta resta: $8 \text{ ml} - 8 \text{ mm}^3 =$

$$8 \text{ mm}^3 = 0.000008 \text{ dm}^3 = 0.008 \text{ ml}$$

$$8 \text{ ml} - 0.008 \text{ ml} = 7.992 \text{ ml}$$

- 27. Calcula el volumen (en litros y en cm^3) de una caja que mide 10 cm de ancho, 20 cm de largo y 5 cm de alto.**

$$Volumen = 10 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$$

- 28. Expresa las siguientes cantidades en decagramos:**

El cambio de unidades en la escala de los gramos será igual que en la escala de los litros y de los metros.

- a) $16 \text{ g} = 1.6 \text{ dag}$
- b) $29 \text{ hg} = 290 \text{ dag}$
- c) $23.5 \text{ kg} = 2350 \text{ dag}$
- d) $150 \text{ g} = 15 \text{ dag}$

- 29. Expresa en gramos las siguientes masas:**

- a) $1.6 \text{ dag} = 16 \text{ g}$
- b) $49 \text{ kg} = 49000 \text{ g}$
- c) $240.5 \text{ kg} \ 7.5 \text{ dag}$
 $240.5 \text{ kg} = 240500 \text{ g}; 7.5 \text{ dag} = 75 \text{ g}; 240500 + 75 = 240575 \text{ g}$
- d) $2 \text{ dag} \ 15.10 \text{ dg}$
 $2 \text{ dag} = 20 \text{ g}; 15.10 \text{ dg} = 1.510 \text{ g}; 20 + 1.510 = 21.510 \text{ g}$

- 30. Expresa en kilogramos:**

Para este ejercicio debemos recordar que:

$1 \text{ tm} = 1000 \text{ kg}$, $1 \text{ qm} = 100 \text{ kg}$ y $1 \text{ mag} = 10 \text{ kg}$

- a) $3 \text{ tm} \ 5 \text{ qm} \ 2.5 \text{ mag}$
 $3 \text{ tm} = 3000 \text{ kg}$
 $5 \text{ qm} = 500 \text{ kg}$
 $2.5 \text{ mag} = 25 \text{ kg}$
 $3000 + 500 + 25 = 3525 \text{ kg}$
- b) $2.35 \text{ tm} \ 750 \text{ dag}$
 $2.35 \text{ tm} = 2350 \text{ kg}$
 $750 \text{ dag} = 7.5 \text{ kg}$
 $2350 + 7.5 = 2357.5 \text{ kg}$
- c) $312 \text{ qm} \ 459 \text{ hg}$
 $312 \text{ qm} = 31200 \text{ kg}$
 $459 \text{ hg} = 45.9 \text{ kg}$
 $31200 + 45.9 = 31245.9 \text{ kg}$
- d) $52 \text{ tm} \ 3 \text{ mag} \ 8 \text{ kg}$
 $52 \text{ tm} = 52000 \text{ kg}$
 $3 \text{ mag} = 30 \text{ kg}$
 $52000 + 30 + 8 = 52038 \text{ kg}$

- 31. Una furgoneta puede cargar 1.2 tm. Debe transportar 72 cajas que contienen 25 envases de paquetes de jabón, con un peso de 750 g cada uno. ¿Puede transportarlos de un solo viaje?**

Calcularemos primero todo el peso de las cajas. Para ello, multiplicamos el número de cajas, por los envases de jabón y por lo que pesa cada paquete.

Por ello, $72 \cdot 25 \cdot 750 = 1350000 \text{ g} = 1.34 \text{ tm}$

Como la furgoneta puede cargar 1.2 tm, y las 72 cajas pesan 1.34 tm, no podremos transportarlos de un solo viaje.

32. Estima la masa de:

- a) Tu cuaderno: 15 g
- b) Tu bolígrafo: 5 dg
- c) Tu cartera: 1.5 kg
- d) Tu mesa: 7.5 kg

33. Utiliza la calculadora para resolver el siguiente problema: Un camión puede cargar 3.5 tm. Debe transportar 88 cajas que contienen 120 envases de paquetes de jabón, con un peso de 328 g cada uno. ¿Puede hacer el porte de un solo viaje?

Realizamos el mismo planteamiento que en el ejercicio 31.

$$88 \cdot 120 \cdot 328 = 3463680 \text{ g} = 3.463680 \text{ tm}$$

Como el camión puede cargar 3.5 tm, y las 88 cajas pesan 3.463680 tm, podremos hacer el porte en un solo viaje.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Clasifica como magnitudes o unidades de medida lo siguiente:

- a) Milla: unidad de medida
- b) Tiempo: magnitud
- c) Semana: unidad de medida
- d) Milímetro: unidad de medida
- e) Área: magnitud
- f) Segundo: unidad de medida
- g) Presión: magnitud
- h) Litro: unidad de medida

2. Indica a qué magnitud corresponde cada unidad de medida:

- a) Año luz: Longitud
- b) Cm: Longitud
- c) Kg: Peso
- d) dl: Volumen

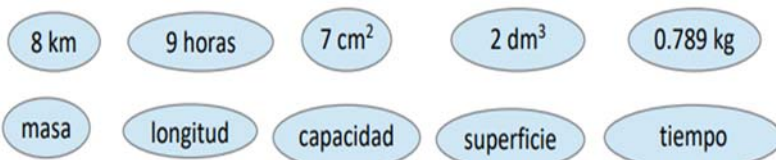
3. Mide, o estima, la medida de:

- a) Longitud de tu mano: 15 cm
- b) Longitud de tu pie: 19 cm
- c) Longitud de tu brazo: 35 cm
- d) Longitud de tu pierna: 90 cm

¿Qué unidades has utilizado? ¿Usarías el km o el mm? ¿Por qué?

He utilizado los cm, pero si tengo que elegir entre km o mm, usaría los mm, ya que se está más cerca en la escala.

4. Copia en tu cuaderno y relaciona cada magnitud con su posible medida:



Masa-0.789 kg

Longitud-8km

Capacidad-2 dm³

Superficie-7 cm²

Tiempo-9 horas

5. Si la mano de Javier mide 0.25 metros y la de Miriam mide 24 centímetros: ¿Cuál mide más?

Tenemos que pasar los dos números a las mismas unidades.

24 centímetros = 0.24 metros, por lo que la mano de Javier será más grande.

6. Calcula utilizando una regla graduada:

- a) ¿Cuál es la longitud de tu bolígrafo? 8 cm

- b) ¿Cuánto miden los lados de tu cuaderno? 15 cm x 9 cm
- c) ¿Cuál es la altura de tu mesa? 1.10 cm
- d) ¿Y la altura de tu silla? 0.75 cm

7. Expresa las siguientes longitudes en metros:

- a) 78 cm = 0.78 m
- b) 35.7 dm = 3.57 m
- c) 9.72 dam = 97.2 m
- d) 825 km = 825000 m

8. Expresa en micras:

Recordamos que la micra es igual a 0.000001 m

- a) 0.00067 mm = 0.67 micras
- b) 25.7 m = 25700000 micras
- c) 0.0768 dm = 7680 micras
- d) 0.000002 cm = 0.02 micras

9. Expresa en centímetros cuadrados:

- a) $8.3 \text{ km}^2 = 83000000000 \text{ cm}^2 = 8.3 \cdot 10^{10} \text{ cm}^2$
- b) $4912 \text{ mm}^2 = 49.12 \text{ cm}^2$
- c) $72.1 \text{ hm}^2 = 7210000000 \text{ cm}^2 = 7.21 \cdot 10^9 \text{ cm}^2$
- d) $32 \text{ m}^2 = 320000 \text{ cm}^2$
- e) $28 \text{ dm}^2 = 2800 \text{ cm}^2$
- f) $6 \text{ km}^2 \ 3 \text{ hm}^2 \ 5 \text{ m}^2 \ 1 \text{ dm}^2 \ 4 \text{ cm}^2 = 60000000000 \text{ cm}^2 + 300000000 \text{ cm}^2 + 50000 \text{ cm}^2 + 100 \text{ cm}^2 + 4 \text{ cm}^2 = 603000050104 \text{ cm}^2$
- g) $8 \text{ dam}^2 \ 9 \text{ m}^2 \ 5 \text{ m}^2 \ 2 \text{ dm}^2 \ 7 \text{ cm}^2 = 8000000 \text{ cm}^2 + 90000 \text{ cm}^2 + 200 \text{ cm}^2 + 7 \text{ cm}^2 + 4 \text{ cm}^2 = 8090207 \text{ cm}^2$

10. Calcula los kilómetros cuadrados de estas superficies:

- a) $34.5 \text{ dm}^2 = 0.000000345 \text{ km}^2$
- b) $8.26 \text{ hm}^2 = 0.0826 \text{ km}^2$
- c) $999 \text{ mm}^2 = 0.000000000999 \text{ km}^2$
- d) $8.35 \text{ dam}^2 = 0.000835 \text{ km}^2$
- e) $7 \text{ m}^2 = 0.000007 \text{ km}^2$
- f) $666 \text{ cm}^2 = 0.0000000666 \text{ km}^2$

11. La superficie de un campo de fútbol es de 8378 metros cuadrados. Expresa esta medida en cada una de estas unidades:

- a) Centímetros cuadrados: $8378 \text{ m}^2 = 83780000 \text{ cm}^2$
- b) Decámetros cuadrados: $8378 \text{ m}^2 = 83.78 \text{ dam}^2$
- c) Hectáreas: $8378 \text{ m}^2 = 0.8378 \text{ ha}$
- d) Áreas: $8378 \text{ m}^2 = 83.78 \text{ a}$

12. Escribe la unidad que utilizarías para medir la superficie de los siguientes objetos:

- a) Una habitación: m^2
- b) Un país: km^2
- c) La sección de un tubo: mm^2
- d) Una mesa: cm^2

13. Quieres embaldosar tu habitación que mide 3.5 m de largo por 2.5 m de ancho. No quieres tener que cortar ninguna baldosa, pues entonces, muchas se rompen. Al ir a comprarlas hay baldosas de a) 40 cm por 20 cm; b) 50 cm por 35 cm; c) 25 cm por 18 cm. ¿Te sirve alguna? ¿Cuántas baldosas comprarías? Indica en m^2 cuánto mide tu habitación.

Para ver si me sirve alguna, calculo la superficie de cada tipo de baldosa y después la de la habitación. Después se dividirá la superficie de la habitación entre la superficie de cada una de las baldosas y si es exacta, ese tipo de baldosa nos servirá.

Por tanto:

$$\text{Superficie habitación: } 3.5 \text{ m} \cdot 2.5 \text{ m} = 8.75 \text{ m}^2$$

Superficie baldosas:

- a) $40 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 800 \text{ cm}^2 = 0.08 \text{ m}^2$
- b) $50 \text{ cm} \cdot 35 \text{ cm} = 1750 \text{ cm}^2 = 0.175 \text{ m}^2$
- c) $25 \text{ cm} \cdot 18 \text{ cm} = 450 \text{ cm}^2 = 0.045 \text{ m}^2$

Ahora dividimos:

$$8.75 \text{ m}^2 : 0.08 \text{ m}^2 = 109.375 \text{ baldosas}$$

$$8.75 \text{ m}^2 : 0.175 \text{ m}^2 = 50 \text{ baldosas}$$

$$8.75 \text{ m}^2 : 0.045 \text{ m}^2 = 194.44 \text{ baldosas}$$

Por tanto, nos servirán las baldosas del tipo b), y tendremos que comprar 50.

14. Busca en internet o en un diccionario la superficie de tu comunidad y exprésala en m^2 .

Según Google, Andalucía tiene una superficie de 87597 km^2 .

$$87597 \text{ km}^2 = 87597000000 \text{ m}^2$$

15. Un terreno rústico de 6 ha cuesta 144000 euros. ¿A cuánto sale el metro cuadrado? Compáralo con el precio del terreno urbanizable, que cuesta unos 350 euros el metro cuadrado. ¿A qué se debe la diferencia?

$$6 \text{ ha} = 60000 \text{ m}^2$$

$$144000 \text{ €} : 60000 \text{ m}^2 = 2.4 \text{ €/m}^2$$

Por tanto, el suelo rústico tiene un precio de 2.4 € por metro cuadrado, que es mucho menor que el precio del terreno urbanizable, ya que en éste tipo de suelo se puede edificar.

16. Copia en tu cuaderno y completa la tabla:

mm^2	cm^2	dm^2	m^2	dam^2	hm^2	km^2
$4.85 \cdot 10^6$	$4.85 \cdot 10^4$	485	4.85	0.0485	$4.85 \cdot 10^{-4}$	$4.85 \cdot 10^{-6}$
8329	83.29	0.8329	$8.32 \cdot 10^{-3}$	$8.32 \cdot 10^{-5}$	$8.32 \cdot 10^{-7}$	$8.32 \cdot 10^{-9}$
$2 \cdot 10^{12}$	$2 \cdot 10^{10}$	$2 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^6$	20000	200	2

17. Estima en cm^3 el volumen de:

- a) Un cuaderno: 600 cm^3 : Está entre un cm^3 y dam^3
- b) Un lápiz: 25 cm^3 : Está entre un cm^3 y dam^3
- c) Una goma: 9 cm^3 : Está entre un cm^3 y dam^3
- d) El aula: 120000000 cm^3 : Está entre un cm^3 y dam^3
- e) Una televisión: 14400 cm^3 : Está entre un cm^3 y dam^3
- f) Una caja de zapatos: 6480 cm^3 : Está entre un cm^3 y dam^3

18. Una caja tiene un volumen de 18 cm^3 , ¿cuáles pueden ser sus dimensiones?

Una caja tiene forma rectangular, por lo tanto, todos sus lados son distintos, así que tendremos que buscar 3 número que, al multiplicarlos, nos dé como resultado 18.

Por ejemplo

$$3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} = 18\text{ cm}^3$$

$$6\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} \cdot 1\text{ cm} = 18\text{ cm}^3$$

$$9\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} \cdot 1\text{ cm} = 18\text{ cm}^3$$

19. Expresa en centímetros cúbicos:

a) $65.2\text{ hm}^3 = 65200000000000\text{ cm}^3 = 6.52 \cdot 10^{13}\text{ cm}^3$

b) $222\text{ mm}^3 = 0.222\text{ cm}^3$

c) $6.24\text{ km}^3 = 6240000000000000\text{ cm}^3 = 6.24 \cdot 10^{15}\text{ cm}^3$

d) $34\text{ m}^3 = 34000000\text{ cm}^3 = 3.4 \cdot 10^7\text{ cm}^3$

e) $93\text{ km}^3 = 93000000000000000\text{ cm}^3 = 9.3 \cdot 10^{16}\text{ cm}^3$

f) $5\text{ km}^3\ 4\text{ hm}^3\ 6\text{ dam}^3\ 8\text{ m}^3$

$$5\text{ km}^3 = 5 \cdot 10^{15}\text{ cm}^3$$

$$4\text{ hm}^3 = 4 \cdot 10^{12}\text{ cm}^3$$

$$6\text{ dam}^3 = 6 \cdot 10^9\text{ cm}^3$$

$$8\text{ m}^3 = 8 \cdot 10^6\text{ cm}^3$$

$$5\text{ km}^3\ 4\text{ hm}^3\ 6\text{ dam}^3\ 8\text{ m}^3 = 5 \cdot 10^{15} + 4 \cdot 10^{12} + 6 \cdot 10^9 + 8 \cdot 10^6\text{ cm}^3$$

g) $5\text{ dam}^3\ 6\text{ m}^3\ 7\text{ dm}^3$

$$5\text{ dam}^3 = 5 \cdot 10^9\text{ cm}^3$$

$$6\text{ m}^3 = 6 \cdot 10^6\text{ cm}^3$$

$$7\text{ dm}^3 = 7 \cdot 10^3\text{ cm}^3$$

$$5\text{ dam}^3\ 6\text{ m}^3\ 7\text{ dm}^3 = 5 \cdot 10^9 + 6 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^3\text{ cm}^3$$

20. Expresa estos volúmenes en hectómetros cúbicos:

a) $777\text{ m}^3 = 0.000777\text{ hm}^3 = 7.77 \cdot 10^{-4}\text{ hm}^3$

b) $652\text{ dm}^3 = 0.000000652\text{ hm}^3 = 6.52 \cdot 10^{-7}\text{ hm}^3$

c) $926\text{ km}^3 = 926000\text{ hm}^3 = 9.26 \cdot 10^5\text{ hm}^3$

d) $312.2\text{ m}^3 = 0.0003122\text{ hm}^3 = 3.122 \cdot 10^{-4}\text{ hm}^3$

e) $712\text{ dam}^3 = 0.712\text{ hm}^3$

f) $893\text{ cm}^3 = 0.000000000893\text{ hm}^3 = 8.93 \cdot 10^{-10}\text{ cm}^3$

21. Estima cuál es la respuesta correcta a estas medidas:

1) Juan mide:

a) 7 mm

- b) 300 km
- c) 1.7 m
- d) 1.7 cm

La opción correcta es la c)

2) La longitud de este tenedor que está sobre mi mesa mide:

- a) 5.8 mm
- b) 3.9 km
- c) 1.7 m
- d) 24 cm

La opción correcta es la d)

3) En la botella de agua que está en mi nevera cabe:

- a) $2.7 m^3$
- b) 7 ml
- c) 1.5 l
- d) $9.4 cm^3$

La opción correcta es la c)

4) Elena pesa:

- a) 47 g
- b) 470 kg
- c) 470 Kg
- d) 47 Kg

La opción correcta es la d)

5) Ese autobús parado en la esquina mide:

- a) 12.5 cm
- b) 12.5 mm
- c) 12.5 m
- d) 12.5 km

La opción correcta es la c)

6) El suelo de esta aula mide:

- a) $1 m^2$
- b) $30 m^2$
- c) $30 cm^2$
- d) $30 km^2$

La opción correcta es la b)

22. Completa las siguientes igualdades:

- a) 40 hl = 4000 L
- b) 0.025 L = 2.5 cL
- c) 1.2 dal = 12000 ml

d) $32 \text{ ml} = 0.00032 \text{ hL}$

23. Indica qué medida se aproxima más a la realidad en cada caso:

a) Un envase de natillas: 12 cl /12 l/12000 ml

b) Una cucharilla de café: 100 ml/1 L/8 ml

c) Una bañera: 85 L/850 daL/850 hL

24. Expresa en litros:

Debemos recordar que $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$

a) $5.8 \text{ dm}^3 = 5.8 \text{ L}$

b) $39 \text{ m}^3 = 39000 \text{ L}$

c) $931 \text{ cm}^3 = 0.931 \text{ L}$

d) $8425 \text{ mm}^3 = 0.008425 \text{ L}$

e) $3 \text{ dam}^3 = 3000000 \text{ L}$

25. Si un centilitro son 0.1 decilitros, ¿cuántos centilitros tiene un decilitro?

Multiplicamos las dos medidas por 10, y tenemos la equivalencia:

1 decilitro es igual a 10 centilitros.

26. Expresa en centímetros cúbicos:

a) $2.75 \text{ hL} = 275000 \text{ cm}^3$

b) $72.8 \text{ cL} = 728 \text{ cm}^3$

c) $6.24 \text{ kL} = 6240000 \text{ cm}^3$

d) $3.75 \text{ dL} = 375 \text{ cm}^3$

e) $45 \text{ L} = 45000 \text{ cm}^3$

f) $895 \text{ mL} = 895 \text{ cm}^3$

27. Ordena de menor a mayor estas medidas:

a) $3.92 \text{ hm}^3 = 3920000 \text{ L}$

b) $673 \text{ L} = 673 \text{ L}$

c) $8951295 \text{ mL} = 8.951295 \text{ L}$

d) $4000 \text{ mm}^3 = 4 \text{ L}$

$$4000 \text{ mm}^3 < 8951295 \text{ ml} < 673 \text{ l} < 3.92 \text{ hm}^3$$

28. Expresa en cL las siguientes fracciones de litro:

a) $\frac{1}{2} \text{ litro} = 0.5 \text{ l} = 500 \text{ cl}$

b) $\frac{1}{5} \text{ litro} = 0.25 \text{ l} = 250 \text{ cl}$

c) $\frac{1}{3} \text{ litro} = 0.333 \text{ l} = 333 \text{ cl}$

d) $\frac{3}{4} \text{ litro} = 0.75 \text{ l} = 750 \text{ cl}$

e) $\frac{5}{2} \text{ litro} = 2.5 \text{ l} = 2500 \text{ cl}$

29. Estima la cantidad de cuadernos como el tuyo que cabrían en un metro cúbico.

Un cuaderno normal mide unos 30 cm de largo por 22 cm de ancho, con una profundidad de 1 cm. Por tanto, tiene un volumen de $30\text{ cm} \cdot 22\text{ cm} \cdot 1\text{ cm} = 660\text{ cm}^3 = 0.66\text{ m}^3$

Si mi clase tiene unas medidas de 15 metros de largo por 8 de ancho, por 3 de altura, tendrá un volumen de $15\text{ m} \cdot 8\text{ m} \cdot 3\text{ m} = 360\text{ m}^3$

Por tanto, para saber cuántos cuadernos pueden caber, divido el volumen de la clase entre el de un cuaderno.

$360 : 0.66 = 545,45$ cuadernos, redondeando, cabrían unos 545 cuadernos.

30. Un grifo gotea 25 mm^3 cada 4 s. ¿Cuánta agua se pierde en una hora? ¿Y en un mes?

En primer lugar, calculamos cuantos mm cúbicos pierde por segundo:

$$25\text{ mm}^3 : 4\text{ s} = 6.25\text{ mm}^3/\text{s}$$

Como en una hora, pasan 3600 segundos (1 minuto=60 segundos y 1 hora=60 minutos), multiplicaremos por 3600 para saber cuánto pierde:

$$3600\text{ s} \cdot 6.25 \frac{\text{mm}^3}{\text{s}} = 22500\text{ mm}^3$$

Ahora calcularemos cuántas horas hay en un mes. Como un día tiene 24 horas, y un mes tiene 30 días, 1 mes tendrá $24 \cdot 30 = 720\text{ horas}$.

Por tanto, en un mes se perderán $720 \cdot 22500 = 16200000\text{ mm}^3$.

31. Expresa en kilolitros:

- a) $7.29\text{ l} = 7290\text{ kl}$
- b) $3891\text{ cL} = 0.03891\text{ kl}$
- c) $0.56\text{ dal} = 0.0056\text{ kl}$
- d) $3000\text{ hl} = 300\text{ kl}$
- e) $982\text{ dl} = 0.0982\text{ kl}$
- f) $9827\text{ ml} = 0.009827\text{ kl}$

32. Añade la medida necesaria para que sume 10 litros:

Para este ejercicio, pasaremos todas las medidas a litros para poder saber cuánto nos falta.

- a) $500\text{ cl} + \text{cl}$

$$500\text{ cl} = 0.5\text{ l}; 10\text{ l} - 0.5\text{ l} = 9.5\text{ l} = 9500\text{ cl}$$

- b) $25\text{ dl} + \text{dl}$

$$25\text{ dl} = 2.5\text{ l}; 10\text{ l} - 2.5\text{ l} = 7.5\text{ l} = 75\text{ dl}$$

- c) $500\text{ ml} + \text{ml}$

$$500\text{ ml} = 0.05\text{ l}; 10\text{ l} - 0.05\text{ l} = 9.95\text{ l} = 99500\text{ ml}$$

- d) $2\text{ l} + \text{l}$

$$10\text{ l} - 2\text{ l} = 8\text{ l}$$

33. Corta la parte de arriba de un tetrabrick de 1 litro vacío. Coge un botellín de agua, también vacío, apunta su capacidad. Llena sucesivamente el botellín y vierte su contenido en el tetrabrick hasta llenarlo. ¿Cuántos botellines necesito para llenarlo? Haz lo mismo con un vaso de agua en lugar del botellín.

El botellín de agua tiene una capacidad de 200 ml, es decir, 0.2 L.

Después de cortar el tetrabrick, he necesitado 4 botellines y medio para llenarlo, es decir 900 ml, o

0.9 l.

Si lo hago con un vaso de agua, que tiene 250 ml de capacidad, necesitaré 3 vasos y 150 ml del cuarto.

- 34. Javier desea echar 5l de agua en un recipiente, pero sólo tiene un cacharro de 13l y otro de 8l, ¿qué debemos hacer?**

Debemos llenar el recipiente de 13 litros, y vaciarlo sobre el de 8l. Cuando este se llene, nos quedarán $13 - 8 = 5$ litros en el recipiente.

- 35. Calcula esta resta: $5\text{ cl} - 5\text{ cm}^3$**

$$5\text{ cl} = 0.05\text{ l} = 0.05\text{ dm}^3$$

$$5\text{ cm}^3 = 0.005\text{ dm}^3$$

$$5\text{ cl} - 5\text{ cm}^3 = 0.05\text{ dm}^3 - 0.005\text{ dm}^3 = 0.0495\text{ dm}^3$$

- 36. Haz una estimación, y discute el resultado con tus compañeros y compañeras, de las siguientes cantidades:**

- a) ¿Cuántos litros de agua gastas al ducharte? ¿Y al bañarte?**

En una ducha se gastan unos 50 litros, mientras que al bañarse se gastan unos 200 litros.

- b) ¿Cuántas cucharadas de café caben en un vaso de agua? ¿Y cucharadas soperas?**

Cada cucharada de café tiene un volumen de 5 ml y cada cuchara sopera tiene 15 ml. Como un vaso tiene un volumen de 250 ml, cabrán 50 cucharadas de café y unas 16.7 soperas.

- c) ¿Cuánto líquido bebes al cabo de un día?**

Unos 2 litros.

- 37. En la comunidad de Madrid el agua se paga cada dos meses. Las tarifas van por tramos: Primeros 25 m³ a 0.30 €/ m³. Entre 25 y 50 m³ a 0.55 €/ m³. De 50 m³ en adelante a 0.55 €/ m³. Si la media de consumo de agua por persona y día es 170 L, ¿Cuánto pagará una persona que viva sola? ¿Cuánto pagará una familia de 6 miembros?**

170 l es igual a 170 dm^3 que es igual a 0.17 m^3 .

Si cada día, una persona gasta 0.17 m^3 , y en dos meses hay 60 días, en ese tramo de tiempo se gastan $0.17 \cdot 60 = 10.2\text{ m}^3$

En este caso, estaríamos en el primer tramo, por lo que pagaríamos 0.30 € por cada metro cúbico consumido.

En total, una persona sola pagará $0.30 \cdot 10.2 = 3.06\text{€}$

Una familia de 6 miembros tendrá un consumo de $10.2 \cdot 6 = 61.2\text{ m}^3$.

Por tanto, pagará 25 metros cúbicos a 0.30€, es decir, $25 \cdot 0.30 = 7.50\text{€}$ además de otros 25 metros cúbicos a 0.55€ es decir, $25 \cdot 0.55 = 13.75\text{€}$ y por último, $61.2 - 50 = 11.2$ metros cúbicos a 0.55, es decir, $11.2 \cdot 0.55 = 6.16\text{€}$

En total, pagarán $7.50 + 13.75 + 6.16 = 27.41\text{€}$

- 38. Expresa en kilogramos:**

- a)** $4.6\text{ tm} = 4600\text{ kg}$
- b)** $851\text{ g} = 0.851\text{ kg}$
- c)** $6.5\text{ qm} = 650\text{ kg}$
- d)** $53.1\text{ mag} = 531\text{ kg}$

- e) $359.2 \text{ hg} = 35.92 \text{ kg}$
 f) $235 \text{ dag} = 2.35 \text{ kg}$

39. Expresa las siguientes cantidades en decagramos:

- a) $16 \text{ g} = 1.6 \text{ dag}$
 b) $29 \text{ hg} = 290 \text{ dag}$
 c) $23.5 \text{ kg} = 2350 \text{ dag}$
 d) $150 \text{ g} = 15 \text{ dag}$

40. Expresa en kilogramos:

- a) $4 \text{ tm } 6 \text{ qm } 3.7 \text{ mag} = 4000 \text{ kg} + 600 \text{ kg} + 37 \text{ kg} = 4637 \text{ kg}$
 b) $3.46 \text{ tm } 869 \text{ dag} = 3460 \text{ kg} + 8.69 \text{ kg} = 3468.69 \text{ kg}$
 c) $424 \text{ qm } 561 \text{ hg} = 42400 \text{ kg} + 56.1 \text{ kg} = 42456.1 \text{ kg}$
 d) $6.3 \text{ tm } 4.1 \text{ mag } 8.92 \text{ kg} = 6300 \text{ kg} + 41 \text{ kg} + 8.92 \text{ kg} = 6349.92 \text{ kg}$

41. Indica, en cada caso, la medida más aproximada:

- a) Masa de un autobús: 3 tm
 b) Masa de un gorrión: 150 g
 c) Masa de un gato: 350 g
 d) Masa de una lenteja: 5 dg

42. Una caravana con su remolque, pesan juntos 2.5 toneladas. La caravana pesa 1005 kg más que el remolque. ¿Cuánto pesa cada uno por separado?

Por lo datos que nos dan, podemos decir que:

$$1005 + (1005 + \text{remolque}) = 2500$$

Por tanto, el remolque pesará $2500 - 1005 - 1005 = 490 \text{ kg}$

43. Una caja llena de libros pesa 25 kg, 7 hg y 4 dag y vacía pesa 200 g y 5 dg. Halla el peso de los libros en gramos.

Vamos a pasar todas las unidades a gramos.

$25 \text{ kg } 7 \text{ hg } 4 \text{ dag} = 25000 \text{ g} + 700 \text{ g} + 40 \text{ g} = 25740 \text{ g}$ es el peso de la caja llena de libros

$200 \text{ g } 5 \text{ dg} = 250 \text{ g}$ es el peso de la caja vacía.

Por tanto, los libros pesarán $25740 - 250 = 25490$ gramos.

44. ¿Cuántos gramos pesa, aproximadamente, 1 daL de agua?

$1 \text{ daL} = 0.1 \text{ l}$

Como 1 litro de agua pesa 1 kg, 0.1 l pesarán 0.1 kg , que son 100 gramos.

45. Un camión puede cargar 3 tm. Debe transportar 90 cajas que contienen cada una, 30 envases de tetrabrik de leche, con un peso de 1 005 g cada uno. ¿Puede transportarlos de un sólo viaje?

Como una caja contiene 30 tetrabricks, y cada tetrabrick pesa 1005 gramos, la caja pesará $1005 \cdot 30 = 30150$ gramos.

Si debemos transportar 90 cajas, pesará $30150 \cdot 90 = 2713500$ gramos, que equivale a 2.7135 tm , por lo que sí podremos transportarlos en un sólo viaje.

46. La balanza de una tienda redondea las medidas a los 10 gramos. ¿Cómo quedarán los siguientes pesos?

- a) $368\text{ g} = 370\text{ g}$
- b) $35.79\text{ g} = 36\text{ g}$
- c) $3\text{ kg} = 3000\text{ g}$
- d) $2.7\text{ kg} = 2700\text{ g}$

47. Clasifica las siguientes masas en I) menos de un gramo, II) entre un gramo y un kg, III) entre un kg y 20 kg, IV) más de 20 kg:

- a) Una lenteja: menos de un gramo
- b) Un camión: más de 20 kg
- c) La Torre Eiffel: más de 20 Kg
- d) Un libro: entre un gramo y un kg
- e) La mesa: entre un kg y 20 kg

48. Expresa en gramos

- a) $0.0005\text{ kg} = 0.5\text{ g}$
- b) $7\,500\text{ mg} = 7.5\text{ g}$
- c) $2.98\text{ hg} = 298\text{ g}$
- d) $400\text{ cg} = 4\text{ g}$
- e) $0.085\text{ tm} = 85\text{ kg} = 85000\text{ g}$
- f) $44\text{ kg } 2\text{ hg } 6\text{ g} = 44000\text{ g} + 200\text{ g} + 6\text{ g} = 44206\text{ g}$
- g) $36\text{ dag } 78\text{ g } 9\text{ dg } 4\text{ mg} = 360\text{ g} + 78\text{ g} + 0.9\text{ g} + 0.004\text{ g} = 438.904\text{ g}$
- h) $5\text{ qm} = 500\text{ kg} = 500000\text{ g}$

AUTOEVALUACIÓN

1. ¿Cuánto miden 8 millas inglesas si una milla inglesa mide 1609.342 m?

- a) 11 km
- b) 102 km 998 m
- c) 12 km 875 m
- d) 12872 m

$$8 \cdot 1609.342 = 12874.736 \text{ metros} = 12 \text{ km } 875 \text{ m}$$

La opción correcta es la c)

2. María se entrena corriendo todos los días. Da 14 vueltas a un recorrido de 278 m. ¿Cuánto recorre?

- a) 3.892 km
- b) 40 hm 89 m
- c) 398.2 dam
- d) 38 km 92 m

$$278 \cdot 14 = 3892 \text{ metros} = 3.892 \text{ km}$$

La opción correcta es la a)

3. Un rectángulo mide de base 3.2 m y de altura 1.3 dm. Recuerda que su área se calcula multiplicando base por altura. ¿Cuál de las respuestas corresponde al área del rectángulo?

- a) 3.1 m^2
- b) 41.6 dm^2
- c) 3 km^2
- d) 0.5 m^2

$$32 \text{ dm} \cdot 1.3 \text{ dm} = 41.6 \text{ dm}^2$$

La opción correcta es la b)

4. Un cubo de 54 cm de lado, ¿qué volumen tiene?

- a) 1574 dm^3
- b) 157.464 dm^3
- c) 0.001 m^3
- d) 1000176 cm^3

$$54 \cdot 54 \cdot 54 = 157464 \text{ cm}^3 = 157.464 \text{ dm}^3$$

La opción correcta es la b)

5. De las siguientes medidas de masa, ¿cuál es la mayor?

- a) 7.91 dag
- b) 791 g
- c) 7.91 kg
- d) 0.791 hg

$$7.91 \text{ dag} = 79.1 \text{ g}; 791 \text{ g} = 791 \text{ g}; 7.91 \text{ kg} = 7910 \text{ g}; 0.791 \text{ hg} = 79.1 \text{ g}.$$

La respuesta correcta es la c)

6. El resultado de sumar $0.07 \text{ kl} + 0.62 \text{ dal} + 9.3 \text{ hl}$ es:

- a) 1000 l
- b) 1 kl 62 l
- c) 10 hl 62 l
- d) 1006.2 l

$$0.07 \text{ kl} + 0.62 \text{ dal} + 9.3 \text{ hl} = 70 \text{ L} + 6.2 \text{ l} + 930 \text{ l} = 1006.2 \text{ l}$$

La respuesta correcta es la d)

7. Una caja contiene 7 paquetes de 37 gramos, ¿cuál es su masa?

- a) 2 kg
- b) 259 g
- c) 2.5 hg
- d) 2590 mg

$$7 \cdot 37 \text{ gramos} = 259 \text{ g.}$$

La respuesta correcta es la b)

8. La medida más adecuada para expresar la masa de un paquete de arroz es:

- a) 1 kg
- b) 2 cg
- c) 20 g
- d) 2.000 mg

La respuesta correcta es la a)

9. Una botella de 2 litros de agua pesa vacía 30 g. Si se llena las $\frac{4}{5}$ partes de la botella, ¿cuánto pesa?

- a) 1600000 mg
- b) 1.7 kg
- c) 1 600 hg
- d) 1630 g

$$30 + 2000 \cdot \frac{4}{5} = 30 + 1600 = 1630 \text{ g}$$

La respuesta correcta es la d)

10. Los catetos de un triángulo rectángulo miden 7.4 dm y 8.43 cm. ¿Cuál de las respuestas corresponde al área del triángulo?

- a) 31.191 dm^2
- b) 3000 cm^2
- c) 311.91 dm^2
- d) 3.1191 dm^2

$$\frac{74 \text{ cm} \cdot 8.43 \text{ cm}}{2} = 311.91 \text{ cm}^2 = 3.1191 \text{ dm}^2$$

La respuesta correcta es la d)

1º ESO

Capítulo 8: Figuras planas Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos



Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-072022

Fecha y hora de registro: 2015-08-13 18:28:37.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



www.apuntesmareaverde.org.es



Realizados por:

Alba Alcalá Vidal

Revisor: **Luis Carlos Vidal Del Campo**

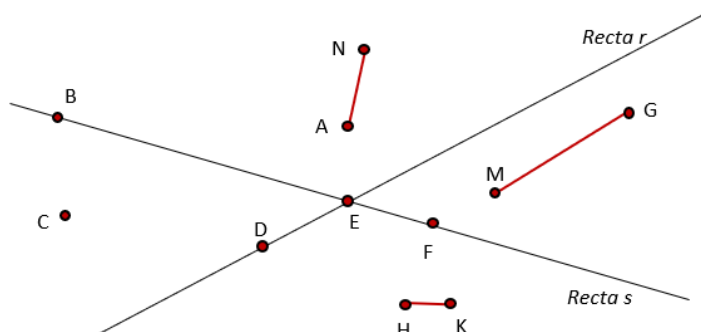
IES ATENEA, CIUDAD REAL

Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. Dibuja tres segmentos que tengan sus extremos fuera de las rectas r y s .

Como dice fuera de las rectas r y s puedo hacer segmentos con los puntos A y N; M y G. Para el último segmento he inventado dos nuevos puntos (H y K).

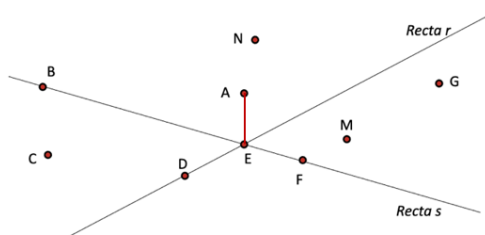


2. ¿El punto B pertenece a la recta s ? ¿Y a la recta r ?

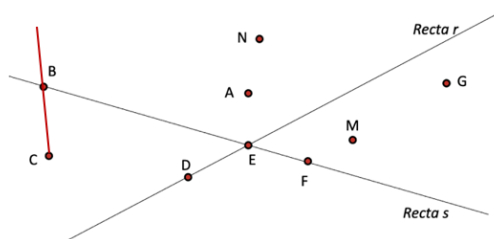
El punto B pertenece a la recta s , pero no a la recta r .

3. Dibuja un segmento que tenga como extremos A y un punto que esté en las rectas r y s .

Para que el segmento tenga un extremo en A y esté en la recta r y s , tendré que unir los puntos A y E.

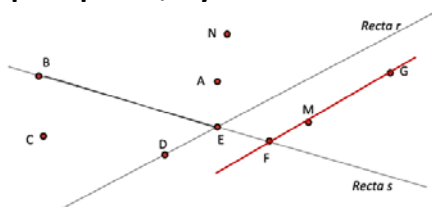


4. Dibuja una semirrecta de origen C y que pase por B.

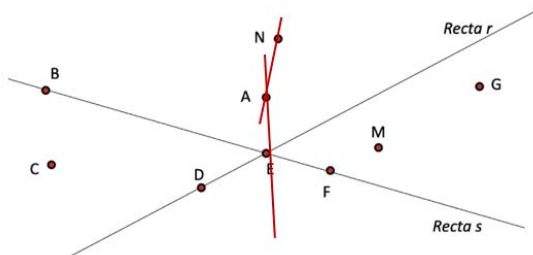


5. ¿Es posible dibujar una recta que pase a la vez por M, F y G? ¿Y por N, A, E?

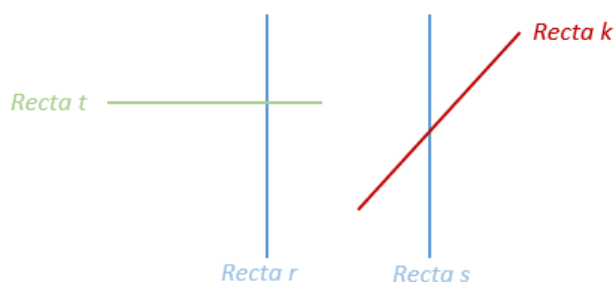
Si es posible dibuja una recta que pase por M, F y G:



Por otro lado, es imposible dibujar una recta que pase por N, A, E, ya que no sería una línea recta.



6. Dibuja cuatro rectas de modo que haya dos paralelas, dos perpendiculares y dos secantes no perpendiculares.

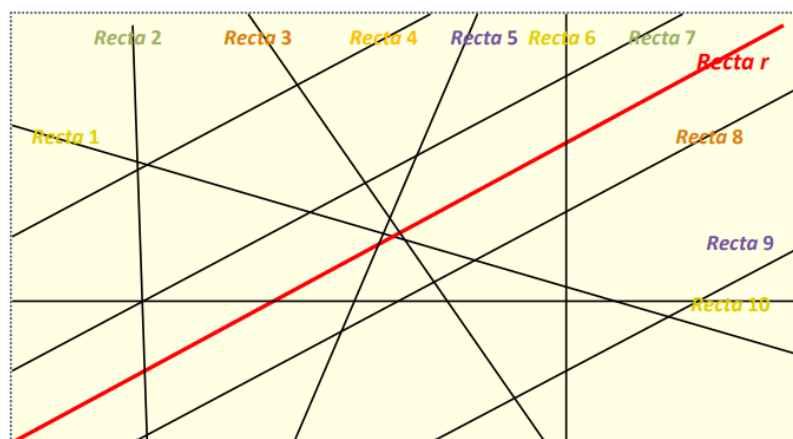


Las rectas r y s son paralelas.

Las rectas r y t son perpendiculares.

Las rectas s y k son secantes en un punto y no perpendiculares.

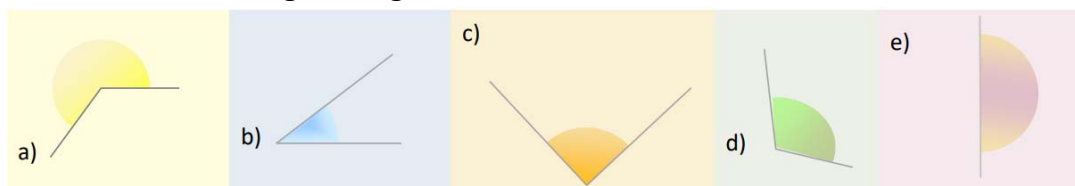
7. Observa el siguiente dibujo e indica qué rectas son paralelas a r y qué rectas son secantes a r .



Paralelas a la recta r son la 4, 7, 8 y 9.

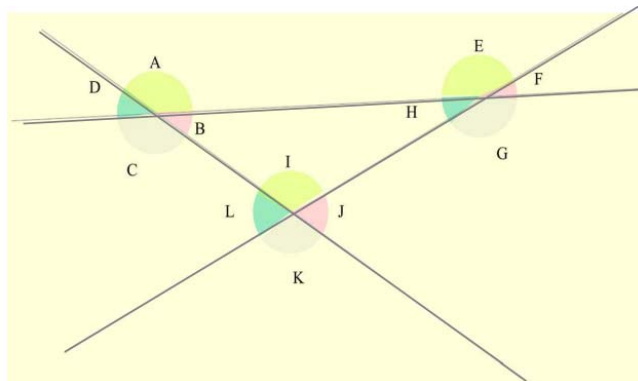
Secantes a r serán 1, 2, 3, 5, 6 y 10.

8. Nombra cada uno de estos ángulos según su abertura.



- a) Cóncavo
- b) Agudo
- c) Recto
- d) Obtuso

9. Indica todas las parejas de ángulos adyacentes, consecutivos y opuestos por el vértice que se encuentran en el siguiente dibujo.



