CAPÍTULO 2: NÚMEROS

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-009651

Fecha y hora de registro: 2013-07-27 20:18:25.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa

Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Mas información en http://www.dmrights.com

www.apuntesmareaverde.org.es

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos

Revisora: Pepa Giménez

Ilustraciones: Banco de imágenes del INTEF

Sistema de numeración egipcio

Ilustración: A. Ortega

Índice

1. NÚMEROS

1.1. EL SISTEMA DE NUMERACIÓN

1.2. NÚMEROS TRIANGULARES, CUADRADOS, PENTAGONALES…

1.3. NÚMEROS ENTEROS

1.4. FRACCIONES

1.5. EXPRESIONES DECIMALES

1.6. APROXIMACIONES, TRUNCAMIENTOS Y REDONDEOS

2. REPRESENTACIÓN GRÁFICA

2.1 REPRESENTACIÓN EN LA RECTA NUMÉRICA

2.2. COMPARACIÓN DE NÚMEROS

2.3. REPRESENTACIÓN DE FRACCIONES

3. OPERACIONES

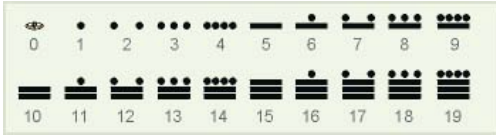
3.1. SUMA Y RESTA. PROPIEDADES

3.2. PRODUCTO Y COCIENTE. PROPIEDADES

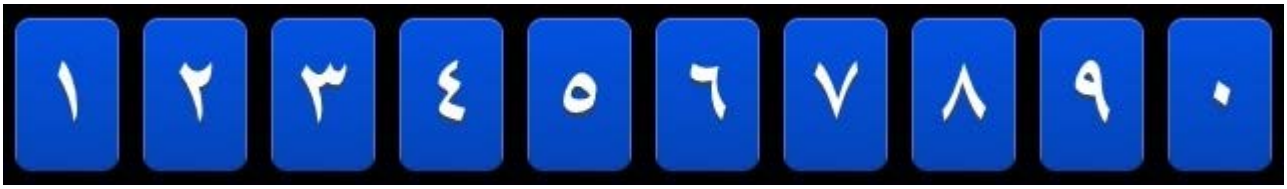
3.3. JERARQUÍA DE OPERACIONES

3.4. NOTACIÓN CIENTÍFICA

Ilustración: A. Ortega



Sistema de numeración maya



Números arábigos

Resumen

Ya conoces muchos tipos de números, los números naturales, que sirven para contar, los números decimales, que nos sirven, entre otras muchas cosas, para usar los céntimos, las fracciones… También conoces, del curso pasado, los números enteros, los positivos, los negativos y el cero. En la historia de la humanidad aparecen mucho antes las fracciones, en Egipto y en Babilonia, que los números negativos. En los balances contables, por ejemplo, se ponía en rojo las deudas (pero no se usaba el signo menos). En el Renacimiento Tartaglia y Cardano ya obtuvieron soluciones negativas de algunas ecuaciones (de tercer grado) pero hasta el siglo XVII no se generalizó su uso. Observa que ya se usaban expresiones decimales y fracciones positivas y sin embargo se tardó mucho en utilizar los números negativos.

En este capítulo vamos a revisar como se trabaja con números positivos y negativos, fracciones y decimales, a sumarlos, restarlos, multiplicarlos, dividirlos, a calcular si valor absoluto, a representarlos en una recta y a compararlos.

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

Textos Marea Verde

1. NÚMEROS

Reloj con números romanos

Recuerda que:

El conjunto de los números naturales se representa por la letra $\mathbb{N}$ y está formado por los números 1, 2, 3, 4,…

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$$

Es un conjunto infinito, pues no tiene un último elemento, aunque si tiene un primer elemento, el 1. Es un conjunto bien ordenado pues dados dos números naturales siempre sabemos si uno es menor que el otro.

1.1. El sistema de numeración

El sistema de numeración decimal

En el **sistema de numeración decimal** el valor de una cifra en un número es diez veces mayor que el de la cifra situada a su derecha y diez veces menor que el valor de la situada a su izquierda. Por eso se dice que es un **sistema posicional**: el valor de una cifra en un número depende del lugar que ocupe esa cifra.

Otros sistemas de numeración decimal usados actualmente son los que se usan en países árabes como:

Europeo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Arábigo-Índico	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
Arábigo-Índico Oriental (Persa y Urdu)	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹

Actividades resueltas

- En el número 9 835 067 tenemos:

  - La cifra de las unidades: el $7 = 7 \cdot 10^0$

  - Luego la cifra de las decenas: el **6**, cuyo valor en el número es 10 veces más que el anterior, luego su valor será: $6 \cdot 10 = 60$

  - En tercer lugar, las centenas: el **0**, cuyo valor será el que resulte de multiplicar la cifra situada en tercer lugar por 100 (o por 10^2): $0 \cdot 10^2 = 0$

  - En cuarto lugar las unidades de millar: **5**, cuyo valor obtenemos multiplicando por 1000 (o por 10^3) la cifra situada en ese lugar: $5 \cdot 10^3 = 5\,000$

  - Luego, las decenas de millar: **3** cuyo valor será: $3 \cdot 10^4 = 30\,000$

  - En sexto lugar, las centenas de millar: **8**, cuyo valor se obtiene multiplicando la cifra por 10^5: $8 \cdot 10^5 = 800\,000$

  - Y, por último, las unidades de millón: **9**, cuyo valor obtenemos multiplicándolo por 10^6: $9 \cdot 10^6 = 9\,000\,000$

Con esto observamos que el número 9 835 067 se puede escribir utilizando potencias de 10 de la forma:

$$9\,835\,067 = 9 \cdot 10^6 + 8 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

1	一
2	二
3	三
4	四
5	五
6	六
7	七
8	八
9	九
10	十
0	零 / 〇

Números chinos

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

Actividades propuestas

1. Escribe mediante potencias de 10 los siguientes números:

a) 8 216 b) 591 274 c) 918 273 d) 9 000 3040 506

2. ¿Qué lugar ocupa la cifra 7 en los siguientes números? ¿En cuál de los números tiene mayor valor? ¿Y menor?

a) 708 544 b) 67 339 001 c) 5 092 175 d) 9 847

3. Razona por qué, en el número natural 77 777 con cifras repetidas, éstas no tienen el mismo valor.

Números romanos

Otro sistema de numeración que todavía se usa es el de los **números romanos**. ¿Te acuerdas de sus equivalencias? I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1 000.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1.000

Números romanos

Ejemplo:

- El número MDL equivale en el sistema decimal al 1 550. Si ahora le añadimos un V, es decir: MDLV, el número es el 1 555, pero las cifras M, D, y L siguen teniendo el mismo valor en ambos números.

Actividades propuestas

4. Escribe mediante potencias de 10 los siguientes números romanos en nuestra numeración:

a) MDCV b) MMMCCXXXIII c) MMCDXXVI d) MMCCCXLIII

video

¿Quién inventó el CERO? Las matemáticas no podrían funcionar sin el cero, el signo numérico de valor nulo. Es pieza fundamental para las operaciones algebraicas y clave del mundo digital. Pero, ¿sabes cuándo se empezó a usar? ¿Cuál es el origen de este símbolo? Eduardo Sáenz de Cabezón:

https://www.youtube.com/watch?v=MOtCBPXO698

Otros sistemas de numeración

Uno de los primeros sistemas de numeración que se utilizó fue el de **base 12** hace ya más de 5000 años. Todavía se usa cuando contamos objetos por docenas o con algunas mediciones del tiempo.

El sistema de **base 2** o sistema binario también es muy utilizado hoy en día, sobre todo en los ordenadores y calculadoras debido a su simplicidad, ya que para escribir números en este sistema solo se necesitan dos cifras distintas, el 0 y el 1

0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1011	1100	1101	1110	1111	10000	10001	10010	10011	10100	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

Cifras del sistema binario

Actividades propuestas

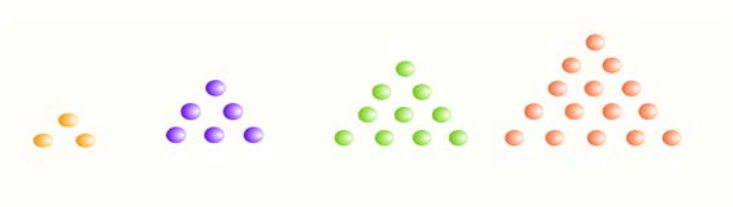
5. Escribe los números del 1 al 10 en el sistema binario.

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

1.2. Los números triangulares, cuadrados, pentagonales…

Los griegos, y en particular los pitagóricos solían representar los números mediante piedrecitas, cálculos, sobre la arena y los ordenaban formando dibujos geométricos poligonales.

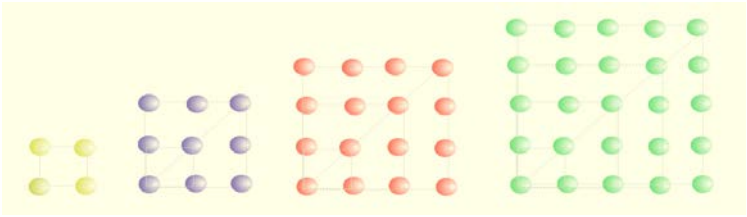
Si los ordenas formando triángulos obtienes los números triangulares:



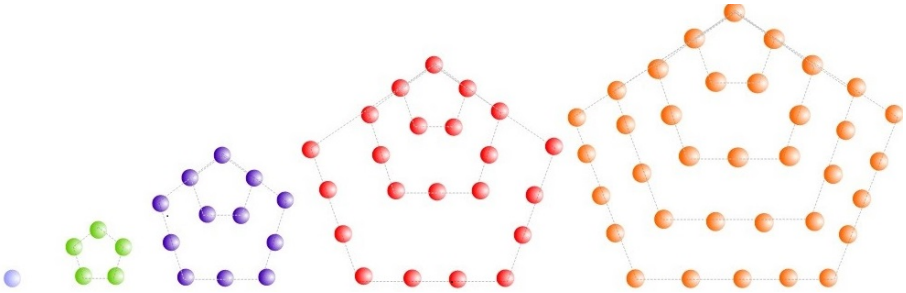
Observa que los números triangulares son: 1, 3, 6, 10, 15….