Recordemos que dos ángulos adyacentes son aquellos que tienen el vértice y un lado en común. Los consecutivos son los que comparte un lado en común. Los opuestos por el vértice son aquellos que las rectas que forman un ángulo son opuestas a las otras rectas que forman el otro ángulo. Por ello:

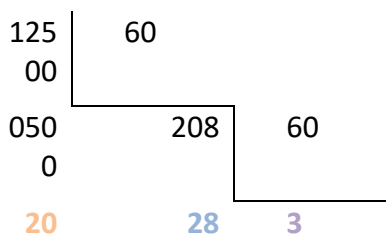
Adyacentes: A y B; B y C; C y D; D y A; E y F; F y G; G y H; H y E; I y J; J y K; K y L; L e I.

Consecutivos: A y B; B y C; C y D; D y A; E y F; F y G; G y H; H y E; I y J; J y K; K y L; L e I.

Opuestos por el vértice: A y C; B y D; E y G; F y H; I y K; J y L.

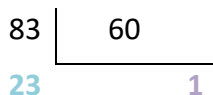
10. Pasa a forma compleja los siguientes ángulos

a) $12500''$



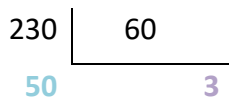
Solución: $12500'' = 3^\circ 28' 20''$

b) $83'$



Solución $83' : 1^\circ 23'$

c) $230''$



Solución: $230'' = 3^\circ 50'$

d) 17600''

$$\begin{array}{r}
 176 \\
 00 \\
 \hline
 560 \quad 293 \quad 60 \\
 200 \quad 53 \quad 4 \\
 \hline
 20
 \end{array}$$

Solución: $17600'' = 20^\circ 53' 4''$ **11. Pasa de forma compleja a incompleja**a) $12^\circ 34' 40''$

$$\begin{array}{rclcl}
 12^\circ & \cdot & 3600'' & = & 43.200'' + \\
 34' & \cdot & 60'' & = & 2.040'' + \\
 & & & & 40'' = \\
 & & & & \hline
 & & & & 45.280''
 \end{array}$$

$$12^\circ 34' 40'' = 45.280''$$

b) $13^\circ 23' 7''$

$$\begin{array}{rclcl}
 13^\circ & \cdot & 3600'' & = & 46.800'' + \\
 23' & \cdot & 60'' & = & 1.380'' + \\
 & & & & 7'' = \\
 & & & & \hline
 & & & & 48.187''
 \end{array}$$

$$13^\circ 23' 7'' = 48.187''$$

c) $49^\circ 56' 32''$

$$\begin{array}{rclcl}
 49^\circ & \cdot & 3600'' & = & 176.400'' + \\
 56' & \cdot & 60'' & = & 3.360'' + \\
 & & & & 32'' = \\
 & & & & \hline
 & & & & 179.792''
 \end{array}$$

$$49^\circ 56' 32'' = 179.792''$$

d) $1^\circ 25' 27''$

$$\begin{array}{rclcl}
 1^\circ & \cdot & 3600'' & = & 3.600'' + \\
 25' & \cdot & 60'' & = & 1.500'' + \\
 & & & & 27'' = \\
 & & & & \hline
 & & & & 5.127''
 \end{array}$$

$$1^\circ 25' 27'' = 5.127''$$

12. Completa la tabla

EXPRESIÓN EN SEGUNDOS	EXPRESIÓN EN MINUTOS Y SEGUNDOS	EXPRESIÓN EN GRADOS, MINUTOS Y SEGUNDOS
8.465''	141' 5''	2° 21' 5''
14.732''	245' 32''	4° 5' 32''
11.835''	1.863' 55''	31° 31' 55''

8.465''

$$\begin{array}{r}
 8.4 \quad | \quad 60 \\
 65 \quad | \\
 \hline
 246 \quad | \quad 141 \quad | \quad 60 \\
 005 \quad | \quad 21 \quad | \quad 2 \\
 05
 \end{array}$$

$$8.465'' = 141' 5''$$

$$8.465'' = 2^\circ 21' 5''$$

245' 32''

$$\begin{array}{r}
 245 \quad | \quad 60 \\
 \hline
 4 \\
 05
 \end{array}$$

$$245' 32'' = 4^\circ 5' 32''$$

$$\begin{array}{r}
 245' \cdot 60'' = 14.700'' + \\
 32'' = \\
 \hline
 14.732''
 \end{array}$$

$$245' 32'' = 14.732''$$

31° 3' 55''

$$\begin{array}{r}
 31^\circ \cdot 3600'' = 111.600'' + \\
 3' \cdot 60'' = 180'' + \\
 55'' = \\
 \hline
 111.835''
 \end{array}$$

$$31^\circ 3' 55'' = 111.835''$$

$$\begin{array}{r}
 31^\circ \cdot 60' = 1.860'' + \\
 3' = \\
 \hline
 1.863''
 \end{array}$$

$$31^\circ 3' 55'' = 1.863' 55''$$

13. Calcula

a) $34^{\circ} 45' 30'' + 12^{\circ} 27' 15''$

$$\begin{array}{r}
 34^{\circ} \quad 45' \quad 30'' \\
 + \\
 12^{\circ} \quad 27' \quad 15'' \\
 \hline
 46^{\circ} \quad 72' \quad 45''
 \end{array}$$

Como los minutos son más de 60, debemos restarlos:
 $72' - 60' = 12'$.

Por lo tanto, nos quedará un
 1° y $12'$

Solución: $47^{\circ} 12' 45''$

b) $16^{\circ} 30' 1'' + 12^{\circ} 13' 12'' + 2^{\circ} 1'$

$$\begin{array}{r}
 16^{\circ} \quad 30' \quad 1'' \\
 + \\
 12^{\circ} \quad 13' \quad 12'' \\
 + \\
 2^{\circ} \quad 1' \quad 0'' \\
 \hline
 30^{\circ} \quad 44' \quad 13''
 \end{array}$$

Solución: $30^{\circ} 44' 13''$

c) $16^{\circ} 45' + 23^{\circ} 13'' + 30^{\circ} 20' 30''$

$$\begin{array}{r}
 16^{\circ} \quad 45' \quad 0'' \\
 + \\
 23^{\circ} \quad 0' \quad 13'' \\
 + \\
 30^{\circ} \quad 20' \quad 30'' \\
 \hline
 69^{\circ} \quad 65' \quad 43''
 \end{array}$$

$65' - 60' = 5'$

Solución: $70^{\circ} 5' 43''$

d) $65^{\circ} 48' 56'' - 12^{\circ} 33' 25''$

$$\begin{array}{r}
 65^{\circ} \quad 48' \quad 56'' \\
 - \\
 12^{\circ} \quad 33' \quad 25'' \\
 \hline
 53^{\circ} \quad 15' \quad 31''
 \end{array}$$

Solución: $53^{\circ} 15' 31''$

e) $35^{\circ} 54' 23'' - 15^{\circ} 1' 35''$

$$\begin{array}{r} 35^{\circ} \quad 54' \quad 23'' - \\ 15^{\circ} \quad 1' \quad 35'' \\ \hline \end{array}$$

Tenemos que recordar que no se puede restar cuando el sustraendo es mayor que el minuendo (en este caso $35'' > 23''$). Por ello tenemos que hacer que el minuendo sea mayor.

La forma de hacerlo es quitarle un minuto a los $54'$ y se lo sumamos en forma de segundos ($60''$) a los segundos. De

$$\begin{array}{r} 35^{\circ} \quad 53' \quad 83'' - \\ 15^{\circ} \quad 1' \quad 35'' \\ \hline 20^{\circ} \quad 52' \quad 48'' \end{array}$$

Solución: $20^{\circ} 52' 48''$

f) $43^{\circ} 32' 1'' - 15^{\circ} 50' 50''$

$$\begin{array}{r} 43^{\circ} \quad 32' \quad 1'' - \\ 15^{\circ} \quad 50' \quad 50'' \\ \hline \end{array}$$

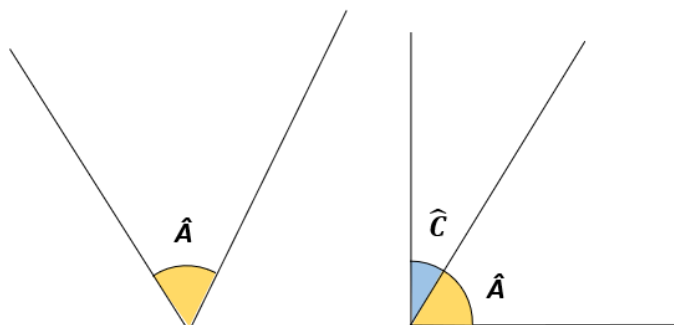
- Vuelve a ocurrir lo mismo en los segundos, por lo que procedemos del mismo modo:

$$\begin{array}{r} 43^{\circ} \quad 31' \quad 61'' - \\ 15^{\circ} \quad 50' \quad 50'' \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} 32' - 1' = 31' \\ 60'' + 1'' = 61'' \end{array}$$

De nuevo, los minutos siguen siendo más pequeños, por lo que volvemos a realizar el proceso:

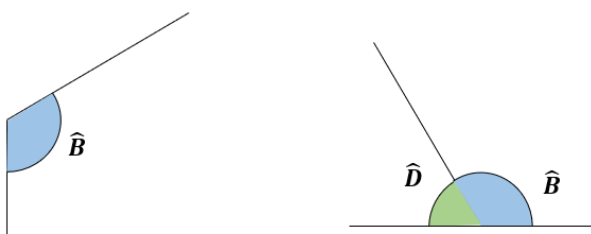
$$\begin{array}{r} 42^{\circ} \quad 91' \quad 61'' - \\ 15^{\circ} \quad 50' \quad 50'' \\ \hline 27^{\circ} \quad 41' \quad 11'' \end{array} \quad \begin{array}{l} 43^{\circ} - 1^{\circ} = 42^{\circ} \\ 60' + 31'' = 91'' \end{array}$$

14. Copia en tu cuaderno y dibuja el complementario del ángulo $\hat{A}$ y el suplementario del ángulo $\hat{B}$.
 Recuerda que los ángulos complementarios son aquellos que juntos suman 90° .



Solución: $\hat{C}$ será el complementario de $\hat{A}$

Recuerda que los ángulos suplementarios son aquellos que juntos suman 180° .



Solución: $\hat{D}$ será el suplementario de $\hat{B}$

15. Calcula los ángulos complementarios y suplementarios de:

a) $35^\circ 54' 23''$

Complementario

$$\begin{array}{r} 90^\circ \\ - 35^\circ 54' 23'' \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} 90^\circ - 1^\circ = 89^\circ \\ 60' + 0' = 60' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 89^\circ 60' \\ - 35^\circ 54' 23'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 89^\circ 60' \\ - 35^\circ 54' 23'' \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} 60' - 1' = 59' \\ 60'' + 0' = 60'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 89^{\circ} \quad 59' \quad 60'' \\
 - \\
 35^{\circ} \quad 54' \quad 23'' \\
 = \\
 \hline
 54^{\circ} \quad 5' \quad 37''
 \end{array}$$

Solución: el ángulo complementario mide $54^{\circ} 5' 37''$

Suplementario

$$\begin{array}{r}
 180^{\circ} \\
 - \\
 35^{\circ} \quad 54' \quad 23'' \longrightarrow
 \end{array}$$

$180^{\circ} - 1^{\circ} = 179^{\circ}$
 $60' + 0' = 60'$

$$\begin{array}{r}
 179^{\circ} \quad 60' \\
 - \\
 35^{\circ} \quad 54' \quad 23'' \\
 = \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 179^{\circ} \quad 60' \\
 - \\
 35^{\circ} \quad 54' \quad 23'' \longrightarrow
 \end{array}$$

$60' - 1' = 59'$
 $60'' + 0' = 60''$

$$\begin{array}{r}
 179^{\circ} \quad 59' \quad 60'' \\
 - \\
 35^{\circ} \quad 54' \quad 23'' \\
 = \\
 \hline
 144^{\circ} \quad 5' \quad 37''
 \end{array}$$

Solución: el ángulo suplementario mide $144^{\circ} 5' 37''$

b) $65^{\circ} 48' 56''$

Complementario

$$\begin{array}{r}
 90^\circ \\
 - \\
 65^\circ \quad 48' \quad 56'' \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 90^\circ - 1^\circ = 89^\circ \\
 60' + 0' = 60' \\
 \longrightarrow \\
 89^\circ \quad 60' \\
 - \\
 65^\circ \quad 48' \quad 56'' \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 89^\circ \quad 60' \\
 - \\
 65^\circ \quad 48' \quad 56'' \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 60' - 1' = 59' \\
 60'' + 0' = 60'' \\
 \longrightarrow \\
 89^\circ \quad 59' \quad 60'' \\
 - \\
 65^\circ \quad 48' \quad 56'' \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 89^\circ \quad 59' \quad 60'' \\
 - \\
 65^\circ \quad 48' \quad 56'' \\
 \hline
 24^\circ \quad 11' \quad 4''
 \end{array}$$

Solución: el ángulo complementario mide $24^\circ 11' 4''$

Suplementario

$$\begin{array}{r}
 180^\circ \\
 - \\
 65^\circ \quad 48' \quad 56'' \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 180^\circ - 1^\circ = 179^\circ \\
 60' + 0' = 60' \\
 60' - 1' = 59' \\
 60'' + 0' = 60'' \\
 \longrightarrow \\
 179^\circ \quad 60' \\
 - \\
 65^\circ \quad 48' \quad 56'' \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 179^\circ \quad 60' \\
 - \\
 65^\circ \quad 48' \quad 56'' \\
 \hline
 114^\circ \quad 11' \quad 4''
 \end{array}$$

Solución: el ángulo suplementario mide $114^\circ 11' 4''$

c) $43^\circ 32' 1''$

Complementario

$$\begin{array}{r}
 90^\circ \\
 - \\
 43^\circ \quad 32' \quad 1'' \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 90^\circ - 1^\circ = 89^\circ \\
 60' + 0' = 60' \\
 \longrightarrow
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 89^{\circ} \quad 60' \\
 - \\
 43^{\circ} \quad 32' \quad 1'' =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 89^{\circ} \quad 60' \\
 - \\
 43^{\circ} \quad 32' \quad 1'' = \longrightarrow
 \end{array}$$

$60' - 1' = 59'$
 $60'' + 0' = 60''$

$$\begin{array}{r}
 89^{\circ} \quad 59' \quad 60'' \\
 - \\
 43^{\circ} \quad 32' \quad 1'' = \\
 \hline
 46^{\circ} \quad 27' \quad 59''
 \end{array}$$

Solución: el ángulo complementario mide $46^{\circ} 27' 59''$

Suplementario

$$\begin{array}{r}
 180^{\circ} \\
 - \\
 43^{\circ} \quad 32' \quad 1'' = \longrightarrow
 \end{array}$$

$180^{\circ} - 1^{\circ} = 179^{\circ}$
 $60' + 0' = 60'$

$$\begin{array}{r}
 179^{\circ} \quad 60' \\
 - \\
 43^{\circ} \quad 32' \quad 1'' =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 179^{\circ} \quad 60' \\
 - \\
 43^{\circ} \quad 32' \quad 1'' = \longrightarrow
 \end{array}$$

$60' - 1' = 59'$
 $60'' + 0' = 60''$

$$\begin{array}{r}
 179^{\circ} \quad 59' \quad 60'' \\
 - \\
 43^{\circ} \quad 32' \quad 1'' = \\
 \hline
 136^{\circ} \quad 27' \quad 59''
 \end{array}$$

Solución: el ángulo suplementario mide $136^{\circ} 27' 59''$

d) $30^\circ 20' 59''$ Complementario

$$\begin{array}{r}
 90^\circ \\
 - \\
 30^\circ \quad 20' \quad 59'' \longrightarrow \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 90^\circ - 1^\circ = 89^\circ \\
 60' + 0' = 60'
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 89^\circ \quad 60' \\
 - \\
 30^\circ \quad 20' \quad 59'' \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 89^\circ \quad 60' \\
 - \\
 30^\circ \quad 20' \quad 59'' \longrightarrow \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 60' - 1' = 59' \\
 60'' + 0' = 60''
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 89^\circ \quad 59' \quad 60'' \\
 - \\
 30^\circ \quad 20' \quad 59'' \\
 \hline
 59^\circ \quad 39' \quad 30''
 \end{array}$$

Solución: el ángulo complementario mide $59^\circ 39' 30''$ Suplementario

$$\begin{array}{r}
 180^\circ \\
 - \\
 30^\circ \quad 20' \quad 59'' \longrightarrow \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 180^\circ - 1^\circ = 179^\circ \\
 60' + 0' = 60'
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 179^\circ \quad 60' \\
 - \\
 30^\circ \quad 20' \quad 59'' \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 60' - 1' = 59' \\
 60'' + 0' = 60''
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 179^{\circ} \quad 60' \\
 - \\
 30^{\circ} \quad 20' \quad 59'' \\
 = \\
 \hline
 179^{\circ} \quad 59' \quad 60'' \\
 - \\
 30^{\circ} \quad 20' \quad 59'' \\
 = \\
 \hline
 149^{\circ} \quad 39' \quad 30''
 \end{array}$$

Solución: el ángulo suplementario mide $149^{\circ} 39' 30''$

16. Indica si las siguientes parejas de ángulos son complementarios, suplementarios o ninguna de las dos cosas.

a) $15^{\circ} 34' 20''$ y $164^{\circ} 25' 40''$

Al ser uno de ellos mayor que 90° no podrán ser complementarios, por lo que probaremos si la suma de ambos es de 180° para así afirmar que son suplementarios:

$$\begin{array}{r}
 15^{\circ} \quad 34' \quad 20'' \\
 + \\
 164^{\circ} \quad 25' \quad 40'' \\
 = \\
 \hline
 179^{\circ} \quad 59' \quad 60''
 \end{array}$$

Pasamos todas las unidades a grados, de tal forma que nos queda lo siguiente:

$$60'' = 1'$$

$$59' + 1' = 60'$$

$$60' = 1^{\circ}$$

$$179^{\circ} + 1^{\circ} = 180^{\circ}$$

$$179^{\circ} 59' 60'' = 180^{\circ}$$

Solución: La suma de ambos es 180° , por lo que son suplementarios.

b) $65^{\circ} 48' 56''$ y $24^{\circ} 12' 4''$

Procedemos a sumar ambos para ver si son complementarios o suplementarios:

$$\begin{array}{r}
 65^{\circ} \quad 48' \quad 56'' \\
 + \\
 24^{\circ} \quad 12' \quad 4'' \\
 = \\
 \hline
 89^{\circ} \quad 60' \quad 60''
 \end{array}$$

Pasamos todas las unidades a grados:

$$60'' = 1'$$

$$60' + 1' = 61'$$

$$61' = 1^\circ 1'$$

$$89^\circ + 1^\circ = 90^\circ$$

Solución: La suma de ambos es $90^\circ 1'$, por lo que no son ni complementarios ni suplementarios.

- c) $43^\circ 32' 1''$ y $30^\circ 26' 59''$

Procedemos a sumar ambos para ver si son complementarios o suplementarios:

$$\begin{array}{r} 43^\circ \quad 32' \quad 1'' \\ + \\ 30^\circ \quad 26' \quad 59'' \\ \hline 73^\circ \quad 58' \quad 60'' \end{array}$$

Pasamos todas las unidades a grados:

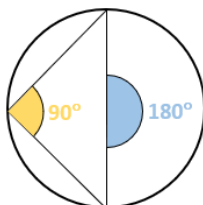
$$60'' = 1'$$

$$58' + 1' = 59'$$

Solución: La suma de ambos es $73^\circ 59'$, por lo que no son ni complementarios ni suplementarios.

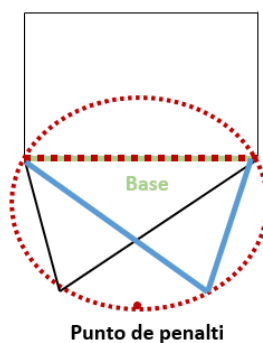
17. Un ángulo inscrito en la circunferencia que abarca un diámetro es un ángulo recto. ¿Por qué? Razona la respuesta.

Recuerda que el ángulo inscrito en una circunferencia es aquel que tiene su vértice en un punto de la circunferencia.



Solución: El ángulo inscrito en una circunferencia abarca la mitad del central del mismo arco y un diámetro es un ángulo llano que mide 180° .

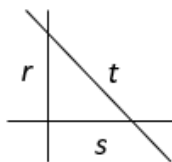
18. ¿En qué posiciones tiene un futbolista el mismo ángulo de tiro que desde el punto de penalti?



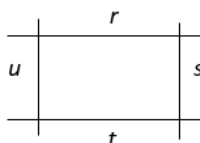
Desde cualquier punto de la circunferencia que pasa por el punto de penalti y las bases de los postes de la portería

19. ¿Es posible dibujar tres rectas, secantes dos a dos de modo que haya exactamente: a) Una pareja de rectas perpendiculares? b) ¿Dos parejas de rectas perpendiculares? c) ¿Las tres parejas de rectas sean perpendiculares?

a) Sí, es posible si las rectas forman un triángulo rectángulo. Las rectas r y s son secantes y perpendiculares.



b) Sí, es posible si las rectas forman un rectángulo. Las rectas r y s son secantes y perpendiculares.



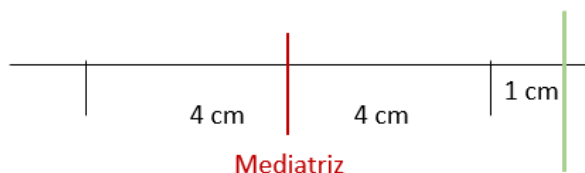
c) No, no es posible en un plano obtener tres rectas secantes dos a dos y que existan tres parejas de rectas perpendiculares.

20. Dibuja la mediatriz de un segmento de 6cm de longitud



La mediatriz es la recta que pasa por el punto medio de una recta y es perpendicular a esta.

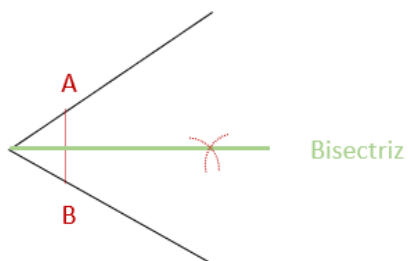
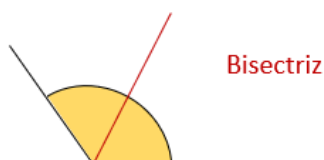
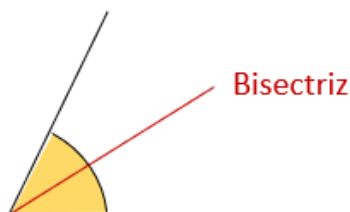
21. Dibuja un segmento de longitud 8 cm, su mediatriz y una recta perpendicular al segmento de partida que esté a una distancia de 5cm de la mediatriz. ¿Qué posición ocupa esa recta con respecto al segmento de partida?



Recta perpendicular al segmento original y a 5cm de la mediatriz

22. Utilizando un transportador de ángulos, una regla y un compás, dibuja los ángulos que se indican y la bisectriz de cada uno de ellos

La bisectriz es aquella que divide al ángulo en dos partes iguales. Para hallar la bisectriz de un ángulo con el compás se traza un arco haciendo centro en el vértice del ángulo y obtengo dos puntos A y B. posteriormente abro el compás un poco más de la distancia que tenemos entre A y B y con el centro en A y luego en B trazo dos arcos. En el punto en el que se corten uniré ese punto con el vértice del ángulo inicial y esa será la bisectriz.

a) 45° b) 130° c) 70° d) 45° 

23. Repite la actividad resuelta de elementos geométricos. Colócate encima del segmento a , aprieta el botón derecho, entra en propiedades y modifica el color, haz que sea rojo. Lo mismo con la recta b , pero ahora coloréala en azul. Mueve el punto B para observar cómo se modifican las longitudes y el ángulo.

Solución: Manipulativa

24. Dibuja con *GeoGebra* cuatro rectas de modo que haya dos paralelas, dos perpendiculares y dos secantes no perpendiculares.

Solución: Manipulativa

25. Dibuja con *GeoGebra* dos rectas paralelas cortadas por una secante y mide todos los ángulos que se formen.

Solución: Manipulativa

26. Dibuja con *GeoGebra* dos ángulos con lados paralelos y comprueba que miden lo mismo.

Solución: Manipulativa

27. Dibuja con *GeoGebra* dos ángulos con lados perpendiculares y comprueba que miden lo mismo.

Solución: Manipulativa

28. Dibuja con *GeoGebra* dos ángulos que sean complementarios y dos que sean suplementarios.

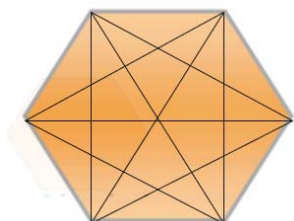
Solución: Manipulativa

29. Dibuja con *GeoGebra* un ángulo inscrito en la circunferencia y el central que abarca el mismo arco. Comprueba que el ángulo inscrito mide la mitad del central. Mueve uno de los puntos sobre la circunferencia y comprueba que esa relación permanece.

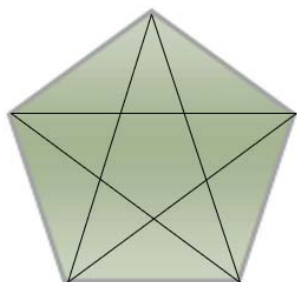
Solución: Manipulativa

30. Copia los dibujos siguientes y traza todas las diagonales de cada polígono.

a)



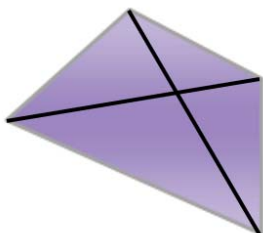
b)



c)

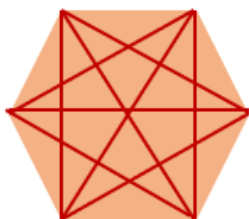


d)

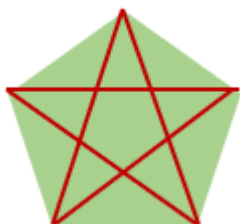


31. Dibuja los polígonos siguientes y traza todas sus diagonales.

a) Hexágono



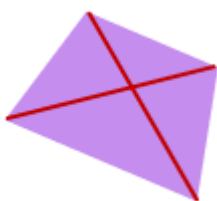
b) Pentágono



c) Octógono



d) Trapezoide

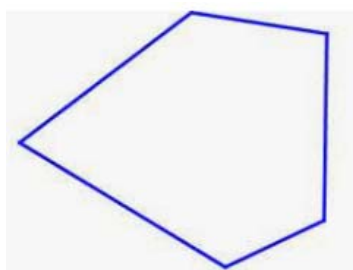


32. Dibuja, si es posible, un ejemplo de polígono que sea:

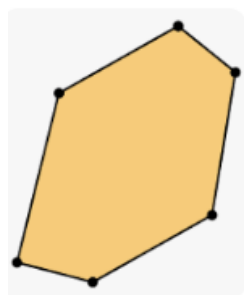
- a) Triángulo cóncavo
- b) Pentágono convexo
- c) Hexágono cóncavo
- d) Cuadrilátero convexo regular

a) No es posible

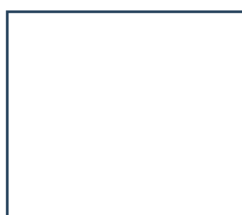
b)



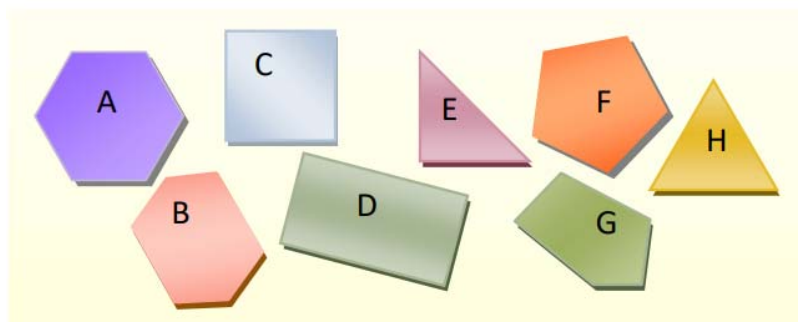
c)



d)



33. Observa la figura adjunta e indica qué polígonos son equiángulos, equiláteros, regulares e irregulares. Puedes copiar la tabla inferior en tu cuaderno y completarla.



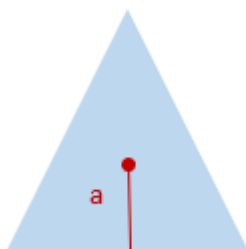
- Los polígonos equiángulos son aquellos cuyos ángulos de vértices son iguales.
- Los polígonos equiláteros son aquellos cuyos lados miden lo mismo.
- Los polígonos regulares son aquellos cuyos lados y ángulos interiores son iguales entre sí.
- Los polígonos irregulares son aquellos cuyos lados o ángulos no son iguales entre sí, es decir, no son regulares.

	A	B	C	D	E	F	G	H
Equiángulo	SI	SI	SI	SI	NO	SI	NO	SI
Equilátero	SI	NO	SI	NO	NO	SI	NO	SI
Regular	SI	NO	SI	NO	NO	SI	NO	SI
Irregular	NO	SI	NO	SI	SI	NO	SI	NO

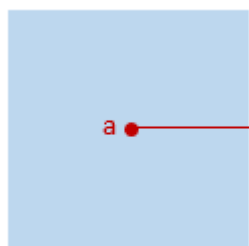
34. Dibuja en tu cuaderno la apotema de:

Recuerda que la apotema de un triángulo es la línea que va desde el centro del polígono hasta cualquiera de sus lados.

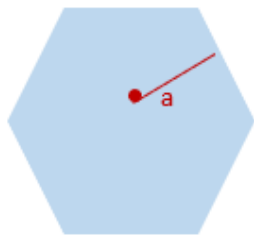
a) Un triángulo equilátero



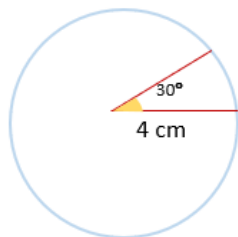
b) Un cuadrado



c) Un hexágono regular

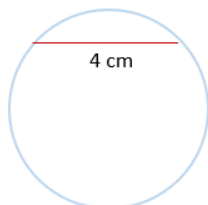


35. Dibuja una circunferencia de radio 4 cm y en ella un sector circular de 30° de amplitud

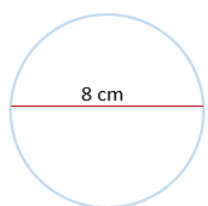


36. En la circunferencia anterior, indica si es posible trazar una cuerda en cada uno de los casos siguientes y hazlo en caso afirmativo: a) de 4 cm de longitud, b) de 8 cm, c) mayor de 8 cm.

a) Existen infinitas formas.

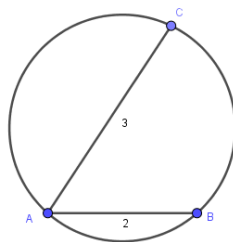


b) Todos los diámetros que podamos trazar son soluciones.

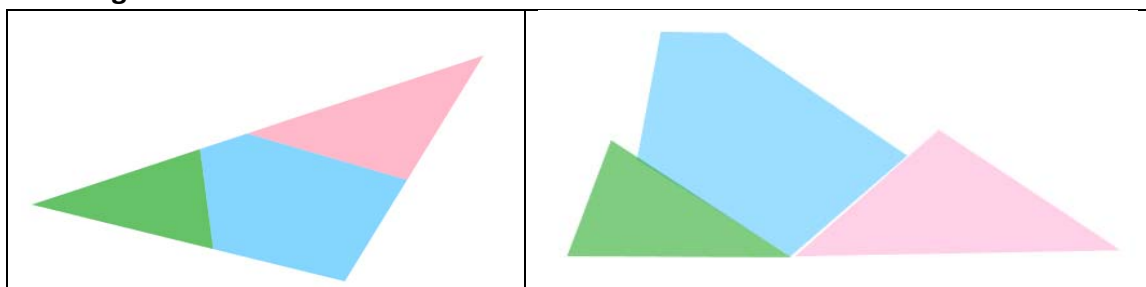


c) No es posible trazar una cuerda de 8cm ya que el radio de la circunferencia es de 4 cm.

37. Dibuja tres puntos que no estén en línea recta de modo que el primero esté a 2 cm de distancia del segundo y el segundo a 3 cm del tercero. Finalmente traza la circunferencia que pase por los tres.



38. Dibuja en un papel un triángulo, divídelo en tres partes y coloréalas con tres colores diferentes. Después recórtalas y forma con ellas un ángulo llano. De esta forma, habrás demostrado que la suma de sus ángulos es 180° .



39. Calcula el valor del tercer ángulo de un triángulo si dos de ellos miden respectivamente:

La suma de los ángulos de un triángulo es de 180° , por lo tanto, sumaremos los ángulos dados y se lo restaremos a 180° .

- a) 30° y 80°

$$30^\circ + 80^\circ = 110^\circ$$

$$180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

Solución: 70°

- b) 20° y 50°

$$20^\circ + 50^\circ = 70^\circ$$

$$180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

Solución 110°

- c) 15° y 75°

$$15^\circ + 75^\circ = 90^\circ$$

$$180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

Solución: 90°

- d) $40^\circ 30'$ y $63^\circ 45'$

$$40^\circ \quad 30' \quad +$$

$$63^\circ \quad 45' \quad =$$

$$103^\circ \quad 75'$$

Como tenemos $75'$, lo pasamos a grados:

$$75' - 60' = 15'$$

Por lo que nos quedaría $104^\circ 15'$.

Ahora se lo restamos a 180° , pero como el sustraendo no puede ser menor, pasamos de 180° a 179° y $60'$.

$$\begin{array}{r} 179^\circ \quad 60' \quad - \\ 104^\circ \quad 15' \quad = \\ \hline 75^\circ \quad 45' \end{array}$$

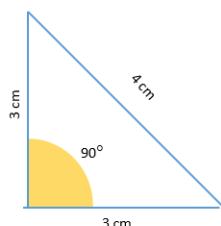
Solución: $75^\circ 45'$

40. Clasifica, según sus ángulos, los triángulos del ejercicio anterior.

- a) Ángulo acutángulo porque es menor de 90° ($70^\circ < 90^\circ$).
- b) Ángulo obtusángulo porque es mayor de 90° ($110^\circ > 90^\circ$).
- c) Ángulo rectángulo porque mide 90° .
- d) Ángulo acutángulo porque es menor de 90° ($75^\circ 45' < 90^\circ$).

41. Construye un triángulo rectángulo isósceles.

Un triángulo rectángulo isósceles es aquel que tiene un ángulo recto y dos de sus lados son iguales, es decir, miden lo mismo.



42. Indica razonadamente si es posible construir un triángulo cuyos lados midan:

(En un triángulo, cualquier lado es siempre menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia. Por lo tanto, comprobaremos si es posible realizando las sumas y restas correspondientes).

- a) 5 cm, 4 cm y 3 cm

$$4\text{cm} + 3\text{cm} = 7\text{cm} \rightarrow 7\text{cm} > 5\text{cm}$$

$$4\text{cm} - 3\text{cm} = 1\text{cm} \rightarrow 1\text{cm} < 5\text{cm}$$

Solución: Podemos construir este triángulo.

- b) 10cm, 2 cm y 5 cm

$$10\text{cm} + 2\text{cm} = 12\text{cm} \rightarrow 12\text{cm} > 5\text{cm}$$

$$10\text{cm} - 2\text{cm} = 8\text{cm} \rightarrow 8\text{cm} > 5\text{cm}$$

Solución: al no cumplirse la segunda propiedad, no podemos formar el triángulo.

c) 2dm, 2dm 4 dm

$$4\text{dm} + 2\text{dm} = 6\text{dm} \rightarrow 6\text{dm} > 2\text{dm}$$

$$4\text{dm} - 2\text{dm} = 2\text{dm} \rightarrow 2\text{dm} = 2\text{dm}$$

Solución: Al no cumplirse la segunda propiedad, no podemos formar un triángulo

d) 13 m, 12 m y 5 m

$$12\text{m} + 5\text{m} = 17\text{m} \rightarrow 17\text{m} > 13\text{m}$$

$$12\text{m} - 5\text{m} = 7\text{m} \rightarrow 7\text{m} < 13\text{m}$$

Solución: Al cumplirse la propiedad, podremos formar el triángulo.

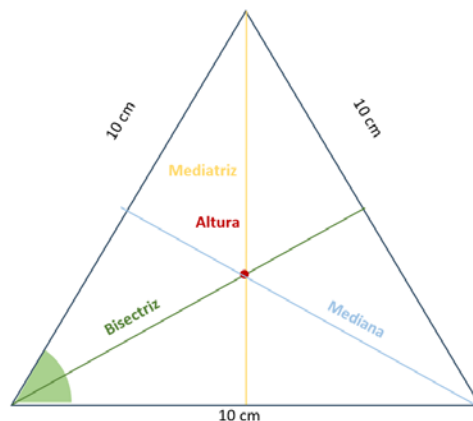
43. Dibuja un triángulo equilátero de 10 cm de lado y comprueba que todos los puntos notables coinciden.

Recuerda que la **mediatriz** es la recta que pasa por el punto medio de un lado y es perpendicular a dicho lado.

La **bisectriz** divide el ángulo en dos partes iguales. Al ser un triángulo equilátero coincide con la mediatriz.

La **altura** es la recta que pasa por un vértice y es perpendicular al lado opuesto. Al ser un triángulo equilátero coincide con las mediatrices y bisectrices.

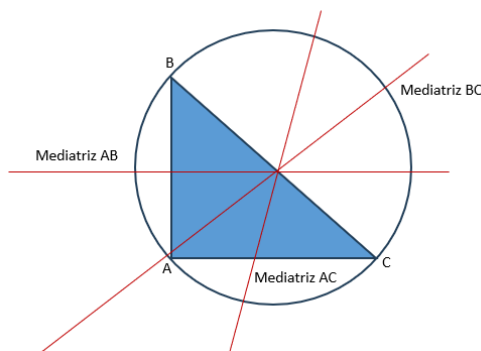
La **mediana** es la recta que pasa por un vértice y e punto medio del lado opuesto. Al ser un triángulo equilátero coincide con todas las anteriores.



44. Calcula el circuncentro de un triángulo rectángulo. ¿Dónde se encuentra?

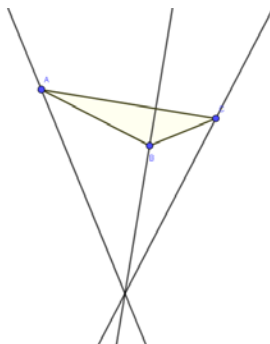
El circuncentro es aquel punto de un triángulo donde se cortan las tres mediatrices.

Como se puede observar, el circuncentro se encuentra en la hipotenusa del triángulo rectángulo.

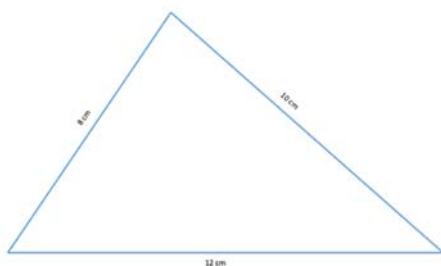


45. Calcula el ortocentro de un triángulo obtusángulo.

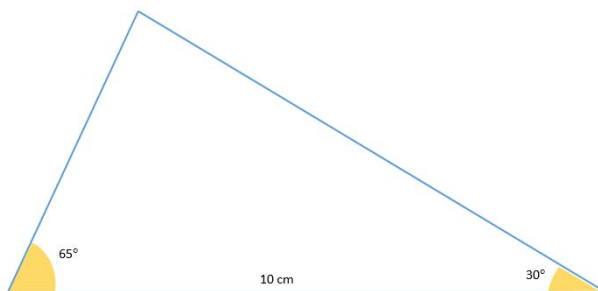
Un triángulo obtusángulo es aquel que tiene un ángulo mayor de 90° .
 El ortocentro es el punto donde se cortan las tres alturas del triángulo.
 El ortocentro se encontrará fuera del triángulo

**46. Dibuja un triángulo en los siguientes casos:**

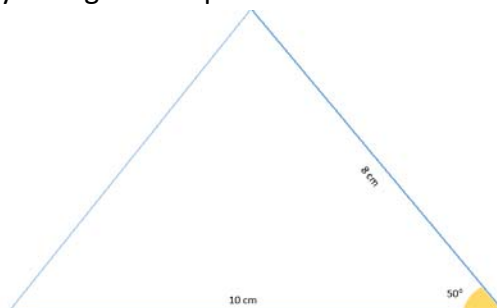
a) Sus lados miden 12 cm, 10 cm y 8 cm.



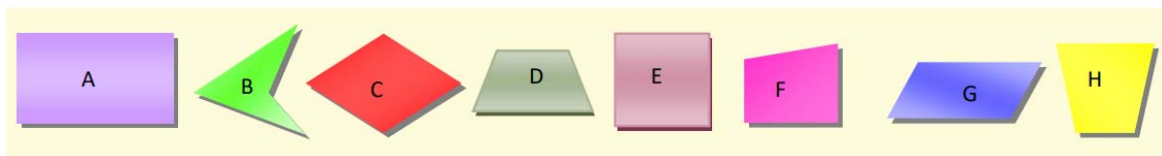
b) Un lado mide 10 cm y sus ángulos adyacentes 30° y 65° .



c) Dos lados miden 10 cm y 8 cm y el ángulo comprendido entre ellos 50° .

**47. Fíjate en el dibujo e indica qué cuadriláteros son:**

a) cóncavos b) paralelogramos c) isósceles d) trapecios e) trapezoides f) regulares



- a) Cóncavo: B.
- b) Paralelogramos: A, C, E, G.
- c) Isósceles: A, C, D, E, G, H.
- d) Trapecios: D, F, H.
- e) Trapezoides: B.
- f) Regulares: E.

48. Averigua qué tipo de paralelogramo aparece si se unen los puntos medios de:

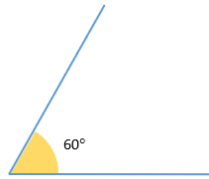
- a) Un cuadrado: si unimos los puntos medios se obtiene un rombo.
- b) Un rombo: si unimos los puntos medios se obtiene un cuadrado.
- c) Un rectángulo: si unimos los puntos medios se obtiene un rombo.
- d) Un trapecio: si unimos los puntos medios se obtiene un rombo.
- e) Un trapezoide: si unimos los puntos medios se obtiene un trapecio.

49. Los dos ángulos agudos de un romboide miden 32° . ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos obtusos?

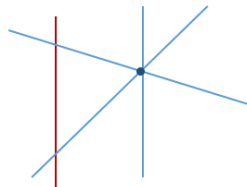
Sabemos que los ángulos internos de cualquier figura suman 360° . Como tenemos dos ángulos de 32° , los otros dos ángulos deberían sumar $360^\circ - 32^\circ - 32^\circ = 296^\circ$. Por lo tanto, cada ángulo obtuso, medirá 296° dividido entre dos, que es 148° .

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Dibuja una recta horizontal y otra que forme un ángulo de 60° con ella.



2. Dibuja cuatro rectas de modo que tres de ellas pasen por un mismo punto y la cuarta sea paralela a una de ellas.

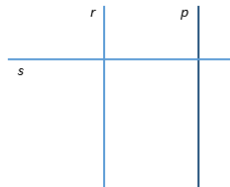


3. Dibuja dos rectas secantes y un segmento que tenga un extremo en cada una de ellas.



4. Si dos rectas r y s son perpendiculares y trazas una tercera recta p paralela a una de ellas, por ejemplo, a r , ¿cómo son las rectas s y p ? Haz un dibujo.

Las rectas p y s son perpendiculares



5. Un ángulo mide $\frac{3}{4}$ de recto. Expresa esta medida en grados, minutos y segundos.

Un ángulo recto mide 90° . Si lo dividimos en 4 partes, cada una de esas partes medirá $22'5''$. Si tomamos 3 partes, tendremos:

$$3 \cdot 22'5'' = 67'5''$$

Solución: $\frac{3}{4}$ partes de $90^\circ = 67'5''$; $0,5 \cdot 60 = 30'$; $67'5'' = 67^\circ 30'$

6. Calcula:

a) $54^\circ 25' 10'' + 32^\circ 17' 14''$

$$\begin{array}{rclcl} 54^\circ & 25' & 10'' & + & \\ 32^\circ & 17' & 14'' & = & \\ \hline 56^\circ & 42' & 24'' & & \end{array}$$

Solución: $56^{\circ} 42' 24''$

$$\begin{array}{r}
 \text{b) } 14^{\circ} 30' 15'' + 62^{\circ} 1' 16'' + 42^{\circ} 1'' \\
 14^{\circ} \quad 30' \quad 15'' \quad + \\
 62^{\circ} \quad 1' \quad 16'' \quad + \\
 42^{\circ} \quad \quad 1'' \quad = \\
 118^{\circ} \quad 31' \quad 32''
 \end{array}$$

Solución: $118^{\circ} 31' 32''$

$$\begin{array}{r}
 \text{c) } 15^{\circ} 23' + 73^{\circ} 10'' + 70^{\circ} 28' 38'' \\
 15^{\circ} \quad 23' \quad \quad + \\
 73^{\circ} \quad \quad 10'' \quad + \\
 70^{\circ} \quad 28' \quad 38'' \quad = \\
 158^{\circ} \quad 51' \quad 48''
 \end{array}$$

Solución: $158^{\circ} 51' 48''$

$$\begin{array}{r}
 \text{d) } 45^{\circ} 45' 45'' - 12^{\circ} 48' 85'' \\
 45^{\circ} \quad 45' \quad 45'' \quad - \quad \begin{array}{l} 45' - 1' = 44' \\ 45'' + 60'' = 105'' \end{array} \quad \begin{array}{l} 45^{\circ} \quad 44' \quad 105'' \\ 12^{\circ} \quad 48' \quad 85'' \end{array} \quad - \\
 12^{\circ} \quad 48' \quad 85'' \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} 45^{\circ} \quad 44' \quad 105'' \\ 12^{\circ} \quad 48' \quad 85'' \end{array} \quad - \\
 \begin{array}{l} 45^{\circ} \quad 44' \quad 105'' \\ 12^{\circ} \quad 48' \quad 85'' \end{array} \quad \begin{array}{l} 45^{\circ} - 1^{\circ} = 44^{\circ} \\ 44' + 60' = 104' \end{array} \quad \begin{array}{l} 44^{\circ} \quad 104' \quad 105'' \\ 12^{\circ} \quad 48' \quad 85'' \end{array} \quad - \\
 \longrightarrow \quad \begin{array}{l} 32^{\circ} \quad 56' \quad 20'' \end{array} \quad =
 \end{array}$$

Solución: $32^{\circ} 56' 20''$

$$\begin{array}{r}
 \text{e) } 67^{\circ} 4' 23'' - 15^{\circ} 4' 37'' \\
 67^{\circ} \quad 4' \quad 23'' \quad - \quad \begin{array}{l} 4' - 1' = 3' \\ 23'' + 60'' = 83'' \end{array} \quad \begin{array}{l} 67^{\circ} \quad 3' \quad 83'' \\ 15^{\circ} \quad 4' \quad 37'' \end{array} \quad - \\
 15^{\circ} \quad 4' \quad 37'' \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} 67^{\circ} \quad 3' \quad 83'' \\ 15^{\circ} \quad 4' \quad 37'' \end{array} \quad - \\
 \begin{array}{l} 67^{\circ} \quad 3' \quad 83'' \\ 15^{\circ} \quad 4' \quad 37'' \end{array} \quad \begin{array}{l} 67^{\circ} - 1^{\circ} = 66^{\circ} \\ 3' + 60' = 63' \end{array} \quad \begin{array}{l} 66^{\circ} \quad 63' \quad 83'' \\ 15^{\circ} \quad 4' \quad 37'' \end{array} \quad - \\
 \longrightarrow \quad \begin{array}{l} 51^{\circ} \quad 59' \quad 46'' \end{array} \quad =
 \end{array}$$

Solución: $51^{\circ} 59' 46''$

f) $33^\circ 32' 1'' - 15^\circ 35' 20''$

$$\begin{array}{r}
 33^\circ \quad 32' \quad 1'' \\
 - 15^\circ \quad 35' \quad 20'' \\
 \hline
 \end{array}$$

$32' - 1' = 31'$
 $1'' + 60'' = 61''$

→

$$\begin{array}{r}
 33^\circ \quad 31' \quad 61'' \\
 - 15^\circ \quad 35' \quad 20'' \\
 \hline
 \end{array}$$

$33^\circ - 1^\circ = 32^\circ$
 $31' + 60' = 91'$

→

$$\begin{array}{r}
 32^\circ \quad 91' \quad 61'' \\
 - 15^\circ \quad 35' \quad 20'' \\
 \hline
 17^\circ \quad 56' \quad 41''
 \end{array}$$

Solución: $17^\circ 56' 41''$

7. La suma de dos ángulos es $125^\circ 46' 35''$. Si uno de ellos mide $57^\circ 55' 47''$, ¿cuánto mide el otro? Tendremos que restar el ángulo menor al ángulo mayor para obtener la solución.

$$\begin{array}{r}
 125^\circ \quad 46' \quad 35'' \\
 - 57^\circ \quad 55' \quad 47'' \\
 \hline
 \end{array}$$

$125^\circ - 1^\circ = 124^\circ$
 $46' - 1' = 45'$
 $45' + 60' = 105'$
 $35'' + 60'' = 95''$

→

$$\begin{array}{r}
 125^\circ \quad 105' \quad 95'' \\
 - 57^\circ \quad 55' \quad 47'' \\
 \hline
 67^\circ \quad 50' \quad 48''
 \end{array}$$

Solución: $67^\circ 50' 48''$

8. Cinco guardas de seguridad deben repartirse por igual un servicio de vigilancia de 24 horas. Expresa en horas y minutos el tiempo que debe permanecer vigilando cada uno de ellos

$$24: 5 = 4'8$$

Sería un total de 4 h y 80 minutos. Como una hora tiene 60 minutos, dividiremos entre 60 para saber cuántas horas hay en 80 minutos.

$$\begin{array}{r}
 80 \quad | \quad 60 \\
 20 \quad | \quad 1
 \end{array}$$

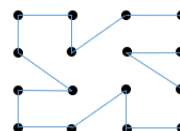
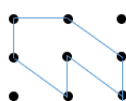
Por lo tanto:

$$4h + 1h = 5h$$

Solución: Cada guardia deberá vigilar un total de 5h y 20 minutos.

9. En un tablero de 3x3, ¿cuál es el mayor número de lados que puede tener un polígono? ¿Y en uno de 4x4?

En el tablero de 3x3 el mayor número de lados que podría tener un polígono será de 7. En el de 4x4 será de 16.

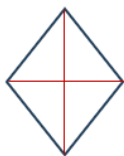


10. La fotografía representa un mosaico de La Alhambra de Granada. Observa que está constituido por motivos geométricos.

- a) Este mosaico tiene dos tipos de polígonos regulares: ¿Cuáles son?
Los únicos polígonos regulares que observamos en el mosaico son cuadrados.
- b) Describe el polígono blanco. ¿Es cóncavo o convexo?
Es un decágono cóncavo, este tiene los lados paralelos dos a dos, podemos observar que también existen dos pares de lados en la misma recta.
- c) El mosaico de la fotografía no es un mosaico regular. Si lo fuera estaría formado únicamente por polígono regulares todos iguales.
- d) Describe un octógono regular: número de lados, cuánto mide su ángulo central, cuánto mide sus ángulos interiores...
El octógono regular tiene 8 lados iguales, su ángulo central mide 45° y sus ángulos interiores miden 135° .

11. Calcula el número de diagonales que tienen los siguientes polígonos:

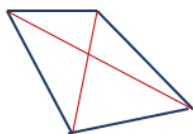
- a) Rombo: 2 diagonales



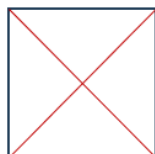
- b) Trapecio: 2 diagonales



- c) Trapezoide: 2 diagonales



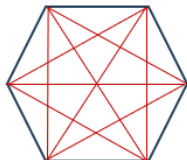
- d) Cuadrado: 2 diagonales



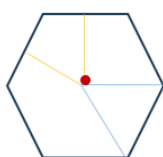
- e) Rectángulo: 2 diagonales



f) Hexágono: 9 diagonales

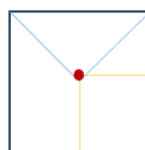


12. Dibuja un hexágono regular y un cuadrado. Marca el centro y sitúa en cada uno de ellos dos apotemas y dos radios.

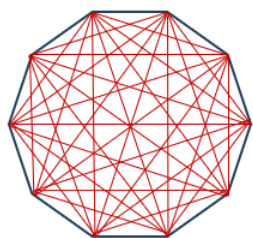


Apotema

Radio



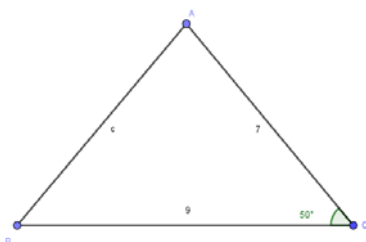
13. Dibuja un decágono con todas sus diagonales.



14. Completa:

- a) Un triángulo rectángulo tiene un ángulo **recto**.
- b) Un triángulo **obtusángulo** tiene un ángulo obtuso.
- c) Un triángulo **acutángulo** tiene los tres ángulos agudos.

15. Construye un triángulo sabiendo que $a = 9$ cm, $b = 7$ cm y el ángulo $C = 50^\circ$.



16. ¿Se puede construir un triángulo de modo que sus ángulos midan 105° , 45° y 35° ? Razona tu respuesta.

Ya sabemos que la suma de los ángulos de un triángulo es de 180° .

Tenemos $105^\circ + 45^\circ + 35^\circ = 185^\circ$

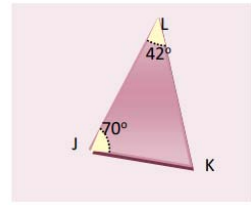
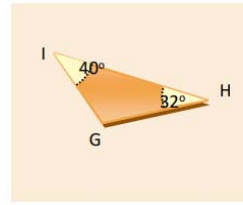
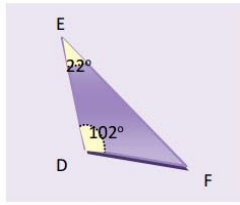
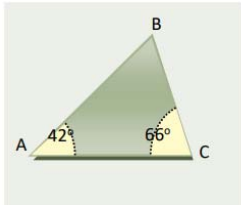
$185^\circ > 180^\circ$

Por lo tanto, no podríamos construir el triángulo.

17. Dibuja un triángulo obtusángulo. ¿Crees que las tres alturas son iguales?

El triángulo obtusángulo es aquel que tiene un ángulo mayor de 90° . Si es obtusángulo escaleno, las tres alturas serán distintas. Sin embargo, si es obtusángulo isósceles, tendrá solo dos alturas iguales.

18. Observa las figuras y calcula los ángulos que faltan:



a) $66^\circ + 42^\circ = 108^\circ$
 $180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$
Solución: 72°

b) $102^\circ + 22^\circ = 144^\circ$
 $180^\circ - 144^\circ = 56^\circ$
Solución: 56°

c) $40^\circ + 32^\circ = 72^\circ$
 $180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$
Solución: 108°

d) $70^\circ + 42^\circ = 112^\circ$
 $180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$
Solución: 68°

19. Dados tres segmentos de cualquier medida, ¿es siempre posible construir un triángulo? ¿Por qué? Recorta tiritas de papel de longitudes de 10 cm, 8 cm y 6 cm, ¿puedes construir un triángulo con ellas?

No es siempre posible, depende de las medidas, ya que cada lado debe ser siempre menos que la suma de los otros dos lados.

Con las medidas de 10cm, 8cm y 6cm se puede construir un triángulo porque:

$$8 + 6 = 14 \rightarrow 14 > 10$$

$$8 + 10 = 18 \rightarrow 18 > 6$$

$$6 + 10 = 16 \rightarrow 16 > 8$$

20. ¿Puedes asegurar que son iguales los triángulos de la figura derecha?

Si, porque sus lados tienen la misma medida, aunque estén en posiciones diferentes.

21. Si uno de los ángulos de un triángulo rectángulo es de 50° , indica el valor de los demás. Dibuja un triángulo rectángulo con estos ángulos y un cateto de 5 cm.

Al ser un triángulo rectángulo, uno de sus ángulos es recto, por lo que mide 90° . Como sabemos otro de sus ángulo mide 50° , ya solo nos queda averiguar el último ángulo.

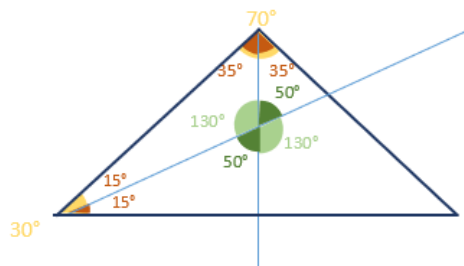
Como sabemos, la suma de los tres ángulos debe ser de 180° , por lo que:

$$90^\circ + 50^\circ = 140^\circ$$

$$180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

Solución: los ángulos medirán 50° , 90° y 40° .

- 22.** Si dos de los ángulos de un triángulo miden 30° y 70° , ¿cuánto mide el menor de los ángulos que forman las bisectrices correspondientes?



Si observamos la figura, vemos que el triángulo que se ha formado debido a las bisectrices tiene un ángulo que mide 35° y 15° , por lo que el ángulo restante medirá:

$$180^\circ - 15^\circ - 35^\circ = 130^\circ.$$

De esta forma, obtenemos la medida de los dos ángulos mayores que forman el corte de las bisectrices, es decir, los ángulos que miden 130° .

Como el total es de 360° tendremos:

$$130^\circ + 130^\circ = 260^\circ.$$

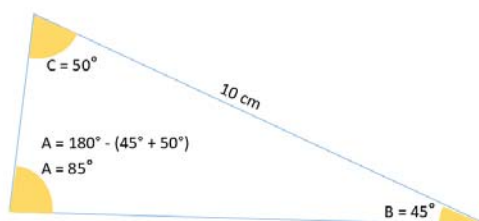
$$360^\circ - 260^\circ = 100^\circ.$$

Como nos quedan dos ángulos que miden lo mismo:

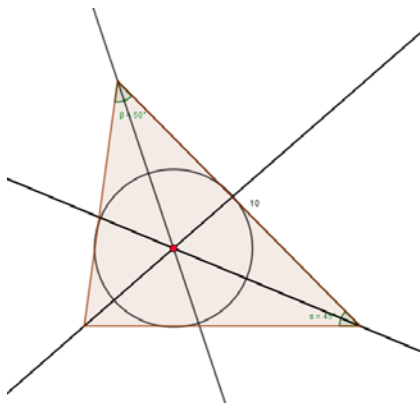
$$100^\circ \div 2 = 50^\circ.$$

Solución: El ángulo menor medirá 50° .

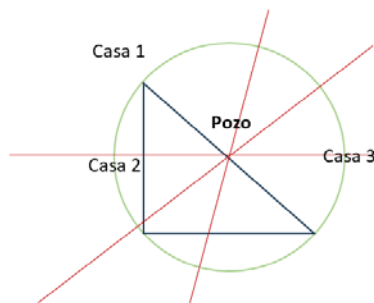
- 23.** Construye un triángulo sabiendo que $a = 10$ cm, los ángulos, $B = 45^\circ$, $C = 50^\circ$.



- 24.** Calcula el incentro del triángulo anterior y dibuja la circunferencia inscrita al triángulo.



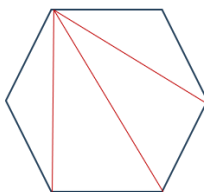
25. ¿En qué punto colocarías un pozo para que tres casas de campo, no alineadas, estén a la misma distancia del mismo? Haz un gráfico esquemático en tu cuaderno y calcula el punto en tu dibujo.
Se hará un triángulo cuyos vértices serán las casas, hallamos el circuncentro y ese punto será el lugar donde se colocará el pozo.



26. Desde uno de los vértices de un hexágono se trazan tres diagonales que dividen al polígono en cuatro triángulos.

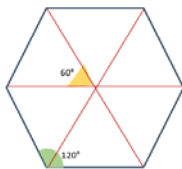
a) **Calcula la suma de los ángulos del hexágono.**

Al trazar las diagonales de un hexágono, obtenemos 4 triángulos, como los ángulos de un triángulo miden 180° y tenemos 4 triángulos, tendremos un total de 720° :
 $180^\circ \cdot 4 = 720^\circ$



b) **Si el hexágono es regular, calcula el valor de cada uno de sus ángulos interiores.**

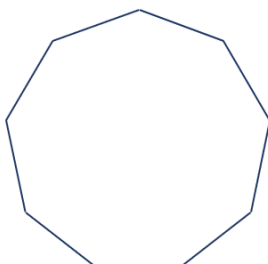
Al ser el hexágono regular, cuando trazamos las diagonales obtenemos 6 triángulos equiláteros. En todo polígono regular, la suma de sus ángulos es de 360° , por lo que, al tener 6 Triángulos, la medida de los ángulos de estos triángulos será de 60° . Por ello, el ángulo interior de un hexágono será de $2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$.



- c) En el mismo supuesto, calcula el valor del ángulo central.

Por todo lo anterior, el ángulo central será de 60° .

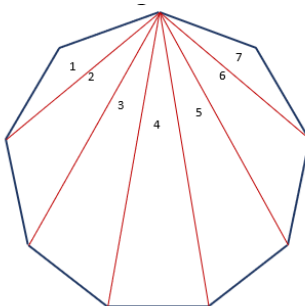
27. Dibuja un polígono de 9 lados. ¿Cómo se llama?



Se llama eneágono.

- a) ¿Cuántos triángulos puedes formar al trazar todas las diagonales que parten de un vértice?

Se pueden formar 7 triángulos.



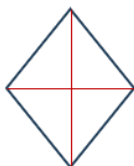
- b) ¿Cuánto vale la suma de los ángulos del polígono inicial?

Al tener 7 triángulos, haremos como en el ejercicio anterior.

$$7 \cdot 180^\circ = 1260^\circ$$

28. Señala si las siguientes afirmaciones son verdaderas:

- a) “Si las diagonales de un cuadrilátero son perpendiculares, se trata de un rombo” – **Verdadero, siempre que las diagonales se corten su punto medio.**



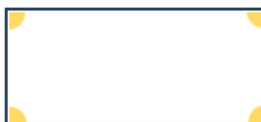
- b) “Las diagonales de un paralelogramo se cortan en el punto medio” – **Verdadero**



- c) “Los trapecios rectángulos tienen todos sus ángulos iguales”- **Falso, tiene dos ángulos rectos, un agudo y un obtuso.**



- d) “Los rectángulos son polígonos equiángulos”. – **Verdadero porque todos sus ángulos son iguales.**

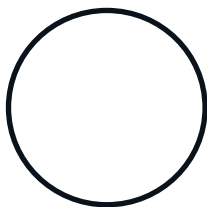


- e) “Las diagonales de un paralelogramo se cortan en el punto medio” – **Verdadero**

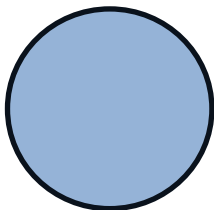


29. Consigue un hilo grueso y un trozo de papel de color. Recorta el hilo o el trozo de papel, según proceda y construye:

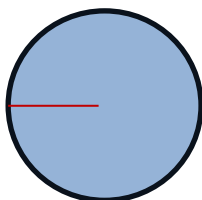
- a) Una circunferencia



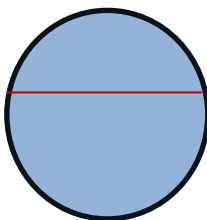
- b) Un círculo



- c) Un radio



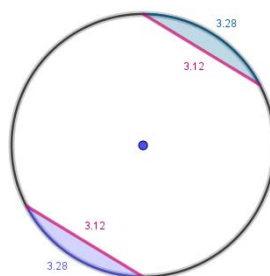
- d) Un segmento circular



e) Un sector circular

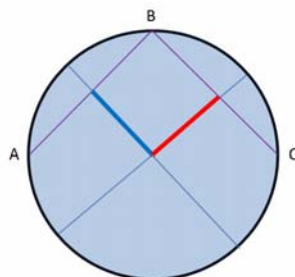


30. Dibuja una circunferencia de 3 cm de radio y dos arcos iguales, así como las cuerdas que tienen sus mismos extremos. Comprueba que las cuerdas también son iguales.



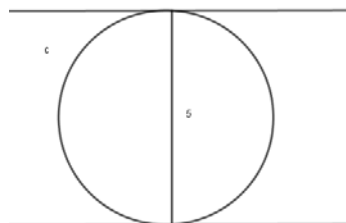
31. En el dibujo hecho para dar respuesta al ejercicio anterior, traza dos diámetros perpendiculares a las cuerdas. Mide después la distancia de cada cuerda al centro. ¿Qué observas?

Se observa que las distancias son las mismas.



32. Dibuja dos rectas paralelas de modo que la distancia entre ellas sea de 5 cm. Dibuja después una circunferencia tangente a ambas.

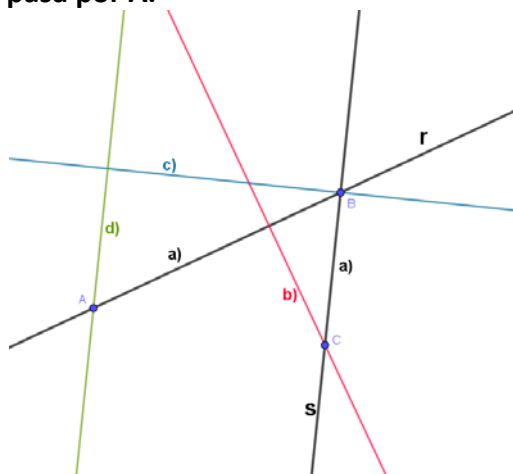
La circunferencia tendrá de diámetro 5cm, es decir, 2'5 cm de radio ya que para que la circunferencia sea tangente a las dos rectas tendrá que tocar un punto de la circunferencia a cada recta.



AUTOEVALUACIÓN

1. Dibuja tres puntos A, B, C que no estén alineados y:

- a. La recta r que pasa por A y B, y la recta s que pasa por B y C.
- b. La recta perpendicular a r que pasa por el punto C.
- c. La recta perpendicular a s que pasa por B.
- d. La recta paralela a s que pasa por A.



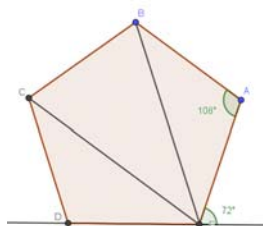
2. Calcula el complementario y suplementario de los ángulos siguientes:

- a) 54° b) $73^\circ 40' 56''$

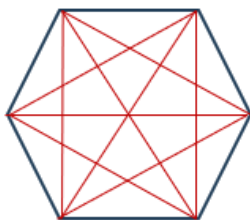
- a) complementario: $90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$; suplementario: $180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$
 b) complementario: $90^\circ - 73^\circ 40' 56'' = 16^\circ 19' 4''$; suplementario: $180^\circ - 73^\circ 40' 56'' = 106^\circ 19' 4''$

3. ¿Cuánto valen los ángulos interior y exterior de un pentágono regular?

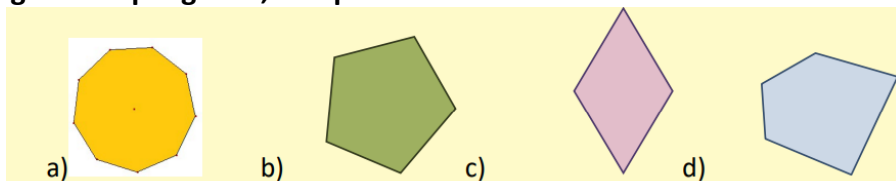
Como tenemos 3 triángulos: $3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$, como hay 5 ángulos $540^\circ : 5 = 108^\circ$
 $180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$



4. Dibuja un hexágono y todas sus diagonales.

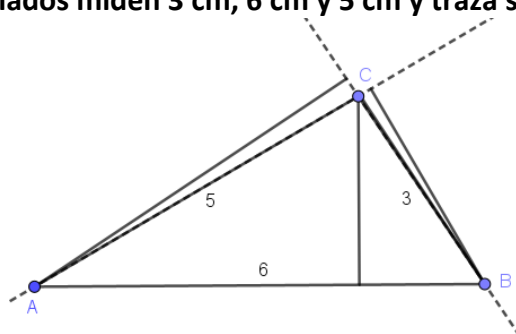


5. Clasifica los siguientes polígonos, completando la tabla:

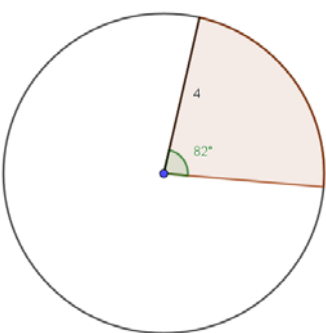


POLÍGONO	CÓNCAVO	REGULAR	EQUIÁNGULO	EQUILÁTERO	POR EL NÚMERO DE LADOS ES UN
a)	NO	SÍ	SI	SI	ENEÁGONO
b)	NO	SI	SI	SI	PENTÁGONO
c)	NO	NO	NO	SI	CUADRILÁTERO
d)	NO	NO	NO	NO	PENTÁGONO
e)	NO	NO	SI	NO	CUADRILÁTERO

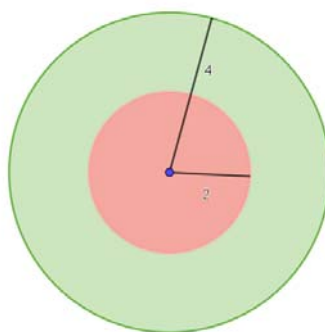
6. Dibuja un triángulo cuyos lados miden 3 cm, 6 cm y 5 cm y traza sus tres alturas.



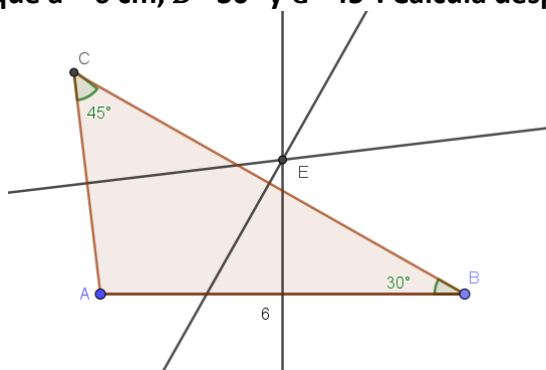
7. a) Dibuja un sector circular de radio 4 cm de modo que su amplitud sea de 82° .



b) Dibuja una corona circular definida por dos círculos de radios 4 cm y 2 cm.

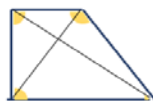


8. Dibuja un triángulo en el que $a = 6$ cm, $B=30^\circ$ y $C=45^\circ$. Calcula después su circuncentro.



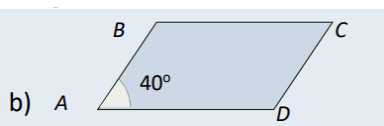
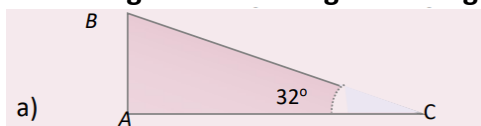
El circuncentro es el punto E

9. Dibuja un trapecio isósceles, un trapecio rectángulo, un romboide, traza sus diagonales y estudia si se cortan en el punto medio.



Solo se cortan en el punto medio en el romboide (porque es el único paralelogramo de los tres).

10. Calcula el valor del ángulo B en las siguientes figuras:



a) $90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$, pues el otro ángulo es recto 90° .

b) $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ pues todos son 360° luego 2 han de ser 180°

1º ESO

Capítulo 9: Longitudes y áreas Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-072022

Fecha y hora de registro: 2015-08-13 18:28:37.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



www.apuntesmareaverde.org.es



Realizados por:

Alba Alcalá Vidal

Revisor: **Luis Carlos Vidal Del Campo**

IES ATENEA, CIUDAD REAL

Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. Indica la respuesta correcta: El perímetro y el área de un cuadrado de lado 5 cm son:

a) 10 cm y 25 cm² b) 20 cm y 25 cm² c) 20 cm y 5 cm² d) 20 cm y 20 cm²

Hay que recordar que el perímetro es la suma de todos los lados de una figura.

Si el cuadrado tiene 5cm de lado, su perímetro será:

$$5\text{cm} + 5\text{cm} + 5\text{cm} + 5\text{cm} = 20\text{cm}$$

El área de un cuadrado es lado por lado, por lo que el área será:

$$5\text{cm} \cdot 5\text{cm} = 25\text{cm}^2$$

Por lo tanto, la respuesta correcta es la **b**).

2. Indica la respuesta correcta: El perímetro y el área de un rectángulo de base 7 dm y altura 3 cm son:

a) 146 cm y 210 cm² b) 20 cm y 49 cm² c) 20 cm y 21 cm² d) 21 cm y 21 cm²

Lo primero que tenemos que hacer es pasar ambas medidas a la misma unidad, por lo que pasaremos los dm a cm: $7\text{dm} \cdot 10 = 70\text{cm}$

El perímetro sería:

$$70\text{cm} + 70\text{cm} + 3\text{cm} + 3\text{cm} = 146\text{cm}$$

El área sería:

$$70\text{cm} \cdot 3\text{cm} = 210\text{cm}^2$$

La respuesta correcta sería la **a**).

3. Las baldosas de la figura miden 12 cm de largo y 6 cm de ancho. ¿Qué área ocupa cada una de las baldosas?



El área de la baldosa será: $12\text{cm} \cdot 6\text{cm} = 72\text{cm}^2$

4. Mide la base y la altura de tu mesa. ¿De qué figura se trata? ¿Cuánto mide su área?

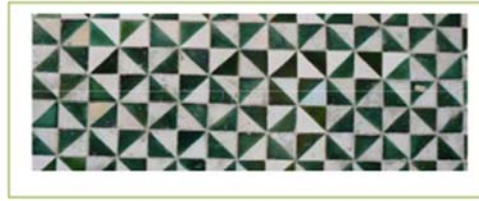
Mi mesa mide 8cm de largo y 12 cm de ancho. La figura que se forma es un rectángulo y puedo medir su área de la siguiente forma: $12\text{cm} \cdot 8\text{cm} = 96\text{cm}^2$

5. Estas molduras miden 175 cm de ancho y 284 cm de alto. ¿Cuál es el área encerrada?



El área encerrada medirá: $175\text{cm} \cdot 284\text{cm} = 49.700\text{cm}^2$

6. Cada uno de los triángulos de la figura tienen una base de 10 mm y una altura de 6 mm. ¿Cuánto vale el área de cada triángulo? Si en total hay 180 triángulos, ¿qué área ocupan en total?



Recordemos que el área de un triángulo es: $A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$

De tal forma: $A = \frac{10\text{mm} \cdot 6\text{mm}}{2}$ $A = 30\text{mm}^2$

Si en total hay 180 triángulos, para conocer el área total, multiplicaremos el área de cada triángulo por el total de triángulos:

$$A_{\text{total}} = 30\text{mm}^2 \cdot 180 \quad A_{\text{total}} = 5.400\text{mm}^2$$

7. En una cometa con forma de rombo, sus diagonales miden 84 y 35 cm. ¿Cuánto mide el área de la cometa?

Recordemos que el área de un rombo es:

$$A = \frac{\text{Diagonal mayor} \cdot \text{diagonal menor}}{2}$$

Por lo tanto: $A = \frac{84\text{cm} \cdot 35\text{cm}}{2}$ $A = 1.470\text{cm}^2$

8. Un trapecista está realizando acrobacias sobre un trapecio de bases 1.2 y 0.8 m y altura 0.5 m. ¿Cuánto mide el área del trapecio que usa el trapecista?

Recordemos que el área de un trapecio es:

$$A = \frac{\text{Base mayor} + \text{base menor}}{2} \cdot \text{altura}$$

$$A = \frac{1,2\text{m} + 0,8\text{m}}{2} \cdot 0,5\text{m} \quad A = \frac{2\text{m}}{2} \cdot 0,5\text{m} \quad A = 1\text{m} \cdot 0,5\text{m} \quad A = 0,5\text{m}^2$$

9. Calcula el área de un romboide de 15 cm de base y 12 cm de altura. Si doblamos las medidas de la base y la altura, ¿cuál es el área del nuevo romboide?

Recordemos que el área de un romboide es: $A = \text{base} \cdot \text{altura}$

Por lo tanto: $A = 15\text{cm} \cdot 12\text{cm}$ $A = 180\text{cm}^2$

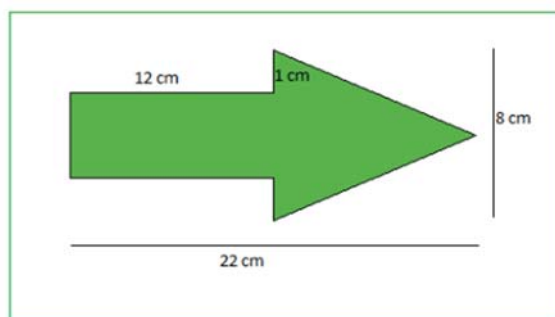
Si doblamos las medidas, la base medirá: $15\text{cm} \cdot 2 = 30\text{cm}$ y la altura medirá: $12\text{cm} \cdot 2 = 24\text{cm}$. Por lo tanto, el área será:

$$A = 30\text{cm} \cdot 24\text{cm} \quad A = 720\text{cm}^2$$

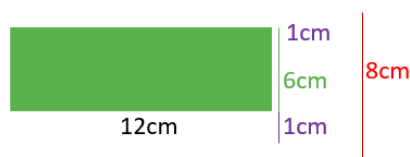
Podemos decir que, al doblar las medidas, el área es el cuádruple, es decir, cuatro veces más grande.

Como es el doble de la longitud, el área es $2^2 = 4$ veces el área inicial.

10. Estima el área de los siguientes polígonos irregulares:



Primero realizamos el área del rectángulo que forma el cuerpo de la flecha:



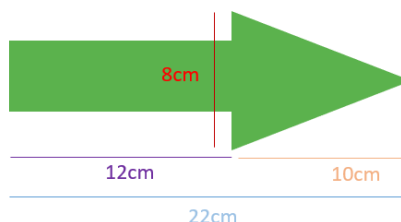
Para averiguar el lado del rectángulo, observamos que la altura total de la figura es de 8 cm, como la base de la flecha mide 1 cm a cada lado, podemos averiguar la altura del rectángulo:

$$8\text{ cm} - 1\text{ cm} - 1\text{ cm} = 6\text{ cm}$$

El área del rectángulo es: $A = \text{base} \cdot \text{altura}$

$$A = 12\text{ cm} \cdot 6\text{ cm} \quad A = 72\text{ cm}^2$$

Ahora calculamos el área de la punta de la flecha:



Como vemos en la figura anterior, si el largo total de la figura es de 22 cm y el del rectángulo es de 12 cm, podemos averiguar la altura del triángulo como:

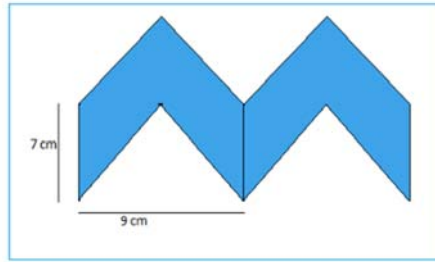
$$22\text{ cm} - 12\text{ cm} = 10\text{ cm}$$

Y así calcularemos el área del triángulo: $A = \frac{b \cdot h}{2}$

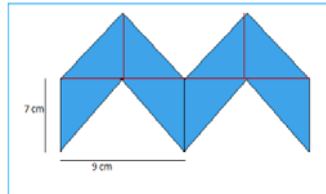
$$A = \frac{8\text{ cm} \cdot 10\text{ cm}}{2} \quad A = \frac{80\text{ cm}^2}{2} \quad A = 40\text{ cm}^2$$

Con el área del rectángulo y el área del triángulo, podemos calcular el área total sumándolas:

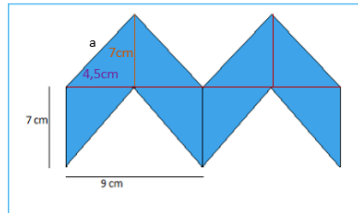
$$72\text{ cm}^2 + 40\text{ cm}^2 = 112\text{ cm}^2$$



Para hallar el área de esta figura, tenemos que descomponerla en 8 triángulos iguales, tal y como se observa a continuación:



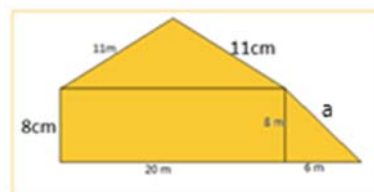
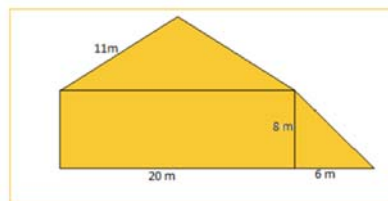
De cada triángulo conocemos dos medidas: 7cm y 4,5cm



De esta forma, podemos calcular el área de un triángulo y multiplicarlo por 8:

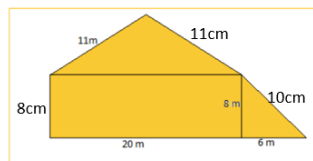
$$A = \frac{7\text{cm} \cdot 4,5\text{cm}}{2} \quad A = \frac{31,5\text{cm}^2}{2} \quad A = 15,75\text{cm}^2 \quad A = 15,75\text{cm}^2 \cdot 8 \quad A = 126\text{cm}^2$$

11. Estima el perímetro del polígono de la figura:



En esta nueva figura hemos añadido las medidas de todos los lados. Solo nos quedaría calcular el valor de a. Para hallarlo, utilizaremos el Teorema de Pitágoras:

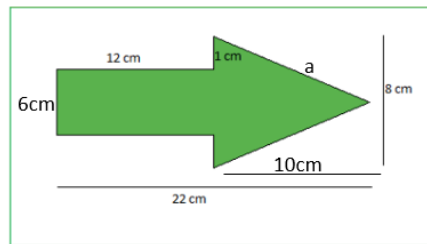
$$a^2 = b^2 + c^2, \quad a^2 = 8^2 + 6^2, \quad a^2 = 64 + 36, \quad a^2 = 100, \quad a = \sqrt{100}, \quad a = 10$$



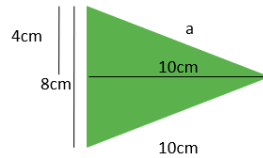
Para calcular el perímetro sumaremos todos sus lados:

$$P = 11\text{cm} + 11\text{cm} + 10\text{cm} + 6\text{cm} + 20\text{cm} + 8\text{cm} \quad P = 66\text{cm}$$

12. Estima el perímetro de los polígonos de la actividad 10:



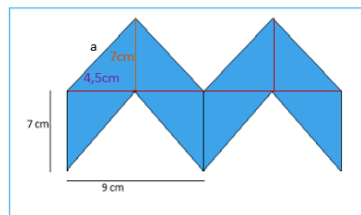
Para hallar el perímetro de esta figura solo nos quedaría hallar el valor de a . Para calcularlo, aplicaremos Pitágoras:



$$a^2 = b^2 + c^2, \quad a^2 = 10^2 + 4^2, \quad a^2 = 100 + 16, \quad a^2 = 116, \quad a = \sqrt{116}, \quad a = 10,8\text{cm}$$

Por lo tanto, el **perímetro** sería:

$$P = 12\text{cm} + 1\text{cm} + 10,8\text{cm} + 10,8\text{cm} + 1\text{cm} + 12\text{cm} + 6\text{cm}, \quad \mathbf{P = 53,6\text{cm}}$$



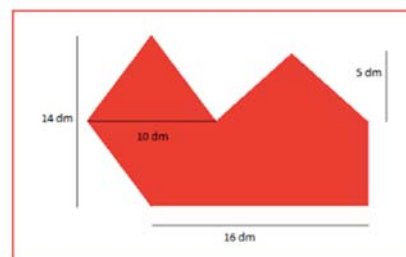
Para averiguar cuánto mide el lado que nos falta, podemos aplicar el Teorema de Pitágoras:

$$a^2 = b^2 + c^2, \quad a^2 = 7^2 + 4,5^2, \quad a^2 = 49 + 20,25, \quad a^2 = 69,25, \quad a = \sqrt{69,25}, \quad a = 8,32\text{cm}$$

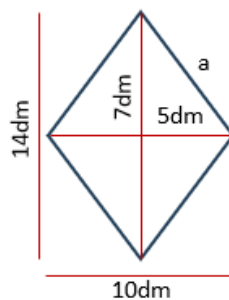
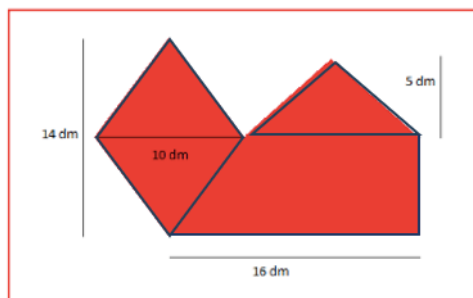
De tal forma, el perímetro será:

$$P = 8,32\text{cm} \cdot 8 + 7\text{cm} \cdot 2, \quad P = 66,56\text{cm} + 14\text{cm} \quad \mathbf{P = 80,56\text{cm}}$$

13. Estima el perímetro del polígono de la figura:



Para calcular el perímetro de la figura tendremos que desglosarla en tres figuras diferentes: un rombo, un trapecio rectángulo y un triángulo.