- Añade 3 números triangulares más.

Si los ordenamos formando cuadrados obtienes los cuadrados perfectos que ya conoces: 1, 4, 9, 16, 25…



Se pueden ordenar formando pentágonos:



Los números pentagonales son: 1, 5, 12, 22, 35…

Y así con otros polígonos.

Estos números se usaron en la *Escuela Pitagórica* asociando al número una imagen geométrica.

Actividades propuestas

6. Llamamos C_n al número cuadrado y T_n al número triangular que ocupan el lugar n. Ya sabes que C_n es igual a n^2: $C_n = n^2$ Comprueba que $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$ es una expresión para los números triangulares.

7. Observa los números cuadrados perfectos. Mira en la figura y comprueba que puedes formarlos como suma de dos números triangulares: 4 = 3 + 1, 9 = 6 + 3… Exprésalo de forma general.

8. Escribe tres números triangulares, tres cuadrados y tres pentagonales más de los ya indicados.

9. Dibuja tres números hexagonales.

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

1.3. Números enteros

Existen ocasiones de la vida cotidiana en que es preciso usar números distintos de los naturales, números positivos y negativos. Los números naturales no resultan ser suficientes.

Recuerda que:

Los **números enteros** son una ampliación de los números naturales:

- Los números enteros **positivos** son los números naturales y se escriben precedidos del signo +: +1, +2, +3, +4, +5…
- Los enteros negativos van precedidos del signo –: –1, –2, –3….
- El cero es el único número entero que no es ni negativo ni positivo y no lleva signo.

El conjunto de los números enteros se representa por $\mathbf{Z}$.

$$\mathbf{Z} = \{0, +1, -1, +2, -2, +3, -3, +4, -4, \dots\}$$

Al escribir un número entero positivo no se suele escribir su signo: + 2 = 2; +6 = 6.

Ejemplo:

- Juan está trabajando y el primer mes gana 1 000 euros, pero gasta 500 euros, por tanto, Juan tiene *en total* 1 000 − 500 = 500 €. Sin embargo, si el primer mes gana 1 000 pero sus gastos son mayores (alquiler del piso, impuestos…) y ascienden a 2 000 euros, se dice que *perdió en total* 2 000 – 1 000 = 1 000 euros. Unas veces existe una *ganancia* neta, y otras una *pérdida*, dependiendo de si las ganancias fueron mayores que los gastos o viceversa. Estas dos posibilidades se pueden expresar utilizando el signo de los números negativos (o positivos): en el primer caso ganó en total 1 000 – 500 = +500 euros, y en el segundo ganó en total 1 000 – 2 000 = – 1 000. Euros. Así, se entiende que una pérdida es una *ganancia negativa*.

video

¿Qué son realmente los Números Reales? Repasa los números naturales, enteros, racionales…

https://www.youtube.com/watch?v=xOjQ3u7jSLQ

Los números negativos aparecen al considerar:

- El capital de una empresa que ha quebrado.
- Temperaturas por debajo de cero grados.
- Fechas antes de Cristo.
- Profundidad de un submarino bajo el nivel del mar.
- Se dice "*las seis menos cinco*" o las "*ocho menos veinte*".

Valor absoluto de un número

La distancia que separa un número del cero se define como **valor absoluto** del número.

- Es siempre un número positivo (o cero).
- Se escribe entre dos barras **| |**.

$|+6| = 6$

$|-3| = 3$

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

Ejemplo:

- El valor absoluto de +4, es 4, y se escribe: |+4| = 4;
- El valor absoluto de –9.3 es 9.3 y por tanto |–9.3| = 9.3, del mismo modo:
- |+23.5| = 23.5 y |–5/6| = 5/6.

Actividades propuestas

10. Escribe el número que mejor representa la situación que se plantea:
a) Un submarino navega a 345 m de profundidad.
b) Hoy el termómetro marcaba 15 °C.
c) El coche estaba en el sótano 5.
d) Arquímedes murió en el año 212 antes de Cristo.

11. Expresa estos enunciados con un número positivo, negativo o cero:
a) Me he quedado sin dinero.
b) Miguel nació en el año dos mil.
c) El garaje está en el tercer sótano.

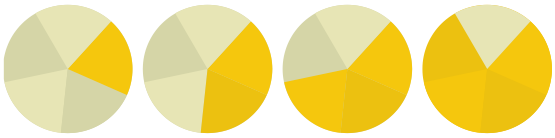
12. Indica el significado de los números –4, 0 y +7 en cada una de las situaciones siguientes:
a) En un garaje b) En una temperatura c) En una cuenta.

13. Calcula el valor absoluto de los siguientes números:
a) |+43| b) |–7.2| c) | 0 | d) |–81.7|

1.4. Fracciones

Los objetos matemáticos llamados **fracciones** permiten que las personas se entiendan al hablar de trozos, partes o porciones, tanto si se ha troceado en porciones idénticas como si son de diferentes tamaños.

Una fracción es el cociente de dos números enteros.



Comencemos con un ejemplo.

- Si dividimos un bizcocho en 5 partes iguales, cada porción es una de las cinco partes en las que hemos dividido el bizcocho. Escribiremos $\frac{1}{5}$ para representar cada trozo, es decir, cada una de las cinco quintas partes del bizcocho. Si colocamos en una bandeja tres de esas porciones, sobre la bandeja habrá tres quintas partes de bizcocho: $\frac{3}{5}$

El bizcocho completo puede representarse de la siguiente forma $\frac{5}{5}=1$ ya que está formado por cinco quintas partes.

En general, una ***fracción*** es una expresión de la forma $\frac{m}{n}$ donde tanto *m* como *n* son números enteros. Para referirnos a ella diremos *"m partido de n"*; *m* recibe el nombre de ***numerador*** y *n* es el ***denominador***.

Para valores bajos del denominador, disponemos de denominaciones alternativas:

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

$\frac{1}{2}$, un medio $\frac{2}{3}$, dos tercios $\frac{3}{4}$, tres cuartos $\frac{4}{5}$, cuatro quintos $\frac{3}{10}$, tres décimos

A partir del valor 11 del denominador: $\frac{7}{11}$, siete onceavos $\frac{11}{23}$, once veintitresavos

Una pregunta natural que surge es la siguiente: ¿es posible, o tiene sentido, que sea mayor el numerador que el denominador? La respuesta es afirmativa, sí.

1/2 2/4 3/6

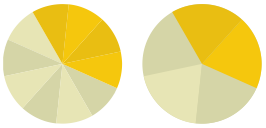
Las fracciones cuyo numerador es mayor que el denominador reciben el nombre de **fracciones impropias**. Las fracciones cuyo numerador es menor que el denominador reciben el nombre de **fracciones propias.**

Reducción de una fracción. Fracciones irreducibles

Dos fracciones $\frac{m}{n}$ y $\frac{p}{q}$ son **equivalentes** si $m \cdot q = n \cdot p$

Las fracciones 1/2 y 2/4 son **equivalentes** pues representan la misma proporción. Es lo mismo media tarta que dos cuartos de tarta.

A partir de una fracción *m/n*, si *r* es cualquier número natural entonces la fracción **(*m*·*r*)/(*n*·*r*)** es **equivalente** a *m/n*: $\frac{m \cdot r}{n \cdot r} = \frac{m}{n}$



4/10 = 2/5

Ejemplo:

- Una fracción equivalente a 1/3 es, por ejemplo, 10/30, ya que $\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 10}{3 \cdot 10} = \frac{10}{30}$

Anteriormente dijimos que 1/2 y 2/4 son fracciones equivalentes. Por la misma razón, otras fracciones equivalentes son 3/5, 6/10 y 24/40 puesto que $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10}$, $\frac{6}{10} = \frac{6 \cdot 4}{10 \cdot 4} = \frac{24}{40}$, $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 8}{5 \cdot 8} = \frac{24}{40}$.

Una manera alternativa de destacar estas relaciones consiste en decir que las fracciones 3/5 y 6/10 son reducciones de la fracción 24/40, mientras que 3/5 es una reducción de 6/10. Podemos intuir que la fracción 3/5 no puede reducirse más, es una **fracción irreducible**.

Obtendremos la mayor reducción de una fracción *p/q* al dividir tanto *p* como *q* entre su **máximo común divisor**.

Una fracción es **irreducible** cuando el máximo común divisor de su numerador y denominador es 1.

Ejemplo:

- Una reducción de 24/40 es 6/10, pues la obtenemos al dividir tanto 24 como 40 entre 4. Como el máximo común divisor de 24 y 40 es 8, la mayor reducción de la fracción 24/40 es 3/5. Al ser el máximo común divisor de 3 y 5 igual a 1, la fracción 3/5 es irreducible, tal y como era de esperar.

Ejemplo:

- En ocasiones, una fracción se reduce a un número natural como, por ejemplo, la fracción 30/6, ya que el máximo común divisor de 30 y 6 es igual a 6, y al dividir 30, el numerador, entre 6 obtenemos 5.

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

Dos fracciones son equivalentes si se reducen a una misma fracción irreducible.

Actividades propuestas

14. Señala diferentes acciones que obliguen a repartir, o subdividir, cierto objeto, ente o actividad.

15. Encuentra situaciones de la vida cotidiana en las que aparezcan fracciones.

16. Reduce las siguientes fracciones a su expresión irreducible: a) $\frac{24}{18}$ b) $\frac{21}{49}$ c) $\frac{7}{7}$

17. Determina si las siguientes parejas de fracciones son o no equivalentes:

a) $\frac{4}{8}$ y $\frac{3}{6}$ b) $\frac{3}{11}$ y $\frac{33}{9}$ c) $\frac{5}{8}$ y $\frac{105}{168}$

18. Obtén tres fracciones equivalentes a cada una de las que figuran a continuación: a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{9}{4}$

19. Decide si las siguientes parejas de fracciones son o no equivalentes: a) $\frac{4}{5}$ y $\frac{12}{15}$ b) $\frac{2}{3}$ y $\frac{10}{15}$

20. Obtén tres fracciones equivalentes a cada una de las que figuran a continuación:

a) $\frac{-1}{5}$ b) $\frac{9}{-4}$ c) $\frac{-3}{7}$ d) $\frac{2}{-15}$

1.5. Expresiones decimales

Pero hay otras formas de expresar cantidades que no se corresponden con cantidades completas, como por ejemplo, el precio de un producto: 3.25 euros.