Para hallar cuanto mide el lado del rombo, dividimos el rombo en 4 triángulos y aplicamos el Teorema de Pitágoras:

$$a^2 = 5^2 + 7^2, \quad a^2 = 25 + 49, \quad a^2 = 74, \quad a = \sqrt{74}, \quad a = 8,6dm$$

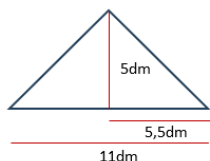
A continuación, hallamos la altura del trapecio rectángulo. Como la altura total de la figura es de 14dm y nos indican que la altura del triángulo es de 5dm, sabemos que la altura del trapecio es de 14dm – 5dm:

$$14dm - 5dm = 9dm$$

Por último, nos queda hallar dos lados del triángulo. Para hallar la base nos fijaremos en el trapecio. Su base mayor mide 16dm y su base menor medirá 16dm menos la mitad de la diagonal menor del rombo, es decir, 5dm:

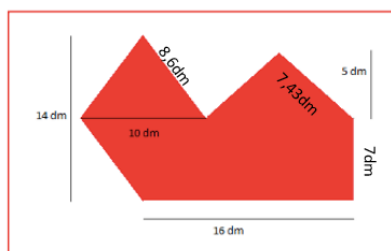
$$16dm - 5dm = 11dm$$

Ahora aplicaremos el Teorema de Pitágoras:



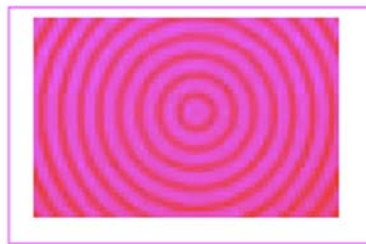
$$a^2 = 5,5^2 + 5^2, \quad a^2 = 30,25 + 25, \quad a^2 = 55,25dm, \quad a = \sqrt{55,25}, \quad a = 7,43dm$$

Ahora que conocemos todos los lados que nos faltan, calculamos el perímetro:



$$P = 8,6dm + 8,6dm + 8,6dm + 7,43dm + 7,43dm + 7dm + 16dm, \quad P = 63,66$$

14. Las circunferencias de tamaño real de la ilustración del margen tienen como radio, la menor 2 cm, la un poco más oscura siguiente 2.5 cm, la clara siguiente 3.5 cm, y así, aumenta unas veces medio centímetro y otras, un centímetro. Calcula las longitudes de las 10 primeras circunferencias.



La longitud de una circunferencia tiene como fórmula:

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r$$

1. Radio = 2cm , $L = 2 \cdot \pi \cdot 2cm$, $L = 12,56cm$

2. Radio = 2,5cm , $L = 2 \cdot \pi \cdot 2,5cm$, $L = 15,71cm$

3. Radio = 3,5cm , $L = 2 \cdot \pi \cdot 3,5cm$, $L = 21,99cm$

4. Radio = 4cm , $L = 2 \cdot \pi \cdot 4cm$, $L = 25,13cm$

5. Radio = 5cm , $L = 2 \cdot \pi \cdot 5cm$, $L = 31,42cm$

6. Radio = 5,5cm , $L = 2 \cdot \pi \cdot 5,5cm$, $L = 34,56cm$

7. Radio = 6,5cm , $L = 2 \cdot \pi \cdot 6,5cm$, $L = 40,84cm$

8. Radio = 7cm , $L = 2 \cdot \pi \cdot 7cm$, $L = 43,98$

9. Radio = 8cm , $L = 2 \cdot \pi \cdot 8cm$, $L = 50,27cm$

10. Radio = 8,5cm , $L = 2 \cdot \pi \cdot 8,5cm$, $L = 53,41cm$

15. Busca 3 objetos redondos, por ejemplo, un vaso, una taza, un plato, una botella... y utiliza una cinta métrica para medir su longitud. Mide también su diámetro. Calcula su cociente. Anota las aproximaciones de π que hayas obtenido.

Plato → Longitud 12cm, diámetro 4,5cm

$12 : 4,5 = 3,1578$, 3,1578 será la aproximación de π .

Botella → Longitud 8cm, diámetro 2,5cm

$8 : 2,5 = 3,2$, 3,2 será la aproximación de π .

Fuente → Longitud 21cm, diámetro 6,3cm

$21 : 6,3 = 3,333$, 3,333 será la aproximación de π .

16. La Tierra es aproximadamente una esfera de radio 6.379 km. ¿Cuánto mide el Ecuador?

$$r = 6.379 \text{ km}$$

Tendremos que calcular la longitud: $L = 2 \cdot \pi \cdot 6.379 \text{ km}$ $L = 40.080 \text{ km}$

17. Antiguamente se definía un metro como: “la diez millonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre que pasa por París”. Según esta definición, ¿cuánto mide (en metros) el diámetro terrestre?

Metro = diez millonésima parte = 10^{-7} , del cuadrante del meridiano que es la cuarta parte de la longitud de la circunferencia, es decir, un cuadrante es 10^7 metros. La circunferencia tiene 4 cuadrantes, por lo que la longitud será: $4 \cdot 10^7$

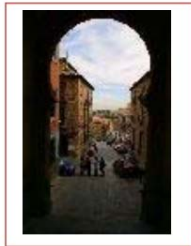
La longitud de una circunferencia tiene por fórmula:

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r \quad \text{o} \quad L = \pi \cdot d$$

$$4 \cdot 10^7 = \pi \cdot d \quad , \quad d = \frac{4 \cdot 10^7}{\pi} \quad , \quad d = 12.732.365,67 \text{ m}$$

El diámetro terrestre medirá 12.732.365,67 m

18. Hemos medido la distancia entre los pilares del arco de la figura que es de 8,4 m. ¿Cuál es la longitud del arco?



tud del arco?

La distancia entre los pilares es 8,4m, que corresponde al diámetro de la circunferencia, por lo que su radio será $8,4 \text{ m} : 2 = 4,2 \text{ m}$.

$$L = 2 \cdot \pi \cdot 4,2 \text{ m} \quad , \quad L = 26,376 \text{ m}$$

19. Un faro gira describiendo un arco de 170° . A una distancia de 5 km, ¿cuál es la longitud del arco de circunferencia en el que se ve la luz?

Para hallar la longitud aplicamos la fórmula del arco de circunferencia:

$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha}{360^\circ}$$

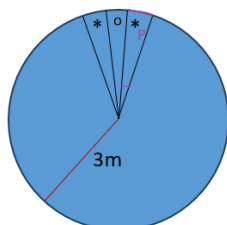
$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 170^\circ}{360^\circ} \quad , \quad L = \frac{5338}{360} \quad L = 14,82 \text{ km}$$

20. El radio de la circunferencia exterior del rosetón de la figura es de 3 m, y la de la siguiente figura es



de 2,5 m.

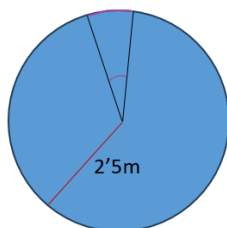
a) Calcula la longitud del arco que hay en la greca exterior entre dos figuras consecutivas.



Hay 32 figuras: $\frac{360}{32} = 11^{\circ}15' \rightarrow 11,25^{\circ}$

$$l = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 11,25^{\circ}}{360^{\circ}} \quad , \quad l = 0,589m \quad , \quad l = 58,9cm$$

b) Calcula la longitud de arco que hay en la siguiente greca entre dos figuras consecutivas.



Hay 16 figuras y los ángulos serán: $2 \cdot 11,25^{\circ} = 22,25^{\circ}$

$$l = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2,5 \cdot 22,25^{\circ}}{360^{\circ}} \quad , \quad l = 0,982m \quad , \quad l = 98,2cm$$

21. Calcula el área encerrada por la circunferencia exterior del rosetón de 3 m de radio.



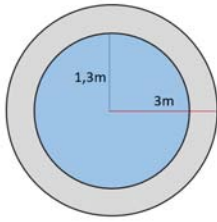
El área de un círculo es: $A = \pi \cdot r^2$

$$A = \pi \cdot 3m^2 \quad , \quad A = 28,26m^2$$

22. Calcula el área encerrada por la circunferencia que rodea a la figura interior sabiendo que su radio es de 1,3 m

$$A = \pi \cdot r^2 \quad , \quad A = \pi \cdot 1,3^2 \quad , \quad A = 5,30m^2$$

23. Dibuja un esquema en tu cuaderno de dicho rosetón y calcula áreas y longitudes



Circunferencia mayor: $L = 2 \cdot \pi \cdot r$, $L = 2 \cdot \pi \cdot 3m$, $L = 18,84m$

$$A = \pi \cdot r^2 \quad , \quad A = \pi \cdot 3m^2 \quad A = 28,26m^2$$

Circunferencia menor: $L = 2 \cdot \pi \cdot r$, $L = 2 \cdot \pi \cdot 1,3m$, $L = 8,164m$

$$A = \pi \cdot r^2 \quad , \quad A = \pi \cdot 1,3^2 \quad , \quad A = 5,30m^2$$

24. Calcula el área de la corona circular de radios 7 y 3 cm.

Recordemos el área de la corona circular: $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$

$$A = \pi \cdot (7cm^2 - 3cm^2) \quad , \quad A = \pi \cdot (49cm^2 - 9cm^2) \quad , \quad A = \pi \cdot 40cm^2 \quad , \quad A = 125,6cm^2$$

25. Calcula el área del sector de corona circular de radios 10 cm y 12 cm y que forma un ángulo de 60°

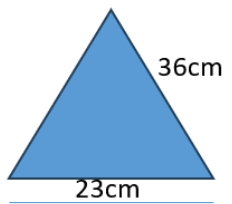
Recordemos que el área del sector de la corona circular es: $A = \frac{\pi(R^2 - r^2) \cdot n}{360^\circ}$

$$A = \frac{\pi(12cm^2 - 10cm^2) \cdot 60^\circ}{360^\circ} \quad , \quad A = \frac{\pi(44cm^2) \cdot 60^\circ}{360^\circ} \quad , \quad A = \frac{\pi(44cm^2) \cdot 60^\circ}{360^\circ}$$

$$A = \frac{138,16cm^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} \quad , \quad A = \frac{8289,6}{360} cm^2 \quad A = 23,02cm^2$$

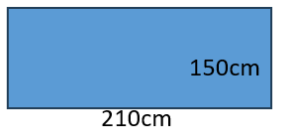
EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Una señal de tráfico tiene forma triangular. Su base mide 23 cm y su altura 36cm. ¿Cuál es el área de la señal de tráfico?



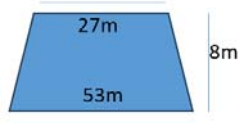
$$A = \frac{b \cdot h}{2} \quad A = \frac{23\text{cm} \cdot 36\text{cm}}{2} \quad A = \frac{828\text{cm}^2}{2} \quad A = 414\text{cm}^2$$

2. La pizarra de una clase tiene 150 cm de altura y 210 cm de base. ¿Cuál es la superficie de la pizarra?



$$A = b \cdot h \quad A = 210\text{cm} \cdot 150\text{cm} \quad A = 31.500\text{cm}^2 = 3,15\text{m}^2$$

3. El tejado de una casa tiene forma de trapecio. La base pegada al techo de la vivienda mide 53 m y la otra base mide 27 m. Sabiendo que la altura del tejado son 8 m, ¿Cuánto mide su área?



$$A = \frac{B+b}{2} \cdot h, \quad A = \frac{53\text{m}+27\text{m}}{2} \cdot 8\text{m} = \frac{80}{2} \cdot 8 = 40 \cdot 8 = 320\text{m}^2$$

4. Se quiere diseñar un posavasos. Puede ser cuadrado de 12 cm de lado o circular de 7 cm de radio. Calcula ambas superficies. A los posavasos se les quiere poner un reborde. ¿Qué longitud de reborde se necesita en cada caso? ¿Cuál es menor? Sólo tenemos 50 cm de reborde, ¿qué cuadrado podemos diseñar y qué posavasos circular? Calcula el área de cada uno.



$$A = L^2 \quad A = 12\text{cm}^2 \quad A = 144\text{cm}^2$$



$$A = \pi \cdot r^2 \quad A = \pi \cdot 7\text{cm}^2 \quad A = \pi \cdot 49\text{cm}^2 \quad A = 153,86\text{cm}^2$$

El perímetro del cuadrado será:

$$P = 4 \cdot L \quad P = 4 \cdot 12\text{cm} \quad P = 48\text{cm}$$

El perímetro del círculo será:

$$P = 2\pi \cdot r \quad P = 2\pi \cdot 7cm \quad P = 43,98cm$$

Para el posavasos cuadrado se necesitarán 48cm y para el circular 43,98cm; por ello observamos que el circular es menor.

Como tenemos 50cm para hacer el reborde, podremos hacerlo a los dos, ya que tienen una longitud menor de 50cm.

Si queremos emplear los 50cm para el posavasos cuadrado, hallaremos lo que medirá el lado:

$$L = 4 \cdot l \quad 50cm = 4 \cdot l \quad l = \frac{50}{4} \quad l = 12,5cm$$

Con esta medida, podremos calcular su área:

$$A = l^2 \quad A = 12,5^2 \quad A = 156,25cm^2$$

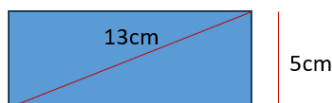
En el caso del círculo procederemos de la siguiente forma:

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r \quad 50 = 2 \cdot \pi \cdot r \quad r = \frac{50}{2 \cdot \pi} \quad r = 7,96cm$$

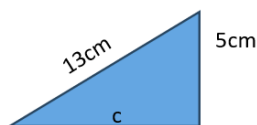
El área será:

$$A = \pi \cdot r^2 \quad A = \pi \cdot 7,96cm^2 \quad A = 198,94cm^2$$

5. ¿Cuál es el área de un rectángulo cuya diagonal mide 13 cm y su altura 5 cm?



Podemos observar que, con las medidas dadas, se forma un triángulo:



Para hallar el lado que nos falta, podemos aplicar el Teorema de Pitágoras:

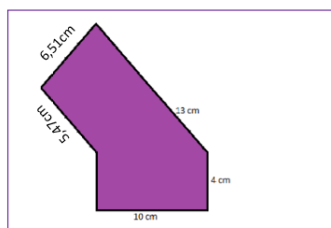
$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 \quad , \quad 13cm^2 = 5cm^2 + c^2 \quad , \quad 13cm^2 = 5cm^2 + c^2 \\ 169cm^2 &= 25cm^2 + c^2 \quad , \quad 169cm^2 - 25cm^2 = c^2 \quad , \quad 144cm^2 = c^2 \\ c &= \sqrt{144cm^2} \quad , \quad c = 12cm \end{aligned}$$

Conociendo ya el valor de c, podemos hallar el área del rectángulo:

$$A = b \cdot h \quad , \quad A = 12cm \cdot 5cm \quad , \quad A = 60cm^2$$

6. Estima el área de los siguientes polígonos irregulares:

Haciendo estos dibujos en Geogebra, podemos poner los diferentes valores que nos faltan, y así con estos valores hallaremos el área de las figuras.

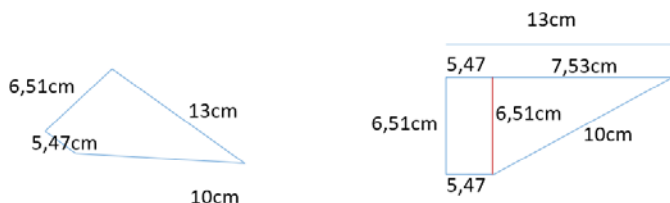


Esta figura la descompondremos en un rectángulo y un trapecio. Comenzaremos con el rectángulo:



$$A = b \cdot h \quad , \quad A = 10\text{cm} \cdot 4\text{cm} \quad , \quad A = 40\text{cm}^2$$

Continuamos con el trapecio. Lo primero que haremos será girarlo tal y como observamos en la figura de la derecha para posteriormente calcular la altura aplicando el Teorema de Pitágoras con el triángulo que se ha formado:



Primero calcularemos el área del rectángulo:

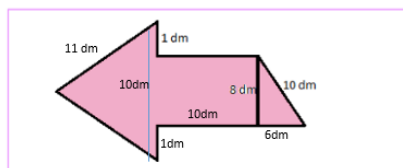
$$A = b \cdot h \quad , \quad A = 5,47\text{cm} \cdot 6,51\text{cm} \quad , \quad A = 35,55\text{cm}^2$$

Ahora calcularemos el área del triángulo:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \quad , \quad A = \frac{7,53\text{cm} \cdot 6,51\text{cm}}{2} \quad , \quad A = \frac{49,02\text{cm}^2}{2} \quad , \quad A = 24,50\text{cm}^2$$

Por último, realizamos la suma de las tres áreas:

$$A = 40\text{cm}^2 + 35,55\text{cm}^2 + 24,50\text{cm}^2 \quad , \quad A = 100,06\text{cm}^2$$



Calculamos primero el área del rectángulo que se forma en el centro de la figura:

$$A = b \cdot h \quad ; \quad A = 10\text{dm} \cdot 8\text{dm} \text{ (el 10 es estimado)} \quad ; \quad A = 80\text{dm}^2$$

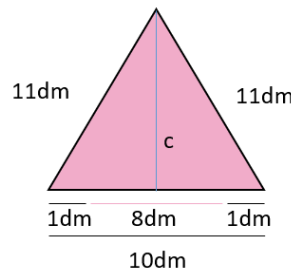
A continuación, calculamos el área del triángulo situado a la derecha del rectángulo:

Por Pitágoras calculamos la base, $8^2 + x^2 = 10^2$; $x^2 = 10^2 - 8^2 = 36$, $x = 6$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \quad A = \frac{6\text{dm} \cdot 8\text{dm}}{2} \quad A = \frac{48\text{dm}^2}{2} \quad A = 24\text{dm}^2$$

Por último, nos queda calcular el área del triángulo que forma la punta de la flecha, pero para eso tenemos que calcular la altura del mismo. Lo haremos con el Teorema de Pitágoras:

Estimamos el lado inclinado con 11 dm



$$a^2 = b^2 + c^2, (11dm)^2 = (5dm)^2 + c^2, 121dm^2 = 25dm^2 + c^2, 121dm^2 - 25dm^2 = c^2$$

$$c^2 = 96dm^2, c = \sqrt{96dm^2}, c = 9,79dm$$

Y ahora, calculamos el área del triángulo:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}, A = \frac{10dm \cdot 9,79dm}{2}, A = \frac{97,9dm^2}{2}, A = 48,95dm^2$$

Por último, sumamos las tres áreas:

$$A = 80dm^2 + 24dm^2 + 48,95dm^2, A = 152,95dm^2$$

7. Calcula la longitud de una circunferencia de radio 7 cm.

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r, L = 2 \cdot \pi \cdot 7cm, L = 43'98cm$$

8. Una circunferencia de 98,27 cm de longitud, ¿qué radio tiene? ¿y qué diámetro?

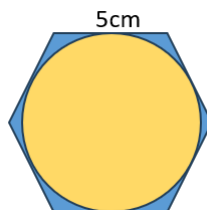
$$L = 2 \cdot \pi \cdot r, 98,27cm = 2 \cdot \pi \cdot r, \frac{98,27cm}{2 \cdot \pi} = r, r = 15'64cm$$

$$Diámetro = 2 \cdot r, Diámetro = 2 \cdot 15,64cm, Diámetro = 31,28cm$$

9. ¿Cuál es la longitud de un arco de circunferencia de 270° si el radio mide 17 cm?

$$L_{arco} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha}{360^\circ}, L_{arco} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 17cm \cdot 270^\circ}{360^\circ}, L_{arco} = 80,07cm$$

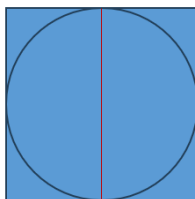
10. Calcula la longitud de una circunferencia inscrita en un hexágono de lado 5 cm.



El hexágono es el único polígono regular en el que se cumple que su lado es igual al radio de la circunferencia inscrita en él. Por lo tanto:

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r, L = 2 \cdot \pi \cdot 5cm, L = 27,21cm$$

11. Calcula la longitud de una circunferencia inscrita en un cuadrado de lado 5 cm

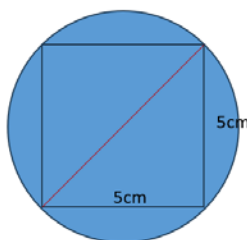


El diámetro de la circunferencia es igual que el lado del cuadrado, por lo tanto, el radio mide la mitad del lado: $5\text{cm} : 2 = 2,5\text{cm}$

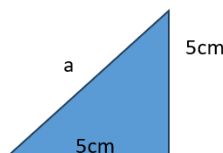
De esta forma podemos calcular la longitud:

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r \quad , \quad L = 2 \cdot \pi \cdot 2,5\text{cm} \quad , \quad L = 15,7\text{cm}$$

12. Calcula la longitud de una circunferencia circunscrita en un cuadrado de lado 5 cm.



La diagonal del cuadrado es igual que el diámetro de la circunferencia. Podemos calcular la diagonal aplicando el Teorema de Pitágoras:



$$a^2 = (5\text{cm})^2 + (5\text{cm})^2 \quad , \quad a^2 = 25\text{cm}^2 + 25\text{cm}^2 \quad , \quad a^2 = 50\text{cm}^2 \quad , \quad c = \sqrt{50\text{cm}^2} \quad , \quad c = 7,07\text{cm}$$

La diagonal mide 7,07cm y el radio medirá la mitad:

$$7,07\text{cm} : 2 = 3,535\text{cm}$$

Teniendo el radio, podremos calcular la longitud:

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r \quad , \quad L = 2 \cdot \pi \cdot 3,535\text{cm} \quad , \quad L = 21,98\text{cm}$$

13. Calcula el área en m^2 de los círculos de radio r igual a:

a) $r = 53 \text{ cm}$

$$53 \text{ cm} = 0,53\text{m} \quad , \quad A = \pi \cdot r^2 \quad , \quad A = \pi \cdot (0,53\text{m})^2 \quad , \quad A = 11,98\text{m}^2$$

b) $r = 9 \text{ m}$

$$A = \pi \cdot r^2 \quad , \quad A = \pi \cdot (9\text{m})^2 \quad , \quad A = 254,34\text{m}^2$$

c) $r = 8,2 \text{ dam}$

$$8,2\text{dam} = 82\text{m} \quad , \quad A = \pi \cdot r^2 \quad , \quad A = \pi \cdot (82\text{m})^2 \quad , \quad A = 21113,36\text{m}^2$$

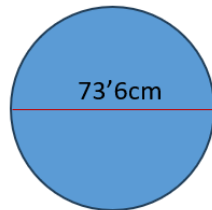
d) $r = 6,2 \text{ dm}$

$$6,2\text{dm}=0,62\text{m} \quad , \quad A = \pi \cdot r^2 \quad , \quad A = \pi \cdot (0,62\text{m})^2 \quad , \quad A = 1,207\text{m}^2$$

14. Calcula el radio de un círculo de área $28,26\text{m}^2$.

$$A = \pi \cdot r^2 \quad , \quad 28,26\text{m}^2 = \pi \cdot r^2 \quad , \quad r = \sqrt{\frac{28,26\text{m}^2}{\pi}} \quad , \quad r = 3\text{m}$$

15. Calcula el área de un círculo de diámetro $73,6\text{ cm}$.



$$D = 2r \quad , \quad r = \frac{73,6\text{m}}{2} \quad , \quad r = 36,8\text{m}$$

$$A = \pi \cdot r^2 \quad , \quad A = \pi \cdot (36,8\text{m})^2 \quad , \quad A = 4252,31\text{m}^2$$

16. Calcula el área de las coronas circulares de radios, respectivamente:

a) $R = 8\text{ m}$; $r = 3\text{ m}$

$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2) \quad , \quad A = \pi \cdot ((8\text{m})^2 - (3\text{m})^2) \quad , \quad A = \pi \cdot (64\text{m}^2 - 9\text{m}^2)$$

$$A = \pi \cdot (55\text{m}^2) \quad , \quad A = 172,7\text{m}^2$$

b) $R = 72\text{ cm}$; $r = 41\text{ cm}$

$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2) \quad , \quad A = \pi \cdot (72^2 - 41^2) \quad , \quad A = \pi \cdot (5184\text{m}^2 - 1681\text{m}^2)$$

$$A = \pi \cdot (3503\text{m}^2) \quad , \quad A = 10999'42\text{m}^2$$

c) $R = 9\text{ m}$; $r = 32\text{ cm}$

$$R = 9\text{m}; r = 0,32\text{m} \quad , \quad A = \pi \cdot (R^2 - r^2) \quad , \quad A = \pi \cdot ((9\text{m})^2 - (0,32\text{m})^2)$$

$$A = \pi \cdot (81\text{m}^2 - 0,1024\text{m}^2) \quad , \quad A = \pi \cdot (80,8976\text{m}^2) \quad , \quad A = 254,01\text{m}^2$$

d) $R = 5\text{ dm}$; $r = 4\text{ cm}$

$$R = 50\text{cm}; r = 4\text{cm} \quad , \quad A = \pi \cdot (R^2 - r^2) \quad , \quad A = \pi \cdot ((50\text{cm})^2 - (4\text{cm})^2)$$

$$A = \pi \cdot (2500\text{cm}^2 - 16\text{cm}^2) \quad , \quad A = \pi \cdot (2484\text{cm}^2) \quad , \quad A = 7799,76\text{cm}^2$$

17. Calcula el área, en cm^2 , de los sectores circulares de radio r y ángulo α siguientes:

a) $r = 6\text{ m}$; $\alpha = 30^\circ$

$$6\text{m} = 600\text{cm} \quad , \quad A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360^\circ} \quad , \quad A = \frac{\pi \cdot (600\text{cm})^2 \cdot 30^\circ}{360^\circ} \quad , \quad A = \frac{\pi \cdot 360000\text{cm}^2 \cdot 30^\circ}{360^\circ} \quad , \quad A = 94.200\text{cm}^2$$

b) $r = 3,7\text{ cm}$; $\alpha = 45^\circ$

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360^\circ} \quad , \quad A = \frac{\pi \cdot (3,7\text{cm})^2 \cdot 45^\circ}{360^\circ} \quad , \quad A = \frac{\pi \cdot 13,69\text{cm}^2 \cdot 30^\circ}{360^\circ} \quad , \quad A = 5,37\text{cm}^2$$

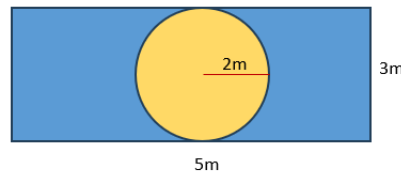
c) $r = 2,7 \text{ dm}$; $\alpha = 60^\circ$

$$2,7 \text{ dm} = 270 \text{ cm} \quad , \quad A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360^\circ} \quad , \quad A = \frac{\pi \cdot (270 \text{ cm})^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} \quad , \quad A = \frac{\pi \cdot 72900 \text{ cm}^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} \quad , \quad A = 38.151 \text{ cm}^2$$

d) $r = 4 \text{ m}$; $\alpha = 90^\circ$

$$4 \text{ m} = 400 \text{ cm} \quad , \quad A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360^\circ} \quad , \quad A = \frac{\pi \cdot (400 \text{ cm})^2 \cdot 90^\circ}{360^\circ} \quad , \quad A = \frac{\pi \cdot 160000 \text{ cm}^2 \cdot 90^\circ}{360^\circ} \quad A = 125.600 \text{ cm}^2$$

18. En una habitación rectangular de lados 3 y 5 m, cubrimos un trozo con una alfombra circular de radio 2m, ¿qué parte de suelo queda sin cubrir?



Calcularemos el área del rectángulo y el área del círculo. Luego restaremos ambas áreas y el resultado será la parte de la habitación que queda por cubrir.

$$A = b \cdot h \quad , \quad A = 5 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} \quad , \quad A = 15 \text{ m}^2$$

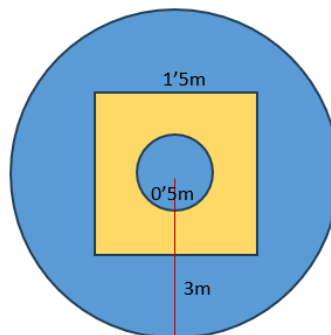
$$A = \pi \cdot r^2 \quad , \quad A = \pi \cdot (2 \text{ m})^2 \quad , \quad A = 12,56 \text{ m}^2$$

$$15 \text{ m}^2 - 12,56 \text{ m}^2 = 2,44 \text{ m}^2 \quad , \quad \text{Solución: } 2,44 \text{ m}^2 \text{ se quedan sin cubrir.}$$

19. Dibuja en tu cuaderno el diseño de tapiz del margen de forma que el lado del cuadrado pequeño oscuro sea de 1 cm, el lado del cuadrado de borde amarillo, de 3 cm, y el borde del cuadrado de fondo rojo, de 6 cm. Estima el área del círculo rojo, del círculo oscuro, de la figura en rojo y de las líneas amarillas.

Actividad manipulativa.

20. En una alfombra circular de 3 m de diámetro ha caído en el centro una mancha de medio metro de radio. a) ¿Qué área ocupa la parte limpia de la alfombra? b) Tapamos la mancha con otra alfombra cuadrada de 1.5 m de lado, ¿qué área de la alfombra circular queda sin tapar?



Haremos el área de la corona circular y el resultado será la parte de la alfombra que queda limpia:

$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2) \quad , \quad A = \pi \cdot ((3m)^2 - (0,5m)^2) \quad , \quad A = \pi \cdot 8,75m^2 \quad , \quad A = 27,475m^2$$

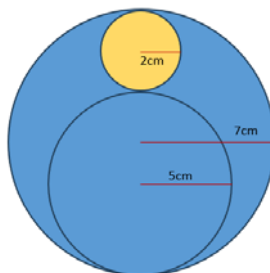
Para saber que parte de la alfombra queda sin tapar después de poner la alfombra cuadrada, calcularemos el área del círculo mayor y le restaremos el área del cuadrado.

$$A = \pi \cdot r^2 \quad , \quad A = \pi \cdot (3m)^2 \quad , \quad A = 28,26m^2$$

$$A = l^2 \quad , \quad A = (1,5m)^2 \quad , \quad A = 2,25m^2$$

$$A = 28,26m^2 - 2,25m^2 = 26,01m^2 \quad , \quad \text{Solución: } 26,01m^2 \text{ se quedan sin cubrir.}$$

21. En un círculo cortamos dos círculos tangentes interiores de radios 5 y 2 cm, ¿qué área queda sin cortar?



Calcularemos el área de los dos círculos interiores y la sumamos. Calculamos el área del círculo mayor y le restamos la suma anterior. El resultado será la parte que queda sin cortar.

$$A = \pi \cdot r^2 \quad , \quad A = \pi \cdot (2cm)^2 \quad , \quad A = 12,56cm^2$$

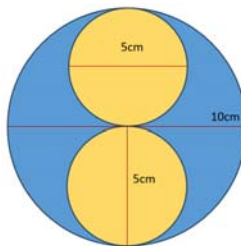
$$A = \pi \cdot r^2 \quad , \quad A = \pi \cdot (5cm)^2 \quad , \quad A = 78,5cm^2$$

$$A = \pi \cdot r^2 \quad , \quad A = \pi \cdot (7cm)^2 \quad , \quad A = 153,86cm^2$$

$$12,56cm^2 + 78,5cm^2 = 91,06cm^2 \quad , \quad 153,86cm^2 - 91,06cm^2 = 62,8cm^2$$

Solución: 62'8cm² se quedan sin recortar.

22. Utiliza la calculadora o GeoGebra para resolver el siguiente problema: Tenemos un círculo de diámetro 10 cm, y dentro de él, recortamos otros dos círculos. ¿Cuánto deben medir sus diámetros para que el área restante coincida con la recortada?



Calcularemos el área del círculo mayor:

$$A = \pi \cdot r^2 \quad , \quad A = \pi \cdot (5cm)^2 \quad , \quad A = 78,5cm^2$$

Para que el área restante al recortar los dos círculos coincida con el área de los círculos, debemos

poner que el diámetro de estos sea de 5cm cada uno.

Ahora calculamos el área de uno de los círculos pequeños y posteriormente lo multiplicaremos por dos ya que tenemos dos círculos:

$$A = \pi \cdot r^2, \quad A = \pi \cdot (2,5\text{cm})^2, \quad A = 19,625\text{cm}^2, \quad 19,625\text{cm}^2 \cdot 2 = 39,25\text{cm}^2$$

Ahora restamos las áreas de los círculos pequeños al área del círculo mayor:

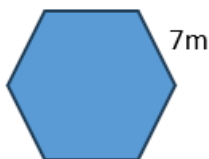
$$78,5\text{cm}^2 - 39,25\text{cm}^2 = 39,25\text{cm}^2$$

Como podemos observar, el área restante del círculo mayor y el área de los dos círculos pequeños coincide.

AUTOEVALUACIÓN

1. El lado de un hexágono regular mide 7 m, entonces su perímetro mide:

a) 4,2 dam b) 42 m² c) 42 m d) 42000 cm

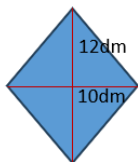


$$P = 6 \cdot l \quad , \quad P = 6 \cdot 7m \quad , \quad P = 42m$$

La respuesta correcta es la c)

2. El rombo de diagonales 12 dm y 10 dm tiene como área:

a) 62 dm² b) 11 dm² c) 60 dm² d) 67 dm²

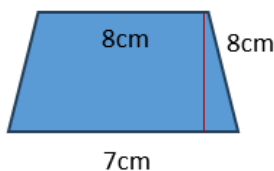


$$A = \frac{D \cdot d}{2} \quad , \quad A = \frac{12dm \cdot 10dm}{2} \quad , \quad A = \frac{120dm^2}{2} \quad , \quad A = 60dm^2$$

La respuesta correcta es la c)

3. El trapecio de bases 7 cm y 5 cm y altura 8 cm, tiene como área:

a) 60 cm² b) 48 cm² c) 50 cm² d) 40 cm²

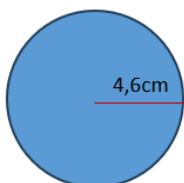


$$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2} \quad , \quad A = \frac{(7cm+5cm) \cdot 8cm}{2} \quad , \quad A = \frac{12cm \cdot 8cm}{2} \quad , \quad A = \frac{96cm^2}{2} \quad , \quad A = 48cm^2$$

La respuesta correcta es la b)

4. La longitud de la circunferencia de radio 4,6 cm mide aproximadamente:

a) 0,2 m b) 30 cm c) 28,9 cm d) 25,7 cm



$$L = 2 \cdot \pi \cdot r \quad , \quad L = 2 \cdot \pi \cdot 4,6cm \quad , \quad L = 28,88cm$$

La respuesta correcta es la c)

5. La longitud del arco de circunferencia de radio 27.4 m que abarca un arco de 30° mide aproximadamente:

- a) 28,6 m b) 100 cm c) 28,9 cm d) 14,34 m



$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha}{360^\circ}, \quad L = \frac{2 \cdot \pi \cdot 27,4m \cdot 30^\circ}{360^\circ}, \quad L = 14,33m$$

La respuesta correcta es la d)

6. El área del círculo de radio 83,6 m mide aproximadamente:

- a) 2,19 hm² b) 234 dam² c) 295413344 cm² d) 0,2 km²

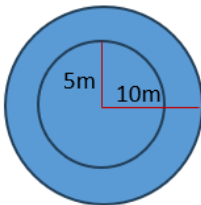


$$A = \pi \cdot r^2, \quad A = \pi \cdot (83,6m)^2, \quad A = 21945,33m^2 = 2,194533hm^2$$

La respuesta correcta es la a)

7. El área de la corona circular de radios 10 y 5 m mide aproximadamente:

- a) 23550 cm² b) 235,5 m² c) 235 m d) 0,2 km²



$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2), \quad A = \pi \cdot ((10m)^2 - (5m)^2)$$

$$A = \pi \cdot (100m^2 - 25m^2), \quad A = \pi \cdot 75m^2, \quad A = 235,5m^2$$

La respuesta correcta es la b)

8. La longitud de la semicircunferencia de radio 7,3 cm mide aproximadamente:

- a) 0,3 m b) 45,8 cm c) 22,922 cm d) 25,7 cm

La fórmula de la longitud de un arco de circunferencia es:

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r$$

Como nos pide la longitud de una semicircunferencia: $L = \pi \cdot r$

$$L = \pi \cdot 7,3cm, \quad L = 22,922cm$$

La respuesta correcta es la c)

9. La longitud del arco de circunferencia de radio 9,2 m que abarca un arco de 60° mide aproximadamente:

- a) 9,3421 m b) 10 m c) 976 cm d) 9,6 m

$$L = \frac{\alpha}{180^\circ} \cdot \pi \cdot r \quad , \quad L = \frac{60^\circ}{180^\circ} \cdot \pi \cdot 9,2m \quad , \quad L = 9,6m$$

La respuesta es la d)

10. El área del sector circular de radio 83,6 m que abarca un arco de 45° mide aproximadamente:

- a) 2.172 hm² b) 231 dam² c) 2 744 5581 cm² d) 273 m²

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360^\circ} \quad , \quad A = \frac{\pi \cdot (83,6m)^2 \cdot 45^\circ}{360^\circ} \quad A = 2744,564592m^2 = 27\,445\,645,92cm^2$$

La respuesta correcta es la c)

1º ESO

Capítulo 10: Magnitudes proporcionales. Porcentajes Respuestas a los ejercicios y problemas

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-072022

Fecha y hora de registro: 2015-08-13 18:28:37.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



www.apuntesmareaverde.org.es



Realizados por:

Alba Alcalá Vidal

Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

IES ATENEA, CIUDAD REAL

Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

ACTIVIDADES PROPUESTAS

- 1. Tres personas gastan 150 litros de agua diariamente. ¿Cuál es la razón entre los litros consumidos y el número de personas? ¿Cuál es la razón entre las personas y los litros consumidos?**

Recordemos que la razón, en Matemáticas, es una comparación entre los valores de dos variables. En este caso, la razón entre los litros consumidos y el número de personas será:

$$\frac{150 \text{ litros}}{3 \text{ personas}}$$

La razón entre las personas y los litros será:

$$\frac{3 \text{ personas}}{150 \text{ litros}}$$

La razón entre litros de agua y personas es:

$$150 : 3 = 50 \text{ litros por persona}$$

- 2. Seis kilos de naranjas costaron 6,90 €. Expresa la razón entre kilos y euros.**

La razón entre kilos y euros es la siguiente:

$$\frac{6 \text{ kilos}}{6,90 \text{ €}}$$

- 3. La razón entre dos magnitudes es 56. Escribe un ejemplo de los valores que pueden tener estas dos magnitudes.**

Como sabemos que la razón es 56, tenemos que encontrar dos números que, al dividirlos, nos de 56. Por ejemplo:

$$560 : 10 = 56$$

Los números serían: 560 y 10.

- 4. Completa las siguientes proporciones:**

a) $\frac{18}{12} = \frac{30}{x}$

$$18 \cdot x = 12 \cdot 30$$

$$18 \cdot x = 360$$

$$x = \frac{360}{18}$$

$$x = 20$$

Podemos comprobar que la razón de proporcionalidad es la misma:

$$18 : 12 = 1,5$$

$$30 : 20 = 1,5$$

b) $\frac{0,4}{x} = \frac{6}{9}$

$$0,4 \cdot 9 = x \cdot 6$$

$$3,6 = x \cdot 6$$

$$x = \frac{3,6}{6}$$

$$x = 0,6$$

Podemos comprobar que la razón de proporcionalidad es la misma:

$$0,4 : 0,6 = 0,6667$$

$$6 : 9 = 0,6667$$

c) $\frac{x}{7,5} = \frac{3,6}{2,4}$

$$x \cdot 2,4 = 7,5 \cdot 3,6$$

$$x \cdot 2,4 = 27$$

$$x = \frac{27}{2,4}$$

$$x = 11,25$$

Podemos comprobar que la razón de proporcionalidad es la misma:

$$11,25 : 7,5 = 1,5$$

$$3,6 : 2,4 = 1,5$$

d) $\frac{0,05}{10} = \frac{x}{300}$

$$0,05 \cdot 300 = 10 \cdot x$$

$$15 = 10 \cdot x$$

$$x = \frac{15}{10}$$

$$x = 1,5$$

Podemos comprobar que la razón de proporcionalidad es la misma:

$$0,05 : 10 = 0,005$$

$$1,5 : 300 = 0,005$$

5. Ordena estos datos para componer una proporción:

a) 12, 3, 40, 10

$$\frac{12}{3} = \frac{40}{10}$$

Es una proporción ya que:

$$12 : 3 = 4$$

$$40 : 10 = 4$$

b) 24, 40, 50, 30

$$\frac{40}{24} = \frac{50}{30}$$

Es una proporción ya que:

$$40 : 24 = 1,66667$$

$$50 : 30 = 1,66667$$

c) 0,36; 0,06; 0,3; 1,8

$$\frac{1,8}{0,36} = \frac{0,06}{0,3}$$

Es una proporción ya que:

$$0,36 : 1,8 = 0,2$$

$$0,06 : 0,3 = 0,2$$

6. Copia en tu cuaderno y completa la tabla sabiendo que la razón de proporcionalidad es 4,5

0,5	7	3	8	20	10	4	3,6
2,25	31,5	13,5	36	90	45	18	16,2

Sabiendo que la razón de proporcionalidad es 4,5; algo que podemos comprobar en la tercera columna:

$$13,5 : 3 = 4,5$$

O lo que es lo mismo:

$$3 \cdot 4,5 = 13,5$$

De esta forma podremos calcular el resto:

$$0,5 \cdot 4,5 = 2,25$$

Y si lo comprobamos:

$$2,25 : 0,5 = 4,5$$

$$7 \cdot 4,5 = 31,5$$

Y si lo comprobamos:

$$31,5 : 7 = 4,5$$

$$36 : 4,5 = 8$$

Y si lo comprobamos:

$$36 : 8 = 4,5$$

$$20 \cdot 4,5 = 90$$

Y si lo comprobamos:

$$90 : 20 = 4,5$$

$$45 : 4,5 = 10$$

Y si lo comprobamos:

$$45 : 10 = 4,5$$

$$18 : 4,5 = 4$$

Y si lo comprobamos:

$$18 : 4 = 4,5$$

$$3,6 \cdot 4,5 = 16,2$$

Y si lo comprobamos:

$$16,2 : 3,6 = 4,5$$

7. Señala de estos pares de magnitudes, las que son directamente proporcionales:

- El tamaño de un recipiente y el número de litros que puede contener
- La edad de una persona y su altura
- El número de pisos que sube un ascensor y las personas que caben en él
- Los kilos de pienso y el número de animales que podemos alimentar
- Las entradas vendidas para un concierto y el dinero recaudado
- El número de calzado y la edad de la persona

- a) El tamaño de un recipiente y el número de litros que puede contener. Cuanto mayor sea el recipiente, más litros podrá contener.
- b) Los kilos de pienso y el número de animales que podemos alimentar. A más cantidad de pienso, más animales podremos alimentar.
- c) Las entradas vendidas para un concierto y el dinero recaudado. A más número de entradas, más dinero se recaudará.

8. Calcula los términos que faltan para completar las proporciones:

a) $\frac{18}{24} = \frac{30}{x}$

$$x = \frac{24 \cdot 30}{18} = 40$$

b) $\frac{25}{100} = \frac{40}{x}$

$$x = \frac{100 \cdot 40}{25} = 160$$

c) $\frac{3,6}{21,6} = \frac{x}{3}$

$$x = \frac{3,6 \cdot 3}{21,6} = 0,5$$

9. Ordena estos valores de manera que formen una proporción directa:

a) 3,9; 0,3; 1,3; 0,1

$$\frac{3,9}{0,3} = \frac{1,3}{0,1} \quad 3,9 \cdot 0,1 = 1,3 \cdot 0,3 \quad 0,39 = 0,39$$

b) 5, 12, 6, 10

$$\frac{6}{12} = \frac{5}{10} \quad 6 \cdot 10 = 12 \cdot 5 \quad 60 = 60$$

c) 18, 4, 0,4; 1,8

$$\frac{4}{0,4} = \frac{18}{1,8} \quad 4 \cdot 1,8 = 0,4 \cdot 18 \quad 7,2 = 7,2$$

¿Hay más de una solución?

Si, se pueden combinar de diferentes formas

10. Un coche gasta 7 litros de gasolina cada 100 km, ¿cuántos litros gastará en un viaje de 825 km?

$$\frac{7 \text{ litros}}{100 \text{ km}} = \frac{x \text{ litros}}{825 \text{ km}}$$

$$x = \frac{7 \cdot 825}{100} = 57,75 \text{ litros de gasolina gastarán}$$

11. En una rifa se han vendido 320 papeletas y se han recaudado 640 euros. ¿A cuánto se vendía cada papeleta? ¿Cuánto habrían recaudado si hubieran vendido 1 000 papeletas?

$$\frac{320 \text{ papeletas}}{1 \text{ papeleta}} = \frac{640\text{€}}{x \text{ €}}$$

$$x = \frac{640}{320} = 2\text{€ es el precio de cada papeleta}$$

$$\frac{320 \text{ papeletas}}{1000 \text{ papeletas}} = \frac{640\text{€}}{x \text{ €}}$$

$$x = \frac{640 \cdot 1000}{320} = 2000\text{€ habrían recaudado vendiendo 1000 papeletas}$$

12. Una paella para 6 personas necesita 750 g de arroz, ¿cuántas personas pueden comer paella si utilizamos 9 kg de arroz?

$$9\text{kg} = 9000\text{gr}$$

$$\frac{6 \text{ personas}}{750 \text{ gr}} = \frac{x \text{ personas}}{9000 \text{ gr}}$$

$$x = \frac{6 \cdot 9000}{750} = 72$$

Tendremos arroz para 72 personas

13. Tres camisetas nos costaron 24,90 €, ¿cuánto pagaremos por 11 camisetas iguales?

Dividimos el precio de las camisetas entre las 3 que hemos comprado:

$$24,90\text{€} : 3 = 8,3\text{€}$$

$$\frac{3 \text{ camisetas}}{11 \text{ camisetas}} = \frac{24,90\text{€}}{x}$$

$$x = \frac{24,90 \cdot 11}{3} = 91,3\text{€ pagaremos en total}$$

14. Calcula mentalmente:

a) El 50 % de 190 = **95**

b) el 1 % 360 = **3,6**

c) el 10 % de 200 = **20**

d) el 300 % de 7 = **21**

15. Completa la tabla:

Cantidad inicial	%	Resultado
280	16	44,8
720	15	108
60	140	84
490	60	294

$$\frac{280 \cdot 16}{100} = 44,8$$

$$\frac{720 \cdot x}{100} = 108 \quad ; \quad x = \frac{108 \cdot 100}{720} = 15$$

$$\frac{60 \cdot 140}{100} = 84$$

$$\frac{x \cdot 60}{100} = 294 \quad ; \quad x = \frac{100 \cdot 294}{60} = 490$$

16. En un hotel están alojadas 320 personas. De ellas, 40 son italianas, 120 francesas, 100 son alemanas y el resto rusas. Calcula el % que representa cada grupo sobre el total.

Italianas

$$\frac{320}{40} = \frac{100\%}{x}$$

$$x = \frac{40 \cdot 100}{320} = 12,5\%$$

Francesas

$$\frac{320}{120} = \frac{100\%}{x}$$

$$x = \frac{120 \cdot 100}{320} = 37,5\%$$

Alemanas

$$\frac{320}{100} = \frac{100\%}{x}$$

$$x = \frac{100 \cdot 100}{320} = 31,25\%$$

Rusas

$$320 - 40 - 120 - 100 = 60$$

$$\frac{320}{60} = \frac{100\%}{x}$$

$$x = \frac{60 \cdot 100}{320} = 18,75\%$$

17. Calcula el interés simple que producen 10000 € al 3 % durante 750 días.

$$t = 750 \text{ días} : 30 \text{ días} = 25 \text{ meses}$$

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{120}; \quad I = \frac{10000 \cdot 3 \cdot 25}{120}$$

$$I = 625€$$

18. ¿Qué capital hay que depositar al 1,80 % durante 6 años para obtener un interés simple de 777.6 €?

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}; \quad C = \frac{I \cdot 100}{r \cdot t}; \quad I \cdot 100 = C \cdot r \cdot t$$

$$I \cdot 100 = C \cdot r \cdot t; \quad C = \frac{I \cdot 100}{r \cdot t}; \quad C = \frac{777,6 \cdot 100}{1,80 \cdot 6}$$

$$C = 7200€$$

19. Calcula el capital final obtenido si depositamos en un banco 100 000 euros al 2 % durante un año.

$$C_f = C_i + I; \quad I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}; \quad I = \frac{100.000 \cdot 2 \cdot 1}{100}; \quad I = 2.000€$$

$$C_f = 100.000 + 2.000; \quad C_f = 102.000€$$

20. Calcula el interés simple de un capital de 20 000€ invertidos durante 6 meses al 5 % anual.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1200}; \quad I = \frac{20.000 \cdot 5 \cdot 6}{1200}; \quad I = 500€$$

21. Calcula el capital final obtenido si depositamos en un banco 80 000 euros al 8 % durante 5 meses.

$$C_f = C_i + I; \quad I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1200}; \quad I = \frac{80.000 \cdot 8 \cdot 5}{1200}; \quad I = 2.666,6€$$

$$C_f = C_i + I = 80.000 + 2.666,6 = 82.666,6 €$$

22. Al 5 % de interés compuesto durante 12 años, ¿cuál será el capital final que obtendremos al depositar 39 500 €?

$$C_f = C_i \cdot (1 + r)^n; \quad C_f = 39.500 \cdot (1 + 0,05)^{12}; \quad C_f = 70.936€$$

23. Calcula el ejercicio anterior usando la hoja de cálculo facilitada.

Hoja de Cálculo

24. Teniendo un capital inicial de 50 000€ y un capital final de 52 020 €, ¿cuántos años deben pasar para alcanzar dicho capital final al 2 %?

$$C_f = C_i \cdot (1 + r)^n; \quad 52.020 = 50.000 \cdot (1 + 0,02)^n$$

$$\frac{52.020}{50.000} = (1,02)^n; \quad 1,0404 = (1,02)^n$$

Multiplicamos 1,02•1,02 y nos da 1,0404, por lo que la n valdrá 2. Por tanto, el tiempo que el capital está invertido es de dos años.

25. Se depositan 2 500 en un banco que reconoce una tasa de interés del 15 % anual, capitalizable diariamente. ¿Cuál será el capital final acumulado en 2 años?

$$C_f = C_i \cdot (1 + r)^n; \quad C_f = 2.500 \cdot (1 + 0,15)^2$$

$$C_f = 3306,25\text{€}$$

26. Si el euro se deprecia frente al dólar, ¿esto es importante, por qué?

Que el euro se deprecie frente al dólar significa que su valor baja con respecto a este, por lo que ahora con un euro podremos comprar menos dólares. Es importante porque los productos exportados se venden por menos y, automática e inmediatamente, los productos importados son más caros.

¿Qué ocurre con el dinero que dan los turistas extranjeros en España?, ¿podrán comprar más o menos en nuestro país?

Los turistas provenientes de países que usan el dólar (u otras monedas que se aprecian frente al euro) encontrarán que su dinero rinde más en Europa, lo cual puede incrementar el turismo

Si el tipo de cambio dólar/euro disminuye desde 1.35 hasta 1.05, ¿qué significa para los europeos?

Si el tipo de cambio del dólar al euro disminuye de 1.35 a 1.05, esto significa que anteriormente 1 euro se intercambiaba por 1.35 dólares y ahora solo se intercambia por 1.05 dólares. En otras palabras, el euro se ha depreciado en relación con el dólar

27. Si el euro se aprecia frente al dólar, ¿esto es importante, por qué?

Un euro más fuerte significa que los productos europeos se vuelven más caros para los compradores en Estados Unidos. Por otro lado, los bienes y servicios importados desde Estados Unidos se vuelven más baratos para los europeos.

¿Qué ocurre con el dinero que dan los turistas extranjeros en España?

Cuando el euro se aprecia frente al dólar, los turistas que vienen de países con monedas más débiles (como el dólar estadounidense) obtienen menos euros por su dinero. Los turistas estadounidenses, por ejemplo, podrán comprar menos bienes y servicios en España con la misma cantidad de dólares. Esto puede desalentar el turismo, ya que España se vuelve un destino más caro. La disminución del turismo puede afectar negativamente a la economía local, especialmente en sectores como la hotelería, restauración y comercio minorista.

Si el tipo de cambio dólar/euro pasa de 1.35 hasta 1.50, ¿qué significa para los europeos?

Si el tipo de cambio del dólar al euro aumenta de 1.35 a 1.50, esto significa que anteriormente 1 euro se intercambiaba por 1.35 dólares y ahora se intercambia por 1.50 dólares. En otras palabras, el euro se ha apreciado en relación con el dólar. Para los europeos, viajar a Estados Unidos o comprar productos en dólares se vuelve más barato. Los productos importados desde EE.UU. serán más baratos

28. Con las equivalencias del cuadro anterior, cambia 1 200 € a libras, soles, bolivianos, yenes y Dirhams.

Libras: $1200\text{€} \cdot 0,86\text{£} = 1.032 \text{ £}$

Soles: $1200\text{€} \cdot 3,6\text{s} = 4320\text{s}$

Bolivianos: $1200\text{€} \cdot 39\text{Bs} = 10.800\text{Bs}$

Yenes: $1200\text{€} \cdot 131\text{¥s} = 157.200\text{¥}$

Dirhams: $1200\text{€} \cdot 11,1\text{MAD} = 13.320\text{MAD}$

29. Con las equivalencias del cuadro anterior, cambia a euros las siguientes cantidades:

a) 390 \$

$$390\$: 1,3 = 300\text{€}$$

b) 4 051.5 مھدر

$$4051,5\text{MAD} : 11,1 = 365\text{€}$$

c) 104 800 ¥ (yenes)

$$104.800\text{¥} : 131 = 800\text{€}$$

d) 5 103 Bs

$$5103\text{Bs} : 9 = 567\text{€}$$

30. Con las equivalencias anteriores. Jessica se quiere comprar una Tablet. En España cuesta 350 €, en Estados Unidos 400 \$ y 60 \$ de transporte, en China 2 700 ¥ y 200 ¥ de transporte. ¿Dónde es más barato comprar la Tablet?

La Tablet cuesta en España 350€.

En EEUU cuesta 460\$.

En China cuesta 2.900¥.

Pasamos los dólares a euros: $460\$: 1,3 = 353,84\text{€}$

Pasamos los yenes a euros: $2.900\text{¥} : 131 = 22,137\text{€}$.

Podemos comprobar que, a pesar de pagar el transporte, el lugar más barato para comprar la Tablet es China.

31. Con las equivalencias anteriores. Ramiro se comunica regularmente con amigos por internet: John, de Escocia; Irina, de Bolivia y Tayiko de Japón. Quiere comprar una bici que cuesta 200 €. Les quiere decir a cada uno de sus amigos el precio en su moneda nacional. Realiza los cálculos.

Para decirle el precio de la bicicleta a John de Escocia, pasaremos los euros a libras:

$$200\text{€} \cdot 0,86 = 172\text{£}$$

Para Irina de Bolivia haremos:

$$200\text{€} \cdot 9 = 1.800\text{ Bs}$$

Para Tayiko de Japón haremos:

$$200\text{€} \cdot 131 = 26.200\text{¥}$$

32. Escribe cuatro ejemplos en los que se utilicen escalas.

- Para realizar un mapa de carreteras.
- Para realizar el plano de una casa.
- Para realizar la maqueta de un avión.
- Para los mapas de los barcos.

33. La distancia entre Madrid y Burgos es 243 km. En el mapa, la distancia entre ambas ciudades es 8,1 cm, ¿a qué escala está dibujado el mapa?

Si tenemos una distancia en un mapa de por ejemplo 127cm y nos dice que está a escala 1:1.200, al pedirnos la distancia en la realidad haremos:

$$127 \cdot 1200$$

Así obtendremos la distancia pedida. Por esto sabemos que las escalas se harán realidad = mapa • escala.

Por tanto, aquí tendremos:

$$243\text{km Madrid-Burgos} = 24.300.000\text{cm en la realidad}$$

$$8,1\text{cm en el mapa.}$$

$$\text{Haríamos } 243.000.000 = 8,1 \cdot x$$

$$x = \frac{24.300.000}{8,1}; \quad x = 3.000.000$$

La escala sería 1: 3.000.000

34. Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta que la escala aplicada es 1 : 5 000.

Dibujo	Medida real
18cm	900m
60cm	3km
0,008m	40m

$$x = 18 \cdot 5.000 = 90.000 = 900\text{m}$$

$$3\text{km} = x \cdot 5.000; \quad x = \frac{300.000\text{cm}}{5.000}; \quad x = 60\text{cm}$$

$$x = 0,008 \cdot 5.000; \quad x = 40\text{m}$$

35. Calcula la escala correspondiente en cada ejemplo de la tabla:

Dibujo	Medida real	Escala
2,5 cm	800 m	1 : 32.000
4 cm	6,4 hm	1 : 16.000
5 cm	9 km	1 : 180.000

$$800 \text{ m} = 0,025\text{m} \cdot x; \quad x = \frac{800}{0,025}; \quad x = 32.000$$

$$6,4 \text{ hm} = 0,0004 \cdot x; \quad x = \frac{6,4}{0,0004}; \quad x = 16.000$$

$$9 \text{ km} = 0,00005 \cdot x; \quad x = \frac{9}{0,00005}; \quad x = 180.000$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Expresa la razón entre las edades de Jorge, 26 años, y Andrés, 32 años.

Para hallar la razón entre dos números solo tendremos que dividir uno entre otro y el número dado será la razón:

$$\frac{26}{32} = 0,8125$$

2. Expresa la razón entre las 20 personas que acuden a comer un restaurante y los 440 € que se recaudan.

Haremos igual que en ejercicio anterior:

$$\frac{440}{20} = 22 \quad \text{también} \quad \frac{20}{440} = 0,04545$$

3. En un examen de 30 preguntas un estudiante ha contestado 21 bien y 9 mal. Expresa las razones entre estos resultados y el total de las preguntas.

Preguntas bien: $\frac{21}{30} = 0,7$

Preguntas mal: $\frac{9}{30} = 0,3$

4. Copia en tu cuaderno y relaciona las magnitudes de ambas columnas para que cada ejemplo responda a pares de magnitudes directamente proporcionales:

Número de kilos de patatas y	Litros de gasolina necesarios,
Cantidad de agua necesaria y	Personas que viven en un edificio
Dinero disponible y	Vestidos confeccionados
Kilómetros a recorrer y	Número de personas que vienen a comer
Metros de tela y	Prendas que podemos comprar

Número de kilos de patatas y número de personas que vienen a comer.

Cantidad de agua necesaria y personas que viven en un edificio.

Dinero disponible y prendas que podemos comprar.

Kilómetros a recorrer y litros de gasolina necesarios.

Metros de tela y vestidos confeccionados.

5. Con estas seis magnitudes debes elaborar tres razones:

Número de personas, horas, cantidad de leche, litros de refresco, distancia entre dos ciudades, número de vacas.

1. Número de personas - litros de refrescos.

2. Cantidad de leche - número de vacas.

3. Distancia entre dos ciudades - horas.

6. Calcula el cuarto término de las siguientes proporciones:

a) $\frac{36}{20} = \frac{45}{x}$; $x = \frac{20 \cdot 45}{36}$; $x = 25$

b) $\frac{12,6}{x} = \frac{0,2}{0,5}$; $x = \frac{12,6 \cdot 0,5}{0,2}$; $x = 31,5$

c) $\frac{1}{0,25} = \frac{x}{3}$; $x = \frac{1 \cdot 3}{0,25}$; $x = 12$

d) $\frac{x}{2} = \frac{35}{5}$; $x = \frac{35 \cdot 2}{5}$; $x = 14$

7. Esta receta es para 4 personas. Elabora dos recetas similares para 6 personas y para 15 personas:

ARROZ CON VERDURAS

380 g de arroz
1 kg de tomate triturado
800 g de calabacín
3 dientes de ajo
120 cl de aceite
1 kg champiñón
1/2 kg pimientos rojos y verdes



Ingredientes	4p	6p	15p
Arroz	380 g	570 g	1.425 g
Tomate	1.000 g	1.500 g	3.750 g
Cañabacín	800 g	1.200 g	3.000 g
Dientes de ajo	3	4,5	11,25
Aceite	120 cl	180 cl	450 cl
Champiñón	1.000 g	1.500 g	3.750 g
Pimientos	500 g	750 g	1.87

Arroz

$$\frac{4}{380} = \frac{6}{x}; x = \frac{380 \cdot 6}{4}; x = 570$$

$$\frac{4}{380} = \frac{15}{x}; x = \frac{380 \cdot 15}{4}; x = 1.425$$

Tomate

$$\frac{4}{1.000} = \frac{6}{x}; x = \frac{1.000 \cdot 6}{4}; x = 1.500$$

$$\frac{4}{1.000} = \frac{15}{x}; x = \frac{1.000 \cdot 15}{4}; x = 3.750$$

Calabacín

$$\frac{4}{800} = \frac{6}{x}; x = \frac{800 \cdot 6}{4}; x = 1.200$$

$$\frac{4}{800} = \frac{15}{x}; x = \frac{800 \cdot 15}{4}; x = 3.000$$

Diente de ajo

$$\frac{4}{3} = \frac{6}{x}; x = \frac{3 \cdot 6}{4}; x = 4,5$$

$$\frac{4}{3} = \frac{15}{x}; x = \frac{3 \cdot 15}{4}; x = 11,25$$

Aceite

$$\frac{4}{120} = \frac{6}{x}; x = \frac{120 \cdot 6}{4}; x = 180$$

$$\frac{4}{120} = \frac{15}{x}; x = \frac{120 \cdot 15}{4}; x = 450$$

Champiñón

$$\frac{4}{1000} = \frac{6}{x}; x = \frac{1000 \cdot 6}{4}; x = 1500$$

$$\frac{4}{1.000} = \frac{15}{x}; x = \frac{1.000 \cdot 15}{4}; x = 3.750$$

Pimientos

$$\frac{4}{500} = \frac{6}{x}; x = \frac{500 \cdot 6}{4}; x = 750$$

$$\frac{4}{500} = \frac{15}{x} ; x = \frac{500 \cdot 15}{4} ; x = 1875$$

8. Completa la tabla de proporcionalidad directa:

Distancia	Litros
100	6,5
240	15,6
800	52
360	23,4
40	2,6

$$\frac{100}{6,5} = \frac{240}{x} ; x = \frac{240 \cdot 6,5}{100} ; x = 15,6$$

$$\frac{240}{15,6} = \frac{x}{52} ; x = \frac{240 \cdot 52}{15,6} ; x = 800$$

$$\frac{800}{52} = \frac{360}{x} ; x = \frac{52 \cdot 360}{800} ; x = 23,4$$

$$\frac{360}{23,4} = \frac{x}{2,6} ; x = \frac{360 \cdot 2,6}{23,4} ; x = 40$$

9. Una lata de mejillones de 200 g vale 2.40 €. Otra lata de 700 g se vende a 7.20 €, ¿cuál de las dos es proporcionalmente más barata?

Haremos las dos proporciones y se verá cuál es más barata:

$$\frac{2,40}{200} = 0,012 \text{ €/kg}$$

$$\frac{7,20}{700} = 0,010 \text{ €/kg}$$

La segunda opción es más barata

10. ¿Cuánto dinero nos costarán 6 ordenadores sabiendo que 56 ordenadores han costado 28 000 €?

Haremos una proporción directa ya que sabemos que menos ordenadores nos costará menos dinero.

$$\frac{6}{x} = \frac{56}{28.000} ; x = \frac{6 \cdot 28.000}{56} ; x = 3.000 \text{ €}$$

Los 6 ordenadores nos costarán 3 000€

11. Cálculo Mental

$$3\% \text{ de } 40 = \frac{3 \cdot 40}{100} = 1,2$$

$$20 \% \text{ de } 800 = \frac{20 \cdot 800}{100} = 160$$

$$12 \% \text{ de } 700 = \frac{12 \cdot 700}{100} = 84$$

$$3 \% \text{ de } 120 = \frac{3 \cdot 120}{100} = 3,6$$

$$25 \% \text{ de } 300 = \frac{25 \cdot 300}{100} = 75$$

$$15 \% \text{ de } 60 = \frac{15 \cdot 60}{100} = 9$$

$$150 \% \text{ de } 30 = \frac{150 \cdot 30}{100} = 45$$

$$200 \% \text{ de } 2 = \frac{200 \cdot 2}{100} = 4$$

12. Completa mentalmente:

a) El% de 30 es 3

10%

Sabemos que el porcentaje de un número se halla multiplicando el porcentaje por ese número y dividiendo por 100.

$$\frac{x\% \cdot 30}{100} = 3 ; x\% = \frac{3 \cdot 100}{30} ; x = 10\%$$

b) El% de 500 es 250

50%

$$\frac{x\% \cdot 500}{100} = 250 ; x\% = \frac{250 \cdot 100}{500} ; x = 50\%$$

c) El% de 400 es 4

1%

$$\frac{x\% \cdot 400}{100} = 4 ; x\% = \frac{400 \cdot 4}{500} ; x = 1\%$$

d) El 20 % de es 8

40

$$\frac{20 \cdot x}{100} = 8 ; x = \frac{8 \cdot 100}{20} ; x = 40$$

e) El 75 % de es 30

40

$$\frac{75 \cdot x}{100} = 30 ; x = \frac{30 \cdot 100}{75} ; x = 40$$

f) El 150 % de es 60

40

$$\frac{150 \cdot x}{100} = 60 ; x = \frac{100 \cdot 60}{150} ; x = 40$$

13. Calcula el 300 % del 10 % de 480.

Primero haremos el 10% de 480

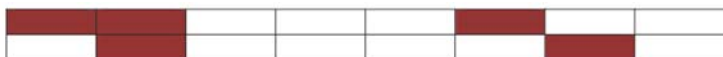
$$\frac{10 \cdot 480}{100} = 48$$

Ahora el 300% de 48

$$\frac{300 \cdot 48}{100} = 144$$

El resultado es 144.

14. ¿Qué porcentaje ocupan los cuadros oscuros?



Tenemos 16 cuadros y hay 5 coloreados, por lo que haríamos el % de 16, con resultado 5:

$$x\% \text{ de } 16 = \frac{x\% \cdot 16}{100} = 5 ; x = \frac{5 \cdot 100}{16} ;$$

$$x = 31,25\%$$

Los cuadrados coloreados representan el 31,25%.

15. Copia esta tabla en tu cuaderno y colorea un porcentaje que represente el 40 %.

Tenemos 10 cuadrados, por lo que el 40% será:

$$\frac{40\% \cdot 10}{100} = 4$$



16. Rosana gasta el 15 % de su dinero y Marta gasta el 50 % del suyo. Sin embargo Marta ha gastado menos dinero que Rosana, ¿cómo es posible?

Rosana gasta el 15% de su dinero:

$$15\% \text{ de } x = a \text{ lo gastado}$$

Si suponemos que tiene 100€, tendríamos: $\frac{15\% \cdot 100}{100} = 15€$; Rosana gasta 15€.

Marta gasta el 50% de su dinero, si suponemos que tiene 10€, tendríamos: $\frac{50\% \cdot 100}{10} = 5€$.

Por tanto, aunque Marta haya gastado el 50% de su dinero, ha gastado menos que Rosana.

17. Completa la tabla:

%	Cantidad	Resultado
---	----------	-----------

45	1024	460,8
500	23	115
18	900	162

$$45\% \text{ de } 1024 = \frac{45 \cdot 1024}{100} ; x = 460,8$$

$$x\% \text{ de } 23 = 115 ; \frac{x \cdot 23}{100} = 115 ; x = \frac{115 \cdot 100}{23} ; x = 500$$

$$18\% \text{ de } x = 162 ; \frac{18 \cdot x}{100} = 162 ; x = \frac{162 \cdot 100}{18} ; x = 900$$

18. ¿Cuál de estos dibujos contiene mayor proporción de color naranja en relación a su tamaño? ¿Y de rayas? ¿y de cuadros?



Haz una estimación en tantos por ciento para cada cilindro y cada parte.

a) Cuadros: 35%; naranja = 40%; rayas = 25%

b) Cuadros: 40%; naranja = 50%; rayas = 10%

c) Cuadros: 33%; naranja = 33%; rayas = 33%

El que tiene mayor proporción de naranja es el cilindro b

19. En la oficina de mi madre, el 18 % de sus compañeros juegan a la BONOLOTO, el 56 % juegan al EUROMILLÓN, el 20 % juegan a la PRIMITIVA, y los 3 trabajadores restantes no juegan a nada. ¿Cuántas personas trabajan en esa oficina?

$18\% + 56\% + 20\% = 94\%$ de las personas juegan a algo, por lo que:

$100\% - 94\% = 6\%$ de las personas no juegan a nada.

Como sabemos que son 3 personas, hacemos el 6% del total y lo igualamos a 3 para saber cuántas personas hay en la oficina:

$$6\% \cdot x = 3 ; \frac{6 \cdot x}{100} = 3 ; x = \frac{3 \cdot 100}{6} = 50$$

En la oficina hay 50 personas.

20. Un adulto respira unos 5 litros de aire por minuto. ¿Cuántos litros respira en una semana?

Primero pasaremos la semana a minutos:

1 semana = 7 días; 1 día = 24 horas; 1h = 60 minutos

$$7 \text{ días} \cdot 24\text{h} = 168\text{h}$$

$$168h \cdot 60 \text{ min} = 10.008 \text{ minutos}$$

Ahora haremos la proporción:

$$\frac{5 \text{ litros}}{1 \text{ minuto}} = \frac{x \text{ litros}}{10.008 \text{ minutos}}$$

$$x = 5 \cdot 10.008 = 50.400 \text{ litros}$$

Respirará 50.400 litros a la semana.

21. En 2 km ascendemos 40 m, respecto a la horizontal, ¿qué % hemos ascendido?

$$2\text{km} = 2.000 \text{ m}$$

$$x\% \cdot 2.000\text{m} = 40\text{m}$$

$$\frac{x \cdot 2.000}{100} = 40; x = \frac{40 \cdot 100}{2.000}; x = 2\%$$

Habremos ascendido un 2%.

22. El guepardo es el animal terrestre más rápido, ya que es capaz de alcanzar una velocidad máxima de 130 km hora. ¿Cuántas horas tardaría un guepardo, sin parar, en viajar desde Valencia hasta Barcelona? ¿Y de Palencia hasta Cádiz?

a) De Valencia a Barcelona hay 350 km.

$$\frac{130\text{km}}{1\text{h}} = \frac{350\text{km}}{x}; x = \frac{350}{130}; x = 2,6923$$

2,6923 lo convertimos con la tecla de la calculadora y son da 2 horas, 41 minutos, 32 segundos.

b) De Palencia a Cádiz hay 750 km.

$$\frac{130\text{km}}{1\text{h}} = \frac{750\text{km}}{x}; x = \frac{750}{130}; x = 5,7692$$

5,7692 = 5 horas, 46 minutos, 9 segundos.

23. Haz un informe sobre el animal que más corre, el que más vive, el que más come, el que más tiempo puede pasar sin comer o sin beber.

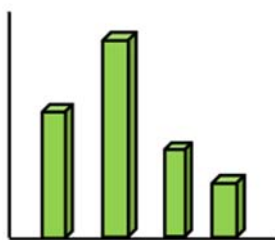
Respuesta abierta.

24. Si el dólar se cotiza a 1.12 €, ¿Cuántos dólares obtendremos al cambiar 360 €?

$$360\text{€} \cdot 1,12 = 403,2\text{\$}$$

25. En estadística se utilizan los gráficos para expresar la evolución de los valores de una variable

respecto a otra. Si asignamos a la barra más alta el valor 100, calcula de forma aproximada la altura de las demás. Si la barra más pequeña pesa 0.5 kg. ¿Cuánto pesarán cada una de las otras barras?



La más alta es la barra número 2, si le damos el valor total, es decir, 100, podemos estimar que:
La barra 1 medirá 60; la barra 3 medirá 40 y la barra 4 medirá 25.

Haremos lo mismo con el peso. A la mayor le asignamos un peso de 2 kg y así tendremos:
La barra 1 pesará 1,2kg, la 3 pesará 0,8 kg y la 4 pesará 0,5 kg.

26. En un plano de carreteras la distancia entre dos ciudades es de 6 cm. Si la escala es 1 : 40 000, calcula la distancia real.

Para calcular la distancia real haremos:

$$6\text{cm} \cdot 40.000 = 240.000\text{cm} = 2,4 \text{ km}$$

27. En el antiguo Egipto, para definir la proporción de las diferentes partes del cuerpo, se usaba la longitud de los dedos y para el canon, los puños. Una cabeza debía medir dos puños. Los griegos utilizaban, al igual que los egipcios, la proporción para valorar los distintos cánones de belleza. Un cuerpo bien proporcionado debía tener una longitud proporcional a la cabeza. Alguno de los más conocidos corresponde a famosos escultores. Con estos datos puedes investigar sobre qué proporción es la más frecuente entre tus amigos.

Respuesta abierta.

28. Hay otras maneras de estudiar la proporción en la figura humana. La proporción áurea, conocida por los griegos y desarrollada de manera brillante por Leonardo de Vinci nos ha dejado imágenes como el famoso “Hombre de Vitrubio”. Busca información sobre esta figura.

Respuesta abierta

AUTOEVALUACIÓN

1. El valor de x en la proporción $\frac{2,4}{x} = \frac{0,8}{3}$ es:

- a) 0.9
- b) 1.2
- c) 9
- d) 0.9

$$x = \frac{2,4 \cdot 3}{0,8} = 9$$

La respuesta correcta es la a.

2. En una caja por cada tres bolas blancas hay cinco bolas rojas. Si hay 108 bolas blancas, las bolas rojas son:

- a) 200
- b) 180
- c) 220
- d) 210

$$\frac{3}{5} = \frac{108}{x} ; x = \frac{5 \cdot 108}{3} ; x = 180$$

La respuesta correcta es la b.

3. Para una excursión un grupo de 28 personas contrató un autobús. Cada una debe pagar 45 €. Como quedaban plazas libres, a última hora se han apuntado 7 personas más. ¿Cuánto deben pagar finalmente cada una?

- a) 36 €
- b) 30 €
- c) 38 €
- d) 40 €

Multiplicamos 28 personas por 45€ que paga cada uno y sabemos lo que costaba el autobús ($28 \cdot 45 = 1.260$ €). Ahora tenemos 28 personas más 7 personas que se apuntaron después, es decir, un total de 35 personas. Dividimos lo que cuesta el autobús por las personas que van ahora ($1260:35 = 36$ €). Ahora, cada uno pagará 36€.

La respuesta correcta es la a.

4. Una bicicleta se vende por 225 €. Si hacen un descuento del 14 % ¿Cuánto tendremos que pagar?

- a) 201.50 €
- b) 198.50 €
- c) 214 €
- d) 193.50 €

$$14\% \text{ de } 225\text{€} = \frac{14 \cdot 225}{100} = 31,5\text{€}$$

31,5€ nos hacen de rebaja, se lo restamos al precio de la bicicleta ($225\text{€} - 31,5\text{€} = 193,50\text{€}$).

Pagaremos 193,50€

La respuesta correcta es la d.

5. En un mapa 16 cm equivalen a 208 km. La escala es:

- a) 1: 320 000
- b) 1: 2 100 000
- c) 1: 20 800 000
- d) 1: 1 300 000

$$20.800.000 : 16 = 1.300.000$$

La escala sería 1:1.300.000.

La respuesta correcta es la d.

6. Los valores que completan la tabla de proporcionalidad directa son:

- a) 24, 69,48
- b) 16, 49, 68
- c) 16.5, 69, 48

Personas	8	11	46	48
Kg comida	12	16,5	69	72

$$\frac{8}{12} = \frac{11}{x} ; \quad x = \frac{12 \cdot 11}{8} ; \quad x = 16,5$$

$$\frac{11}{16,5} = \frac{46}{x} ; \quad x = \frac{16,5 \cdot 46}{11} ; \quad x = 69$$

$$\frac{46}{69} = \frac{x}{72} ; \quad x = \frac{46 \cdot 72}{69} ; \quad x = 48$$

La respuesta correcta es la c.

7. Los valores que completan la tabla de proporcionalidad inversa son:

Nº de trabajadores	12	7			21
Horas diarias	35		10	7	

- a) 60, 60, 42, 20
- b) 60, 42, 42, 20
- c) 60, 21, 42, 20

Como $12 \cdot 35 = 420$

$$7x = 420 ; \quad x = \frac{420}{7} = 60;$$

$$10x = 420 ; \quad x = \frac{420}{10} = 42$$

$$7x = 420 ; \quad x = \frac{420}{7} = 60$$

$$21x = 420 ; \quad x = \frac{420}{21} = 20$$

La respuesta correcta es la a.

8. Los valores que completan las operaciones siguientes son:

El 25 % de 0.28 es El de 630 es 63 El 150 % de es 120

a) 0.07, 10, 80

b) 0.7, 10, 90

c) 0.7, 3, 80

$$\text{El 25\% de 0,28 es: } \frac{25 \cdot 0,28}{100} = 0,07$$

$$\text{El } x\% \text{ de 630 es 63: } \frac{x \cdot 630}{100} = 63 ; x = \frac{63 \cdot 100}{630} ; x = 10$$

$$\text{El 150\% de } x \text{ es 120: } x = \frac{120 \cdot 100}{150} = 80$$

La solución es la a.

9. Al efectuar un incremento porcentual del 18 % sobre estas tres cantidades, 350, 99 y 6 obtenemos:

a) 413; 116.82; 7.08

b) 630; 116.82; 7.08

c) 403; 112; 7.08

El incremento porcentual se halla haciendo el % al número dado y sumando ese resultado al número inicial.

$$\frac{18 \cdot 350}{100} = 63 ; 350 + 63 = 413$$

$$\frac{18 \cdot 99}{100} = 17,82 ; 99 + 17,82 = 116,82$$

$$\frac{18 \cdot 6}{100} = 1,08 ; 6 + 1,08 = 7,08$$

La solución es el apartado a.

10. Cuatro personas gastan 200 litros de agua diariamente. ¿Cuál es la razón entre las personas y los litros consumidos diariamente?

a) $4/200 = 1/50$

b) $200/4 = 50$

c) $200 \cdot 4 = 80$

d) $1/(200 \cdot 4)$

$$\frac{4 \text{ personas}}{200 \text{ l}} = \frac{1}{50}$$

La solución es el apartado a.



1º ESO

Capítulo 11: Álgebra

Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-072022

Fecha y hora de registro: 2015-08-13 18:28:37.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



www.apuntesmareaverde.org.es



Realizados por:

Alba Alcalá Vidal

Revisor: **Luis Carlos Vidal Del Campo**

IES ATENEA, CIUDAD REAL

Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. Expresa las siguientes frases en lenguaje algebraico:

- a) El doble de un número más su triple: $2x + 3x$
- b) La edad de una persona dentro de 7 años: $x + 7$
- c) La quinta parte de un número: $\frac{x}{5}$
- d) La diferencia entre dos números: $x - y$

2. Señala el coeficiente, la parte literal y el número de términos o monomios de los polinomios siguientes:

a) $2 - 7x$

Tenemos dos monomios (2) y $(-7x)$

2 --> coeficiente 2 / parte literal x^0

$-7x$ --> coeficiente -7 / parte literal x

b) $a + 3b - 8c$

Tenemos 3 monomios (a), (3b) y $(-8c)$

a --> coeficiente 1 / parte literal a

3b --> coeficiente 3 / parte literal b

$-8c$ --> coeficiente -8 / parte literal c

c) $4x + 5$

Tenemos 2 monomios (4x) y (5)

4x --> coeficiente 4 / parte literal x

5 --> coeficiente 5 / parte literal x^0

d) $7x + 9 - 5y$

Tenemos 3 monomios (7x), (9) y $(-5y)$

7x --> coeficiente 7 / parte literal x

9 --> coeficiente 9 / parte literal x^0

$-5y$ --> coeficiente -5 / parte literal y

3. Calcula el valor numérico de los siguientes polinomios:

Para calcular el valor numérico de un polinomio, tendremos que sustituir cada letra por el valor correspondiente.

a) $2x + 3y$ para $x = 3$, $y = 2$.

$$2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 = 12$$

b) $6 - a$ para $a = -5$.

$$6 - (-5) = 11$$

c) $3a + 4b - c$ para $b = -1$, $a = -1$ y $c = +2$.

$$3 \cdot (-1) + 4 \cdot (-1) - 2 = -9$$

4. Copia en tu cuaderno la siguiente tabla y complétala:

Ecuación	Primer miembro	Segundo miembro	Incógnitas
$7x - 3 = 4x - 5$	$7x-3$	$4x-5$	x
$6x + 2 = x - 8$	$6x + 2$	$x - 8$	x
$4a + 9 = 23$	$4a+9$	23	a
$x - y = 5 + y$	$x - y$	$5 + y$	x, y

5. Indica el número de incógnitas de las siguientes ecuaciones:

a) $7x - 5y = x + 7$: 2 incógnitas

b) $x + 3y^2 = 9$: 2 incógnitas

c) $a + 4a^2 = 7$: 1 incógnita

d) $9x + 3x^2 = 5$: 1 incógnita

6. Indica el grado de las siguientes ecuaciones:

a) $2x - 6 = 3x + 8$: Al estar las dos x elevadas a 1, el grado de la ecuación será 1.

b) $5x + 2y^2 = 11$: Cuando tengamos más de una incógnita, se tomará como grado de la ecuación la incógnita que tenga mayor grado, en este caso y^2 . Por lo tanto, el grado de la ecuación será 2.

c) $x + 2x^2 = 3$: al igual que en el apartado anterior, el grado será 2

d) $x + 6xy^2 = 1$: Cuando tengamos dos o más incógnitas multiplicando se sumarán sus grados y este será el grado de la ecuación. La x está elevada a 1 y la y está elevada a 2, por lo tanto $1+2=3$. El grado será 3.

7. Averigua cuál de los números es la solución de la ecuación y escríbelo en tu cuaderno

a) $3x + 7 = x - 3$

Sustituimos en ambos lados el valor de la x, y cuando obtengamos el mismo valor a la derecha y a la izquierda, ese valor será la solución de la ecuación.

$$x = 2$$

$$3 \cdot 2 + 7 = 2 - 3$$

$$13 = -1$$

No es solución

$$x = -1$$

$$3 \cdot (-1) + 7 = -1 - 3$$

$$4 = -4$$

No es solución

$$x = -5$$

$$3 \cdot (-5) + 7 = -5 - 3$$

$$-8 = -8$$

Es solución

b) $x + 2 = 4x - 1$

$x = 1$

$$1 + 2 = 4 \cdot 1 - 1$$

$$3 = 3$$

Es solución

$x = -2$

$$-2 + 2 = 4 \cdot (-2) - 1$$

$$0 = -9$$

No es solución

$x = -3$

$$-3 + 2 = 4 \cdot (-3) - 1$$

$$-1 = -13$$

No es solución

c) $a^2 - 5 = -1$

$a = -2$

$$(-2)^2 - 5 = -1$$

$$-1 = -1$$

Es solución

$a = -10$

$$(-10)^2 - 5 = -1$$

$$95 = -1$$

No es solución

$a = 2$

$$(2)^2 - 5 = -1$$

$$-1 = -1$$

Es solución

d) $b - 3 = 7 - b$

$b = 2$

$$2 - 3 = 7 - 2$$

$$-1 = 5$$

No es solución

$b = 4$

$$4 - 3 = 7 - 4$$

$$1 = 3$$

No es solución

$b = 6$

$$6 - 3 = 7 - 6$$

$$3 = 1$$

No es solución

8. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3x - 5 = 2x - 7$

$$3x - 2x - 5 + 5 = 2x - 2x - 7 + 5$$

$$x = -2$$

b) $6x + 8 = 3x - 4$

$$6x - 3x + 8 - 8 = 3x - 3x - 4 - 8$$

$$3x = -12$$

$$x = \frac{-12}{3}$$

$$x = -4$$

c) $5x + 2 = 12$

$$5x + 2 - 2 = 12 - 2$$

$$5x = 10$$

$$x = \frac{10}{5}$$

$$x = 2$$

d) $4x - 7 = 3x - 7$

$$4x - 3x - 7 + 7 = 3x - 3x - 7 + 7$$

$$x = 0$$

9. Elige entre las siguientes ecuaciones todas las que sean equivalentes a la ecuación $3x - 6 = 2x + 9$.

$3x - 6 = 2x + 9$

$$3x - 2x - 6 + 6 = 2x - 2x + 9 + 6$$

$$x = 15$$

a) $x + 10 = 5$

$$x + 10 - 10 = 5 - 10$$

$$x = -5$$

No es equivalente

b) $10 - x = 3x - 5x$

$$10 + 10 - x - 3x + 5x = 3x - 3x - 5x + 5x - 10$$

$$x = -10$$

No es equivalente

c) $4x = 30$

$$\frac{4x}{4} = \frac{30}{4}$$

$$x = \frac{30}{4}$$

No es equivalente

d) $2x = 10 + 20$

$$2x = 30$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{30}{2}$$

$$x = 15$$

Es equivalente

e) $15 = x$

Es equivalente

10. Escribe dos ecuaciones equivalentes a cada una de las ecuaciones siguientes:

Para obtener ecuaciones equivalentes recuerda que, si sumamos o restamos a los dos miembros de la ecuación una misma cantidad, obtenemos una ecuación equivalente. Si multiplicamos o dividimos los dos miembros de la ecuación por una misma cantidad, siempre que sea distinta de 0, obtendremos también una ecuación equivalente.

a) $2x - 4 = 11$.

$$2x - 4 + 4 = 11 + 4$$

$$2x = 15$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{15}{2}$$

$$x = 7,5$$

Le sumamos 4 a los 2 miembros

$$2x - 4 + 4 = 11 + 4$$

$$2x - 2 = 13$$

$$2x - 2 + 2 = 13 + 2$$

$$2x = 15$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{15}{2}$$

$$x = 7,5$$

Vemos que es equivalente

Ahora le restamos 3

$$2x - 4 - 3 = 11 - 3$$

$$2x - 7 = 8$$

$$2x - 7 + 7 = 8 + 7$$

$$2x = 15$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{15}{2}$$

$$x = 7,5$$

Es equivalente

$$\mathbf{b) \ 3x = 12}$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$$

$$x = 4$$

Multiplicamos por 2

$$3x \cdot 2 = 12 \cdot 2$$

$$6x = 24$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{24}{6}$$

$$x = 4$$

Es equivalente

Dividimos por 3

$$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$$

$$x = 4$$

Es equivalente

$$\mathbf{c) \ 5x + 11 = 6}$$

$$5x + 11 - 11 = 6 - 11$$

$$5x = -5$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{-5}{5}$$

$$x = -1$$

Multiplicamos por 3

$$(5x + 11) \cdot 3 = 6 \cdot 3$$

$$15x + 33 = 18$$

$$15x + 33 - 33 = 18 - 33$$

$$15x = -15$$

$$\frac{15x}{15} = \frac{-15}{15}$$

$$x = -1$$

Es equivalente

Le sumamos 4

$$5x + 11 + 4 = 6 + 4$$

$$5x + 15 = 10$$

$$5x + 15 - 15 = 10 - 15$$

$$5x = -5$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{-5}{5}$$

$$x = -1$$

Es equivalente

d) $x = -3$

No tenemos que resolver, porque la solución es -3.