Una **expresión decimal** consta de dos partes:

- su **parte entera**, el número que está a la izquierda de la coma
- y su **parte decimal**, lo que se encuentra a la derecha de la coma

La parte decimal indica porciones que hay que añadir a la parte entera dividiendo la unidad en 10, 100, 1 000 … partes.

Ejemplos: $\mathbf{1.3 = 1 + \frac{3}{10}}$ $\mathbf{1.03 = 1 + \frac{3}{100}}$

Actividades propuestas

21. Busca otras situaciones de la vida real donde aparezcan números decimales.

Conversión de una fracción a expresión decimal

Dada una fracción se obtiene su expresión decimal, dividiendo.

Ejemplos: $\frac{93}{8} = 11.625$ $\frac{46}{11} = 4.1818181818181\ldots$

Recuerda que cualquier fracción tiene un desarrollo decimal **exacto** o **periódico**.

Las expresiones decimales periódicas cuyo desarrollo decimal periódico comienza inmediatamente después de la coma se llaman **periódicos puros**. Si el periodo se encuentra más allá de la coma estamos ante un número decimal **periódico mixto** y la parte decimal situada entre la coma y el periodo se llama **ante periodo**.

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

Ejemplo: $\frac{178}{70} = 2.5\overline{428571}$

Hemos llegado a la expresión decimal de la fracción 178/70. Es el número decimal de parte entera 2, ante periodo 5 y periodo 428571.

Actividades propuestas

22. Convierte en expresión decimal las fracciones siguientes: a) $\frac{97}{2}$ b) $\frac{345}{4}$

23. Transforma las siguientes fracciones en expresión decimal: a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{7}{9}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $\frac{4}{11}$ e) $\frac{25}{12}$

Conversión de una expresión decimal en fracción

Si la expresión decimal es **exacta**, basta dividir por una potencia de 10 de forma que desaparezca la coma.

Ejemplo: $31.528 = \frac{31528}{1000}$

Si es **periódico puro**, veamos la forma de proceder: $X = 7.\overline{31}$

$$100 \cdot X = 100 \cdot 7.\overline{31} = 100 \cdot 7.31313131\ldots\ldots = 731.313131\ldots\ldots = 731.\overline{31}$$

$$100 \cdot X - X = 731 - 7 \Rightarrow 99 \cdot X = 724 \Rightarrow X = \frac{724}{99}$$

Un número decimal **periódico puro** se convierte en aquella fracción que tiene por numerador, la diferencia entre el número formado por la parte entera y el periodo menos la parte entera, y por denominador al número formado por una cantidad de nueves igual al número de cifras del periodo.

Ejemplos: $0.\overline{5} = \frac{5}{9}$ $0.\overline{934} = \frac{934}{999}$ $4.\overline{6} = \frac{46-4}{9} = \frac{42}{9} = \frac{14}{3}$

Si es **periódico mixto**, veamos la forma de proceder con un ejemplo:

$$X = 7.6\overline{31}$$

$$10 \cdot X = 10 \cdot 7.6\overline{31} = 76.31313131\ldots..$$

$$1000 \cdot X = 1000 \cdot 7.6\overline{31} = 7631.313131\ldots..$$

$$(1000 - 10) \cdot X = 7631 - 76 \Rightarrow X = \frac{7631-76}{990} = \frac{6555}{990}$$

Una expresión decimal **periódica mixta** se convierte en aquella fracción que tiene por numerador a la diferencia entre, el número natural formado por la parte entera, el ante periodo y el periodo, menos el número natural formado por la parte entera y el ante periodo, y por denominador al número formado por una cantidad de nueves igual al número de cifras del periodo seguido de una cantidad de ceros coincidente con el número de cifras del ante periodo.

Ejemplo: $0.3\overline{49} = \frac{349-3}{990} = \frac{346}{990}$ $8.07\overline{458} = \frac{807458-807}{99900} = \frac{806651}{99900}$

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

Observa que:

Si calculamos la suma $0.\overline{3} + 0.\overline{6}$. Parece natural que

$$0.\overline{3} + 0.\overline{6} = 0.333333..... + 0.666666..... = 0.999999..... = 0.\overline{9}$$

Por otro lado $0.\overline{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ y $0.\overline{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$. Así que sumando $0.\overline{3} + 0.\overline{6} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$ de modo que $1 = 0.\overline{9} = 0.999999.....$

1.6. Aproximaciones, truncamientos y redondeos

- Si vamos a pagar con un billete de 50 euros una compra que asciende a 32.69 euros, esperamos una vuelta de 17.31 euros. Si en la caja no hay monedas de un céntimo, nos propondrán que demos por buena una vuelta de 17.30 euros. Es una *aproximación a la baja*.
- Si realizamos una compra por un importe de 12.44 euros y la saldamos con 12.45 euros estamos ante una *aproximación al alza*.

Una manera de realizar una aproximación a la baja de un número decimal es el ***truncamiento***. Consiste en decidir cuántas cifras decimales queremos considerar y, simplemente, eliminar las restantes a partir de la última cifra decimal mostrada.

Otra forma de realizar una aproximación es a través de un ***redondeo***. Éste consiste en decidir cuántas cifras decimales va a tener la aproximación, realizar el truncamiento oportuno y, en función de cuál sea la primera cifra decimal no considerada, mantener o incrementar en una unidad la parte decimal del truncamiento. El criterio para efectuar, o no, dicho incremento es el siguiente:

- Cuando la primera cifra decimal eliminada es 0, 1, 2, 3 o 4, el **redondeo** coincide con el truncamiento.
- Si la primera cifra decimal no considerada es un 5, 6, 7, 8 o 9, el **redondeo** se obtiene al aumentar en una unidad la parte decimal del truncamiento.

Ejemplo:

- Redondeamos y truncamos la expresión decimal 45.98351.

	Redondeo	***Truncamiento***
Décimas	46.0	45.9
Centésimas	45.98	45.98
Milésimas	45.984	45.983
Diezmilésimas	45.9835	45.9835

Actividades propuestas

24. Aproxima por truncamiento los siguientes números decimales de forma que aparezca un desarrollo decimal hasta las milésimas:

a) 11.1234 b) $6.\overline{6}$ c) $9.3\overline{50}$ d) $8.\overline{71}$ e) $8.334\overline{8}$ f) $2.64\overline{08}$

25. Aproxima por redondeo hasta la milésima los siguientes números decimales:

a) 11.1234 b) $6.\overline{6}$ c) $9.3\overline{50}$ d) $8.\overline{71}$ e) $8.334\overline{8}$ f) $2.64\overline{08}$ g) $3.99\overline{96}$

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

2. REPRESENTACIÓN GRÁFICA

2.1. Representación en la recta numérica

Recuerda que:

Para representar **números enteros** en la recta numérica:

1. Debemos trazar una recta horizontal y marcamos el **cero**, que se llama **origen**
2. Dividimos la recta en segmentos iguales, de longitud 1
3. Colocamos los números positivos a partir del cero a la derecha y los números negativos a partir del cero a la izquierda.

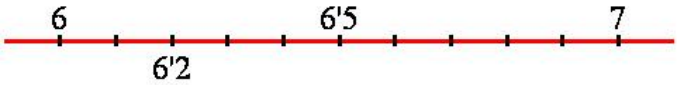
–5 –4 –3 –2 –1 0 1 2 3 4

Ejemplo:

- Representa en una recta numérica: –2, 0, 4, –1, 8, –7, –3 y 1

–8 –7 –6 –5 –4 –3 –2 –1 0 1 2 3 4 5 6 7 8

- Para representar un número decimal como 6.2 en primer lugar nos fijamos en su parte entera, 6, lo que nos informa de que 6.2 se encuentra entre los números naturales 6 y 7. Como su parte decimal posee una sola cifra, son 2 décimas, deberemos dividir el segmento de extremos 6 y 7 en diez partes iguales para, finalmente, situar 6.2 sobre la segunda de las marcas.



Actividades propuestas

26. Representa en una recta numérica en tu cuaderno los siguientes números:

–8, 5, 1, –5, 8, –3, –7 y 0.

27. Sitúa en la siguiente recta los números 8.43, 8.48, 8.51 y 8.38

2.2. Comparación de números

Al representar los números en la recta numérica quedan **ordenados**.

Cuanto más a la derecha esté un número situado en la recta numérica es mayor, y cuanto más a la izquierda esté situado es menor.

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

Ejemplo:

- –7 está más a la izquierda que +4 por tanto –7 es menor que +4. Se escribe –7 < +4

El signo **<** se lee "menor que" y el signo **>** se lee "mayor que".

Decidir si un número decimal es mayor o menor que otro es bastante sencillo. Si sus partes enteras son distintas, ellas ya determinan cuál es mayor.

Ejemplo:

- 13.66 es mayor que 11.4, pues el primero tiene parte entera 13 y el segundo 11.

Si tienen igual parte entera pasamos a mirar su primera cifra decimal, la de las decenas. Si son diferentes, ya podemos decidir.

Ejemplo:

- 7.25 es menor que 7.3, ya que tienen la misma parte entera y la primera cifra decimal de 7.3 es mayor que la primera cifra decimal de 7.25.

En general, si coinciden las partes enteras buscamos la primera cifra decimal en la que los números difieren. La que sea mayor pertenecerá al mayor número decimal.

Ejemplo:

- Podemos ordenar números utilizando los signos anteriores:

$$-7.8 < -3.5 < -2.9 < -1.3 < 0 < 2.7 < 4.4 < 8.2.$$

O bien:

$$8.2 > 4.4 > 2.7 > 0 > -1.3 > -2.9 > -3.5 > -7.8.$$

- Parece raro que el 0 sea mayor que otro número, pero piensa que se tiene más si no se tiene nada, que si se debe dinero. Si el termómetro marca 0 °C no hace mucho calor, pero menos calor hace si marca –10 °C. Es decir: 0 > –10

Actividades propuestas

28. Representa en una recta numérica en tu cuaderno los siguientes números y ordénalos de menor a mayor: –8, 5, 1, –5, 8, –3, –7 y 0.

29. Completa en tu cuaderno con el signo **<** (menor) o **>** (mayor) según corresponda:

a) –13.6 –67.1 b) –80.2 +94.5 c) +37 +48 d) +52 –64 e) –21 |–25|

30. Ordena de menor a mayor

a) +5.1, –4.9, –1.5, +18.2, 5.17 b) +6.9, –7.2, –8.5, –5.9, –7.21

31. Señala qué número es el mayor para cada una de las siguientes parejas:

a) –0.872 y –0.8721 b) 3.58 y |–3.57| c) 7.0001 y 7.00001 d) –4.78 y –8.92

32. Escribe dos números decimales que sean, simultáneamente, mayores que 6.147 y menores que 6.2.

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

2.3. Representación de fracciones

a) Si la fracción es propia:

Por ejemplo

- *Representa la fracción* 5/6: El valor está entre 0 y 1, por tanto dividimos la primera unidad en 6 partes iguales y tomamos 5.

En la figura se indica cómo hacerlo de forma exacta usando el ***Teorema de Tales***. Trazamos una recta oblicua cualquiera que pase por 0, marcamos con el compás 6 puntos a igual distancia entre sí (la que sea, pero igual). Unimos el último punto con el 1 y trazamos paralelas a ese segmento que pasen por los puntos intermedios de la recta oblicua (las líneas discontinuas). Estas rectas paralelas dividen el intervalo [0, 1] en 6 partes iguales.

Fíjate que para dividir en 6 partes iguales sólo hay que marcar 5 puntos intermedios a igual distancia, siempre uno menos. Para dividir en 8 partes iguales marcamos 7 puntos intermedios.

Si la fracción es negativa se hace igual pero en el intervalo [–1, 0].

En la figura hemos representado –5/8, hemos dividido el intervalo [–1, 0] en 8 partes iguales y hemos contado 5 empezando en el 0. Asegúrate de entenderlo y si no es el caso pregunta. *Por cierto, la flecha apunta al punto y no al espacio que hay entre ellos.*

Si queremos representar la fracción propia *a/b* **se divide la primera unidad en "*b*" partes iguales y se cuentan "*a*" divisiones.**

En caso de ser **negativa** se hace igual pero contando desde 0 hacia la **izquierda.**

b) Si la fracción es impropia:

Actividades resueltas

- *Representamos* 13/6. Lo primero es escribirla en su forma mixta, $\frac{13}{6}=2+\frac{1}{6}$, ahora es fácil representarla, nos vamos al 2, la unidad que va del 2 al 3 la dividimos en 6 partes iguales y tomamos 1 (ver imagen).

  Igual para $\frac{11}{8}=1+\frac{3}{8}$, nos vamos al 1 y la unidad que va del 1 al 2 la dividimos en 8 partes iguales y tomamos 3.

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

Si la fracción es negativa procedemos así:

- *Representamos* $\frac{-12}{7}=-\left(1+\frac{5}{7}\right)=-1-\frac{5}{7}$, nos vamos al –1, la unidad que va del –1 al –2 la dividimos en 7 partes iguales y contamos 5 hacia la izquierda empezando en –1.

Representamos $\frac{-11}{4}=-\left(2+\frac{3}{4}\right)=-2-\frac{3}{4}$, nos vamos al –2, dividimos en 4 partes iguales y tomamos 3, contando hacia la izquierda y empezando en –2 (ver imagen).

Actividades propuestas

33. Representa en la recta numérica las fracciones: $\frac{1}{5};\frac{3}{7};\frac{-5}{8};\frac{-3}{4}$

34. Pasa a forma mixta y representa las fracciones: $\frac{23}{8};\frac{-23}{8};\frac{180}{50};\frac{-26}{6}$

35. Halla las fracciones que se corresponden con los puntos *A, B, C, D* y *E,* expresando en forma mixta y como fracción impropia las representadas por los puntos *A, B* y *E*.

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

3. OPERACIONES

3.1. Suma y resta. Propiedades

Suma de números enteros

Recuerda que:

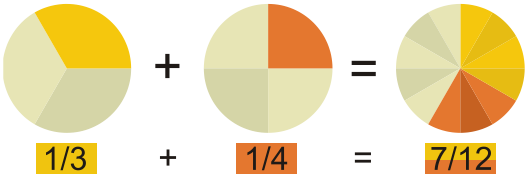
Para **sumar** dos números enteros de igual signo se suman sus valores absolutos y se pone el signo de los sumandos

Para **sumar** dos números enteros de distinto signo se restan sus valores absolutos y se pone el signo del sumando de mayor valor absoluto

Ejemplo:

- Tienes 75 € y te dan 50 € entonces tienes 125 €: **+75 + 50** = **+125.**
- Debes 75 € y gastas 50 € entonces acumulas una deuda de 125 €: **–75 – 50** = **–125.**
- Tienes 75 € pero debes 50 € entonces tienes 25 €: **–50 + 75 = +25.**
- Debes 75 € y tienes 50 € entonces debes 25 €: **–75 + 50 = –25.**

Suma de fracciones



Recuerda que:

Para realizar la suma de dos fracciones debemos conseguir que tengan el mismo denominador buscando fracciones equivalentes. Así, para sumar $\frac{m}{n}+\frac{p}{q}$ deberemos buscar y encontrar dos números naturales *r* y *s* que nos transformen cada una de las anteriores fracciones en otras **equivalentes**, (*m*·*r*)/(*n*·*r*) y (*p*·*s*)/(*q*·*s*), de forma que las nuevas fracciones tengan el **mismo denominador**, es decir, que ***n·r = q·s***, en cuyo caso:

$$\frac{m}{n}+\frac{p}{q}=\frac{m\cdot r}{n\cdot r}+\frac{p\cdot s}{q\cdot s}=\frac{m\cdot r}{n\cdot r}+\frac{p\cdot s}{n\cdot r}=\frac{m\cdot r+p\cdot s}{n\cdot r}$$

Como hay muchas parejas de números naturales *r* y *s* que hacen posible esa igualdad, buscaremos los más pequeños.

Puesto que *n*·*r* es múltiplo de *n* y *q*·*s* es múltiplo de *q*, alcanzaremos *r* y *s* a partir del **mínimo común múltiplo** de *n* y *q*.

$$n\cdot r=q\cdot s=m.c.m.(n,q)$$

El valor de *r* resulta de dividir ese mínimo común múltiplo entre *n* y el de *s* se obtiene al dividir el mínimo común múltiplo entre *q*.

Ejemplo: $\frac{7}{4}+\frac{5}{6}$

Los denominadores son diferentes, 4 y 6. Su mínimo común múltiplo es 12. Al dividir 12 entre 4 nos da 3 y al hacerlo entre 6 obtenemos 2. $\frac{7}{4}=\frac{7\cdot 3}{4\cdot 3}=\frac{21}{12}$ $\frac{5}{6}=\frac{5\cdot 2}{6\cdot 2}=\frac{10}{12}$

Finalmente: $\frac{7}{4}+\frac{5}{6}=\frac{21}{12}+\frac{10}{12}=\frac{31}{12}$

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

Suma de expresiones decimales

Suma de expresiones decimales. Ahora basta con que las partes decimales tengan el mismo número de cifras. Si no lo tienen desde un principio, añadimos los ceros que sean necesarios para ello.

Ejemplos: $67.7 + 71.15 = 67.70 + 71.15 = 138.85$ $44.39 + 23 = 44.39 + 23.00 = 67.39$

- Si una persona tiene 8 euros y 42 céntimos de euro y otra tiene 7 euros y 94 céntimos ¿cuánto dinero tienen entre las dos?

Tenemos que sumar. En total tienen 8 + 7 = 15 euros y 42 + 94 = 136 céntimos. Pero, como 100 céntimos de euro es lo mismo que 1 euro, 136 céntimos de euro es igual a 1 euro más 36 céntimos. De esta forma, esas dos personas tienen 15 + 1 = 16 euros y 36 céntimos.

Propiedades de la suma

Conmutativa. No importa en qué orden sumemos dos números:

$$a + b = b + a$$

Ejemplo: $714.66 + 2.47 = 717.13$ $2.47 + 714.66 = 717.13$

Asociativa. Nos permite sumar más de dos números agrupándolos como queramos, de dos en dos.

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Ejemplo: $95.7 + 30.02 + 17.4 = (95.7 + 30.02) + 17.4 = 125.72 + 17.4 = 143.12$

$$95.7 + 30.02 + 17.4 = 95.7 + (30.02 + 17.4) = 95.7 + 47.42 = 143.12$$

Elemento neutro. El número 0 sumado a cualquier otro número no lo altera.

Ejemplo: $0 + 78.324 = 78.324 = 78.324 + 0$

Opuesto de un número: El **opuesto** de un número es otro número de igual valor absoluto y distinto signo que verifica que a + Op(+a) = 0.

Se escribe: Op(+a) = –a, Op(–a) = +a o bien: – (+a) = –a, –(–a) = +a

Ejemplo:

- Op(+5) = –5 Op(–7.3) = +7.3 – (+5) = –5 –(–7.3) = +7.3.

Resta

Para **restar** dos números se suma al primero el opuesto del segundo.

El signo **menos delante de un paréntesis** cambia los signos de los números que hay dentro del paréntesis.

Actividades propuestas

36. Halla el resultado de las siguientes sumas:

a) (+12.8) + (+57) + (–4.6) b) (–83.2) – (–24.1) + (–10.5) c) (–35) + (–48) + (+92)

37. Efectúa estas operaciones

a) (+3.8) + (+4.2) – (–52) b) (–614) + (–77) + (–811) c) (–97) – (–12) + (+26) d) (–45) + (+52)

38. Un autobús comienza el viaje con 30 pasajeros. En la primera parada se bajan 16 y se suben 21. En la segunda se bajan 17 y se suben 24, y en la tercera se bajan 9. ¿Cuántos pasajeros hay en el autobús?