Multiplicamos por -4

$$-4 \cdot x = (-3) \cdot (-4)$$

$$-4x = 12$$

$$\frac{-4x}{-4} = \frac{12}{-4}$$

$$x = -3$$

Es equivalente

Le sumamos 5

$$x+5 = -3+5$$

$$x+5 = 2$$

$$x+5-5 = 2-5$$

$$x = -3$$

Es equivalente

11. La suma de tres números consecutivos es igual al doble del mayor más 1. Calcula dichos números.

Tres número consecutivos son por ejemplo 7, 8 y 9. Si llamamos x al primero, los siguientes al diferenciarse en una unidad serán: $x+1$ y $x+2$. Por tanto, escribiremos:

$$\text{Primer número} = x \quad ; \quad \text{Segundo número} = x+1 \quad ; \quad \text{Tercer número} = x+2$$

La ecuación sería:

$$x+x+1+x+2 = 2 \cdot (x+2) + 1$$

$$3x+3 = 2x+4+1$$

$$3x+3 = 2x+5$$

$$3x-2x+3-3 = 2x-2+5-3$$

$$x = 2$$

$$\text{Primer número} = x = 2$$

$$\text{Segundo número} = x+1 = 2+1 = 3$$

$$\text{Tercer número} = x+2 = 2+2 = 4$$

Por lo tanto, los números consecutivos serán 2, 3 y 4.

12. La madre de Álvaro tiene el triple de la edad de su hijo, y éste tiene 30 años menos que su madre. ¿Cuántos años tienen cada uno?

$$\text{Edad de Álvaro} = x \quad ; \quad \text{Edad de la madre} = 3x$$

$$3x - x = 30 \quad ; \quad 2x = 30$$

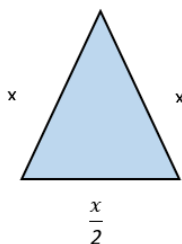
$$\frac{2x}{2} = \frac{30}{2} \quad ; \quad x = \frac{30}{2} \quad ; \quad x = 15$$

Edad de Álvaro: $x = 15$; Edad de la madre: $3x = 3 \cdot 15 = 45$

13. El perímetro de un triángulo isósceles mide 30 centímetros. El lado desigual mide la mitad de uno de sus lados iguales. ¿Cuánto mide cada lado?

Un triángulo isósceles es aquel que tiene dos lados iguales y un lado desigual.

El perímetro es la suma de todos los lados de la figura



Por lo tanto, tenemos:

$$x + x + \frac{x}{2} = 30$$

$$2x + \frac{x}{2} = 30$$

Multiplicamos todo por el denominador:

$$2x \cdot 2 + \frac{x}{2} \cdot 2 = 30 \cdot 2$$

$$4x + x = 60$$

$$5x = 60$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{60}{5}$$

$$x = 12$$

Los lados iguales medirán 12cm y el desigual medirá la mitad, es decir, 6cm.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Expresa en tu cuaderno en lenguaje algebraico

- a) El triple de un número es igual a 21: $3x = 21$
- b) A un cierto número se le suma 2, se multiplica el resultado por 3, y se divide entre 4: $\frac{3 \cdot (x+2)}{4}$
- c) El doble de un número más 6: $2x+6$
- d) Un número más su anterior: $x + (x-1)$

2. Copia en tu cuaderno y relaciona:

- a) El doble de un número: 6) $2x$
- b) La diferencia entre un número y 17: 1) $x-17$
- c) El producto de un número por -3: 9) $-3x$
- d) La quinta parte de un número: 8) $\frac{x}{5}$
- e) El doble del cuadrado de un número: 4) $2x^2$
- f) El número siguiente a x: 7) $x+1$
- g) La suma de dos números: 5) $x+y$
- h) El doble de la suma de un número y: 3) $2 \cdot (x + 5)$
- i) La tercera parte del cuadrado de un número: 2) $\frac{x^2}{3}$

3. Si llamamos x a los ahorros que tiene Laura, expresa algebraicamente:

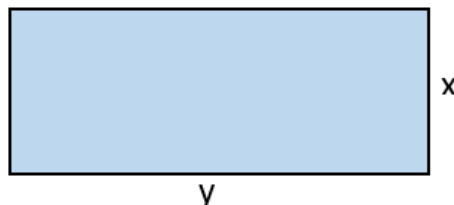
- a) A María le faltan 7 € para tener los mismos ahorros que Laura: $x-7$
- b) Alfonso tiene 14 € más que Laura: $x + 14$
- c) Martín tiene 3 € menos que el doble de Laura: $2x - 3$
- d) Fátima tiene igual que Laura y Rosa: $z = x = y$

4. He aquí lo que sabemos de las edades de un grupo de amigos:

- a) Juan tiene 3 años más que Antonio: $x + 3$
- b) Elena tiene el doble que Juan: $2 \cdot (x + 3)$
- c) Félix tiene 5 años menos que Elena y Laura tiene la mitad que Antonio: $2 \cdot (x + 3) - 5$
- d) Laura tiene la mitad que Antonio: $\frac{x}{2}$

e) Si la edad de Antonio es x , indica, mediante expresiones algebraicas, las edades de los otros amigos: se han ido expresando al lado de cada apartado las edades de los amigos.

5. Escribe en lenguaje algebraico las siguientes informaciones relativas a la base x y la altura y de un rectángulo:



- a) La base es doble que la altura: $y = 2x$
- b) La base excede en 5 unidades a la altura: $y = x + 5$
- c) La altura es $\frac{3}{7}$ de la base: $y = \frac{3}{7}x$
- d) El área del rectángulo vale 20 cm^2 : $x \cdot y = 20$
- e) La diferencia entre la altura y la base es de 10 unidades: $y - x = 10$

6. Escribe las siguientes operaciones en lenguaje ordinario

- a) $x + 5$: Un número incrementado en 5 unidades
- b) $a - 4$: Un número disminuido en 4 unidades
- c) $2x$: El doble de un número cualquiera
- d) y^2 : El cuadrado de un número cualquiera

7. Completa en tu cuaderno las frases siguientes:

- a) En una expresión **algebraica** puede haber números, letras y signos de operación.
- b) Un número cualquiera se indica en álgebra mediante una **letra o variable**, por ejemplo, la x .
- c) En la expresión $-3x$ el número -3 es el **coeficiente**.
- d) La ecuación $x^2 = 25$ es de **segundo** grado.
- e) El primer miembro de la ecuación $3x + 1 = 2x - 7$ es **$3x+1$**
- f) Dos ecuaciones que tienen las mismas soluciones se llaman **equivalentes**.
- g) Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas.
- h) El número por el que se sustituye la incógnita de una ecuación de manera que la igualdad sea cierta se llama **solución** de la ecuación.
- i) **Resolver** una ecuación es hallar el valor de la incógnita.
- j) Si el mayor exponente de la incógnita de una ecuación es 1, entonces la ecuación es de **primer** grado.

8. El kilo de melocotones cuesta x euros. Indica en lenguaje algebraico el precio de:

a) El cuarto de kilo de melocotones: $\frac{x}{4}$

b) Tres kilos de melocotones: $3x$

c) El kilo de mandarinas sabiendo que es 75 céntimos más barato que el kilo de melocotones: $x - 0,75$

9. Llamamos x a una cantidad. Escribe en lenguaje algebraico:

a) El doble de esa cantidad más 9: $2x+9$

b) Esa cantidad más 5: $x+5$

c) 20 menos esa cantidad: $20 - x$

d) Cuatro veces esa cantidad menos 7: $4x - 7$

e) La mitad de esa cantidad más 8: $\frac{x}{2} + 8$

f) Siete veces esa cantidad menos la tercera parte de la cantidad: $7x - \frac{x}{3}$

10. Calcula el valor numérico de las expresiones siguientes para $x=2$.

a) $5x - 3$:

$$5 \cdot 2 - 3 = 7$$

b) $2(x + 5)$

$$2 \cdot (2 + 5) = 14$$

c) $\frac{(x-4)}{2}$

$$\frac{(2-4)}{2} = -1$$

d) $7(2 - x^2)$

$$7(2 - 2^2) = -14$$

11. Simplifica las siguientes expresiones:

a) $x + x + x - x = 2x$

b) $2x + 3x + 5x - x = 9x$

c) $x/2 + x/2 = \frac{x+x}{2} = \frac{2x}{2} = x$

d) $2(x + 3x - 2x) = 2(2x) = 4x$

12. Escribe en tu cuaderno el valor numérico de cada expresión para el valor de x que se indica en cada caso:

a) $5x - 4 + x$; $x = -1$

$$5 \cdot (-1) - 4 + (-1) = 6(-1) - 4$$

$$-5 - 4 + (-1) = -6 - 4$$

$$-10 = -10$$

b) $x - 3 + 7x$; $x = -2$

$$-2 - 3 + 7(-2) = 8(-2) - 3$$

$$-5 - 14 = -16 - 3$$

$$-19 = -19$$

c) $x + 3 + 2x$; $x = -3$

$$-3 + 3 + 2(-3) = 3(-3) + 3$$

$$-3 + 3 - 6 = -9 + 3$$

$$-6 = -6$$

e) $3x - x$; $x = -4$

$$3(-4) - (-4) = 2(-4)$$

$$-12 + 4 = -8$$

$$-8 = -8$$

f) $2x - 3$; $x = 2$

$$2(2) - 3 = 1$$

13. Realiza las operaciones siguientes

a) $3x + 5x - 2y + 9y - 4x - 3y$

$$3x + 5x - 4x - 3y - 2y + 9y$$

$$4x + 4y$$

b) $(2x - 5x^2) - (3x^2 + 5x)$

$$2x - 5x^2 - 3x^2 - 5x$$

$$-8x^2 - 3x$$

c) $3(7x - 3) - 2(2x + 5)$

$$21x - 9 - 4x - 10$$

$$17x - 19$$

d) $2a - 5a + 7a - 8a + b$

$$-4a + b$$

14. Copia en tu cuaderno la siguiente tabla y complétala:

Ecuación	Primer miembro	Segundo miembro	Incógnita
$8x - 5 = 2x - 1$	$8x - 5$	$2x - 1$	x
$7x + 3 = 2x - 8$	$7x + 3$	$2x - 8$	x
$4x + 3 = 6x + 9$	$4x + 3$	$6x + 9$	x
$4a + 11 = 23$	$4a + 11$	23	a
$x - y = 5 + y$	$x - y$	$5 + y$	x, y

15. Calcula mentalmente el valor que se debe asignar a cada círculo:

a) $2 \cdot O = 30$

$$O = \frac{30}{2}$$

$$O = 15$$

b) $10 = O : 5$

$$10 \cdot 5 = O$$

$$O = 50$$

c) $3 \cdot O = 27$

$$O = \frac{27}{3}$$

$$O = 9$$

d) $5 = O : 3$

$$5 \cdot 3 = O$$

$$O = 15$$

16. Escribe dos ecuaciones equivalentes a cada una de las ecuaciones siguientes:

Recuerda que las ecuaciones equivalentes son aquellas que resultan de sumar o restar a ambos lados de la ecuación un número y no varía el resultado de la ecuación. También podemos multiplicar o dividir por el mismo número ambos términos.

a) $3x - 4 = 11$:

$$3x - 4 + 4 = 11 + 4 \quad \dots\dots\dots 3x = 15 \quad \text{(Ecuación equivalente)}$$

$$3x - 4 - 11 = 11 - 11 \quad \dots\dots\dots 3x - 15 = 0 \quad \text{(Ecuación equivalente)}$$

b) $2x = 9$

$$2x \cdot 2 = 9 \cdot 2 \quad ; \quad 4x = 18 \quad \text{(Ecuación equivalente)}$$

$$2x - 9 = 9 - 9 \quad ; \quad 2x - 9 = 0 \quad \text{(Ecuación equivalente)}$$

c) $x + 11 = 6$

$$x + 11 - 3 = 6 - 3 \quad ; \quad x + 8 = 3 \quad \text{(Ecuación equivalente)}$$

$$x + 11 - 11 = 6 - 11 \quad ; \quad x = -5 \quad \text{(Ecuación equivalente)}$$

d) $x = -3$

$$\frac{x}{6} = \frac{-3}{6} \quad ; \quad \frac{x}{6} = \frac{-1}{2} \quad \text{(Ecuación equivalente)}$$

$$\frac{x}{-3} = \frac{-3}{-3} \quad ; \quad x = 1 \quad \text{(Ecuación equivalente)}$$

17. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $2x + 4 = 7$

$$2x + 4 - 4 = 7 - 4$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

b) $4x + 3 = 15$

$$4x + 3 - 3 = 15 - 3$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{12}{4}$$

$$x = 3$$

c) $5x - 2 = 37$

$$5x - 2 + 2 = 37 + 2$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{39}{5}$$

$$x = \frac{39}{5}$$

d) $-2x - 3x = -55$

$$-5x = -55$$

$$\frac{-5x}{5} = \frac{-55}{5}$$

$$-x = -11$$

$$x = 11$$

18. Relaciona cada ecuación con su solución:

a) $x + 5 = 7x - 1$

$$x - 7x + 5 - 5 = 7x - 7x - 1 - 5$$

$$-6x = -6$$

$$\frac{-6x}{-6} = \frac{-6}{-6}$$

$$x = 1$$

b) $3x - 2 = 4 - x$

$$3x + x - 2 + 2 = 4 - x + x + 2$$

$$4x = 6$$

$$x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5$$

c) $x - 9 = 3 - 2x$

$$x - 9 + 9 + 2x = 3 - 2x + 2x + 9$$

$$3x = 12$$

$$x = \frac{12}{3} = 4$$

d) $5 = x + 9$

$$5 - 9 = x + 9 - 9$$

$$-4 = x$$

$$x = -4$$

e) $8 - 2x = 5 - 3x$

$$8 - 8 - 2x + 3x = 5 - 3x + 3x - 8$$

$$x = -3$$

f) $9x - 2 = 5x$

$$9x - 2 + 2 - 5x = 5x - 5x + 2$$

$$4x = 2$$

$$x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

g) $3 + 2x = 1$

$$3 + 2x - 3 = 1 - 3$$

$$2x = -2$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{-2}{2}$$

$$x = -1$$

h) $6 - x = 5 + 9x$

$$6 - 6 - x - 9x = 5 + 9x - 9x - 6$$

$$-10x = -1$$

$$\frac{-10x}{-10} = \frac{1}{-10}$$

$$x = \frac{1}{10}$$

$$x = 0,1$$

i) $x = 6 - 2x$

$$x + 2x = 6 - 2x + 2x$$

$$3x = 6$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

$$x = 2$$

j) $2x + 4 = x + 7$

$$2x + 4 - 4 - x = x + 7 - x - 4$$

$$x = 3$$

Soluciones:

1) $x = 4$

4) $x = 1.5$

7) $x = 0.1$

2) $x = -4$

5) $x = 0.5$

8) $x = -1$

3) $x = -3$

6) $x = 1$

9) $x = 3$; 10) $x = 2$

Por lo tanto, la relación sería:

a) 6 ; b) 4 ; c) 1 ; d) 2 ; e) 3
f) 5 ; g) 8 ; h) 7 ; i) 10 ; j) 9

19. Di si las siguientes frases son verdaderas o falsas. Razona la respuesta.

a) La ecuación $x + 3 = 5$ es equivalente a $x + 5 = 3$:

falso, ya que los resultados son diferentes:

$$x + 3 = 5$$

$$x + 3 - 3 = 5 - 3$$

$$x = 2$$

$$x + 5 = 3$$

$$x + 5 - 5 = 3 - 5$$

$$x = -2$$

b) La ecuación $2x + 3 = 7x - 1$ tiene dos incógnitas:

falso, ya que la única incógnita que tiene la ecuación es la x .

c) La ecuación $x^3 + 5 = 2x^2$ es de tercer grado:

verdadero, ya que el grado mayor es 3.

d) El valor numérico de $5x - 2$ para $x = -1$ es -7 :

verdadero, ya que si sustituimos nos da ese valor:

$$5x - 2 \text{ para } x = -1$$

$$5(-1) - 2 = -7$$

e) La solución de la ecuación $6x = 3$ es 2:

falso, la solución no es 2, es $\frac{1}{2}$:

$$\frac{6x}{6} = \frac{3}{6}$$

$$x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

20. Encuentra los números que faltan:

a) $15 = 25 - 2 \cdot O$

$$15 - 25 = 25 - 25 - 2 \cdot O$$

$$-10 = -2 \cdot O$$

$$\frac{-10}{-2} = \frac{-2}{-2} \cdot O$$

$$5 = O$$

b) $100 = 25 - O$

$$100 - 25 = 25 - 25 - O$$

$$75 = -O$$

$$O = -75$$

c) $200 = O - (-25)$

$$200 = O + 25$$

$$200 - 25 = O + 25 - 25$$

$$O = 175$$

d) $40 = O - (-20)$

$$40 = O - (-20)$$

$$40 - 20 = O + 20 - 20$$

$$O = 20$$

21. Resuelve en tu cuaderno las siguientes ecuaciones:

a) $x + 3 = 9$

$$x + 3 - 3 = 9 - 3$$

$$x = 6$$

b) $x + 5 = 4$

$$x + 5 - 5 = 4 - 5$$

$$x = -1$$

c) $x + 1 = 78$

$$x + 1 - 1 = 78 - 1$$

$$x = 77$$

d) $x + 7 = 46$

$$x + 7 - 7 = 46 - 7$$

$$x = 39$$

22. En el tren se puede transportar un perrito siempre que su peso no exceda de 6 kg. Averigua a cuál de mis perritos podría llevarme de viaje en el tren sabiendo que Eder pesa 8 kilos y que el valor de x es el mismo en todos los casos:

Nombre	Peso en kg	Resolución	Kg	Puedo
Eder	$2x$	$2x = 8$ $\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$ $x = 4$	8	No
Peque	$-3(x - 7)$	$-3(4 - 7) = 9$	9	No
Gosca	$3x - 5 + 6x$	$3(4) - 5 + 6(4) = 31$	31	No
Atila	$4x + 6 - 5x$	$4(4) + 6 - 5(4) = 2$	2	Si
Clea	$1 - 2x + 9x$	$1 - 2(4) + 9(4) = 29$	29	No

23. Encuentra los números que faltan:

a) $0 + 3 = 8$

$$0 + 3 - 3 = 8 - 3$$

$$0 = 5$$

b) $0 + 7 = 3$

$$0 + 7 - 7 = 3 - 7$$

$$0 = -4$$

c) $0 - 6 = 10$

$$0 - 6 + 6 = 10 + 6$$

$$0 = 16$$

d) $0 - 8 = -2$

$$0 - 8 + 8 = -2 + 8$$

$$0 = 6$$

24. Resuelve las siguientes ecuaciones: (Sugerencia: ilustra las ecuaciones mediante balanzas equilibradas. Mantenlas equilibradas hasta conseguir la ecuación equivalente que nos dé el resultado).

a) $x + 5 = 10$

$$x + 5 - 5 = 10 - 5$$

$$x = 5$$

b) $x + 7 = 4$

$$x + 7 - 7 = 4 - 7$$

$$x = -3$$

c) $x + 3 = 8$

$$x + 3 - 3 = 8 - 3$$

$$x = 5$$

d) $x + 7 = 12$

$$x + 7 - 7 = 12 - 7$$

$$x = 5$$

25. Resuelve en tu cuaderno las siguientes ecuaciones:

a) $x - 4 = -7$

$$x - 4 + 4 = -7 + 4$$

$$x = -3$$

b) $x - 34 = 12$

$$x - 34 + 34 = 12 + 34$$

$$x = 46$$

c) $x - 21 = 84$

$$x - 21 + 21 = 84 + 21$$

$$x = 105$$

d) $x - 28 = 7$

$$x - 28 + 28 = 7 + 28$$

$$x = 35$$

26. Si el doble de un número menos 3 es igual a 7, ¿cuál es el número?

$$2x - 3 = 7$$

$$2x - 3 + 3 = 7 + 3$$

$$2x = 10$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$$

$$x = 5$$

El número buscado sería el 5.

27. Un rectángulo tiene 7 cm de base y su área es de 21 cm², ¿qué altura tiene?

Recordemos que la fórmula del área del rectángulo es:

$$A = b \cdot h$$

$$21 = 7 \cdot h$$

$$\frac{21}{7} = \frac{7h}{7}$$

$$3 = h$$

$$h = 3$$

La altura del rectángulo sería 3

28. La suma de tres números consecutivos es 48. ¿Cuánto vale cada número?

Primer número = x

Segundo número = $x + 1$

Tercero número = $x + 2$

$$x + x + 1 + x + 2 = 48$$

$$3x + 3 = 48$$

$$3x + 3 - 3 = 48 - 3$$

$$3x = 45$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{45}{3}$$

$$x = 15$$

Primer número = $x = 15$

Segundo número = $x + 1 = 15 + 1 = 16$

Tercero número = $x + 2 = 15 + 2 = 17$

29. Si en una familia la suma de la edades de los tres hijos es de 37 años, Ana es 2 años menor que Antonio, y este es 3 años menor que Maite, ¿qué edad tiene cada hijo?

Maite = x ; Antonio = $x - 3$; Ana = $(x - 3) - 2$

$$x + x - 3 + (x - 3) - 2 = 37$$

$$3x - 3 - 3 - 2 = 37$$

$$3x - 8 = 37$$

$$3x - 8 + 8 = 37 + 8$$

$$3x = 45$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{45}{3}$$

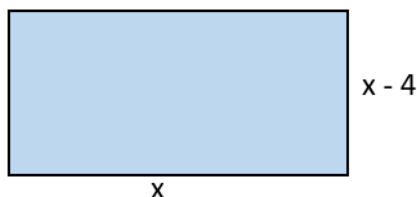
$$x = 15$$

Maite = $x = 15$ años

Antonio = $x - 3 = 15 - 3 = 12$ años

Ana = $(x - 3) - 2 = (15 - 3) - 2 = 12 - 2 = 10$ años

30. Si una parcela rectangular tiene 4 m menos de ancho que de largo, y la valla que lo rodea mide 88 m, ¿qué dimensiones tiene la parcela?



La valla que lo rodea será igual que el perímetro, por lo que tendremos:

$$x + x + (x - 4) + (x - 4) = 88$$

$$4x - 8 = 88$$

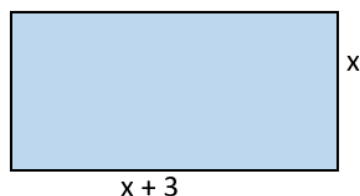
$$4x - 8 + 8 = 88 + 8$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{96}{4}$$

$$x = 24$$

Por lo tanto, el largo será 24m y el ancho 20m.

31. Para cada uno de los siguientes enunciados, dibuja la figura que corresponda, escribe una ecuación y resuélvela:



a) Halla las dimensiones de un rectángulo si la base mide 3 cm más que la altura y el perímetro es 22 cm.

$$x + x + x + 3 + x + 3 = 22$$

$$4x + 6 = 22$$

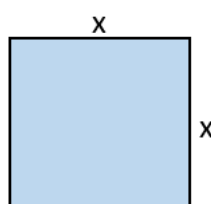
$$4x + 6 - 6 = 22 - 6$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{16}{4}$$

$$x = 4$$

La altura será de 4cm y la base 7cm.

b) El perímetro de un cuadrado es 28 mm. ¿Cuánto mide su lado?



$$x + x + x + x = 28$$

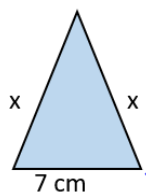
$$4x = 28$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{28}{4}$$

$$x = 7$$

Cada lado medirá 7mm

c) El lado desigual de un triángulo isósceles mide 7 cm y su perímetro mide 35 cm. ¿Cuánto mide cada uno de los lados iguales?



$$x + x + 7 = 35$$

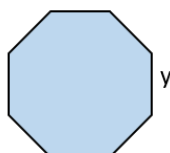
$$2x + 7 - 7 = 35 - 7$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{28}{2}$$

$$x = 14$$

Los lados iguales del triángulo medirán 14cm

d) El perímetro de un octógono regular es 28 cm mayor que el de un cuadrado de 36 cm² de área. Averigua el lado del octógono.



$$\text{Área cuadrado} = 36\text{cm}^2$$

$$x \cdot x = 36$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \sqrt{36}$$

$$x = 6$$

El lado mide 6 cm.

$$\text{Perímetro del cuadrado} = x + x + x + x = 4x = 4 \cdot 6 = 24$$

El perímetro será de 24cm

$$\text{Perímetro del octógono} = 8y$$

$$8y = 24 + 28$$

$$\frac{8y}{8} = \frac{52}{8}$$

$$y = \frac{52}{8}$$

$$y = 6,5\text{cm}$$

El lado del octógono medirá 6,5cm

e) Cada uno de los ángulos de un cuadrilátero irregular mide 30° más que el ángulo anterior. ¿Cuánto mide cada uno de los cuatro ángulos del cuadrilátero? (Ayuda: recuerda que la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es 360°).

Primer ángulo = x

$$\text{Segundo ángulo} = x + 30^\circ$$

$$\text{Tercer ángulo} = x + 30^\circ + 30^\circ = x + 60^\circ$$

$$\text{Cuarto ángulo} = x + 30^\circ + 30^\circ + 30^\circ = x + 90^\circ$$

$$x + x + 30^\circ + x + 60^\circ + x + 90^\circ = 360^\circ$$

$$4x + 180^\circ = 360^\circ$$

$$4x + 180^\circ - 180^\circ = 360^\circ - 180^\circ$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{180}{4}$$

$$x = 45^\circ$$

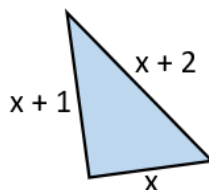
$$\text{Primer ángulo} = 45^\circ$$

$$\text{Segundo ángulo} = x + 30^\circ = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$$

$$\text{Tercer ángulo} = x + 30^\circ + 30^\circ = x + 60^\circ = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ$$

$$\text{Cuarto ángulo} = x + 30^\circ + 30^\circ + 30^\circ = x + 90^\circ = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$$

f) Las medidas de los lados de un triángulo escaleno son números consecutivos y el perímetro es 33 cm. ¿Cuánto mide cada lado?



El perímetro es la suma de todos los lados, por lo que:

$$x + x + 1 + x + 2 = 33$$

$$3x + 3 = 33$$

$$3x + 3 - 3 = 33 - 3$$

$$3x = 30$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{30}{3}$$

$$x = 10$$

Por tanto, los lados medirán:

$$x = 10 \text{ cm}$$

$$x + 1 = 10 + 1 = 11 \text{ cm}$$

$$x + 2 = 10 + 2 = 12 \text{ cm}$$

g) Dos ángulos son complementarios y se diferencian en 18° . ¿Cuánto miden?

Dos ángulos son complementarios cuando los sumamos y el resultado es 90° .

$$\text{Primer ángulo} = x$$

$$\text{Segundo ángulo} = x - 18^\circ$$

$$x + x - 18^\circ = 90^\circ$$

$$2x - 18^\circ + 18^\circ = 90^\circ + 18^\circ$$

$$2x = 108^\circ$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{108}{2}$$

$$x = 54^\circ$$

$$\text{Primer ángulo} = x = 54^\circ$$

$$\text{Segundo ángulo} = x - 18^\circ = 54^\circ - 18^\circ = 36^\circ$$

h) Dos ángulos suplementarios se diferencian en 25° . ¿Cuánto mide cada uno?

e) Dos ángulos son suplementarios cuando los sumamos y el resultado es 180° .

$$\text{Primer ángulo} = x$$

$$\text{Segundo ángulo} = x - 25^\circ$$

$$x + x - 25^\circ = 180^\circ$$

$$2x - 25^\circ + 25^\circ = 180^\circ + 25^\circ$$

$$2x = 205^\circ$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{205}{2}$$

$$x = 102,5^\circ$$

$$\text{Primer ángulo} = x = 102,5^\circ$$

$$\text{Segundo ángulo} = x - 25^\circ = 102,5^\circ - 25^\circ = 77,5^\circ$$

32. Escribe en lenguaje algebraico: “La suma de los ángulos interiores de un polígono es tantas veces 180° , como lados tenga menos 2”. ¿Cuántos lados tiene un polígono si la suma de sus ángulos interiores es 720° ?

$$180^\circ (n - 2)$$

n = número de lados

Como tenemos la fórmula, la usamos porque sabemos cuál es la suma total de los ángulos interiores y calculamos n , que será el número de lados del polígono.

$$720^\circ = 180^\circ (n - 2)$$

$$720^\circ = 180^\circ n - 360^\circ$$

$$720^\circ + 360^\circ = 180^\circ n$$

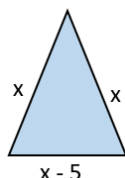
$$1080^\circ = 180^\circ n$$

$$n = \frac{1080}{180}$$

$$n = 6$$

El polígono tendrá 6 lados, por lo tanto, es un hexágono.

33. Si un triángulo isósceles tiene un perímetro de 36 cm, y su lado desigual mide 5 cm menos que sus lados iguales, ¿cuánto miden sus lados?



$$\begin{aligned}
 x + x + x - 5 &= 36 \\
 3x - 5 + 5 &= 36 + 5 \\
 3x &= 41 \\
 \frac{3x}{3} &= \frac{41}{3} \\
 x &= 13,6
 \end{aligned}$$

Los lados iguales medirán 13,6cm cada uno. El lado desigual medirá: $13,6 - 5 = 8,6\text{cm}$.

34. Halla las edades de tres hermanos sabiendo que suman 52 años, que los dos pequeños se llevan dos años, y que el mayor tiene tantos años como los otros dos juntos.

Mediano = x ; Pequeño = $x - 2$; Mayor = $x + (x - 2)$

$$\begin{aligned}
 x + x - 2 + x + (x - 2) &= 52 \\
 4x - 4 + 4 &= 52 + 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{4x}{4} &= \frac{56}{4} \\
 x &= 14
 \end{aligned}$$

Mediano = 14 años
 Pequeño = 12 años
 Mayor = 26 años

35. Un montañero hace una ruta de 48 km en tres etapas. El segundo día recorre 10 km más que el primero y el tercer día recorre 7 km más que el segundo. ¿Cuánto recorre cada día?

Primer día = x
 Segundo día = $x + 10$
 Tercer día = $x + 10 + 7 = x + 17$

$$\begin{aligned}
 x + x + 10 + x + 17 &= 48 \\
 3x + 27 &= 48 \\
 3x + 27 - 27 &= 48 - 27 \\
 3x &= 21 \\
 \frac{3x}{3} &= \frac{21}{3} \\
 x &= 7
 \end{aligned}$$

Primer día = 7km
 Segundo día = 17km
 Tercer día = 24km

36. Tengo 26 monedas de 1 € y de 2 €, que valen en total 37 €. ¿Cuántas monedas tengo de cada clase?

$$\text{Monedas de 1€} = x \quad ; \quad \text{Monedas de 2€} = 2 (26 - x)$$

$$x + 2(26 - x) = 37$$

$$x + 52 - 2x = 37$$

$$-x + 52 - 52 = 37 - 52$$

$$-x = -15$$

$$x = 15$$

Monedas de 1€ = 15. Hay 15 monedas de 1€

Monedas de 2€ = 2 (26 - 15) = 11. Hay 11 monedas de 2€.

37. Alfonso quiere saber cuánto pesa la compota de moras que ha hecho, pero solo tiene pesas de 1 kg y de 200 gr. Comprueba que, si pone los dos botes iguales de compota, junto con la pesa de 200 gr en un plato de la balanza, y en el otro plato la pesa de 1 kg, la balanza queda equilibrada. ¿Cuánto pesa cada bote?

Pesa de 1kg = 1000 g

Pesa de 200 g

Bote de compota = x g

$$x + x + 200 = 1000$$

$$2x + 200 - 200 = 1000 - 200$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{800}{2}$$

x = 400 g pesa el bote de compota

38. Si multiplicas a un número por 5 y luego le sumas 12, obtienes 62, ¿de qué número se trata?

$$5x + 12 = 62$$

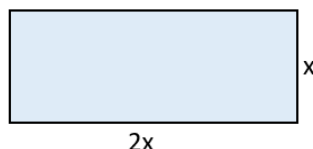
$$5x + 12 - 12 = 62 - 12$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{50}{5}$$

$$x = 10$$

El número es el 10.

39. El patio de un colegio es rectangular, el doble de largo que, de ancho, y su perímetro es de 600 m. Si se quiere poner una valla que cuesta a 3 € el metro en el lado más largo. ¿Cuánto habrá que pagar?



$$\text{Perímetro} = 600$$

$$x + x + 2x + 2x = 600$$

$$6x = 600$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{600}{6}$$

$$x = 100$$

El lado más largo será la base que es $2x$, por lo que medirá $2 \cdot 100 = 200\text{m}$. Como la valla cuesta 3€ el metro, tendremos que pagar $3 \cdot 200 = 600\text{€}$.

40. Alberto ha sacado un 8 en un examen de 10 preguntas. En la primera pregunta sacó un punto, y en la última, que dejó en blanco por falta de tiempo, un cero. La profesora le ha dicho que en todas las preguntas centrales ha obtenido la misma puntuación. ¿Cuál ha sido esa nota?

La primera pregunta vale un punto.

De la segunda a la novena pregunta vale x .

La décima pregunta vale 0.

Como el examen tiene 10 preguntas, las sumamos todas y las igualamos a la nota que ha obtenido en el examen.

$$1 + x + x + x + x + x + x + x + x + 0 = 8$$

$$1 + 8x = 8$$

$$1 - 1 + 8x = 8 - 1$$

$$8x = 7$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{7}{8}$$

$$x = 0,875$$

Cada pregunta vale 0,875.

41. Mario estudia lo que más le gusta las $\frac{2}{5}$ partes del tiempo diario que dedica al estudio, y le sobran 72 minutos para el resto de las materias. ¿Cuánto estudia cada día?

Llamaremos x a todo el tiempo que dedica a estudiar. Por lo que tendremos:

$$\frac{2}{5}x + 72 = x$$

$$\frac{2}{5}x + 72 - 72 - x = x - x - 72$$

$$\frac{2}{5}x - x = -72$$

$$\frac{-3}{5}x = -72$$

$$\frac{-3}{5}x \cdot 5 = -72 \cdot 5$$

$$-3x = -360$$

$$\frac{-3x}{-3} = \frac{-360}{-3}$$

$$x = 120$$

Mario estudia 120 minutos cada día, es decir, estudia 2h.

42. Si Cristina tiene 12 años y su madre, 36, ¿cuántos años deben pasar para que la edad de la madre sea el doble de la de su hija?

Cristina = 12 años ; Madre = 36 años

Debemos tener en cuenta a la hora de plantear el problema que los años que pasan, pasarán para las dos. Por lo tanto, tendríamos:

x = años que deben pasar

$$2(12 + x) = 36 + x$$

$$24 + 2x = 36 + x$$

$$-24 + 24 + 2x - x = 36 + x - 24 - x$$

$$x = 36 - 24$$

$$x = 12$$

Deben pasar 12 años para que la madre tenga el doble de años que su hija Cristina:

Cristina: $12 + 12 = 24$

Madre: $36 + 12 = 48$

Como vemos, 48 es el doble de 24.

43. Miriam le dice al mago, piensa un número, multiplícalo por 2, ahora súmale 10, divide el resultado entre 2 y resta el número que has pensado. ¿Tienes un 5?

a) Escribe en forma algebraica el juego de magia de Miriam, y descubre su truco.

$$\frac{2x + 10}{2} - x = \frac{2x}{2} + \frac{10}{2} = x + 5 - x = 5$$

Nos queda 5, por lo que Miriam ha acertado.

El truco consiste en que pensemos el número que pensemos al multiplicarlo por 2, sumarle 10, dividirlo por 2 y restarle el número pensado, el resultado siempre será 5.

b) Inventa un nuevo juego de magia.

Piensa un número, multiplícalo por 5, súmale 1, multiplica el resultado por 2, réstale 12, divide el resultado por 10, réstale tu número inicial.

x

$$\begin{aligned}
 &5x \\
 &5x + 1 \\
 &2(5x + 1) \\
 &10x + 2 \\
 &10x + 2 - 12 \\
 &10x - 10 \\
 &x - 1 \\
 &x - 1 - x \\
 &-1
 \end{aligned}$$

El resultado siempre es -1.

44. Carlos ha comprado 25 cuadernos, los ha pagado con un billete de 20 €, y le han devuelto 12 €. Escribe una ecuación que permita calcular el precio de cada cuaderno.

Ha pagado con un billete de 20€ y le han devuelto 12€ por lo tanto, $20€ - 12€ = 8€$.
Le han costado 8€ los 25 cuadernos. Podemos escribir:

$$\begin{aligned}
 25 \cdot x &= 8 \\
 \frac{25x}{25} &= \frac{8}{25} \\
 x &= 0,32€
 \end{aligned}$$

Cada cuaderno ha costado 32 céntimos.

45. Un triángulo equilátero tiene un perímetro de 36 cm, ¿cuánto mide su lado?

Un triángulo equilátero es aquel que tiene los 3 lados iguales, por lo tanto, cada lado medirá x cm

$$\begin{aligned}
 x + x + x &= 36 \\
 3x &= 36 \\
 \frac{3x}{3} &= \frac{36}{3} \\
 x &= 12
 \end{aligned}$$

Cada lado mide 12cm.

46. Braulio, Rosa y Guillermo han ganado 1 200 € en la lotería. Si Braulio había pagado la tercera parte del décimo, Rosa, la mitad, y Guillermo, el resto, ¿cómo deben repartir lo que han ganado.

$$\begin{aligned}
 \text{Precio del décimo} &= x \\
 \text{Braulio} &= \frac{x}{3} \\
 \text{Rosa} &= \frac{x}{2} \\
 \text{Guillermo} &= x - \left(\frac{x}{3} + \frac{x}{2}\right) = \frac{x}{6}
 \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$\frac{x}{3} \cdot 1200 = 400$$

$$\frac{x}{2} \cdot 1200 = 600$$

$$\frac{x}{6} \cdot 1200 = 200$$

De esta forma, Braulio recibirá 400€, Rosa recibirá 600€ y Guillermo recibirá 200€.

AUTOEVALUACIÓN

1. Los coeficientes de la expresión algebraica $5x - 7 + y$, son:

- a) 5, 7 y 1
- b) +5, -7 y +1
- c) + 5 y - 7

La respuesta correcta es la b, los coeficientes serán 5, -7 y 1.

2. El valor numérico de la expresión algebraica $2a + 6b$, cuando $a = 2$ y $b = -1$, es:

- a) 2
- b) -2
- c) -4

$$\begin{aligned} 2a + 6b \\ 2 \cdot 2 + 6 \cdot (-1) \\ 4 + -6 = -2 \end{aligned}$$

La respuesta correcta es la b. El valor es -2

3. La solución de la ecuación $3 + x - 4x = 8 + 2x$ es:

- a) +5
- b) +1
- c) -1

$$\begin{aligned} -3 + x - 4x &= 8 + 2x \\ 3 - 3x &= 8 + 2x \\ 3 - 3 - 3x - 2x &= -3 + 8 + 2x - 2x \\ -5x &= 5 \\ \frac{-5x}{-5} &= \frac{5}{-5} \\ x &= -1 \end{aligned}$$

La respuesta correcta es la c, la solución es $x = -1$

4. El doble de un número más 2, equivale a su triple menos 10. El número es:

- a) 5
- b) 11
- c) 12

$$\begin{aligned} 2x + 2 &= 3x - 10 \\ 2x - 3x + 2 - 2 &= -3x + 3x - 10 - 2 \\ -x &= -12 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

La respuesta correcta es la c. El número es 12.

5. La suma de las edades de dos personas es de 48 años y su diferencia, 14 años. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones nos permite calcular sus edades?

a) $x + x + 14 = 48$

b) $x - 14 = 48$

c) $48 + x = 14 - x$

Como la diferencia es de 14 años, las edades serán x y $x + 14$

$$x + x + 14 = 48$$

La respuesta correcta es la a.

6. El perímetro de un rectángulo es 72 cm. Si la base es el doble de la altura menos 9 cm, las dimensiones del rectángulo son:

a) 21 y 15

b) 20 y 16

c) 30 y 6

$$x + x + 2x - 9 + 2x - 9 = 72$$

$$6x - 18 = 72$$

$$6x - 18 + 18 = 72 + 18$$

$$6x = 90$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{90}{6}$$

$$x = 15$$

La altura medirá 15cm y la base medirá $2(15) - 9 = 21$ cm, por lo que la respuesta correcta es la a.

7. Tres números suman 77. El mediano es el doble del menor, y el mayor es triple del menor menos 7. ¿Cuál de estas ecuaciones nos permite hallar los números?

a) $2x + x + 3x = 77$

b) $x + 3x + 2x = 77 + 7$

c) $x + 2x + 3x = 77 - 7$

1º menor = x

2º mediano = $2x$

3º mayor = $3x - 7$

$$x + 2x + 3x - 7 = 77 \quad ; \quad x + 2x + 3x = 77 + 7$$

La solución es la b.

8. Tenemos 12 monedas de 2 € y 1 €. Si en total tenemos 19 €, de cada clase de monedas, tenemos:

a) 6 y 6

b) 7 y 5

c) 8 y 4

Monedas de 1€ = x

Monedas de 2€ = $2(12-x)$

$$x + 2(12-x) = 19$$

$$x + 24 - 2x = 19$$

$$-x + 24 = 19$$

$$-x + 24 - 24 = 19 - 24$$

$$-x = -5$$

$$x = 5$$

Tendremos 5 monedas de 1€ y 7 monedas de 2€, por lo que la solución correcta es la b.

9. La madre de Juan tiene el doble de la edad de este más 5 años. La suma de sus edades es 38 años. La ecuación que planteamos para saber sus edades es:

a) $x + 2x + 5 = 38$

b) $x + 5 = 2x$

c) $x + 2x = 38$

Juan = x

Madre = $2x + 5$

$$x + 2x + 5 = 38$$

La solución correcta es la a ya que sumamos las edades y la igualamos a 38.

10. Con 24 € hemos comprado 5 objetos iguales y nos han sobrado 6 € . El precio de cada objeto podemos conocerlo al resolver la ecuación:

a) $5x = 24 + 6$

b) $x + 5 = 24$

c) $5x + 6 = 24$

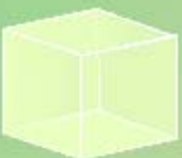
5 objetos iguales = $5x$ y nos sobran 6€, por eso lo sumamos y lo igualamos al dinero que tenemos.

$$5x + 6 = 24$$

Por ello, la respuesta correcta es la c.

1º ESO

Capítulo 12: Tablas y gráficas. El plano cartesiano. Coordenadas. Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos



Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-072022

Fecha y hora de registro: 2015-08-13 18:28:37.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



www.apuntesmareaverde.org.es



Realizados por:

Alba Alcalá Vidal

Revisor: **Luis Carlos Vidal Del Campo**

IES ATENEA, CIUDAD REAL

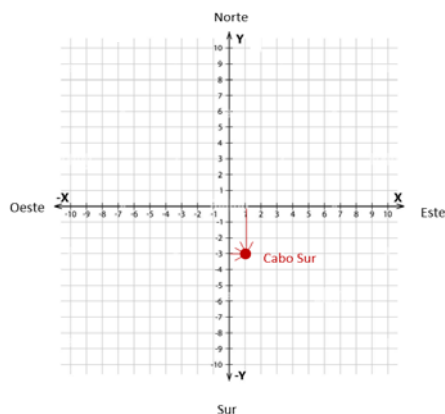
Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. Describe y marca en el plano adjunto cómo llegarías a:

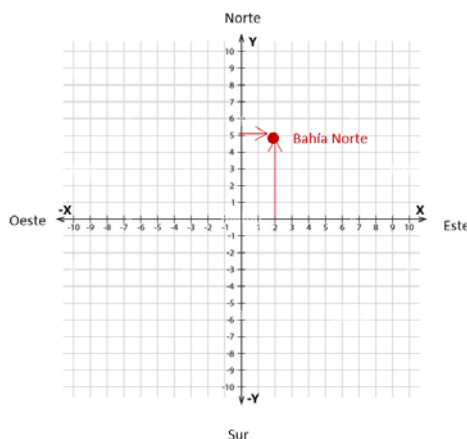
a) Cabo Sur

Para ir a Cabo Sur partimos del centro de coordenadas que es $(0,0)$ y avanzamos tres unidades hacia el sur y una unidad hacia el este.



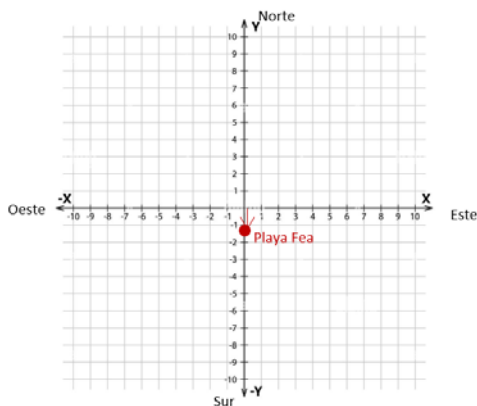
b) Bahía Norte

Para ir a Bahía Norte, avanzamos 5 unidades hacia el norte y 2 unidades hacia el este.

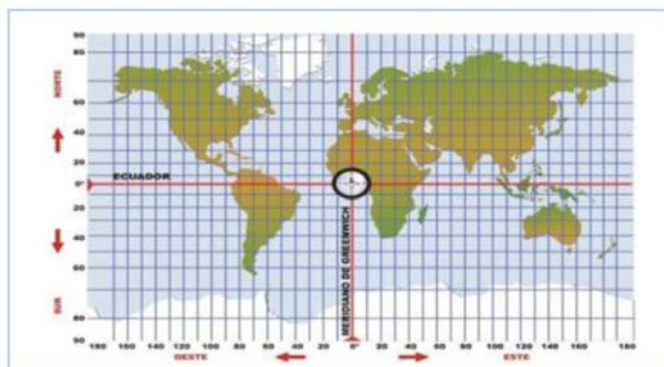


c) Playa Fea

Para ir a Playa Fea, avanzamos una unidad hacia el sur.



2. En el mapa indica en qué cuadrante se encuentran los siguientes países:



Sabemos que los cuadrantes los enumeramos en el sentido contrario a las agujas del reloj.

2º cuadrante	1º cuadrante
3º cuadrante	4º cuadrante

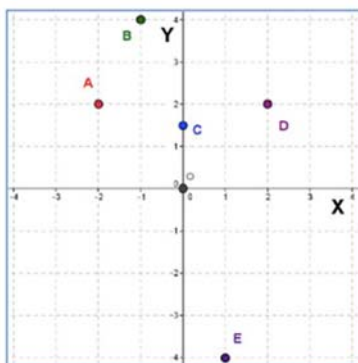
a) **África del Sur:** 4º cuadrante

b) **Estados Unidos:** 2º cuadrante

c) **Argentina:** 3º cuadrante

d) **India:** 1º cuadrante

3. Indica cuáles son las coordenadas de los puntos marcados en el gráfico adjunto.



A = (-2, 2)

B = (-1, 4)

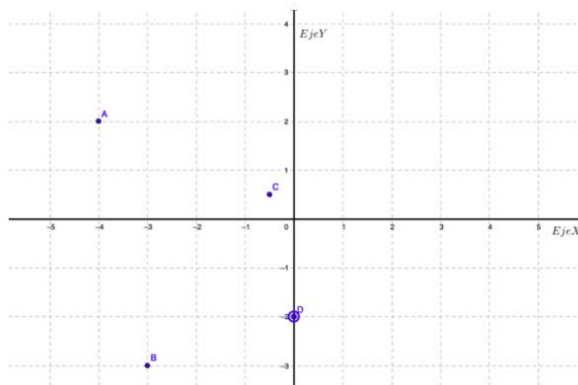
C = (0, 1.5)

D = (0, 2)

E = (1, -4)

4. Dibuja un sistema de referencia cartesiano y en él marca los puntos siguientes:

A = (-4, 2); B = (-3, -3); C = (-0.5, 0.5) y D = (0, -2)



5. Construye una tabla de valores, con cinco cantidades diferentes, que relacione el consumo de un coche y los kilómetros que recorre sabiendo que su consumo medio es de 5 litros cada 100 kilómetros.

Para realizar la tabla solo tendremos que ir multiplicando por ejemplo por 2 los litros y los kilómetros, luego por 3, después por 4, etc.

Km	0	100	200	300	400
Litros	0	5	10	15	20

6. Construye una tabla de valores, con cinco cantidades diferentes, en que se relacione el lado de un cuadrado y su superficie.

Lado cm	2	4	5	6	7
Superficie	$4cm^2$	$16cm^2$	$25cm^2$	$36cm^2$	$49cm^2$

7. Construye una tabla de valores, con seis cantidades diferentes, que represente la siguiente situación: “Una compañía de telefonía cobra 5 céntimos de euro por establecimiento de llamada y 4 céntimos por minuto hablado”.

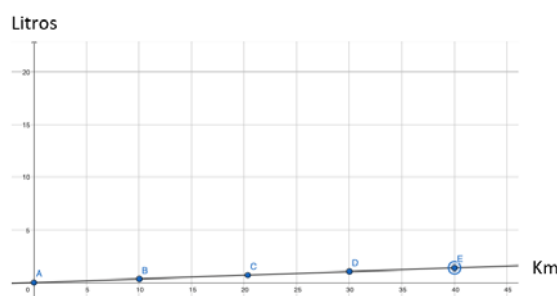
Haremos la tabla con los 5 primeros minutos. Ya sabemos que tenemos 5 céntimos fijos a los que tendremos que sumarle 4 céntimos multiplicado por cada minuto que hablemos.

Minutos hablados	1	2	3	4	5	6
Precio minuto	9	13	17	21	25	29

8. Construye una gráfica a partir de los datos de la tabla de valores de la Actividad propuesta sobre el consumo de un coche y los kilómetros que recorre sabiendo que su consumo es de 5 litros cada 100kilómetros. Si es posible, construye una gráfica uniéndolos puntos.

Como consume 5 litros por 100 kilómetros, tendremos la función $y = \frac{5x}{100}$, a partir de aquí podemos hacer una tabla de valores y su representación.

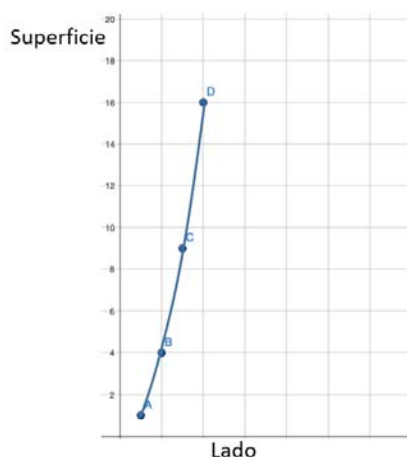
X	Y
0	0
10	0,5
20	1
30	1,5
40	2



9. Construye una gráfica a partir de los datos de la tabla de valores de la Actividad propuesta sobre la relación entre el lado de un cuadrado y su superficie. Si es posible, construye una gráfica uniéndolos puntos.

La función que relaciona el lado de un cuadrado con su área será $y = x^2$. Haremos la tabla de valores y los representamos.

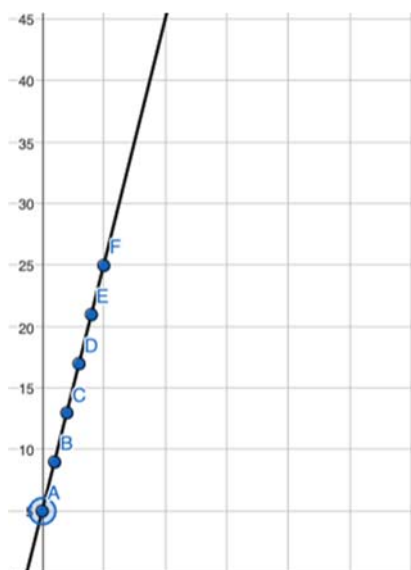
X	Y
1	1
2	4
3	9
4	16



10. Construye una gráfica a partir de los datos de la tabla de valores de la Actividad propuesta sobre los costos en una compañía de telefonía. Si es posible, construye una gráfica uniéndolos puntos.

Según el ejercicio 7 tendremos la siguiente tabla

X	Y
1	9
2	13
3	17
4	21
5	25



11. En un recibo del gas de la vivienda de Juan viene la siguiente distribución de gasto:

Consumo de gas:0.058 € por kwh
 Impuesto especial:0.002 € por kwh
 Término fijo:4.30 € por mes
 Alquiler de contador. 2.55 € por 2 meses

La factura era de dos meses, había consumido 397 kWh y el gasto ascendía a 34.97 €. Otra factura anterior el gasto era de 26.15 € con un consumo de 250 kWh. Construye una gráfica que relacione el consumo de gas y el gasto. ¿Tiene sentido unir los puntos?

Tenemos que realizar la función con los datos dados y así ver si podemos hacer la representación gráfica.

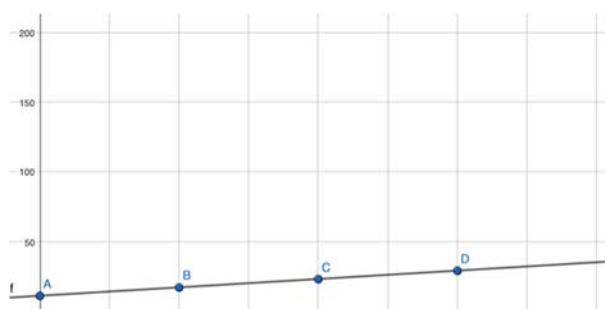
Sabemos que se paga por término fijo 4,30€ y el alquiler del contador es de 2,55€, por tanto, tendremos $(4,30€ + 2,55€) \cdot 2 = 11,15€$.

La potencia será 0,058kw/h de consumo y 0,002kw/h de impuesto especial, por lo que tendremos $(0,058kw/h + 0,002kw/h = 0,06kw/h)$.

De esto obtenemos la función $y = 0,06x + 11,15$.

A continuación, damos valores a la x del consumo que podríamos hacer.

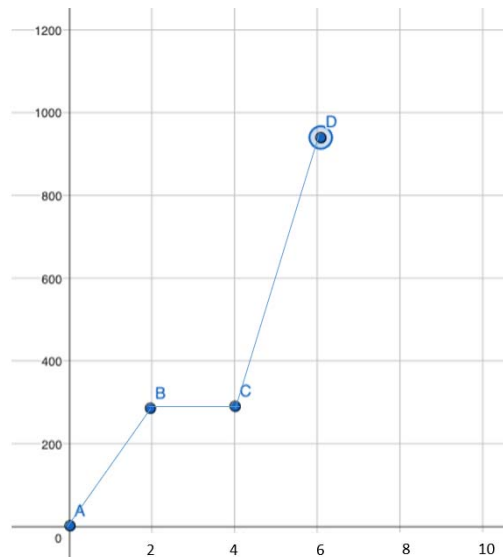
X	Y
0	11,15
100	17,15
200	23,15
300	29,15



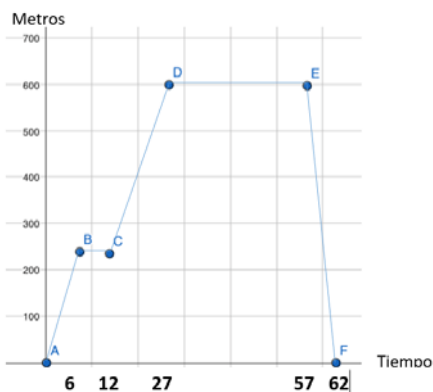
Tiene sentido unir los puntos ya que podemos consumir cualquier cantidad que se encuentre entre los puntos que hemos dibujado.

12. La familia de Joaquín fue un día de excursión al campo en coche; después de pasar el día volvieron y a mitad de camino pararon durante un buen rato a echar gasolina y tomar unos refrescos. Al final llegaron a casa. Construye una gráfica de esta situación.

Solo tendremos que iniciar la gráfica en cualquier punto en el que queramos que indique la hora de salida, lo mismo hacemos para parar y seguir luego el camino. Salimos a las 2h, paramos de 4h a 6h y luego seguimos.

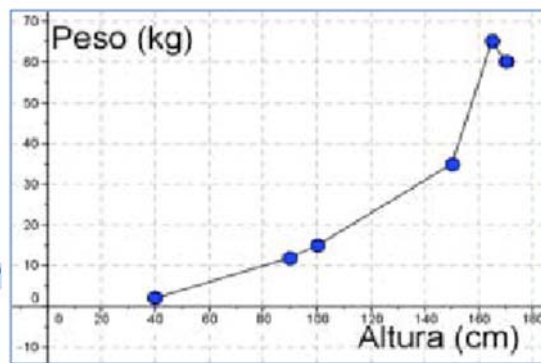


13. Vanesa salió a dar un paseo, primero fue a casa de su amiga Inés, que vive a 250 metros, y tardó 6 minutos en llegar. La tuvo que esperar otros 6 minutos en su portal y, después, tardaron 15 minutos en llegar al parque, que estaba a 600 m, donde merendaron y charlaron durante media hora. Por último, Vanesa regresó a casa rápidamente, porque le había llamado su madre. Sólo tardó 5 minutos. Construye una gráfica de esta situación y, a partir de ella, confecciona una tabla de valores.



Metros	Tiempo
0	0
250	6
250	12
600	27
600	57
0	62

14. La gráfica siguiente nos muestra la variación del peso de Laura con relación a su estatura a lo largo de su vida. Analiza la gráfica, comenta la situación y responde a las siguientes preguntas:



a) ¿Cuánto pesaba cuando medía un metro? ¿Y cuando medía 150 cm?

Pesaba 15kg cuando medía 1 metro y pesaba 35kg cuando medía 150cm.

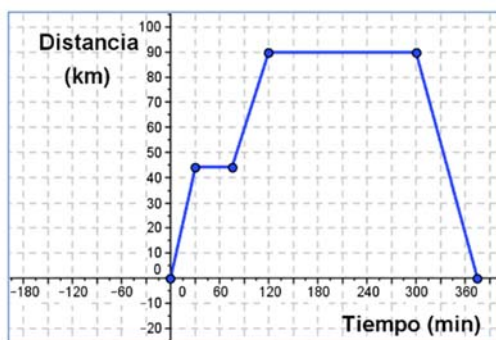
b) ¿Cuánto medía cuando pesaba 55 kg?

Medía 160 cm cuando pesaba 55kg.

c) ¿A qué altura pesaba más? ¿Laura adelgazó en algún momento?

Cuando medía 165cm pesaba 65kg, ese ha sido el peso máximo de Laura. Luego, con la misma altura (165cm), pesaba 60kg, por lo tanto, ahí adelgazó.

15. La siguiente gráfica representa una excursión en autobús de un grupo de 1º de E.S.O. a Toledo, pasando por Aranjuez. Sabiendo que Toledo está a 90 km del Instituto y Aranjuez a 45 km:



a) ¿Cuánto tiempo pararon en Aranjuez? ¿y en Toledo?

En Aranjuez pararon tres cuartos de hora. En Toledo pararon 3 horas.

b) ¿Cuánto tiempo tardaron en llegar a Toledo? ¿y en regresar al Instituto?

En llegar a Toledo tardaron 2 horas. Para regresar al instituto tardaron una hora y cuarto.

c) Si salieron a las 9 h de la mañana ¿A qué hora regresaron? ¿A las diez y media dónde se encontraban?

En todo el viaje invierte 360 minutos, es decir, 6 horas. Si salen a las 9 de la mañana, regresaron a las 3 de la tarde. A las 10 y media se encontraban de camino a Toledo.

d) Haz una descripción verbal del viaje

Salen de Toledo a las 9 de la mañana. A las 9h y media para y desayunan en Aranjuez donde tardan 45 minutos. Reanudan el viaje hacia Toledo y llegan allí a las 11h. Están en Toledo hasta las 14h, momento en el que ponen rumbo de vuelta al instituto, llegando aquí a las 15h.

16. En las siguientes relaciones señala si son o no funciones y, en caso de serlo, indica cuales son las variables dependientes e independientes.

a) **El consumo de un coche y la distancia recorrida.** Si es una función ya que el consumo de gasolina dependerá de la distancia recorrida. La variable dependiente es el consumo y la variable independiente es la distancia.

b) **La velocidad a la que circula un coche y la edad del conductor.** No es una función ya que no existe relación entre la edad de un conductor y la velocidad a la que circula un coche.

c) **El número de habitantes de un barrio de una ciudad, o un pueblo, y el número de colegios públicos que hay allí.** Es una función puesto que el número de colegios públicos dependerá de la cantidad de niños que haya en un barrio. La variable dependiente es el número de colegios y la variable independiente es el número de habitantes.

d) **La temperatura de un lugar y la hora del día.** Es una función ya que la temperatura dependerá de la hora del día. La temperatura es la variable dependiente y la hora del día es la independiente.

e) **El número de lados de un polígono y el número de diagonales que tiene.** Es una función ya que la cantidad de diagonales dependerá del número de lados que tenga el polígono. La variable independiente es el número de lados y la variable dependiente es el número de diagonales.

17. Propón tres ejemplos, diferentes a todos los que has estudiado hasta ahora, de relaciones entre dos magnitudes en las que una sea función de la otra. Indica además en cada caso cuál es la variable dependiente y cuál la independiente.

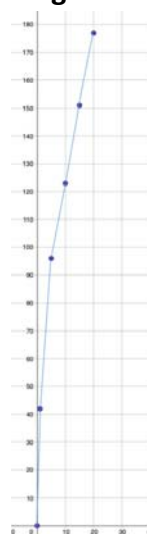
La primera función podría ser el peso de un conjunto de personas y el número de personas. La variable dependiente sería el peso y la independiente el número de personas.

La segunda función es la altura de María y su edad ya que cuanto mayor sea, más alta será. La variable dependiente es la altura y la independiente es la edad.

La tercera función es la relación entre la cantidad de personas vacunadas contra una enfermedad y las personas que padezcan esa enfermedad. La variable dependiente sería la cantidad de personas que contraen esa enfermedad y la independiente el número de personas vacunadas.

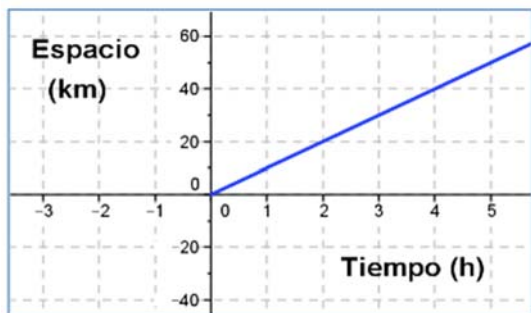
18. Expresa de forma gráfica y verbal la función definida por la siguiente tabla de valores:

Edad (años)	0	1	5	10	15	20
Altura (m)	0	42	96	123	151	177



Podemos observar que al ir cumpliendo años la estatura va amentando. Sin embargo, no aumenta en proporción, es decir, si con un año mide 42cm, con dos años debería medir 84cm y así sucesivamente. Al ver la gráfica, comprobamos que eso no sucede, sino que va creciendo, pero cada vez menos, es decir, al ir cumpliendo años el crecimiento es cada vez menor.

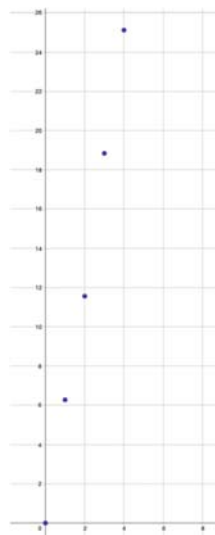
19. Dada la función definida en la gráfica de al lado, exprésala como tabla de valores, mediante una descripción verbal y de forma algebraica.



Tiempo (x)	0	1	2	3	4	5
Espacio (y)	0	10	20	30	40	50

20. Expresa de forma gráfica y mediante una tabla de valores la función definida por la siguiente fórmula: $l = 2 \cdot \pi \cdot r$.

Radio(x)	0	1	2	3	4
Longitud(y)	0	6,28	11,56	18,84	25,12

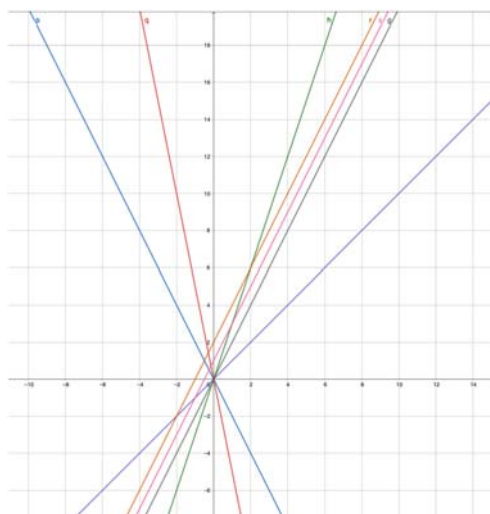


21. Utiliza GeoGebra para dibujar las rectas:

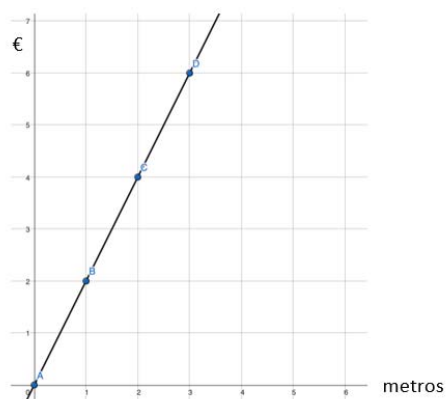
a) $y = x$; $y = 2x$, $y = 3x$, $y = -2x$, $y = -5x$.

b) $y = 2x + 2$, $y = 2x + 1$. Analiza el resultado

	f: $y = x$
	g: $y = 2x$
	h: $y = 3x$
	p: $y = -2x$
	q: $y = -5x$
	r: $y = 2x + 2$
	s: $y = 2x + 1$

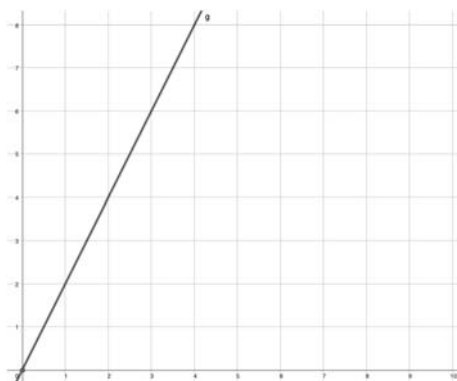


22. María quiere comprar una cinta que vale a 2 euros el metro. Representa gráficamente lo que deberá pagar según los metros de cinta que compre.



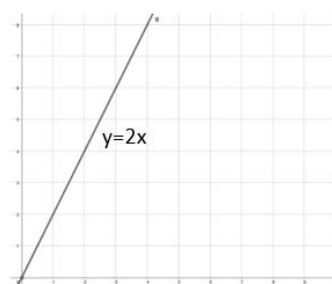
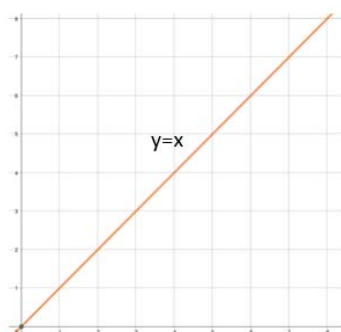
X (metros)	Y (€)
1	2
2	4
3	6

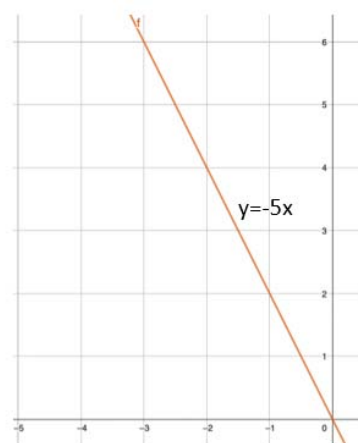
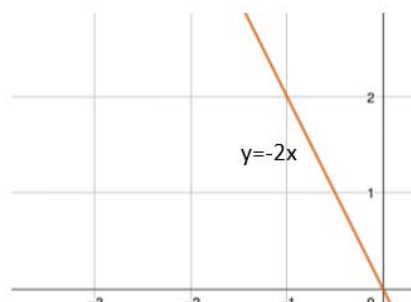
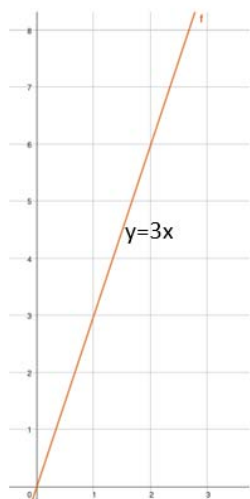
23. Representa gráficamente la función $y = 2x$.



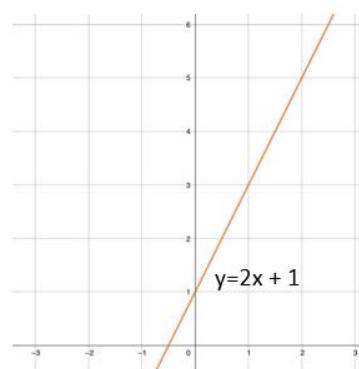
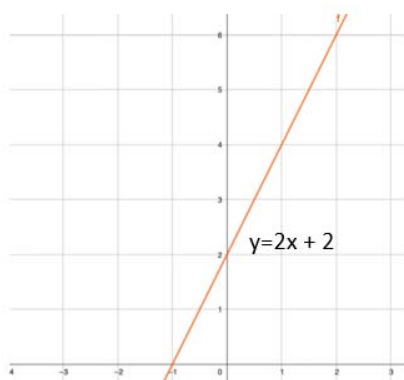
24. Utiliza GeoGebra para dibujar las rectas:

a) $y = x$; $y = 2x$, $y = 3x$, $y = -2x$, $y = -5x$.





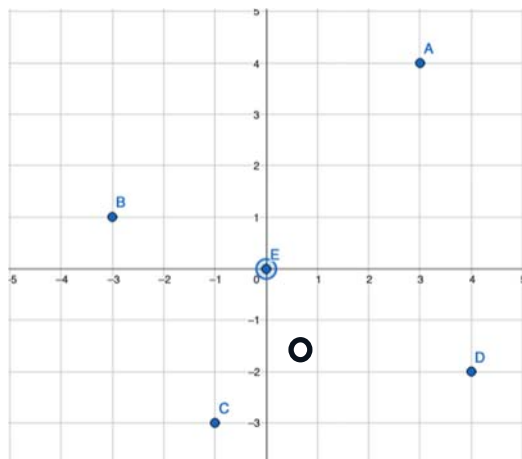
b) $y = 2x + 2$, $y = 2x + 1$.



EJERCICIOS Y PROBLEMAS

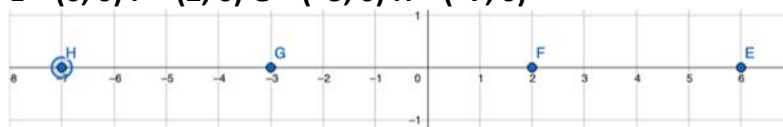
1. Representa en tu cuaderno los puntos siguientes en un sistema de referencia cartesiano:

$$A = (3, 4) \quad B = (-3, 1) \quad C = (-1, -3) \quad D = (4, -2) \quad O = (0, 0)$$

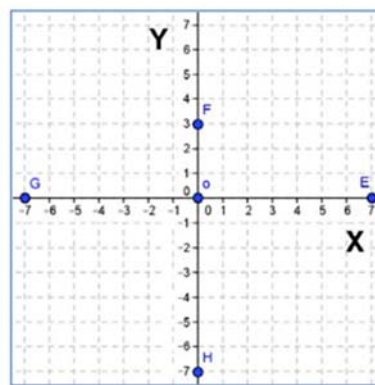
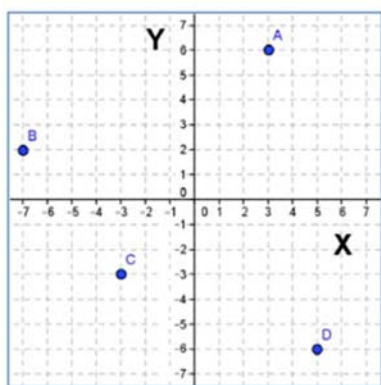


2. Representa en tu cuaderno, en otro sistema estos otros puntos:

$$E = (6, 0) \quad F = (2, 0) \quad G = (-3, 0) \quad H = (-7, 0)$$



3. Escribe en tu cuaderno las coordenadas de los siguientes puntos:

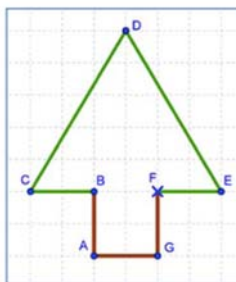


$$\begin{array}{lllll} A = (3, 6) & B = (-7, 2) & C = (-3, 3) & D = (5, -6) & E = (7, 0) \\ F = (0, 3) & G = (-7, 0) & H = (0, -7) & O = (0, 0) & \end{array}$$

Analiza las coordenadas de cada punto, sus signos, sus valores, etc. ¿Tienen algo especial las coordenadas de los puntos E, F, G y H? ¿Y el punto O tiene coordenadas? ¿Cómo se llama este punto?

Los puntos E y G están en el eje de abscisas, y los puntos F y H están en el eje de ordenadas. El punto O (0,0) es el origen de coordenadas.

4. Dibuja, en el árbol del gráfico, un sistema de referencia cartesiano, con el origen en el punto F.



a) Indica las coordenadas de los puntos marcados en el gráfico.

A = (-2,-2) B = (-2,0) C = (-4,0) D = (-1,5)
E = (2,0) F = (0,0) G = (0,-2)

b) Indica en qué cuadrante, o eje, está cada punto.

A = 4º cuadrante
B = eje de ordenadas
C = eje de ordenadas
D = 2º cuadrante
E = eje de ordenadas
F = origen de coordenadas
G = eje de coordenadas

5. Representa los siguientes puntos en un sistema de referencia cartesiano:

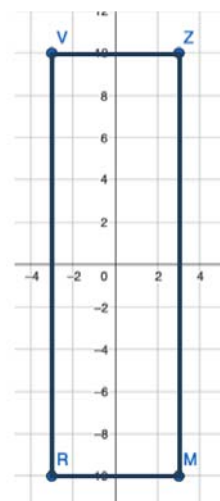
M = (3, -10) R = (-3, -10) V = (-3, 10) Z = (3, 10)

Une estos puntos en orden alfabético y finalmente une el último con el primero. ¿Qué polígono obtienes? Calcula el área y el perímetro de este polígono.

Se obtiene un rectángulo:

$$\text{Su área será: } 10\text{cm} \cdot 3\text{cm} = 30\text{cm}^2$$

$$\text{Su perímetro será: } 10\text{cm} + 10\text{cm} + 3\text{cm} + 3\text{cm} = 26\text{cm}$$

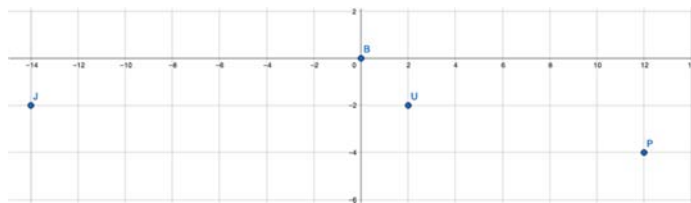


6. El dibujo muestra el mapa de Mesopotamia en la antigüedad.

a. Representa un sistema de referencia cartesiano, con origen en Babilonia.

b. Elige las unidades más adecuadas para cada eje.

c. Indica qué coordenadas tienen las ciudades de Jerusalén, Persépolis y Uruk.



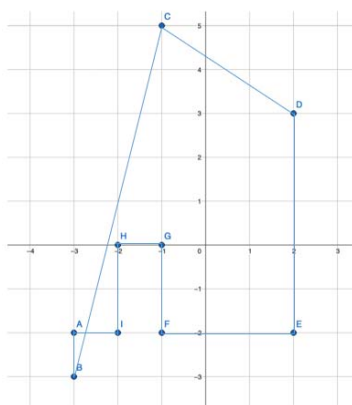
	$B = (0, 0)$
	$J = (-14, -2)$
	$P = (12, -4)$
	$U = (2, -2)$

7. Representa los siguientes puntos en un sistema de referencia cartesiano:

$A = (-3, -2)$; $B = (-3, -3)$; $C = (-1, 5)$; $D = (2, 3)$; $E = (2, -2)$;

$F = (-1, -2)$; $G = (-1, 0)$; $H = (-2, 0)$; $I = (-2, -2)$

a) Une estos puntos en orden alfabético y finalmente une el último con el primero.



b) Indica en que cuadrante, o eje, está cada punto.

$A = 3^\circ$ cuadrante

$B = 3^\circ$ cuadrante

$C = 2^\circ$ cuadrante

$D = 1^\circ$ cuadrante

$E = 4^\circ$ cuadrante

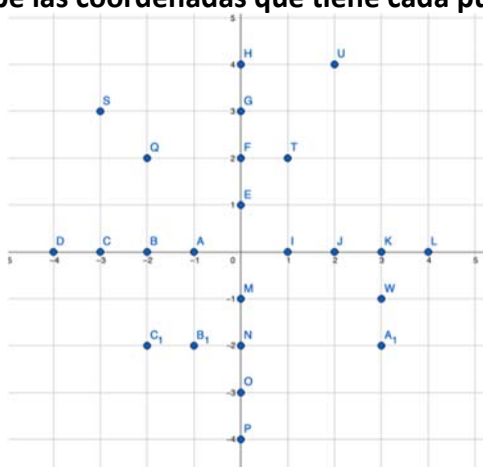
$F = 3^\circ$ cuadrante

$G =$ eje de abscisas

$H =$ eje de abscisas

$I = 3^\circ$ cuadrante

8. En tu cuaderno, elige dos puntos en cada cuadrante y cuatro puntos en cada eje, dales un nombre y escribe las coordenadas que tiene cada punto.



	$A = (-1, 0)$
	$B = (-2, 0)$
	$C = (-3, 0)$
	$D = (-4, 0)$
	$E = (0, 1)$
	$F = (0, 2)$
	$G = (0, 3)$
	$H = (0, 4)$
	$I = (1, 0)$
	$J = \text{Punto(EjeX)}$ $= (2, 0)$
	$K = \text{Punto(EjeX)}$ $= (3, 0)$
	$L = \text{Punto(EjeX)}$ $= (4, 0)$
	$M = \text{Punto(EjeY)}$ $= (0, -1)$

	$N = \text{Punto(EjeY)}$ $= (0, -2)$
	$O = \text{Punto(EjeY)}$ $= (0, -3)$
	$P = \text{Punto(EjeY)}$ $= (0, -4)$
	$Q = (-2, 2)$
	$S = (-3, 3)$
	$T = (1, 2)$
	$U = (2, 4)$
	$W = (3, -1)$
	$A_1 = (3, -2)$
	$B_1 = (-1, -2)$
	$C_1 = (-2, -2)$

9. El gráfico muestra el plano de una ciudad. En él tienes marcado el sistema de coordenadas cartesianas y las unidades.



a. Indica las coordenadas del Centro Cultural y del Centro de Salud respecto a estos ejes.

Centro cultura y centro de salud: solución manipulativa

b. ¿Qué calle está en las coordenadas $(-1, 3)$? ¿Y en las coordenadas $(0, -1)$

Calle Hernán Cortés: $(-1, 3)$

Calle Pintor Zuloaga $(0, -1)$

10. La siguiente tabla de valores relaciona el peso en kilogramos de uvas y su precio en euros. Cópiala en tu cuaderno y complétala.

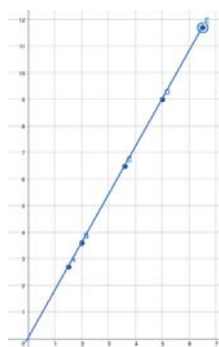
Kg	1,5	2	3,6	5	6,5
€	2,7	3,6	6,48	9	11,7

Como se sabe que el precio es directamente proporcional a los kilogramos de uvas que compremos, haremos:

$$\frac{1,5}{2,7} = \frac{x}{3,6} \quad x = 2 \quad ; \quad \frac{2}{3,6} = \frac{3,6}{x} \quad x = 6,48$$

$$\frac{3,6}{6,48} = \frac{x}{9} \quad x = 5 \quad ; \quad \frac{5}{9} = \frac{6,7}{x} \quad x = 11,7$$

11. Construye una gráfica de puntos a partir de los datos de la tabla de valores del ejercicio 10 y, si es posible, construye la gráfica uniendo sus puntos.



Es posible unir los puntos porque para cualquier cantidad de uvas que compremos tendremos un precio correspondiente.

12. Construye tablas de valores, con cuatro cantidades diferentes, que nos expresen las siguientes relaciones:

a. El lado de un cuadrado y su área.

lado	0	1	2	3	4
área	0	1	4	9	16

b. Un número y la cuarta parte de dicho número.

número	0	1	4	8	20
1/4 parte	0	1/4	1	2	5

c. Un número y su número opuesto.

número	-2	-1	0	1	2
opuesto	2	1	0	-1	-2

d. Un número y su número inverso.

número	-2	-1	1	2	5
inverso	$-\frac{1}{2}$	-1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$

e. La arista de un cubo y su volumen

arista	0	1	2	3	4
volumen	0	1	8	27	64

13. Copia en tu cuaderno y completa la siguiente tabla de valores sabiendo que las magnitudes P y Q son magnitudes directamente proporcionales:

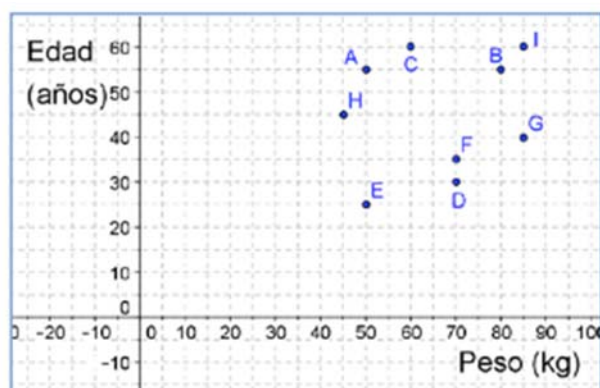
P	0	1	2	5	7	9
Q	0	3	6	15	21	27

Al ser magnitudes directamente proporcionales, haremos:

$$\frac{x}{15} = \frac{7}{21} \quad x=5 \quad ; \quad \frac{2}{x} = \frac{5}{15} \quad x=6 \quad ; \quad \frac{1}{x} = \frac{2}{6} \quad x=3$$

$$\frac{0}{x} = \frac{1}{3} \quad x=0 \quad ; \quad \frac{7}{21} = \frac{9}{x} \quad x=27$$

14. La gráfica siguiente nos indica la relación entre la edad y el peso de los profesores de un grupo de 1º de E.S.O. de un Instituto de Madrid. Sabemos que la profesora de Matemáticas es la más joven. La de Ciencias de la Naturaleza tiene 35 años. El profesor de Ciencias Sociales es de los mayores y de los que más pesan, y la de Educación Física es la más delgada. Indica que punto de la gráfica corresponde a cada uno de estos cuatro profesores.



E = profesora de Matemáticas. Tiene 25 años porque pesa 50kg.

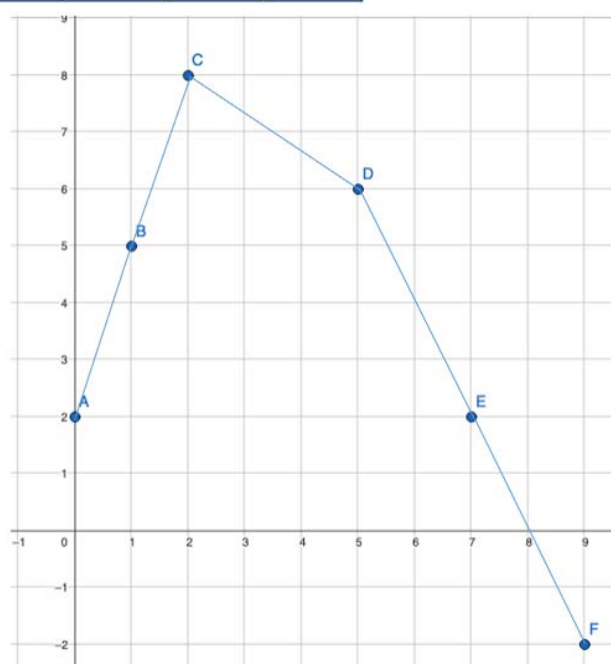
F = profesora de ciencias, pesa 70kg.

I = profesor de sociales. Tiene 60 años y pesa 85kg.

H = profesora de Educación Física. Tiene 45 años y pesa 45 kg.

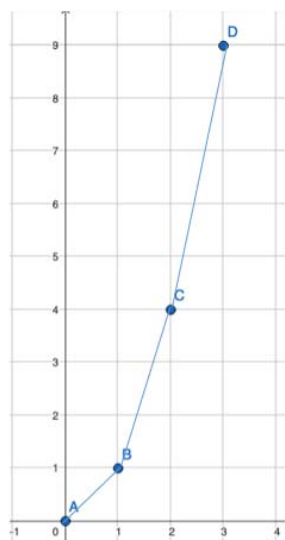
15. Haz una gráfica con los datos de la tabla siguiente:

X	0	1	2	5	7	9
Y	2	5	8	6	2	-2

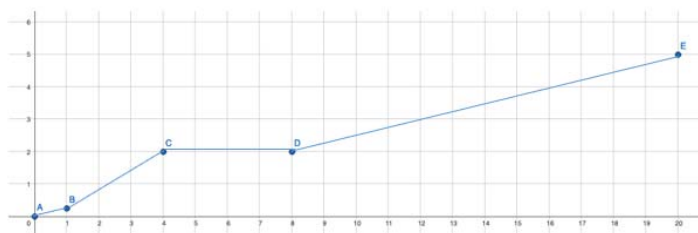


16. Construye gráficas de puntos a partir de los datos de las tablas de valores que has realizado en el ejercicio 12 y, si es posible, construye las gráficas que resultan de unir sus puntos. En cada apartado, indica en qué cuadrantes es posible tener gráfica.

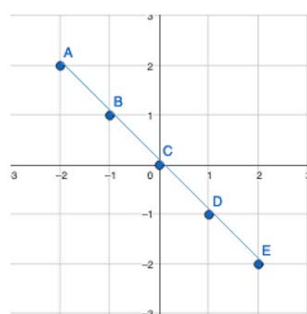
a)



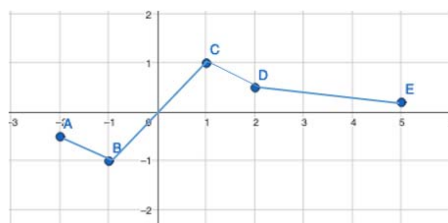
b)



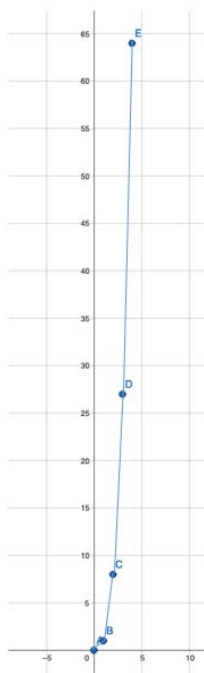
c)



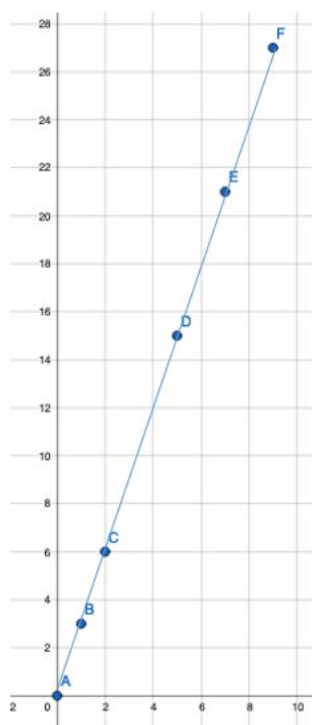
d)



e)



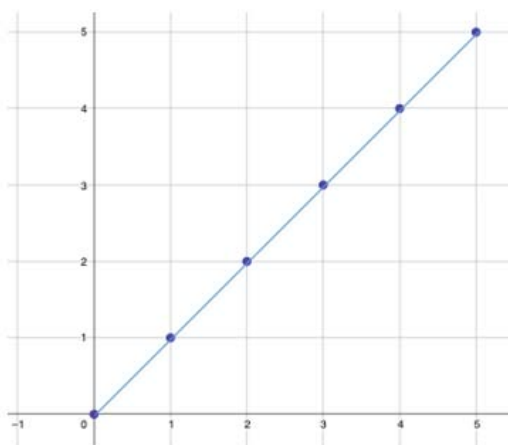
17. Construye una gráfica de puntos a partir de los datos de la tabla de valores que has completado en el ejercicio 13 y, si es posible, construye la gráfica uniendo sus puntos.



18. Inventa cuatro tablas de valores, con seis cantidades diferentes, y representa las gráficas correspondientes. Haz que dos tablas correspondan a situaciones reales y las otras dos no.

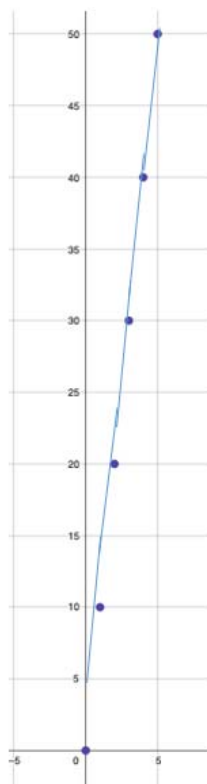
Un kilo de patatas cuesta 1€

X	0	1	2	3	4	5
Y	0	1	2	3	4	5



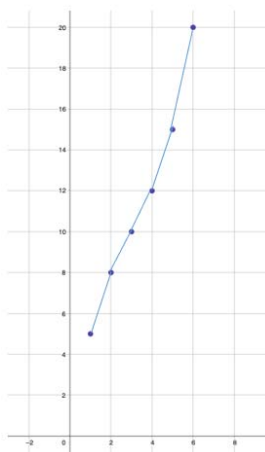
Un jersey cuesta 10€

X	0	1	2	3	4	5
Y	0	10	20	30	40	50

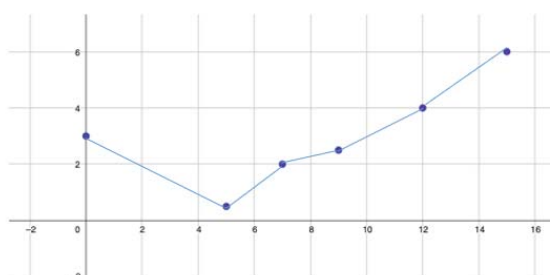


La relación entre la edad y el peso

X	1	2	3	4	5	6
Y	5	8	10	12	15	20



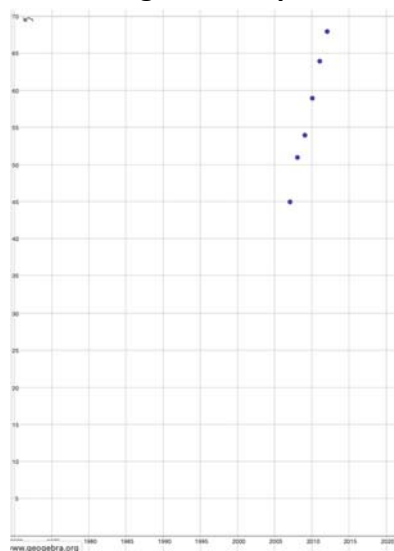
X	0	5	7	9	12	15
Y	3	$1/2$	2	$5/2$	4	6



19. En un estudio del Instituto Nacional de Estadística del año 2012, nos indican el porcentaje de hogares españoles que tienen acceso a Internet en el periodo 2007 a 2012, estos datos vienen recogidos en la siguiente tabla:

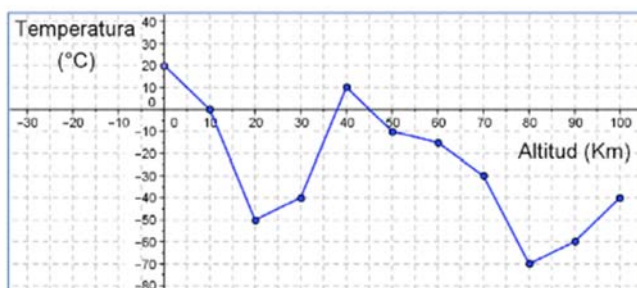
Años	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Viviendas con acceso a Internet (%)	45	51	54	59	64	68

Representa estos datos en una gráfica de puntos. ¿Podríamos unir estos puntos?



No tiene sentido unir los puntos.

20. La gráfica siguiente muestra la temperatura que se ha medido, en la atmosfera, a distintas altitudes.



a. ¿A qué altitudes la temperatura es de 0°C ?

A 10km, 38km y 45km

b. ¿Cuál es la temperatura a los 30 km de altitud?, ¿y a nivel del mar (0 km)?

La temperatura a los 30km es de -40°C y al nivel del mar, es decir, a 0km, la temperatura es de 20°C

c. ¿Cuál es la temperatura más alta que se ha medido?, ¿a qué altitud?

La temperatura más alta que se ha medido es 20°C a 0km, es decir, al nivel del mar.

d. ¿Cuál es la temperatura más baja que se ha medido?, ¿a qué altitud?

La temperatura más baja ha sido -70°C y se ha dado a 80km de altitud.

AUTOEVALUACIÓN

1. El punto de coordenadas $A = (3, -1)$ está situado en el:

- a) primer cuadrante b) segundo cuadrante c) tercer cuadrante d) cuarto cuadrante.
c) Cuarto cuadrante

2. Las coordenadas de los puntos indicados son:

- a) $(2, 1), (1, -2)$ b) $(2, 1), (-1, 2)$. c) $(1, 2), (-2, 1)$ d) $(-2, 1), (2, 2)$
a) $(2, 1), (1, -2)$

3. Indica qué afirmación es falsa:

- a. El eje de abscisas es horizontal
b. El eje de ordenadas es vertical
c. El eje de abscisas es perpendicular al eje de ordenadas
d. El eje de abscisas es el eje Y.
d) El eje de abscisas es el eje Y.

4. Los puntos de coordenadas $A = (-3, 0)$, $B = (-1, 0)$, $C = (2, 0)$, $D = (3, 0)$ están todos ellos en el:

- a) eje de ordenadas b) primer cuadrante c) eje de abscisas d) segundo cuadrante
c) eje de abscisas

5. Los puntos de coordenadas $A = (0, 0)$, $B = (0, 1)$, $C = (0, 2)$, $D = (0, 3)$ están todos ellos en el

- a) eje de ordenadas b) primer cuadrante c) eje de abscisas d) segundo cuadrante
a) eje de ordenadas

6. Los valores que completan la tabla de proporcionalidad directa son:

Personas	1	4	8	
Kg de comida	3			27

- a) 6, 12, 8 b) 12, 24, 9 c) 8, 16, 12 d) 16, 32, 7

b) 12, 24, 9

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{x} \quad x = 12$$

$$\frac{4}{12} = \frac{8}{x} \quad x = 24$$

$$\frac{12}{8} = \frac{x}{27} \quad x = 9$$

7. La siguiente tabla de valores puede corresponder a:

X	3	9	15	27
Y	1	3	5	9

- a) una proporcionalidad directa. b) una proporcionalidad inversa
c) la relación entre el lado de un cuadrado y su área. d) la relación entre el radio del círculo y su área
a) una proporcionalidad directa.

Ya que $\frac{3}{1} = \frac{9}{3}$

8. Indica en los casos siguientes aquel que NO es una función:

- a) La temperatura de la sopa a lo largo del tiempo. b) $Y = 2X$.
c) El área de un círculo como función del radio. d) El área de un cuadrado y su color.
c) El área de un cuadrado y su color.

No es una función ya que no tiene ninguna relación el área con su color.

9. Indica qué afirmación es falsa

- a) El origen de coordenadas es la intersección entre el eje de abscisas y el de ordenadas
b) En una función a cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente
c) En una función a cada valor de la variable dependiente le corresponde un único valor de la variable independiente.
c) En una función a cada valor de la variable dependiente le corresponde un único valor de la variable independiente.

Es falsa porque podemos tener dos valores distintos de la variable independiente y obtener el mismo valor de la variable dependiente. Por ejemplo, para la función $y = x^2$:

$$\text{Si } x = -7, y = 49$$

$$\text{Si } x = 7, y = 49$$

1º ESO

Capítulo 13: Estadística y probabilidad

Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-072022

Fecha y hora de registro: 2015-08-13 18:28:37.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



www.apuntesmareaverde.org.es



Realizados por:

Alba Alcalá Vidal

Revisor: **Luis Carlos Vidal Del Campo**

IES ATENEA, CIUDAD REAL

Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. Indica si es un fenómeno aleatorio:

Recuerda que un fenómeno aleatorio es aquel que, manteniendo las mismas condiciones en la experiencia, el resultado no es siempre el mismo.

- a) La superficie de las comunidades autónomas españolas. No es un fenómeno aleatorio
- b) Anotar el sexo del próximo bebé nacido en una clínica determinada. Es un fenómeno aleatorio
- c) El área de un cuadrado del que se conoce el lado. No es un fenómeno aleatorio
- d) Tiramos dos dados y anotamos la suma de los valores obtenidos. Es un fenómeno aleatorio
- e) Saber si el próximo año es bisiesto. No es un fenómeno aleatorio

2. Completa en la siguiente tabla las frecuencias relativas del experimento aleatorio tirar un dado:

Sabemos que la frecuencia relativa de un suceso se calcula dividiendo la frecuencia absoluta por el número total de experimentos.

Posibles resultados	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
1	15	$\frac{15}{100} = 0,15$
2	18	$\frac{18}{100} = 0,18$
3	16	$\frac{16}{100} = 0,16$
4	17	$\frac{17}{100} = 0,17$
5	19	$\frac{19}{100} = 0,19$
6	15	$\frac{15}{100} = 0,15$
Suma total	100	1

Para comprobar que no nos hemos equivocado, sumaremos todas las frecuencias relativas. El resultado tiene que ser 1.

3. Hemos tirado dos dados y anotado si la suma de sus caras superiores es menor, igual o mayor que

7. Escribe la tabla de frecuencias relativas de la tabla adjunta. Observa que la suma de las frecuencias relativas es 1.

Posibles resultados	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
<7	30	$\frac{30}{100} = 0,30$
7	38	$\frac{38}{100} = 0,38$
>7	32	$\frac{32}{100} = 0,32$
Suma total	100	1

4. Inventa cinco experimentos aleatorios y escribe el conjunto de posibles resultados.

- Tirar un dado y anotar el resultado: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Sacar una carta de una baraja $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \text{sota}, \text{caballo}, \text{rey}\}$
- Jugar a la lotería: $\{\text{todos los números que entren en el bombo}\}$
- De una caja de 24 colores, sacar uno y anotar el color: $\{\text{los 24 colores}\}$

5. Escribe el espacio muestral del experimento aleatorio: “Escribir en cinco tarjetas cada una de las vocales y sacar una al azar”.

El espacio muestral es aquel que está formado por todos los elementos que forman el experimento.

$$E = \{a, e, i, o, u\}$$

6. Escribe el espacio muestral del experimento aleatorio: “Tirar una chincheta y anotar en que postura cae”.

$$E = \{\text{boca arriba}, \text{de lado}\}$$

7. Inventa dos sucesos del experimento aleatorio de tirar dos monedas.

Ejemplo: “salir las dos caras”, “salir las dos cruces”

8. En el juego de lotería, indica dos sucesos respecto a la cifra de las unidades del primer premio.

Ejemplo: “que sea par”, “que sea mayor de 7”.

9. En el juego de dominó, indica tres sucesos con fichas dobles.

1. $S = \{(2, 2), (4, 4), (6, 6)\}$

2. $S = \{(3, 3)\}$

3. $S = \{(1, 1), (6, 6)\}$

10. Escribe tres sucesos aleatorios de sacar una carta de una baraja.

1. $S = \text{“Que sea oros”}$

2. $S = \text{“Que sea un caballo”}$

3. $S = \text{“Que sea un 7”}$

11. Señala si son poco probables o muy probables los siguientes sucesos:

- a) Cruzas la calle y te pillas un coche: poco probable
- b) Hace una quiniela y le toca el premio máximo: poco probable
- c) El lunes vas al colegio: muy probable
- d) Le toca la lotería a Juan: poco probable

12. Calcula la probabilidad de que al sacar una carta de la baraja sea de oros.

En la baraja española tenemos 40 cartas, 10 de cada palo, por lo que sacar un oro sería: $\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

13. Para saber la probabilidad de que un recién nacido sea zurdo, ¿te basarías en el estudio de las frecuencias relativas o la asignarías por simetría?

Para calcular la probabilidad de un suceso, usaremos dos técnicas. Una analizando las frecuencias relativas de que ocurra un suceso, y otra por simetría que se usa cuando sabemos que los sucesos son equiprobables, es decir, todos tienen la misma probabilidad, entonces se divide el número de casos

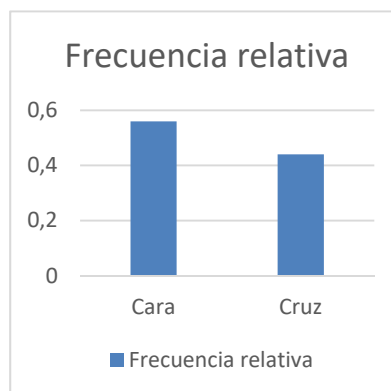
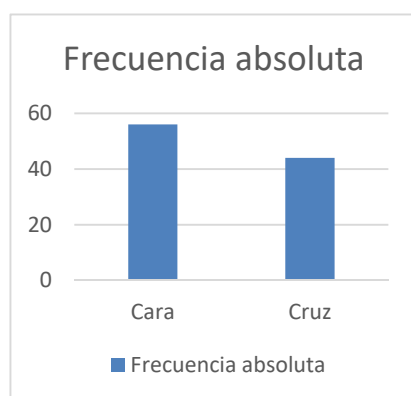
probables por el número de casos posibles.

En este caso usaríamos la técnica de frecuencias relativas, ya que no podríamos usar la técnica de simetría porque no podemos afirmar que exista la misma probabilidad de que el niño nazca zurdo.

14. Dibuja el diagrama de rectángulos de frecuencias absolutas de la tabla adjunta. Representa también el diagrama de rectángulos de frecuencias relativas.

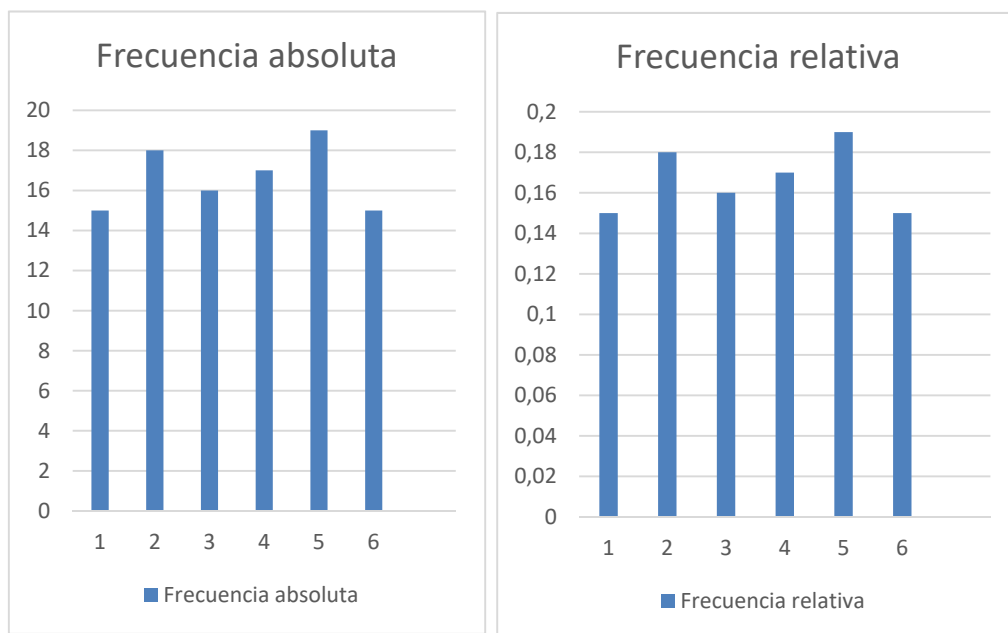
Tenemos que saber que en el eje vertical se representan las frecuencias y en el eje horizontal todos los posibles resultados del experimento

Posibles resultados	Número de veces	Frecuencia Relativa
Cara	56	$\frac{56}{100} = 0,56$
Cruz	44	$\frac{44}{100} = 0,44$



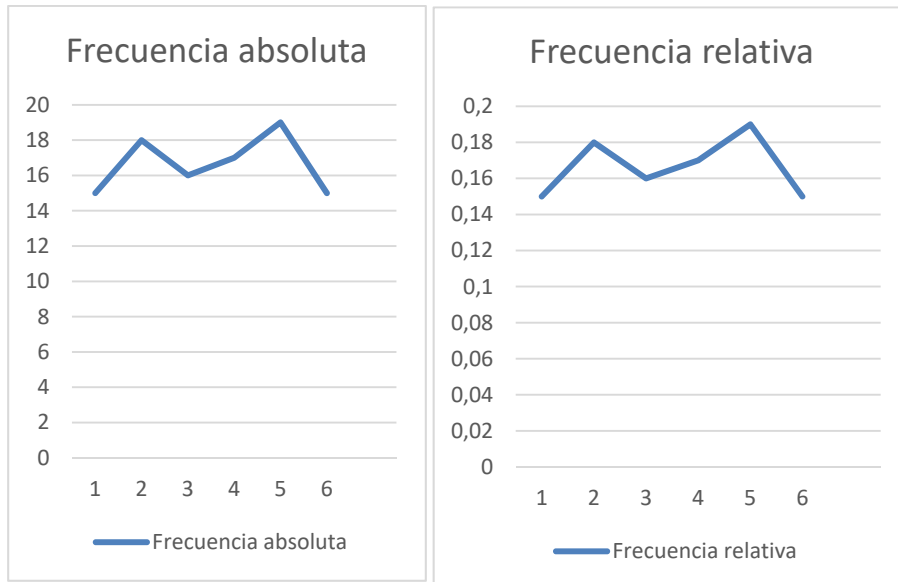
15. Dibuja el diagrama de rectángulos de frecuencias absolutas de la tabla adjunta. Representa también el diagrama de rectángulos de frecuencias relativas.

Posibles resultados	Número de veces	Frecuencia Relativa
1	15	$\frac{15}{100} = 0,15$
2	18	$\frac{18}{100} = 0,18$
3	16	$\frac{16}{100} = 0,16$
4	17	$\frac{17}{100} = 0,17$
5	19	$\frac{19}{100} = 0,19$
6	15	$\frac{15}{100} = 0,15$

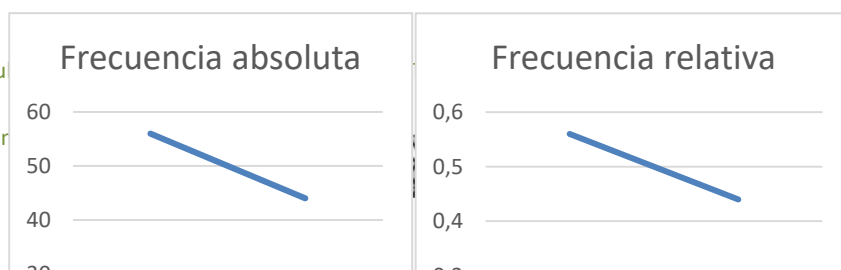


16. Dibuja los diagramas de líneas de frecuencias absolutas y frecuencias relativas del experimento tirar un dado de la actividad propuesta 15.

El diagrama de líneas se realizará igual que el de barras, solo que en este caso solo señalaremos el punto y luego se unirán todos.



17. Dibuja los diagramas de líneas de frecuencias absolutas y relativas del experimento tirar una moneda de la actividad 14.



18. Haz una encuesta entre tus compañeros y compañeras de clase sobre el número de libros que leen al mes. Confecciona una tabla y representa los datos en un diagrama de rectángulos, un diagrama de líneas, un pictograma y un diagrama de sectores.

Solución abierta

19. Haz una encuesta entre tus compañeros y compañeras de clase sobre el número de horas diarias que ven la televisión. Confecciona una tabla y representa los datos en un diagrama de rectángulos, un diagrama de líneas, un pictograma y un diagrama de sectores.

Solución abierta

20. Haz un diagrama de sectores relativo al número de descargas de Textos Marea Verde del ejemplo visto en Pictograma.

En el diagrama de sectores se representan las frecuencias. El círculo se divide en sectores de amplitudes proporcionales a las frecuencias. Por ejemplo, si tenemos una frecuencia de 47, haremos:

$$\frac{47 \cdot 360^\circ}{100 \text{ (nº total del casos)}} = 169,2^\circ$$

169,2 serían los grados para representar en el círculo.

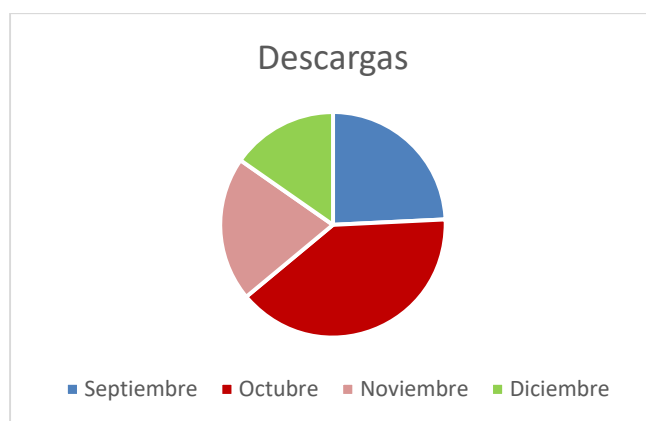
Total de casos = 572+937+489+361= 2356

Septiembre: $\frac{572 \cdot 360^\circ}{2356} = 87,4^\circ$

Octubre: $\frac{937 \cdot 360^\circ}{2356} = 143,17^\circ$

Noviembre: $\frac{489 \cdot 360^\circ}{2356} = 74,7^\circ$

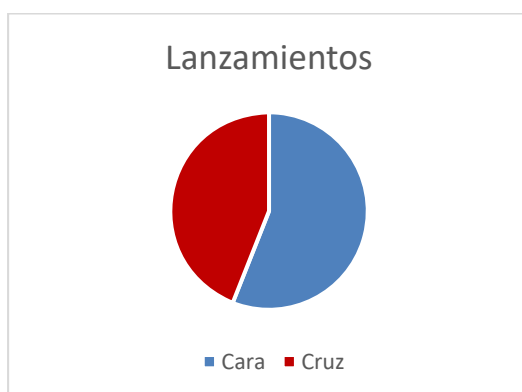
Diciembre: $\frac{361 \cdot 360^\circ}{2356} = 55,1^\circ$



21. Dibuja un diagrama de sectores de la actividad propuesta 14:

Cara: $\frac{44 \cdot 360^\circ}{100} = 158,4^\circ$

Cruz: $\frac{56 \cdot 360^\circ}{100} = 201,6^\circ$



22. Dibuja un diagrama de sectores de la actividad propuesta 15:

Número total de casos: $15+18+16+17+19+15 = 100$

1. $\frac{15 \cdot 360^\circ}{100} = 54^\circ$

2. $\frac{18 \cdot 360^\circ}{100} = 64,8^\circ$

3. $\frac{16 \cdot 360^\circ}{100} = 57,6^\circ$

4. $\frac{17 \cdot 360^\circ}{100} = 61,2^\circ$

5. $\frac{19 \cdot 360^\circ}{100} = 68,4^\circ$

6. $\frac{15 \cdot 360^\circ}{100} = 54^\circ$



23. Juega con el ordenador. Calcula parámetros estadísticos de un conjunto de datos que te inventes. Inserta otros gráficos distintos de columna, de línea, circular, barra, dispersión e indica a qué tipo de representación corresponden.

Solución abierta

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Miriam y Luis han escrito en tarjetas los 4 nombres que más les gustan para la hija que van a tener: Adela, Miriam, Amelia y Elena. Mezclan bien las tarjetas y extraen una al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que la niña se llame Amelia?

Tenemos 4 nombres y elegimos 1, por lo que la probabilidad sería $\frac{1}{4}$.

2. Se lanza una moneda 750 veces y se obtiene cara 360 veces. Expresa en una tabla las frecuencias absolutas, relativas y calcula también las frecuencias acumuladas absolutas y acumuladas relativas de caras y cruces en este experimento.

Posibles resultados	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Cara	360	$\frac{360}{750} = 0,48$
Cruz	390	$\frac{390}{750} = 0,52$

Frecuencia absoluta: Hemos lanzado la moneda 750 veces, si 360 veces nos ha salido cara, $750 - 360 = 390$. Por lo tanto 390 veces habrá salido cruz.

Frecuencia relativa: se calcula dividiendo la frecuencia absoluta por el número total de experimentos.

3. Se lanza un dado 500 veces y se obtienen los siguientes resultados:

Resultado	1	2	3	4	5	6
Número de veces	70	81	92	85		81

a) ¿Cuántas veces ha salido el 5?

Sumamos todas las veces que han salido los otros números:

$70 + 81 + 92 + 85 + 81 = 409$. Este resultado se lo restamos a las 500 veces que hemos lanzado el dado: $500 - 409 = 91$.

Por lo tanto, sabemos que el número 5 ha salido 91 veces.

b) Escribe en tu cuaderno una tabla con las frecuencias absolutas.

Resultado	1	2	3	4	5	6
Frecuencia absoluta	70	81	92	85	91	81

c) Escribe en tu cuaderno una tabla con las frecuencias relativas.

Resultado	1	2	3	4	5	6
Frecuencia relativa	0,14	0,162	0,184	0,17	$\frac{0,18}{2}$	0,162

4. En una clase se ha medido el tamaño de las manos de cada uno de los alumnos y alumnas, y el resultado en centímetros ha sido el siguiente:

19, 18, 20, 19, 18, 21, 19, 17, 16, 20,

16, 19, 20, 21, 18, 17, 20, 19, 22, 21,

23, 21, 17, 18, 17, 19, 21, 20, 16, 19

a) ¿Qué tamaño ha sido el valor mínimo? ¿Y el máximo?

El valor mínimo ha sido 16 cm. El valor máximo ha sido 23cm.

b) Haz una tabla de frecuencias absolutas y otra de frecuencias relativas.

Para hacer la tabla tendremos en cuenta las medidas que estén repetidas.

Tamaño manos	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
16	3	$\frac{3}{30} = 0,1$
17	4	$\frac{4}{30} = 0,13$
18	4	$\frac{4}{30} = 0,13$
19	7	$\frac{7}{30} = 0,23$
20	5	$\frac{5}{30} = 0,16$
21	5	$\frac{5}{30} = 0,16$
22	1	$\frac{1}{30} = 0,03$
23	1	$\frac{1}{30} = 0,03$

c) Haz una tabla de frecuencias absolutas acumuladas y otra de frecuencias relativas acumuladas.

Tamaño manos	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa acumulada
16	3	0,1
17	7	0,23
18	11	0,36
19	18	0,6
20	23	0,76
21	28	0,93
22	29	0,96
23	30	1

5. Calcula la frecuencia absoluta de los datos de una encuesta en la que se ha elegido entre ver la televisión, t, o leer un libro, l:

t, l, t, t, t, l, t, t, l, t, l, t, l, t, t, l, l, t, l, t, l, t, l, t.

Posible resultado	Frecuencia Absoluta
Televisión	15
Libro	10

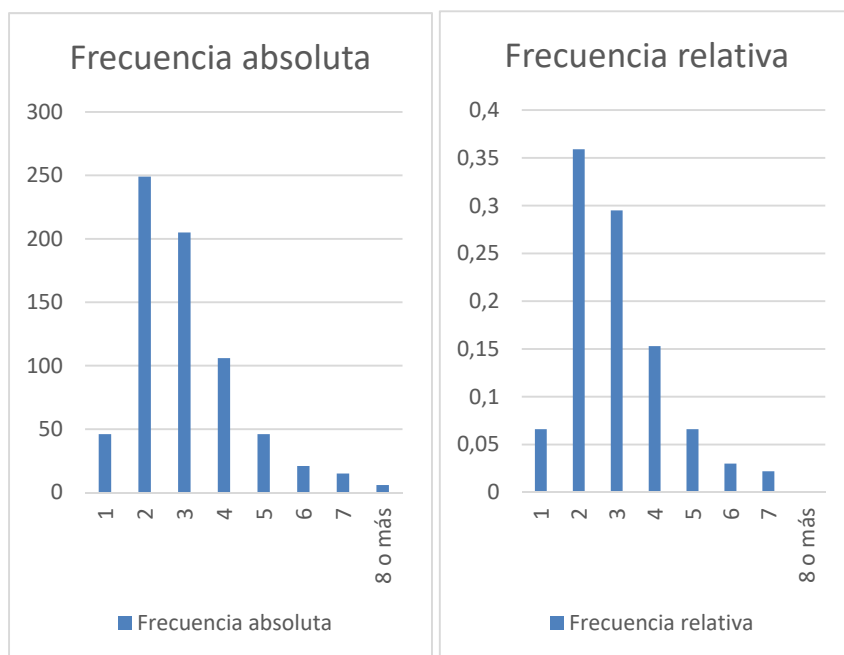
6. Se ha preguntado en un pueblo de la provincia de Madrid el número de hermanos que tenían y se ha obtenido la siguiente tabla de frecuencias absolutas sobre el número de hijos de cada familia:

Número de hijos	1	2	3	4	5	6	7	8 o más
Número de familias	46	249	205	106	46	21	15	6

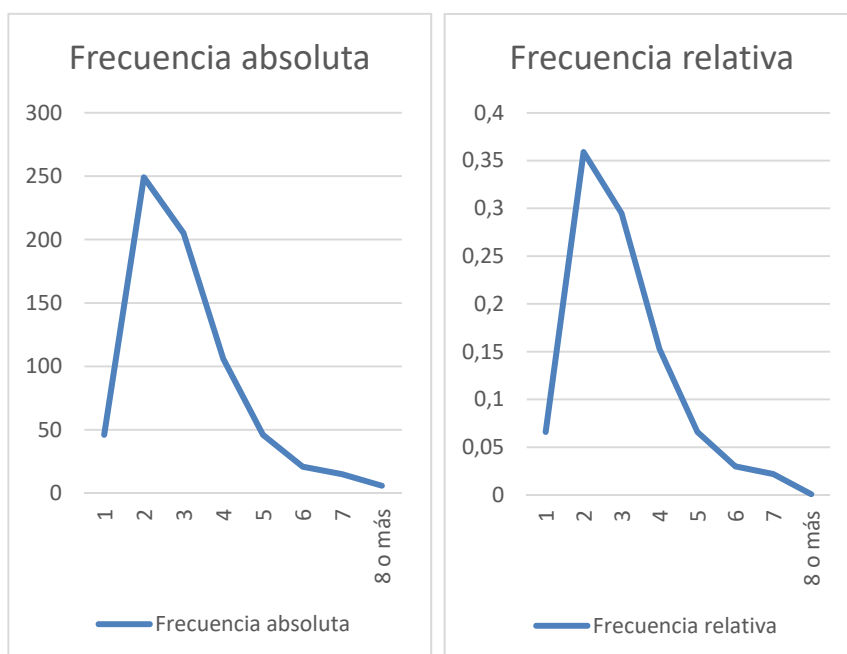
a) Escribe en tu cuaderno una tabla de frecuencias relativas.

Número hijos	Numero familias	Frecuencia relativa
1	46	$\frac{46}{694} = 0,066$
2	249	$\frac{249}{694} = 0,359$
3	205	$\frac{205}{694} = 0,295$
4	106	$\frac{106}{694} = 0,153$
5	46	$\frac{46}{694} = 0,066$
6	21	$\frac{21}{694} = 0,030$
7	15	$\frac{15}{694} = 0,022$
8 o más	6	$\frac{6}{694} = 0,009$

b) Haz un diagrama de rectángulos de frecuencias absolutas y otro de frecuencias relativas.



d) Haz un diagrama de líneas de frecuencias absolutas y otro de frecuencias relativas.



7. Haz una encuesta con tus compañeros y compañeras de curso preguntando el número de hermanos y confeccionando una tabla sobre el número de hijos y el número de familias.

a) Haz una tabla de frecuencias relativas.

b) Haz un diagrama de rectángulos de frecuencias relativas.

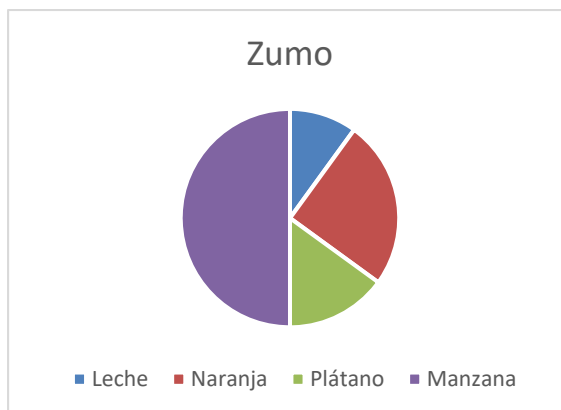
c) Compara la tabla de frecuencias relativas y el diagrama de rectángulos de frecuencias relativas que obtengas con el obtenido en el ejercicio anterior.

Solución abierta

8. Un batido de frutas contiene 25 % de naranja, 15 % de plátano; 50 % de manzana y, el resto de leche. Representa en un diagrama de sectores la composición del batido.

$$25\% + 15\% + 50\% = 90\%$$

$$\text{De leche tendremos: } 100\% - 90\% = 10\%$$



9. En un campamento de verano se han gastado diez mil euros. El gráfico muestra la distribución del gasto:

1. Comida: 40 %

2. Limpieza y mantenimiento: 30 %

3. Actividades: 25 %

4. Vestuario:

a) ¿Qué porcentaje se gastó en vestuario?

$$40\% + 30\% + 25\% = 95\%$$

$$100\% - 95\% = 5\%$$

En vestuario se gastó un 5%.

b) ¿Cuántos euros se gastaron en comida?

En comida se ha gastado el 40% de los 10.000€, que serán 4.000€.

c) ¿Cuánto mide el ángulo del sector correspondiente a actividades?

$$\frac{25 \cdot 360^\circ}{100} = 90^\circ$$

10. Busca en revistas o periódicos dos gráficas estadísticas, recórtalas y pégalas en tu cuaderno. En muchas ocasiones estas gráficas tienen errores. Obsérvalas detenidamente y comenta las siguientes cuestiones:

a) ¿Está clara la variable a la que se refiere? ¿Y las frecuencias?

b) ¿Son correctas las unidades? ¿Pueden mejorarse?

c) Comenta las gráficas.

Solución abierta

11. Se hace un estudio sobre el número de video juegos del alumnado de una clase. El resultado se representa en la tabla siguiente:

Número de video juegos	0	1	2	3	4	5
Número de estudiantes	3	4	3	5	9	7

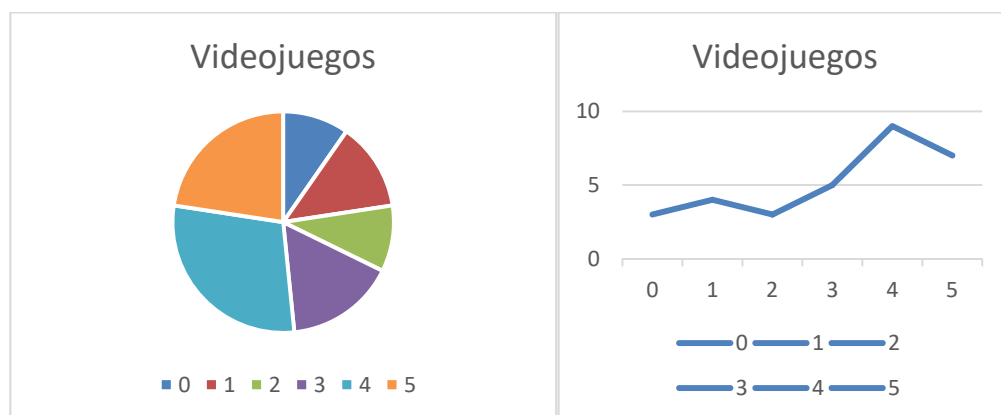
a) Copia la tabla en tu cuaderno y haz una tabla de frecuencias relativas y de frecuencias relativas acumuladas.

Número videojuegos	Número estudiantes	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa acumulada
0	3	$\frac{3}{31} = 0,1$	0,1
1	4	$\frac{4}{31} = 0,13$	0,23
2	3	$\frac{3}{31} = 0,1$	0,32
3	5	$\frac{5}{31} = 0,16$	0,48
4	9	$\frac{9}{31} = 0,29$	0,77
5	7	$\frac{7}{31} = 0,23$	1

b) ¿Qué porcentaje tienen menos de 3 video juegos?

Tres o menos de tres videojuegos tiene un porcentaje de $0,32 = 32\%$.

c) Representa los datos en un diagrama de sectores y en un diagrama de líneas.



Ordenador

12. Introduce los datos de la encuesta sobre el número de hijos en el ordenador.

Respuesta abierta

13. Organiza los datos en una tabla calculando las frecuencias absolutas de 0, 1, 2, 3 y 4. Introduce esta tabla en el ordenador y haz una representación de barras, un diagrama de líneas y un diagrama de sectores.

Respuesta abierta

14. Utiliza el ordenador para comprobar los resultados obtenidos en los ejercicios anteriores.

Respuesta abierta

15. Realiza una encuesta en tu clase y lleva los resultados a un ordenador para hacer un informe. La encuesta podría ser, por ejemplo, si le gusta o no una determinada serie de televisión, o un programa; o el número de días de la semana que hacen algún deporte, el tipo de música que les gusta; o... Piensa sobre qué podrías preguntar.

Respuesta abierta

Problemas

16. Si escribimos la palabra PROBABILIDAD en una tira de papel, recortamos las letras de modo que quede una en cada papel y ponemos todos los papeles en una bolsa, ¿cuál es la probabilidad de obtener una B al extraer uno de los papeles?, ¿y la de extraer una A?, ¿Y la de una L?

Tenemos doce letras que forman la palabra. Como hay dos “b”, la probabilidad de sacar una b sería: $\frac{2}{12}$

Como también tenemos 2 “a”, la probabilidad será $\frac{2}{12}$

Como tenemos una letra “l”, la probabilidad será $\frac{1}{12}$

16. Tira una chincheta 15 veces y anota las veces que cae con la punta hacia arriba y las que no. Construye luego dos tablas: una de frecuencias absolutas y otra de frecuencias relativas. Representa el resultado en un diagrama de frecuencias y en un diagrama de líneas.

Respuesta abierta

AUTOEVALUACIÓN

1. Indica la respuesta correcta: Los fenómenos aleatorios son:

- a) Los que suceden raras veces.
- b) Los que suceden una vez de cada 100.
- c) Aquellos en los que no se puede predecir el resultado.
- d) Los que son equiprobables.

La respuesta correcta es la c) ya que en un fenómeno aleatorio no podemos predecir el resultado.

2. Indica cuál de los siguientes sucesos tiene una probabilidad $1/2$. Observa que en todos los casos únicamente puede pasar ese suceso y lo contrario.

- a) Al cruzar la calle nos atropelle un coche.
- b) El incendio ha sido intencionado.
- c) Sacar cara al tirar una moneda.
- d) Se hunda la casa mañana.

La solución será el apartado c) ya que tenemos dos casos posibles (sacar cara o sacar cruz), por lo que, la probabilidad de sacar cada uno de ellos será $\frac{1}{2}$

3. Se extrae una carta de una baraja española. La probabilidad de que sea una copa es:

- a) $1/40$
- b) 0.1
- c) $4/40$
- d) $10/40$

La baraja española tiene 40 cartas y de ellas 10 son copas,
por lo que la solución es la d).

4. Indica cual es la frase que falta en la siguiente definición:

En un se sustituyen los rectángulos por un dibujo representativo

- a) Diagrama de líneas
- b) Diagrama de rectángulos
- c) Pictograma
- d) Diagrama de sectores

La solución es la c).

5. Si en una tabla de frecuencias a un valor le corresponde una frecuencia relativa de 0.1, al dibujar un diagrama de sectores el ángulo correspondiente es de:

- a) 36°
- b) 30°
- c) 3.6°
- d) 72°

Como sabemos, la suma de todas las frecuencias debe de dar como resultado 1. Al tener de frecuencia relativa 0,1 sabemos que es la décima parte, por lo que al hallar el ángulo correspondiente dividiremos $360^\circ:10$, lo que nos dará como resultado 36° .

Por esto, la respuesta correcta es la a).

6. En un diagrama de rectángulos de frecuencias absolutas, la suma de sus alturas es igual a:

- a) 100
- b) 1
- c) Total de datos
- d) Suma de sus bases

La respuesta correcta es la c)

7. Se tira un dado. ¿Cuál es la probabilidad de que el resultado sea un múltiplo de 2?

- a) 1
- b) $1/2$
- c) $2/6$
- d) $4/6$

El dado tiene tres números múltiplos de 2 (2, 4 y 6). Por lo que la probabilidad será $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Así, la solución es la b)

8. Una determinada frecuencia absoluta es 4, y la suma total es 20, el porcentaje es:

- a) 20
- b) 10
- c) 25
- d) 50

Sabemos que se divide la frecuencia absoluta entre la suma total, por lo que tendremos $4:20 = 0,2$. Si lo pasamos a porcentaje, $0,2 = 20\%$,

por lo que la solución es la a).

9. Se tiran dos monedas. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean caras?

- a) $1/3$
- b) $1/2$
- c) $3/4$
- d) $1/4$

Tenemos 4 casos posibles, dos caras y dos cruces y solo un caso favorable que es salir las dos caras. Por tanto, tendremos $\frac{1}{4}$.

Por ello, la solución es el apartado d)

10. De una baraja española se extrae al azar una carta. ¿Cuál es la probabilidad de que no sea de oros?

- a) $\frac{3}{4}$
- b) $\frac{1}{4}$
- c) $\frac{2}{3}$
- d) $\frac{1}{40}$

La baraja tiene 40 cartas, 10 de cada palo. Por lo que, cartas que no sean oros suman un total de 30. De esta forma, la probabilidad de que no sea oros será $\frac{30}{40} = \frac{3}{4}$.

La solución es la a).