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

39. Un avión vuela a 3 672 m y un submarino está sumergido a 213 m, ¿qué distancia en metros les separa?

40. Arquímedes nació en el año 287 a. C. y murió el año 212 a. C. ¿Cuántos años tenía?

41. Expresa al número 100 de cuatro formas distintas como suma y resta de 3 números enteros.

42. Expresa al número cero como suma y resta de cuatro números enteros.

Arquímedes

43. Realiza las siguientes sumas de fracciones:

a) $\frac{1}{5}+\frac{4}{3}$ b) $\frac{7}{6}+\frac{4}{9}$ c) $\frac{5}{8}+\frac{5}{2}$ d) $\frac{67}{100}+\frac{13}{24}$

44. Calcula: a) $\frac{5}{14}-\frac{7}{6}$ b) $\frac{11}{6}-\frac{13}{5}$ c) $\frac{13}{100}-\frac{13}{240}$ d) $\frac{50}{21}-\frac{7}{3}$

3.2. Producto y cociente. Propiedades

Producto de números enteros

Recuerda que:

Para **multiplicar** dos números enteros se debe:

1º) Multiplicar sus valores absolutos

2º) Aplicar la **regla de los signos** siguiendo lo siguiente:

Es decir, se asigna el signo **+** si ambos factores tienen el mismo signo, y el signo **–** si tienen distinto signo.

+ · + = +

– · – = +

+ · – = –

– · + = –

Ejemplos:

(+7) · (+3) = +21 **(–1) · (–1) = +1** **(+8) · (–4) = –32** **(–2) · (+9) = –18**

- Luis gana 1000 euros al mes, si no gasta nada, ¿cuánto ahorrará al cabo de 7 meses?

  (+1 000) · (+7) =+7 000 € ahorrará al cabo de 7 meses.

- El recibo mensual es de 65 euros al mes. ¿Cuánto gastará al cabo de 4 meses?

  (–65) · (+4) = –260 € gastará al cabo de 4 meses.

- Álvaro gasta 12 euros al mes en golosinas. Deja de comprarlas durante 5 meses. ¿Cuánto ha ahorrado? **(–12) · (–5) = +60 €** ahorrará al cabo de 5 meses.

Producto de fracciones

Para **multiplicar** dos fracciones multiplicamos sus numeradores entre sí y lo mismo hacemos con los denominadores: $\frac{m}{n}\cdot\frac{p}{q}=\frac{m\cdot p}{n\cdot q}$

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

Ejemplo: $\frac{5}{8}\cdot\frac{4}{7}=\frac{5\cdot 4}{8\cdot 7}=\frac{20}{56}$

Podemos simplificar, reducir, el resultado: $\frac{20}{56}=\frac{4\cdot 5}{4\cdot 14}=\frac{5}{14}$

Producto de expresiones decimales

Para realizar el producto de dos expresiones decimales se debe:

- Multiplicar, en primer lugar, los números ignorando la coma que posee cada uno de ellos.
- Al resultado de ese producto le ponemos una coma para que surja una expresión decimal con una parte decimal de longitud igual a la suma de las cantidades de cifras decimales que tienen las expresiones decimales multiplicadas.

Ejemplos: $\mathbf{5.7\cdot 3.3=18.81}$

- 5.7·3.3 = 18.81 93.05·72.4 = 6 736.820 = 6 736.82 44.16·8 = 353.28

Propiedades de la multiplicación.

Conmutativa. No importa en qué orden multipliquemos dos números.

$$a\cdot b=b\cdot a$$

Ejemplos: 3 · 5 = 5 · 3 = 15 3 · (–5) = (–5) · 3 = –15 1.552·5.9 = 5.9·1.552 = 9.1568

$$\frac{7}{9}\cdot\frac{11}{5}=\frac{11}{5}\cdot\frac{7}{9}=\frac{77}{45}$$

Asociativa. Nos permite multiplicar más de dos números agrupándolos como queramos de dos en dos.

$$a\cdot b\cdot c=(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$$

Ejemplos: (2 · 3) · 5 = 2 · (3 · 5) = 30 (2 · 3) · (–5) = 2 · (3 · (–5)) = –30

5.7·3.2·7.14 = (5.7·3.2)·7.14 = 5.7·(3.2·7.14) = 130.2336 $\frac{7}{9}\cdot\frac{11}{5}\cdot\frac{1}{2}=\left(\frac{7}{9}\cdot\frac{11}{5}\right)\cdot\frac{1}{2}=\frac{7}{9}\cdot\left(\frac{11}{5}\cdot\frac{1}{2}\right)=\frac{77}{90}$

Elemento neutro. El número 1 multiplicado por cualquier otro número, no lo altera.

$$1\cdot a=a=a\cdot 1$$

Ejemplo: 2·1 = 2 1·(–5) = (–5) 7.3512·1 = 7.3512 $1\cdot\frac{7}{9}=\frac{7}{9}$

Observa que:

En ocasiones existe un número que multiplicado por otro nos da la unidad. Cuando ese número existe, se llama inverso. Dentro del conjunto de los números naturales y de los números enteros, no existe el elemento inverso. Pero con las fracciones, sí.

Ejemplo: $\frac{5}{11}\cdot\frac{11}{5}=\frac{55}{55}=1$ $\frac{1}{11}\cdot\frac{11}{1}=\frac{11}{11}=1$ $\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{2}=\frac{10}{10}=1$

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

Propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma.

Cuando en una multiplicación uno de los factores es la suma de dos números, como, por ejemplo,

$$8.3 \cdot (6.5 + 1.04)$$

tenemos dos opciones para conocer el resultado:

a) realizar la suma y, después, multiplicar

$6.5 + 1.04 = 6.50 + 1.04 = 7.54$ $\qquad$ $8.3 \cdot 7.54 = 62.582$

b) distribuir, aplicar, la multiplicación a cada uno de los sumandos y, después, sumar:

$$8.3 \cdot (6.5 + 1.04) = (8.3 \cdot 6.5) + (8.3 \cdot 1.04) = 53.95 + 8.632 = 62.582.$$

Comprobemos que obtenemos el mismo resultado:

La propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma nos dice que

$$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$$

En general, la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma con fracciones nos dice:

$$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{m}{n} + \frac{p}{q}\right) = \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{m}{n}\right) + \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{p}{q}\right)$$

Conviene comentar que esta propiedad distributiva leída en sentido contrario, de derecha a izquierda, es lo que comúnmente denominamos **sacar factor común**:

$$\frac{12}{5} + \frac{22}{15} = \frac{2 \cdot 6}{5} + \frac{2 \cdot 11}{5 \cdot 3} = \left(\frac{2}{5} \cdot 6\right) + \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{11}{3}\right) = \frac{2}{5} \cdot \left(6 + \frac{11}{3}\right)$$

Ejemplos:

a) $6\,350 \cdot 4 - 6\,350 \cdot 3 = 6\,350 \cdot (4 - 3) = 6\,350 \cdot 1 = 6\,350$

b) $635 \cdot 2 + 3 \cdot 635 = (2 + 3) \cdot 635 = 5 \cdot 635 = 3\,175$

c) $928 \cdot 6 - 928 \cdot 5 = 928 \cdot (6 - 5) = 928 \cdot 1 = 928$

d) $928 \cdot 7 + 928 \cdot 3 = 928 \cdot (7 + 3) = 928 \cdot 10 = 9\,280$

e) $\frac{8}{3} \cdot \left(\frac{6}{5} + \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{8}{3} \cdot \frac{6}{5}\right) + \left(\frac{8}{3} \cdot \frac{1}{4}\right) = \frac{58}{15}$

Actividades propuestas

45. Realiza los siguientes productos y divisiones de números enteros:

a) (+35) · (+2) b) (+4) · (–72) c) (–8) · (–45) d) (–5) · (+67)
e) (+28) : (+2) f) (+27) : (–3) g) (–36) : (–2) h) (–54) : (+9)

46. Calcula en tu cuaderno los siguientes productos y divisiones de números enteros:

a) (+721) · (+3) b) (+562) · (–3) c) (–915) · (–2) d) (–6) · (+72)
e) (+303) : (+3) f) (+505) : (–5) g) (–160) : (–4) h) (–704) : (+2)

47. Efectúa mentalmente y anota los resultados en tu cuaderno:

a) (+2) · (+40) b) (+30) · (–2) c) (–60) · (–3) d) (–50) · (+8)
e) (+80) : (+4) f) (+18) : (–3) g) (–15) : (–5) h) (–70) : (+7)

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

48. Calcula: a) $\frac{8}{22}\cdot\frac{3}{75}$ b) $6\cdot\frac{7}{11}$ c) $23\cdot\frac{1}{23}$ d) $\frac{9}{10}\cdot\frac{11}{3}$

49. Multiplica las siguientes fracciones y reduce, simplifica, el resultado:

a) $\frac{4}{9}\cdot\frac{6}{8}$ b) $\frac{9}{15}\cdot\frac{5}{3}$ c) $\frac{14}{25}\cdot\frac{5}{21}$ d) $\frac{6}{15}\cdot\frac{10}{12}$

50. Calcula: a) 7.3·2.54 b) 2.89·7.21 c) 3.54·5.2·6.8 d) 6.9·7.5·6.1

51. Saca factor común y calcula mentalmente:

a) 756 · 4 – 756 · 3 b) 350 · 8 + 350 · 2 c) 927 · 13 – 927 · 3 d) 700 · 33 – 700 · 3

52. Efectúa:

a) $9\cdot(4.01+3.4)$ b) $7.3\cdot(12+5.14)$ c) $2.9\cdot(25.8-21.97)$

53. Realiza los productos indicados:

a) $\frac{7}{3}\cdot\left(\frac{6}{5}\cdot\frac{1}{4}\right)$ b) $\left(\frac{7}{3}\cdot\frac{6}{5}\right)\cdot\frac{1}{4}$ c) $\frac{7}{3}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{1}{4}$

54. Efectúa las siguientes operaciones:

a) $\frac{9}{2}+\left(\frac{5}{3}\cdot\frac{7}{8}\right)$ b) $\left(\frac{9}{2}+\frac{5}{3}\right)\cdot\frac{7}{8}$ c) $\frac{9}{2}\cdot\left(\frac{5}{3}+\frac{7}{8}\right)$

División de números naturales

Ejemplo:

- En el comedor del instituto las mesas son de 4 personas y en la clase de 1º de la ESO hay 35 alumnos, ¿cuántas mesas ocuparán?

Vemos que habrá 8 mesas ocupadas y sobrarán 3 alumnos que han de sentarse en otra mesa:

$$\begin{array}{r|l} 35 & 4 \\ \hline 3 & 8 \end{array}$$

Cada uno de los números que intervienen en la división se llaman:

35 → Dividendo 4 → Divisor 8 → Cociente 3 → Resto

Además, como ya sabes, se verifica que: 35 = (4 · 8) + 3

Esta propiedad se verifica siempre para cualquier división. En general:

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \hline r & C \end{array}$$

Se verifica que:

D* = (*d* · *c*) + *r

Dividendo es igual a divisor por cociente más el resto

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

Ejemplo:

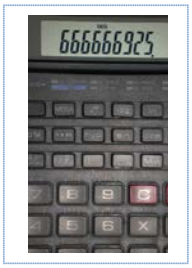
- El cociente entre 3 658 y 65 es 56 y el resto 18. Escribe la relación que existe entre estos cuatro valores.

$$3\,658 = 65 \cdot 56 + 18$$

Ejemplos:

- 27/3, 27: 3 y $\frac{27}{3}$ significan lo mismo: la división o el cociente de 27 entre 3.

Divisiones con calculadora



Ya sabemos que dividir con calculadora es muy fácil, pero ¿qué hacemos si nos piden el resto de la división y solo podemos usar la calculadora?

- Es muy sencillo. Veámoslo con un ejemplo. Si hacemos:

325 ÷ 5 = 65 la división es exacta.

Pero si hacemos:

325 ÷ 15 = 21.6666666667

En el primer caso está claro que el cociente es 65 y el resto es 0, pero ¿y en el segundo caso?

Claramente el cociente es 21. Ahora para calcular el resto tenemos que multiplicar este cociente por el divisor y restárselo al dividendo. El resto será: 325 – (15 · 21) = 10.

Cociente de números enteros

Para **dividir** dos números enteros se debe:

1º) Calcular el cociente de sus valores absolutos

2º) Asignar al resultado un signo mediante la siguiente regla:

Ejemplo:

(+36) : (+6) = +6

(–32) : (–4) = +8

(+27) : (–3) = –9

(–49) : (+7) = –7

+ : + = +

– : – = +

+ : – = –

– : + = –

Actividades propuestas

55. Realiza las siguientes divisiones y comprueba con cada una de ellas la propiedad $D = d \cdot c + r$

8 214 : 26 b) 271 093 : 452 c) 1 112 220 000 : 385 d) 274 : 25

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

3.3. Jerarquía de operaciones

En la expresión: 5 · 4 + 3, ¿qué operación realizarías antes, la multiplicación o la suma?

Existe una **prioridad** en las operaciones donde no existen paréntesis y es que la multiplicación y la división siempre se realizan antes que las sumas y las restas.

Por tanto, la operación anterior sería: 5 · 4 + 3 = 20 + 3 = 23

¿Y en 9 : 3 · 2? Son divisiones y multiplicaciones con igual prioridad. Podemos convenir que primero se realiza la primera operación, la que está más a la izquierda: 9 : 3 · 2 = 3 · 2 = 6.

Prioridad de operaciones:

En operaciones con paréntesis, primero hay que realizar las que están entre **paréntesis** y luego las demás.

En operaciones sin paréntesis, primero se efectúan las **multiplicaciones** y **divisiones** y luego, las **sumas y restas.**

En operaciones de igual prioridad, primero la de más a la izquierda.

Ejemplo:

- Observa la diferencia entre estas dos operaciones:

(17 + 8) · 6 = 25 · 6 = 150 17 + 8 · 6 = 17 + 48 = 65

Notas

- Es importante escribir los paréntesis solo cuando sea necesario. Por ejemplo, en la expresión: (21 · 2) + 30 resulta innecesario, ya que por la prioridad en las operaciones, ya sabemos que tenemos que efectuar el producto antes que la suma.
- Si realizamos una operación en la calculadora sin paréntesis ésta ya respeta la jerarquía en las operaciones, por lo que si la operación necesitase paréntesis, hemos de incluirlos en la calculadora.

Ejemplo:

Jerarquía de operaciones	[(+7 – 5) · (+4 – 8 – 3)] + (– 27) : (–3) + 20
1) Se resuelven los paréntesis	[(+2) · (– 7)] + (– 27) : (–3) + 20
2) Se realizan multiplicaciones y divisiones	[– 14] + (+9) + 20
3) Se efectúan sumas y restas	Resultado = 15

Actividades propuestas

56. Realiza las siguientes operaciones:

a) +4 – (+5) · (-3) b) +6 + (–9) : (+2–5) c) –3 + [–4 – (–26) : (+2)]

57. Realiza las siguientes operaciones:

a) +8 + (–1) · (+6) b) –6 + (–7) : (+7) c) +28 – (–36) : (–9–9)

d) +11 + (+7) · (+6 – 8) e) –7 – [+4 – (–6) : (+6)] f) +9+ [+5 + (–8) · (–1)]

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

3.4. Notación científica

Un número expresado en **notación científica** está formado por un número decimal cuya parte entera está entre 1 y 9, multiplicado por 10^n, siendo n un número entero positivo o negativo.

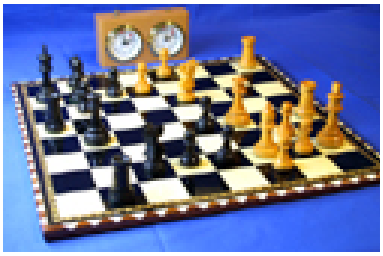
$$a \cdot 10^n \quad \text{siendo} \quad 1 \le a \le 9$$

Si el exponente n es positivo se utiliza para expresar números grandes y si el exponente n es negativo para expresar números pequeños

Ejemplo:

- $7\,810\,000\,000\,000 = 7.81 \cdot 10^{12}$ $\qquad$ $0.000000000038 = 3.8 \cdot 10^{-11}$
- $500\,000 = 5 \cdot 10^5$ $\qquad$ $0.00002 = 2 \cdot 10^{-5}$
- Hay galaxias que están a 200 000 000 000 000 km de nosotros, y lo escribimos $2 \cdot 10^{14}$
- La masa de un electrón es aproximadamente de 0.000000000000000000000000000911 gramos, que se escribe como $9.11 \cdot 10^{-28}$

Actividades resueltas



- En la leyenda del ajedrez utilizamos números muy grandes. Si no nos interesa tanta aproximación sino hacernos una idea únicamente de lo grande que es, podemos usar la notación científica.

Una aproximación para el número de granos de trigo de la casilla 64 es $9 \cdot 10^{18}$, con lo que nos hacemos una idea mejor de lo enorme que es que con el número: 9 223 372 036 854 775 808 que da un poco de mareo.

- Escribe en notación científica: 2^{16}, 2^{32} y 2^{64}

$2^{16} = 65\,536 \approx 6.5 \cdot 10^4$

$2^{32} = 4\,294\,967\,296 \approx 4.29 \cdot 10^9$

$2^{64} = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,616 \approx 1.8 \cdot 10^{19}$

Operaciones con notación científica

Para realizar **sumas y restas**, con expresiones en notación científica, se transforma cada expresión decimal de manera que se igualen los exponentes de 10 en cada uno de los términos

Ejemplo:

- Para calcular $4 \cdot 10^8 + 2.3 \cdot 10^6 - 6.5 \cdot 10^5$ expresamos todos los sumandos con la misma potencia de 10, eligiendo la menor, en este caso 10^5: $4\,000 \cdot 10^5 + 23 \cdot 10^5 - 6.5 \cdot 10^5$. Sacamos factor común: $10^5 \cdot (4\,000 + 23 - 6.5) = 4\,016.5 \cdot 10^5 = 4.0165 \cdot 10^8$

El **producto** (o el **cociente**) de dos expresiones en notación científica es el resultado de multiplicar (o de dividir) los números decimales y sumar (o restar) los exponentes de base 10.

Ejemplo:

- $2.5 \cdot 10^5 \cdot 1.36 \cdot 10^6 = (2.5 \cdot 1.36) \cdot 10^{5+6} = 3.4 \cdot 10^{11}$
- $5.4 \cdot 10^9 : 4 \cdot 10^7 = (5.4 : 4) \cdot 10^{9-7} = 1.35 \cdot 10^2$
- Para hacer el cociente para calcular 2^{63} dividiendo 2^{64} entre 2 en notación científica: $2^{63} = 2^{64} / 2 = 1.8 \cdot 10^{19} / 2 = 0.9 \cdot 10^{19} = 9 \cdot 10^{18}$.

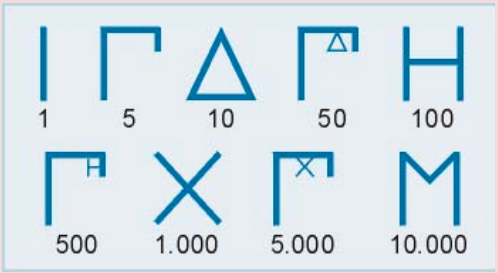
Usa la calculadora

Las calculadoras utilizan la notación científica. Muchas calculadoras para escribir $9 \cdot 10^{18}$ escriben 9e+18.

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

CURIOSIDADES. REVISTA

Sistemas de numeración



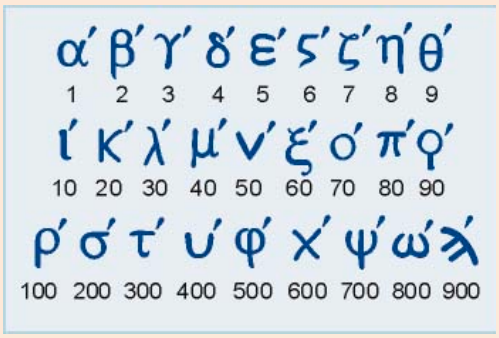
Números griegos clásicos

Como sabes, en Babilonia, hace más de cinco mil años, se usaba un sistema de numeración en base ***doce*** y uno en ***base 60***. ¡Imaginas cuántos dígitos hacían falta! Hoy todavía perviven cuando decimos que el año tiene 12 meses, o que una hora tiene 60 minutos y un minuto, 60 segundos.

Sistema en base 16 que se usa en los ordenadores

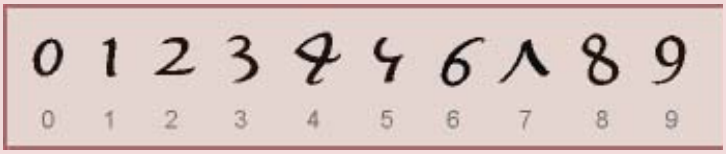
Los ordenadores utilizan un sistema de numeración binario, con sólo dos dígitos, el 0 y el 1.

Aunque también se usa un sistema en base **16**, que se llama **sistema hexadecimal**.



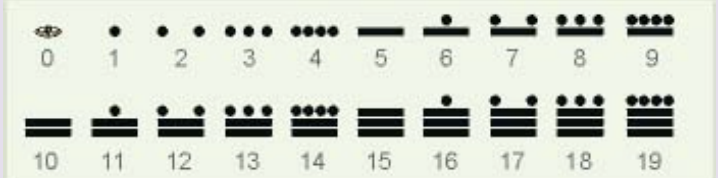
Números griegos

Números romanos



Números árabes

Números chinos



Números mayas

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

Textos Marea Verde

Fracciones en Egipto

En el Antiguo Egipto y en Babilonia, hace más de 5000 años, ya se usaban fracciones. En Egipto usaban fracciones unitarias, es decir, con numerador 1: 1/2, 1/3, 1/4, 1/5… El Ojo de Horus es un jeroglífico que representa las fracciones unitarias de denominador una potencia de 2:

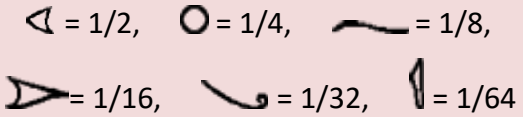


Imagen de Wikipedia. Si quieres saber más busca Ojo de Horus en Wikipedia.

Historia de los números enteros

Los chinos utilizaban los números negativos hace más de dos mil cuatrocientos años, ya que eran capaces de representar con varillas negras los números negativos y con rojas los positivos.

Los matemáticos hindúes usaban "los bienes", "las deudas" y "la nada".

Sin embargo en Europa la historia de la aceptación como números de los negativos fue un proceso que duró más de mil años, lleno de avances y retrocesos. Se tardó mucho en considerar a los negativos como números. En el siglo XVII aparecen, en el Diccionario Matemático, como ***raíces falsas***.

He aquí algunas frases de personas famosas:

- Girard (1 590 - 1 639): *¿Por qué esas soluciones **imposibles**?*
- Descartes (1 596 - 1 650): *No pueden existir números menores que nada.*
- Stendhal (1 783 - 1 842): *Cual no sería mi desconcierto cuando nadie podía explicarme que menos por menos es más.*
- Newton (1 642 – 1 727): *Las cantidades son afirmativas, o sea, mayores que nada, o negativas, es decir, menores que nada. Así, en las cosas humanas las posesiones pueden llamarse bienes positivos pero las deudas bienes negativos...*
- D'Alembert (1 717 - 1 783) escribió en la Enciclopedia: *Decir que la cantidad negativa es menos que nada es expresar una cosa que no se concibe.*

Comenta con tus compañeros y compañeras las frases de arriba.

Producto

Aunque en primaria se usaba el símbolo "x", para denotar el producto lo simbolizaremos con un punto: ·

Leibniz escribió a *Bernoulli* diciendo que no le gustaba usar para el producto la letra x pues se confunde con la letra *x* y empezó a utilizar el punto.

Los ingleses, que no siguen a *Leibniz* porque le hace sombra a *Newton*, usan el punto en lugar de la coma para expresar los números decimales: 3.5 = 3.5 = 3.5, y los ordenadores también.

Cociente

La palabra "**cociente**" significa el resultado de hacer una "**división**" Los símbolos utilizados para representarlas son:

/, : , y la fracción: —

La barra horizontal de fracción, —, es de origen árabe, incómoda si se escribe en una única línea, por lo que, de nuevo *Leibniz*, la empezó a sustituir por la línea oblicua y los dos puntos.

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

RESUMEN

CONCEPTO	*DEFINICIÓN*	*EJEMPLOS*
El sistema de numeración decimal es posicional	El valor de una cifra en un número depende del lugar que ocupa en el número	El 1 no tiene el mismo valor en 1 792 que en 5 431.
Jerarquía de las operaciones	-En las operaciones con paréntesis, primero se realizan los paréntesis y después lo demás. -En las operaciones sin paréntesis primero se realizan multiplicaciones y divisiones y luego sumas y restas. -En operaciones de igual prioridad, primero la de más a la izquierda.	La operación 2 + 3 · 7 tiene como resultado 23, no 35, que es lo que resultaría efectuando antes la suma que el producto.
Números enteros	$\mathbb{Z}$ = {… –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4 … }	
Ordenación de números	Es mayor el que esté más a la derecha en la recta numérica.	82.6 > 36.1 > 0 > –3 > –36.7 –2.59 < –1.3
Multiplicación	Se multiplican los valores absolutos y se aplica la regla de los signos: **+ · + = +; – · – = +; + · – = –; – · + = –**	(+5) · (+6) = +30 (–1) · (–87) = +87 (–5) · (+6) = –30 (+9) · (–4) = –32
Fracciones equivalentes	Son fracciones que representan la misma proporción.	$\frac{10}{25}$ y $\frac{6}{15}$
Suma y resta de fracciones con distinto denominador	Transformamos cada fracción en otra equivalente de manera que las nuevas fracciones tengan el mismo denominador, y las sumamos.	$\frac{9}{10}+\frac{7}{15}=\frac{9\cdot 3}{10\cdot 3}+\frac{7\cdot 2}{15\cdot 2}=$ $=\frac{27}{30}+\frac{14}{30}=\frac{27+14}{30}=\frac{41}{30}$
Fracción irreducible	Una fracción es irreducible cuando el máximo común divisor de su numerador y denominador es 1.	$\frac{2}{3},\frac{4}{5},\frac{10}{9}$
Comparación de fracciones	Podemos determinar cuál es la mayor de dos o más fracciones reduciendo a común denominador.	$\frac{18}{11}<\frac{7}{4}<\frac{15}{8}$
Expresiones decimales	Constan de dos partes: su parte entera y su parte decimal.	21'375 Parte entera: 21 Parte decimal: 375
Expresión decimal exacta y periódica	Exacta: Su parte decimal tiene una cantidad finita de cifras. Periódico: Su parte decimal tiene una cantidad infinita de cifras que se repiten periódicamente. Pueden ser puros o mixtos	5.7767 Puro: $3.\overline{07}=3.0707070\ldots.$ Mixto: $4.8\overline{13}=4.813131\ldots.$

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Repaso números naturales

1. Realiza las siguientes operaciones:

a) $(34 + 52) \cdot 5$ b) $89 \cdot 2 + 12$ c) $55 + 67 \cdot 3 + 13$ d) $280 - 110 \cdot 2 + 90$

2. Di cuales de las siguientes operaciones tienen el mismo resultado:

a) $8 \cdot (22 - 20)$ b) $8 \cdot 22 - 20$ c) $8 \cdot 22 - 8 \cdot 20$ d) $8 \cdot (22 + 20)$ e) $8 \cdot 22 + 20$

3. Realiza las operaciones del ejercicio anterior en la calculadora y comprueba la importancia de añadir los paréntesis.

4. Realiza las siguientes operaciones:

a) $23 \cdot 6 + (35 - 13) : 11 - 4 \cdot 7$ b) $48 : 4 \cdot 8 : 2 - (3 \cdot 12) : 6$ c) $357 - 23 \cdot 7 + 280 : 14$ d) $20 \cdot 9 - 11 \cdot 7 + 265 : 53$

Números enteros

5. Efectúa en tu cuaderno:

a. $6 - (8 + 10 - 1 - 2)$ b. $7 + (2 - 8 - 1) - (8 - 1 + 6)$

c. $(10 - 2 - 7) - (1 - 9 - 16)$ d. $-(9 - 6 - 8) - (-7 - 10 + 2)$

6. Quita paréntesis y efectúa en tu cuaderno:

a. $15 + [2 - 8 - (10 - 3)]$ b. $7 - [(5 - 8) - (6 - 12)]$ c. $(5 - 14) - [2 - (2 - 4 - 3)]$

d. $(1 - 11 + 6) - [(3 - 2) - (4 - 16)]$ e. $[8 - (4 - 16)] - [10 - (5 - 12)]$

7. Efectúa en tu cuaderno aplicando la regla de los signos:

a. $(+4) \cdot (+8)$ b. $(-11) \cdot (-5)$ c. $(+12) \cdot (-6)$ d. $(-11) \cdot (-10)$ e. $(+16) : (+4)$

f. $(-12) : (+6)$ g. $(+24) : (-3)$ h. $(-81) : (-9)$ i. $(-63) : (+7)$ j. $(-30) : (-10)$

8. Efectúa las operaciones y comprueba como varía el resultado según la posición de los paréntesis:

a. $18 - 7 \cdot 3$ b. $(18 - 7) \cdot 3$ c. $(-12) - 4 \cdot (-8)$

d. $[(-12) - 4] \cdot (-8)$ e. $(-5) \cdot (+7) + (-3)$ f. $(-5) \cdot [(+7) + (-3)]$

9. Representa gráficamente y ordena en sentido decreciente, calcula los opuestos y los valores absolutos de los siguientes números enteros:

$-5, 7, -3, 0, -6, 1, 2$

PROBLEMAS

10. Antonio hace las cuentas todas las noches y en su cuaderno tiene anotado: Lunes: Papá me ha devuelto 10 euros que me debía. Martes: He vendido sellos de mi colección y me han pagado 5 euros. Miércoles: Me compro unos cromos por 3 euros. Jueves: Me he tomado un helado por 1 euro. Si Antonio tenía 15 euros el lunes por la mañana, ¿cuánto tiene cada noche? ¿Ha aumentado su dinero o ha disminuido? ¿En cuánto?

11. ¿De qué planta ha salido un ascensor que después de subir 7 pisos llega al piso 4?

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

12. Jaime ha comenzado un negocio, y de momento pierde 100 euros cada día. Comparando con su situación actual, ¿cuál era su situación hace 5 días?

13. Pedro dispone en 2013 de una máquina para viajar en el tiempo. Decide avanzar 240 años, ¿en qué año se encontraría? Y si retrocede 390 años, ¿a qué año viaja?

14. ¿A qué edad se casó una persona que nació en el año 9 antes de Cristo y se casó en el año 19 después de Cristo?

15. ¿En qué año nació una mujer que en el año 27 después de Cristo cumplió 33 años?

16. ¿En qué año se casó un hombre que nació en el año 20 antes de Cristo y se casó a los 27 años?

17. Hace una hora el termómetro marcaba –5 °C y ahora marca 5 °C. La temperatura ¿ha aumentado o ha disminuido? ¿Cuánto ha variado?

18. Por la mañana un termómetro marcaba 7 grados bajo cero. La temperatura baja 12 °C a lo largo de la mañana. ¿Qué temperatura marca al mediodía?

19. ¿A qué planta ha llegado un ascensor de un edifico que estaba en el sótano 2 y ha subido 7 pisos?

20. Un juego

a) Rellena con números enteros las casillas en blanco de tal manera que la suma de todas las filas y columnas sea siempre **3**.

–6		**+6**
	+2	
		0

b) Rellena con números enteros las casillas en blanco de tal manera que el producto de todas las filas y columnas sea siempre **–70**.

		+7
	–7	
–7		**+2**

21. Una persona protestaba por su mala suerte. Había perdido su trabajo y sólo le quedaban unos euros en el bolsillo. El diablo se le acercó y le hizo una extraña proposición:

–Yo puedo hacer que tu dinero se duplique cada vez que cruces el puente que atraviesa el río. La única condición es que yo te esperaré al otro lado y debes entregarme 24 €.

El trato parecía ventajoso. Sin embargo, cuando cruzó por tercera vez, al dar al diablo los 24 € se quedó sin nada. Había sido engañado. ¿Cuánto dinero tenía en un principio?

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

Fracciones

22. Realiza los siguientes cálculos:

a) $\dfrac{\frac{5}{2}+\frac{2}{3}}{5}\cdot\dfrac{1}{8}$ b) $\dfrac{4}{\frac{3}{5}-\frac{2}{3}}+1$ c) $\dfrac{\frac{1}{3}-\frac{4}{9}}{\frac{5}{3}-\frac{9}{2}}-2$ d) $\left(\dfrac{4}{3}\cdot\dfrac{9}{8}\right):\left(\dfrac{5}{6}+\dfrac{9}{8}\right)$

23. A una cena asisten 8 personas. De postre hay un pastel que ya ha sido dividido en 8 porciones iguales. Tras repartir el postre llegan de repente 2 personas más. Quienes estaban desde un principio ofrecen a los recién llegados que prueben el pastel y se dan cuenta de que de las 8 porciones hay 6 que no se han tocado y 2 que han sido ingeridas. Indica qué se ha de hacer para que las personas que no han probado la tarta reciban la misma cantidad.

24. María es 70 cm más alta que la mitad de su altura. ¿Qué estatura tiene?

25. Si una persona vive 80 años, y se pasa durmiendo un tercio de su vida, ¿cuánto ha dormido?

26. Indica cuáles de las siguientes fracciones en propias y cuáles son impropias:

a) $\frac{8}{3}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{5}{2}$ d) $\frac{16}{7}$ e) $\frac{21}{4}$ f) $\frac{5}{6}$

27. Transforma en número mixto las fracciones impropias de la actividad anterior.

28. Representa en la recta numérica: a) $\frac{8}{3}$; b) $\frac{2}{5}$; c) $\frac{5}{2}$; d) $\frac{16}{7}$; e) $\frac{21}{4}$; f) $\frac{5}{6}$; g) 0.7; h) 3.5.

29. En un espectáculo dicen que se han vendido los $\frac{5}{4}$ de las entradas de un teatro que tiene capacidad para 500 espectadores. ¿Cuántas entradas se han vendido? ¿Qué opinas del resultado que se obtiene al hallar los $\frac{5}{4}$ de 500?

30. En un iceberg se mantiene sumergida las nueve décimas partes de su volumen. Si emerge 318 km^3, ¿cuál es el volumen sumergido? ¿Y el volumen total?

31. En un bosque hay pinos, robles y encinas. Los pinos ocupan los 3/7 y los robles, 1/3. ¿Qué espacio ocupan las encinas?

32. Nieves y José tienen igual sueldo mensual, Nieves gasta los 3/5 de su sueldo y José los 5/7, ¿quién gasta más?

33. Copia en tu cuaderno y rellena los lugares vacíos:

a) $\frac{7}{6}+\frac{5}{3}=\frac{7}{6}+\frac{\quad}{6}=\frac{\quad}{6}$ b) $\frac{7}{10}-\frac{5}{14}=\frac{\quad}{70}-\frac{\quad}{70}=\frac{\quad}{70}$

34. 1/3 de los ingresos de una familia se gastan en recibos (agua, teléfono, comunidad de vecinos…) , en comer gastan 3/7, ¿qué parte les queda para ahorrar y otros gastos?

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

35. En un país se valora que se gasta 250 litros de agua por persona y día, y de esa cantidad los hogares consumen los 3/20 del total. Si se desperdician los 1/7, ¿cuántos litros de agua se desperdicia en un día en una casa de 5 habitantes?

36. Tu profesor/a ha dedicado 5 horas en corregir exámenes y todavía le quedan 1/4 sin corregir, ¿cuánto tiempo deberá dedicar todavía?

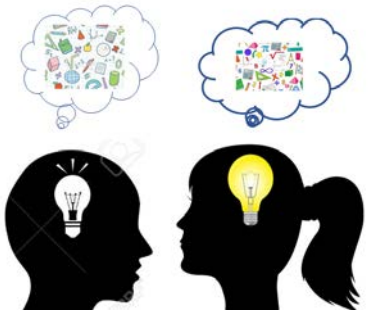
37. Copia en tu cuaderno y completa las siguientes fracciones de forma que todas ellas sean equivalentes:

a) $\frac{\quad}{5}$ b) $\frac{34}{\quad}$ c) $\frac{\quad}{2}$

38. Realiza los siguientes cálculos y, en cada caso, reduce la fracción resultante:

a) $\frac{4}{3}\cdot\frac{9}{8}$ b) $\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{6}$ c) $\frac{5}{6}:\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{16}:\frac{3}{10}$

39. Tres náufragos en una isla desierta recogen gran cantidad de cocos y se van a dormir. Por la noche se levanta uno de ellos, que no se fía de los demás, reparte los cocos en tres montones iguales, esconde su parte y vuelve a dormir. Luego, se levanta otro y hace lo mismo con los cocos restantes. Lo mismo hace el tercero. A la mañana siguiente reparten los cocos y también el reparto es exacto. ¿Cuántos cocos había en total si se sabe que eran menos de 100? ¿Cuántos tiene cada náufrago?



EXPERIMENTA, JUEGA CON EL PROBLEMA

40. Un rajá regala a sus hijas unas perlas y dice que las repartan de la siguiente manera: a la primera hija le deja la sexta parte de las perlas, a la segunda, la quinta parte de las que quedan, a la tercera, la cuarta parte, y así sucesivamente. Resulta que a todas las hijas les ha tocado el mismo número de perlas. ¿Cuántas hijas tenía el rajá? ¿Cuántas perlas?

Expresiones decimales

41. Halla una fracción tal que al multiplicarla por el número $1.8\overline{7}$ dé como resultado un número natural.

42. Aproxima por truncamiento a décimas y centésimas los siguientes números decimales:

a) 9.235 b) 57.0001 c) $8.\overline{7}$ d) $3.52\overline{87}$ e) $5.99\overline{96}$

43. Redondea los siguientes números decimales hasta las décimas y hasta las centésimas:

a) 8.9351 b) $5.19\overline{90}$ c) $83.\overline{74}$ d) 77.992 e) $56.\overline{01}$

44. En cada uno de los redondeos que has realizado en el ejercicio anterior, distingue si se trata de una aproximación al alza o a la baja.

45. Vicente compró en la papelería 15 bolígrafos y 8 lapiceros. Si cada bolígrafo costaba 0.72 euros y cada lapicero 0.57 euros, ¿cuánto se gastó Vicente?

46. Pilar se ha comprado tres bolígrafos iguales que, en total, le han costado 1.53 euros. También compró un cuaderno que costaba cuatro veces más que cada bolígrafo. Calcula el precio del cuaderno.

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde

AUTOEVALUACIÓN

1. ¿Cuál es el resultado de 20 · (15 + 3)?

a) 303 b) 360 c) 330 d) 90

2. El resultado de la operación: $\{(-5+8)\cdot(-3-5)+(-7+1):(+9-3)\}$ es:

a) –25/6 b) +24 c) –25 d) –5

3. Un termómetro ha subido 4 °C, luego ha bajado 6 °C, después ha bajado 8 °C y, por último, marca menos 9 °C. La temperatura inicial era:

a) –1 °C b) –19 °C c) +1 °C d) –14 °C

4. Al viajar desde una latitud de 9° Norte hasta otra de 20° Sur, la variación de latitud es:

a) 11° Sur b) 29° Norte c) 11° Norte d) 29° Sur

5. Si estás situada en el punto –15 de la recta numérica de los números enteros, ¿qué movimientos te llevan hasta +10?

a) +13 – 3 + 4 b) – 1 + 14 c) + 18 – 5 d) +14 +12 – 1

6. Señala la fracción inversa de la fracción $\frac{5}{9}$:

a) $\frac{18}{9}$ b) $\frac{15}{27}$ c) $\frac{5}{9}$ d) $\frac{9}{5}$

7. El resultado de la operación $(\frac{2}{5}-\frac{5}{2})\cdot 2+\frac{51}{10}$ es:

a) $\frac{9}{10}$ b) $\frac{105}{10}$ c) $\frac{30}{5}$ d) 3

8. Elige la fracción irreducible que sea el resultado de la operación $\frac{5}{2}\cdot\frac{10}{9}+\frac{1}{3}$

a) $\frac{65}{18}$ b) $\frac{28}{9}$ c) $\frac{50}{18}$ d) $\frac{25}{9}$

9. Indica cuál de las siguientes fracciones es menor que $\frac{1}{5}$:

a) $\frac{2}{16}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{2}{7}$

10. Ordena de menor a mayor los números:

5.67; 5.68; 5.6666; 5.63; 5.5; 5.8; 5.6070.

Autores: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente y Fernanda Ramos
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde