Matemáticas Académicas
4ºB ESO
Capítulo 14: Estadística
Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos

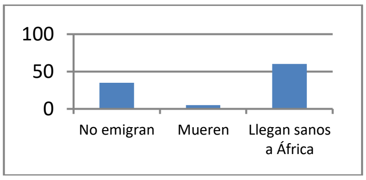
www.apuntesmareaverde.org.es

Realizados por:
Cristina Vidal Brazales

Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

RESUMEN

NOCIÓN	DEFINICIÓN	EJEMPLOS
Población estadística, colectivo o universo	El conjunto de todos los individuos (personas, objetos, animales, etc.) que contengan información sobre el fenómeno que se estudia.	Número de personas en España entre 16-65 años
Muestra	Es un subconjunto representativo que se selecciona de la población y sobre el que se va a realizar el análisis descriptivo. El tamaño de la muestra es el número de sus elementos. Cuando la muestra comprende a todos los elementos de la población, se denomina censo.	Número de personas en un barrio de Madrid entre 16 y 65 años.
Variable observable o estadística *X*	En general, supondremos que se está analizando una determinada población, de la que nos interesa cierta característica que viene dada por la variable *X*.	Las variables que están bajo estudio se pueden clasificar en dos categorías: - *Variables cualitativas o atributos (datos no métricos)* - *Variables cuantitativas, que tienen un valor numérico.*
Frecuencia absoluta	Número de veces que se repite un valor de la variable	Si al tirar un dado hemos obtenido 2 veces el 3, 2 es la frecuencia absoluta de 3.
Frecuencia relativa	Frecuencia absoluta dividido por el número de experimentos	Si se realiza un experimento 500 veces y la frecuencia absoluta de un suceso es 107, la frecuencia relativa es 107/500.
Frecuencia acumulada	Se suman las frecuencias anteriores	
Diagrama de rectángulos o barras	Los valores de la variable se representan mediante rectángulos de igual base y de altura proporcional a la frecuencia. Se indica en el eje horizontal la variable y en el vertical las frecuencias.	

Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. Señala en que caso es más conveniente estudiar la población o una muestra:

a) El diámetro de los tornillos que fabrica una maquina diariamente

b) La altura de un grupo de seis amigos

La población es muy grande, por lo tanto es más conveniente una muestra.
Son pocos elementos se puede estudiar la población.

2. Se puede leer el siguiente titular en el periódico que publica tu instituto: "La nota media de los alumnos de 4º ESO de la Comunidad de Madrid es de 7,9". ¿Cómo se ha llegado a esta conclusión? ¿Se ha estudiado a toda la población? Si hubieran seleccionado para su cálculo solo a las mujeres, ¿sería representativo su valor?

- Lo habrá calculado el programa informático que lo gestiona las notas.
- Estudia toda la población.
- Si el estudio solo es de las alumnas, el resultado no representa a toda la población.

3. Indicar el tipo de variable estadística que estudiamos y razona, en cada caso, si sería mejor analizar una muestra o la población:

a) El sexo de los habitantes de un país

- Cualitativa nominal (categorías: hombre, mujer, otros).
- La población es enorme, por lo que es más realista analizar una muestra representativa

b) El dinero gastado a la semana por tu hermano

- Cuantitativa continua (puede tomar cualquier valor numérico, incluso con decimales).
- Aquí el "universo" es solo una persona, el hermano. Lo mejor es estudiar toda la población (es decir, él).

c) El color de pelo de tus compañeros de clase

- Cualitativa nominal (categorías: castaño, rubio, negro, etc.).
- La clase es un grupo pequeño y accesible, por lo tanto, conviene estudiar toda la población.

d) La temperatura de la provincia

- Cuantitativa continua (se mide en grados, puede tener decimales).
- Imposible medir en todos los puntos de la provincia, por lo que se recurre a muestras (estaciones meteorológicas representativas).

e) La talla de pie de los alumnos del instituto

- Cuantitativa discreta (números enteros, normalmente en intervalos: 37, 38, 39, …).
- Si el instituto es grande, lo más práctico es trabajar con una muestra; si es pequeño, puede estudiarse toda la población.

4. Para realizar el estudio hacemos una encuesta entre los jóvenes de un barrio y les preguntamos por el número de veces que van al cine al mes. Indica que características debería tener la muestra elegida y si debería ser todos los jóvenes de la muestra de la misma edad.

Para que la muestra sea válida en un estudio estadístico, debe cumplir estas características:

1) Representativa: reflejar bien a la población de jóvenes del barrio (no solo a un grupo reducido, como los amigos de la persona que hace la encuesta).
2) Aleatoria: la elección de los encuestados debe hacerse al azar, evitando sesgos (por ejemplo, no solo preguntar a quienes están en la puerta del cine).
3) Suficientemente amplia: la muestra debe tener un tamaño razonable para que los resultados sean fiables.
4) Diversa: debe incluir jóvenes de distintas edades, géneros, ocupaciones, etc., siempre que esas características influyan en el hábito de ir al cine.

   - Respecto a la edad:

1) No deberían ser todos de la misma edad, porque eso no representaría a todos los jóvenes del barrio.
2) Lo correcto es incluir jóvenes de diferentes edades (dentro del rango que definamos como "jóvenes"), ya que la frecuencia con que van al cine puede variar según la edad.

5. Obtener la tabla de frecuencias absolutas de las notas en inglés de 24 alumnos:

6	**6**	**7**	**8**	**4**	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**3**	**5**
7	**6**	**6**	**6**	**5**	**4**	**3**	**9**	**8**	**8**	**4**	**5**

Notas	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frecuencia absoluta	0	0	0	2	3	4	6	3	4	2	0

6. Construir una tabla de frecuencias relativas con el color de pelo de 24 personas elegidas al azar:
M = moreno; R = rubio; P = pelirrojo

M	**R**	**P**	**R**	**R**	**R**
R	**P**	**P**	**M**	**M**	**M**
M	**R**	**R**	**R**	**R**	**R**
M	**M**	**M**	**M**	**M**	**P**

Valores	Moreno (M)	Rubio (R)	Pelirrojo (P)
Frecuencia absoluta	10	10	4
Frecuencia relativa	10/24 ≈ 0,42	10/24 ≈ 0,42	4/24 ≈ 0,17

7. El número de horas diarias de estudio de 14 alumnos es el siguiente:

3	**4**	**2**	**5**	**3**	**4**	**3**	**2**	**3**	**4**	**5**	**4**	**3**	**2**

a) Efectúa un recuento y organiza los resultados obtenidos en una tabla de frecuencias absolutas acumuladas

Valores	2	3	4	5
Frecuencia absoluta	3	5	4	2
Frecuencia absoluta acumulada	3	8	12	14

b) ¿Qué significan las frecuencias acumuladas que has calculado?

Las frecuencias absolutas acumuladas que hemos calculado significan el número de alumnos los cuales estudian un determinado número de horas al día o menos, es decir hay 8 alumnos los cuales estudian 3 horas o menos al día.

8. En una evaluación, de los 30 alumnos de una clase, el 30% aprobó todo, 10% suspendió una asignatura, el 40% suspendió dos asignaturas y el resto más de dos asignaturas:

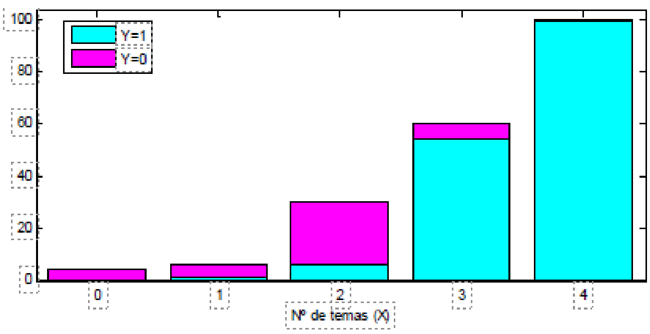
a) Realiza la tabla de frecuencia completa correspondiente (frecuencias absolutas, frecuencias relativas, frecuencias absolutas acumuladas y frecuencias relativas acumuladas)

Nº asignaturas suspendidas (xi)	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)
0	9	9/30 ≈ 0,30	9	0,30
1	3	3/30 ≈ 0,10	12	0,40
2	12	12/30 ≈ 0,40	24	0,80
>2	6	6/30 ≈ 0,20	30	1,00

b) ¿Hay algún tipo de frecuencia que corresponda a la pregunta de cuantos alumnos suspendieron menos de dos asignaturas? Razona la respuesta

Esto se obtiene con la frecuencia acumulada, porque va sumando todos los que tienen valores menores o iguales a un cierto número de asignaturas suspendidas, por lo que llegamos a la conclusión que 12 alumnos suspendieron menos de dos asignaturas.

9. Si queremos representar conjuntamente valores de la variable correspondientes a diferentes periodos de tiempo, o a distintas cualidades, para comparar situaciones podemos construir un diagrama de barras apiladas. ¿Podrías interpretar este grafico correspondiente al número de temas que los alumnos de una asignatura de 4ºESO llevan estudiados? Se toma información de un instituto (azul y rosa)

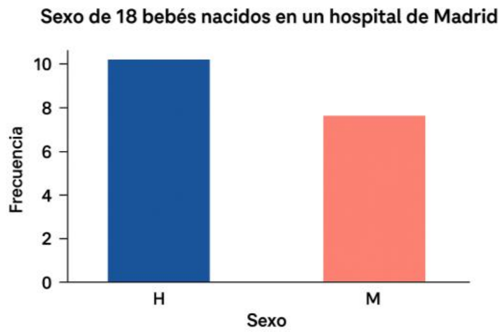


Los alumnos de la clase azul han estudiado más temas, la mayoría 3 o 4, mientras que la mayoría de los alumnos de la clase rosa han estudiado 2 temas

10. El sexo de 18 bebes nacido en un hospital de Madrid ha sido. Construye la tabla asociada a estos datos y represéntalos:

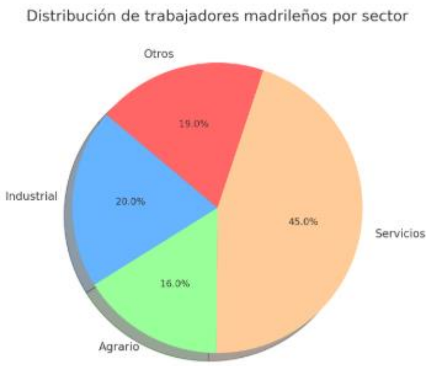
H	M	H	H	M	H
H	M	M	H	M	H
M	M	H	H	M	H

Sexo	H	M
Frecuencia (f)	10	8



11. Representa los valores de la variable de la tabla adjunta con el gráfico adecuado correspondientes a una encuesta realizada sobre el sector al que pertenecen un grupo de trabajadores madrileño

SECTOR	INDUSTRIAL	AGRARIO	SERVICIOS	OTROS
% TRABAJADORES	20	16	45	19

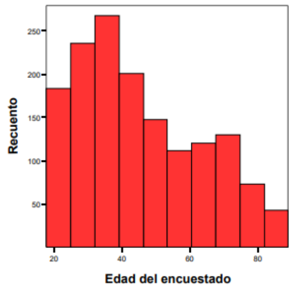


12. Completa la tabla de frecuencias para poder representar la información mediante el histograma de frecuencias acumuladas:

EDAD	[15, 25)	[25, 35)	[35, 45)	[45, 55)
NÚMERO DE PERSONAS	25	45	55	65

EDAD	Nº de personas (f)	Frecuencia acumulada (FA)
$[15, 25)$	25	25
$[25, 35)$	45	70
$[35, 45)$	55	125
$[45, 55)$	65	190

13. ¿A qué representaciones gráficas corresponden el siguiente grafico correspondiente a la información recogida sobre la edad de 100 personas? ¿Por qué crees que se ha utilizado este y no otro?

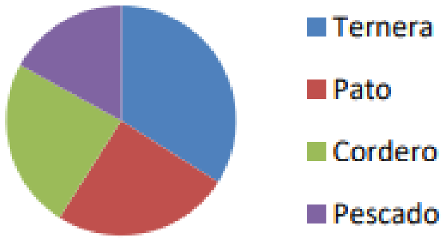


Un diagrama de rectángulos de frecuencias absolutas o un histograma de frecuencias absolutas. En una simple ojeada obtenemos mucha información

14. De los 100 asistentes a una boda, el 34% comió ternera de segundo plato, 25% pato, 24% cordero y el resto pescado.

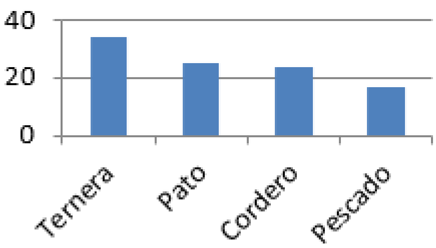
a) Organiza la información anterior en una tabla de frecuencia y representa los datos en un gráfico de sectores.

Ternera	34
Cordero	25
Cordero	24
Pescado	17
Total	100



b) Realiza un diagrama de barras y explica cómo lo haces. ¿Cuál de los dos gráficos prefieres? ¿Por qué?

En el eje vertical escribimos los porcentajes y en el horizontal los platos



En este caso, el gráfico de sectores es mucho más útil debido a que queremos ver las proporciones entre los platos. Sin embargo, el gráfico de barras se utiliza para hacer comparaciones con cantidades claras

15. Se ha recogido información sobre el contenido de sales minerales de 24 botellas de agua de un grupo de escolares en una excursión tal que:

45	**45**	**65**	**56**	**33**	**65**	**23**	**23**
34	**23**	**43**	**67**	**22**	**43**	**34**	**23**
12	**34**	**45**	**34**	**19**	**34**	**23**	**43**

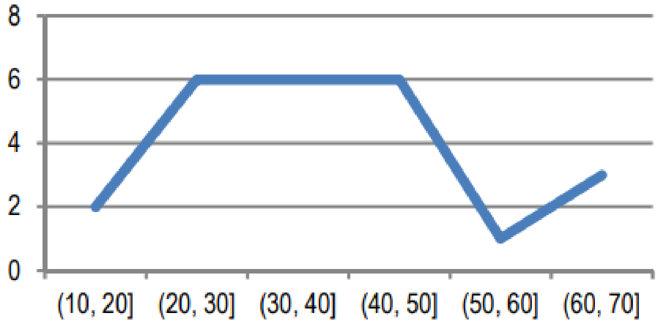
a) Clasifica la variable de estadística estudiada

Parece una variable cuantitativa discreta, aunque el contenido en sales podría ser continuo.

b) ¿Sería conveniente tomar o no intervalos al hacer una tabla de frecuencias?

Parece conveniente agruparlo en intervalos, pues los valores se repiten poco.

c) Realiza el gráfico que consideres más oportuno



16. Una persona ingresa 10000 euros en un fondo de inversión el 1 de enero de 2009. Las rentabilidades anuales del fondo durante los años siguientes fueron las siguientes: Si no ha retirado el capital, ¿Cuál ha sido la rentabilidad media de dicho fondo durante estos años?

Año	2009	2010	2011	2012
Rentabilidades (%)	5	3	-1	4

5 + 3 – 1 + 4 = 11; 11/4 = 2,75. La rentabilidad media ha sido del 2,75 %

17. Interpreta los valores de la variable de esta tabla que representa el peso de 100.000 bombonas de butano de una fábrica, en kilogramos. ¿Qué grafico utilizarías? Calcula la media e interprétala

Peso [kg)	f_i %	n_i	N_i
14,5-15	0,3	300	300
15-15,5	1,6	1600	1900
15,5-16	7,4	7400	9300
16-16,5	21,5	21500	30800
16,5-17	30,5	30500	61300
17-17,5	24,5	24500	85800
17,5-18	10,7	10700	96500
18-18,5	21,5	21500	308000

$$\bar{x} = \frac{\sum(x_i \cdot n_i)}{N} =$$

$$= \frac{14{,}75\cdot 300+15{,}25\cdot 1600+15{,}75\cdot 7400+16{,}25\cdot 21500+16{,}75\cdot 30500+17{,}25\cdot 24500+17{,}75\cdot 10700+18{,}25\cdot 21500}{118000} =$$

$$= 17{,}04\ kg$$

La tabla indica el peso de la muestra de bombonas.
La primera columna indica el peso que oscila entre 14,5 kg a 18,5 kg.
La segunda columna el porcentaje de bombonas con dicho peso.
La tercera la frecuencia absoluta, es decir, el número de bombonas con dicho peso.
La cuarta, la frecuencia acumulada absoluta.
Pero hay datos mal calculados. La frecuencia acumulada total debe coincidir con las bombonas de la muestra. Se han muestreado 118000 bombonas.
Utilizaría un histograma

18. Obtener la media y la moda de los siguientes valores de la variable referidos al resultado de lanzar un dado 50 veces

1	**2**	**3**	**2**	**3**	**4**	**3**	**3**	**3**	**5**
5	**5**	**5**	**6**	**5**	**6**	**5**	**6**	**4**	**4**
3	**2**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**5**	**4**
3	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**
3	**4**	**5**	**5**	**5**	**5**	**6**	**6**	**6**	**3**

Numero Obtenido	n_i
1	2
2	6
3	12
4	9
5	13
6	6

- Media: $\bar{x} = \frac{\sum(x_i \cdot n_i)}{N} = \frac{1\cdot2+2\cdot6+3\cdot12+4\cdot9+5\cdot13+6\cdot6}{50} = 4$
- Moda: El número que más veces aparece es el 5

19. Realiza la actividad anterior, pero agrupando en intervalos de amplitud 2, empezando en 0. ¿Obtienes lo mismos resultados? ¿Por qué?

Intervalos	$(0,2]$	$(2,4]$	$(4,6]$
Marcas de clase	**1**	**3**	**5**
Fr. Absolutas	**8**	**20**	**22**

- Media: $\bar{x} = \frac{\sum(x_i \cdot n_i)}{N} = \frac{1\cdot8+3\cdot20+5\cdot22}{50} = 3,56$

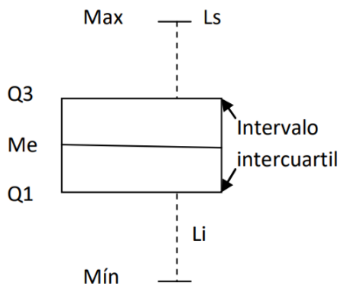
No son los mismos resultados, ahora la media obtenida es 3,56, aunque la moda sigue siendo 5

20. Dibujar un diagrama de caja conociendo los siguientes datos.
Mínimo valor = 2; cuartil 1 = 3; mediana = 6; cuartil 3 = 7; máximo valor = 12.

Máx = 12 = Ls

Q3 = 7
Me = 6 Intervalo intercuartil = 4.
Q1 = 3

Min = 2 = Li



21. Un corredor de maratón entrena, de lunes a viernes recorriendo las siguientes distancias 2, 3, 3, 6, y 4, respectivamente. Si el sábado también entrena:

Calculamos los parámetros correspondientes a los datos:

- Media: $\bar{x} = \frac{\sum(x_i \cdot n_i)}{N} = \frac{2\cdot1+2\cdot3+4\cdot1+6\cdot1}{5} = 3{,}6$
- Mediana: 3
- Moda: 3

a) ¿Cuántos kilómetros debe recorrer para que la media sea la misma?

El sábado debe correr para que la media no le cambia una distancia de 3,6 kilómetros.

b) ¿Y para que la mediana no varie?

Para que la mediana no varie debe recorrer una distancia de 3 kilómetros

c) ¿Y para que la moda no varie?

Ocurre lo mismo que con la mediana

22. El salario mensual en euros de los 6 trabajadores de una empresa textil es el que se presenta. ¿Cuál de los tres tipos de medidas de tendencia central describe mejor los sueldos de la empresa?

1700	**1400**	**1700**	**1155**	**1340**	**4565**

- Media: $\bar{x} = \frac{\sum(x_i \cdot n_i)}{N} = \frac{1700\cdot2+1400+1155+1340+4565}{6} = 1\,976{,}66€$
- Mediana: $\frac{1400+1700}{2} = 1\,550€$ (1155 – 1340 – 1400 – 1700 – 1700 – 4565)
- Moda: 1 700€

La mediana lo describe bien, la moda, no. La media no describe bien los sueldos pues es mayor que 5 sueldos, bastante en algunos casos, no es fiable.

23. ¿Qué valor o valores podríamos añadir a este conjunto de valores de la variable para que la mediana siga siendo la misma?

12	**19**	**24**	**23**	**23**	**15**	**21**	**32**	**12**	**6**	**32**	**12**	**12**	**21**

Ordenamos los datos: 6 – 12 – 12 – 12 – 12 – 15 – 19 – 21 – 21 – 23 – 23 – 24 – 32 – 32

Como hay 14 datos, la mediana se obtiene calculando el valor medio de los datos 7 y 8.

Mediana: $\frac{19+21}{2} = 20$, si añadimos el valor 20, la mediana no varía.

También podemos añadir 20 y 20, también 19 y 21.

24. Sale 25 plazas para un puesto de auxiliar de enfermería y se presenta 200 personas con las siguientes notas.

notas	3	4	5	6	7	8	9	10
n_i	6	34	25	56	29	10	30	10

a) ¿Con que nota se obtiene una de las plazas mediante el examen?

Solo es seguro si ha sacado un 10, puesto que hay 40 personas con un 9 o 10 y solo hay 25 plazas, por lo que no todas ellas tienen plaza

b) ¿Qué percentil es la nota 5?

Para calcular un percentil k debemos calcular el k% del total y el valor obtenido mirar donde está en la tabla de frecuencias acumuladas

notas	3	4	5	6	7	8	9	10
n_i	6	34	25	56	29	10	30	10
acumuladas	6	40	65	121	150	160	190	200

La nota 5 está en el valor 65 de las frecuencias acumuladas luego

$\frac{k}{100} \cdot 200 = 65 \rightarrow k = \frac{65 \cdot 100}{200} = 32{,}5$

La nota 5 es el percentil 32,5.

25. Un grupo de perros pastor alemán tiene una media de 70 kg y desviación típica 2 kg. Un conjunto de perros caniche tiene una media de 15 kg y desviación típica 2 kg. Compara ambos grupos

$$\mathrm{CV}_{\text{pastor aleman}} = \frac{\textit{Desviación tipica}}{\textit{Media}} = \frac{2}{70} = 0{,}03$$

$$\mathrm{CV}_{\text{caniche}} = \frac{\textit{Desviación tipica}}{\textit{Media}} = \frac{2}{15} = 0{,}13$$

Calculamos el coeficiente de variación, que para los pastores alemanes es de 0,03, y para los caniches de 0,13, luego la variabilidad es menor para los pastores alemanes.

26. El tiempo, en minutos, que un conjunto de estudiantes de 4º ESO dedica a preparar un examen de matemáticas es:

234	**345**	**345**	**123**	**234**	**234**	**556**
234	**234**	**345**	**223**	**167**	**199**	**490**

Las calificaciones de ese conjunto de estudiantes son las siguientes:

4	**5**	**6**	**7**	**6**	**5**	**8**
9	**8**	**7**	**8**	**7**	**6**	**8**

a) ¿Qué tendremos que hacer para comparar su variabilidad?

Debemos calcular el coeficiente de variación de los dos datos

$$\overline{x_t} = \frac{\sum(x_i \cdot n_i)}{N} = \frac{123+167+199+223+234\cdot 5+345\cdot 3+490+556}{14} \approx 283{,}07\ minutos$$

$$\sigma_t^2 = \frac{\sum(x_i^2 \cdot n_i)}{N} - \overline{x}^2 = \frac{123^2+167^2+199^2+223^2+234^2\cdot 5+345^2\cdot 3+490^2+556^2}{14} - (283{,}07)^2 =$$

$$= \frac{13112439}{14} - (283{,}07)^2 \approx 14316{,}28$$

$$\sigma_t = \sqrt{14316{,}28} = 121{,}09$$

$$\overline{x_n} = \frac{\sum(x_i \cdot n_i)}{N} = \frac{4+5\cdot 2+6\cdot 3+7\cdot 3+8\cdot 4+9}{14} \approx 6{,}71$$

$$\sigma_n^2 = \frac{\sum(x_i^2 \cdot n_i)}{N} - \overline{x}^2 = \frac{4^2+5^2\cdot 2+6^2\cdot 3+7^2\cdot 3+8^2\cdot 4+9^2}{14} - (6{,}71)^2 = \frac{658}{14} - (6{,}71)^2 \approx 2{,}22$$

$$\sigma_n = \sqrt{2{,}22} \approx 1{,}48$$

Los estudiantes han dedicado una media de 283 minutos a preparar el examen con una desviación típica de 121 minutos.

Han obtenido una calificación media de 6,7, con una desviación típica de 1,44.

Como las unidades son tan diferentes no nos dan información sobre la variabilidad.

Por eso calculamos el coeficiente de variación, que es adimensional : $\boldsymbol{CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}}$, que vale para los tiempos $\boldsymbol{CV = \frac{121}{283} = 0,43}$, y para las calificaciones, $\boldsymbol{CV = \frac{6,7}{1,44} = 0,2}$. Luego la variabilidad de las calificaciones es menor que la de los tiempos dedicados al estudio.

b) ¿En qué conjunto los valores de la variable están más dispersos?

$$CV_t = \frac{Desviación\ tipica}{Media} = \frac{121{,}09}{283{,}07} = 0{,}43$$

$$CV_n = \frac{Desviación\ tipica}{Media} = \frac{1{,}48}{6{,}7} = 0{,}2$$

Están más dispersos los valores de los tiempos de estudio.

c) ¿Es la media siempre mayor que la desviación típica?

Normalmente sí, aunque puede haber datos con una gran dispersión y entonces la desviación típica puede ser mayor que la media.

27. Se ha recogido una muestra de 20 recipientes cuyos diámetros son:

0,91	**1,04**	**1,01**	**1**	**0,77**	**0,78**	**1**	**1,3**	**1,02**	**1**
1	**0,88**	**1,26**	**0,92**	**0,98**	**0,78**	**0,82**	**1,2**	**1,16**	**1,14**

a) Calcular todas las medias de dispersión que conozcas

- Rango: $R = x_{max} - x_{min} = 1{,}30 - 0{,}77 = 0{,}53$
- Rango intercuartil

Debemos ordenar los datos

0,77 – 0,78 – 0,78 – 0,82 – 0,88 – 0,91 – 0,92 – 0,98 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1,01 – 1,02 – 1,04 – 1,14 – 1,16 – 1,2 – 1,26 – 1,3

$\frac{20}{4} = 5$ para el Q1 buscamos el 5º lugar, 0,88

Para Q3, $3 \cdot \frac{20}{4} = 15$, el lugar 15º, 1,04

$RIQ = Q3 - Q1 = 1{,}04 - 0{,}88 = 0{,}16$

- Mediana: entre el 10º y el 11º : $\frac{1+1}{2} = 1$, Me = 1.
- Varianza:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i^2 \cdot n_i)}{N} - \bar{x}^2 = \frac{0{,}77^2+0{,}78^2 \cdot 2+0{,}82^2+0{,}88^2+0{,}91^2 \cdot \ldots}{19} - (1{,}02)^2 =$$

$$= \frac{0{,}4563}{19} - (1{,}02)^2 = 0{,}024$$

- Desviación típica: $\sigma = \sqrt{0{,}024} = 0{,}15$

b) ¿A partir de que valor de diámetro los recipientes se consideran el 20% con mayor diámetro?

El valor a partir del cual se considera el 20% con mayor diámetro es como calcular el valor tal que el 80% tiene un valor menor $P_{80} = \frac{80}{100} \cdot 20 = 16$ buscamos el valor correspondiente al lugar 16º , 1,14.

- Los recipientes con diámetro ≥ 1,14 constituyen el 20% mayor.

28. Se han medido los pesos y alturas de 6 personas, como muestra de las personas que están en una fila o cola de espera, obteniéndose los siguientes resultados:

Pesos (kg)	**65**	**60**	**65**	**63**	**68**	**68**
Alturas (cm)	**170**	**150**	**168**	**170**	**175**	**180**

a) Calcular las medias y las varianzas de esos dos conjuntos de datos unidimensionales.

$$\overline{x_p} = \frac{\sum(x_i \cdot n_i)}{N} = \frac{60+63+65 \cdot 2+68}{6} \approx 64{,}83\ kg$$

$$\sigma_p^2 = \frac{\sum(x_i^2 \cdot n_i)}{N} - \bar{x}^2 = \frac{60^2+63^2+65^2 \cdot 2+68^2}{6} - (64{,}83)^2 = \frac{12323}{6} - (64{,}83)^2 \approx 9{,}4$$

$$\sigma_p = \sqrt{9{,}4} = 3{,}065$$

$$CV_p = \frac{Desviación\ tipica}{Media} = \frac{3{,}065}{64{,}83} = 0{,}047$$

$$\overline{x_a} = \frac{\sum(x_i \cdot n_i)}{N} = \frac{150+168+170\cdot 2+175+180}{6} \approx 168{,}83$$

$$\sigma_a^2 = \frac{\sum(x_i^2 \cdot n_i)}{N} - \overline{x}^2 = \frac{150^2+168^2+170^2\cdot 2+175^2+180^2}{6} - (168{,}83)^2 =$$

$$= \frac{171549}{6} - (168{,}83)^2 \approx 104{,}2$$

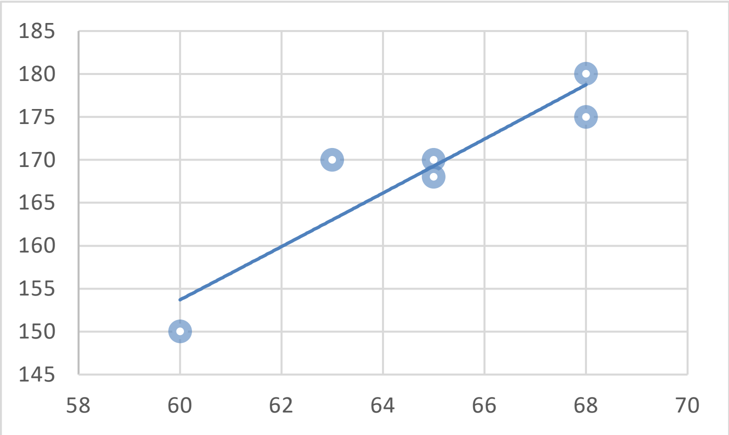
$$\sigma_a = \sqrt{104{,}2} = 10{,}2$$

$$CV_a = \frac{\textit{Desviación tipica}}{\textit{Media}} = \frac{10.2}{168{,}83} = 0{,}06$$

b) ¿Qué medidas están más dispersas, los pesos o las alturas?

$CV_p = 0{,}047$, $CV_a = 0{,}06$, Las alturas están más dispersas

c) Representar gráficamente ese conjunto de datos bidimensional. Calcular la covarianza e interpretar su valor.



$$\text{Cov (X, Y)} = \frac{\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{n} = \frac{143{,}83}{6} = 23{,}97$$

d) Dar una medida de la correlación entre ambas variables. Interpretar su valor.

$$r = \frac{\text{Cov(X,Y)}}{\sigma_a \cdot \sigma_p} = \frac{23{,}97}{10{,}2 \cdot 3{,}065} = 0{,}77$$

En general las alturas mayores se corresponden con pesos mayores. Es una correlación positiva y alta.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Se lanza una moneda 700 veces y se obtiene cara 355 veces. Expresa en una tabla las frecuencias absolutas, relativas y calcula también las frecuencias acumuladas absolutas y acumuladas relativas de caras y cruces en este experimento.

	Frecuencias absolutas	Frecuencias relativas	Frecuencias acumuladas absolutas	Frecuencias acumuladas relativas
Cara	355	0,51	355	0,51
Cruz	345	0,49	700	1

2. Se lanza un dado 500 veces y se obtienen los siguientes resultados:

Resultado	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Número de veces	**70**	**81**	**92**	**85**		**81**

a) ¿Cuántas veces ha salido el 5?

Para que el dado haya sido lanzado 500 veces el numero 5 debe haber salido 91 veces

b) Construir tabla con las frecuencias absolutas y frecuencias absolutas acumuladas

Resultado	1	2	3	4	5	6
Fr. Absolutas	70	81	92	85	91	81
Fr. Ab. Acumuladas	70	151	243	328	419	500

c) Construir una tabla con las frecuencias relativas y las frecuencias relativas acumuladas

Resultado	1	2	3	4	5	6
Fr. Absolutas	70	81	92	85	91	81
Fr. Ab. Ac.	70	151	243	328	419	500
Fr. Relativas	0,14	0,162	0,184	0,17	0,18	0,16
Fr. Rel. Ac	0,14	0,302	0,486	0,656	0,84	1

3. Una urna que contiene 10 bolas numeradas del 0 a 9, sacamos una bola, anotamos el número y devolvemos la bola de la urna. Repetimos el experimento 1000 veces y se han obtenido los resultados indicados en la tabla.

Resultado	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Fr. absoluta	**79**	**102**			**93**	**98**	**104**	**77**		
Fr. relativa			**0,12**	**0,13**					**0,1**	
Fr. Abs. Acum.	**79**	**181**								
Fr. rel. Acum.										**1**

a) ¿Cuál es la frecuencia absoluta de 9?

Como la frecuencia relativa de 2 es 0,12 entonces $\frac{x}{1000} = 0{,}12 \rightarrow x = 120$

Para 3, $\frac{x}{1000} = 0{,}13 \rightarrow x = 130$

Para 8, $\frac{x}{1000} = 0{,}1 \rightarrow x = 100$

La suma de todas las frecuencias debe dar 1000

1000 = 79 + 102 + 120 + 130 + 93 + 98 + 104 + 77 + 100 + x , x = 97

La frecuencia absoluta de 9 es igual a 97

b) ¿Cuál es la frecuencia absoluta acumulada de 2?

La frecuencia absoluta acumulada de 2 es igual a 301

c) ¿Cuál es la frecuencia relativa acumulada de 1?

La frecuencia relativa acumulada de 1 es igual a 0,181

d) Copia la tabla en tu cuaderno y complétala

Resultado	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Frecuencia absoluta	79	102	120	130	93	98	104	77	100	97
Frecuencia relativa	0,079	0,102	0,12	0,13	0,093	0,098	0,104	0,077	0,1	0,097
Frecuencia absoluta acumulada	79	181	301	431	524	622	726	803	903	1000
Frecuencia absoluta relativa	0,079	0,181	0,301	0,431	0,524	0,622	0,726	0,803	0,903	1

4. Pepa ha tirado un dado 25 veces y ha obtenido los siguientes resultados:

1 2 5 6 3 1 4 5 6 1 3 1 2 2 1 6 2 2 4 3 4 6 6 1 4

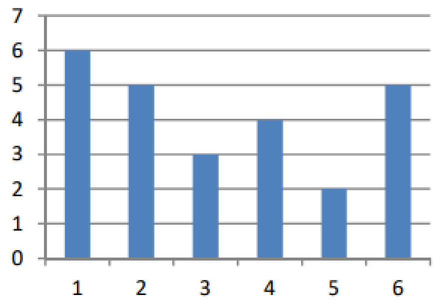
a) Construir una tabla de frecuencias absolutas.

Valores	1	2	3	4	5	6
Fr. Absoluta	6	5	3	4	2	5

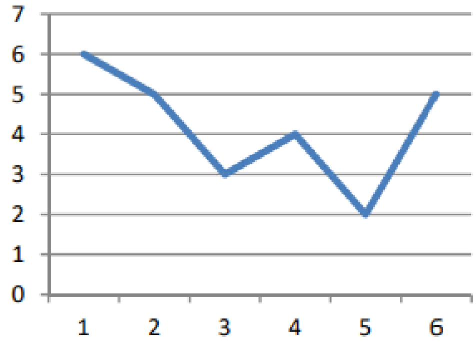
b) Construir una tabla de frecuencias relativas.

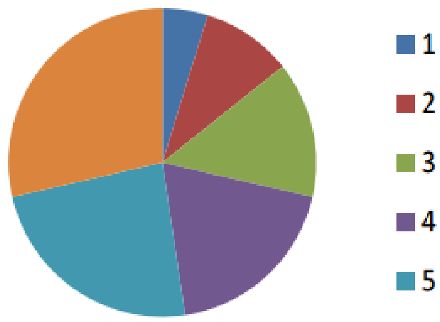
Valores	1	2	3	4	5	6
Fr. Absoluta	6	5	3	4	2	5
Fr. Relativas	0,24	0,2	0,12	0,16	0,08	0,2

c) Dibuja un diagrama de barras.



d) Dibuja un polígono de frecuencias y una representación por sectores.





5. En una clase ha metido el tamaño de las manos de cada uno de los alumnos, y el resultado en centímetros ha sido el siguiente:

19	**18**	**20**	**19**	**18**	**21**	**19**	**17**	**16**	**20**
16	**19**	**20**	**21**	**18**	**17**	**20**	**19**	**22**	**21**
23	**21**	**17**	**18**	**17**	**19**	**21**	**20**	**16**	**19**

a) ¿Qué tamaño ha sido el valor mínimo? ¿Y el máximo? ¿Cuál es el rango total de la variable?

El tamaño que ha sido valor mínimo ha sido los 16 centímetros y el valor máximo ha sido los 23 centímetros. El rango total es 23 – 16 = 7

b) Construir una tabla de frecuencia absolutas y frecuencias relativas.

Tamaño manos (cm)	16	17	18	19	20	21	22	23
Frecuencias absolutas	3	4	4	7	5	5	1	1
Frecuencias relativas	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0	0	0

c) Construir una tabla de frecuencias absolutas acumuladas y de frecuencias relativas acumuladas

Tamaño manos (cm)	16	17	18	19	20	21	22	23
Frecuencias absolutas	3	4	4	7	5	5	1	1
Frecuencias relativas	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0	0	0
Fr. Acumuladas absolutas	3	7	11	18	23	28	29	30
Fr. Acumuladas relativas	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1	1

6. **Calcular la frecuencia absoluta de los datos de una encuesta en la que se ha elegido entre ver la televisión, t o leer un libro, l.**

t, l, t, t, t, l, t, t, l, t, l, t, l, t, t, t, l, l, t, l, t, l, t, l, t.

Valores	Televisión	Leer libro
Frecuencias relativas	15	10

7. **La duración en minutos de unas llamadas telefónicas ha sido**

7, 3, 6, 3, 7, 5, 4, 3, 5, 7, 10, 1, 9, 12, 2

Construir una tabla de frecuencias absolutas y de frecuencias relativas

Valores	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Frecuencias absolutas	1	1	3	1	2	1	3	0	1	1	0	1
Frecuencias relativas	0,07	0,07	0,2	0,07	0,13	0,07	0,2	0	0,07	0,07	0	0,07

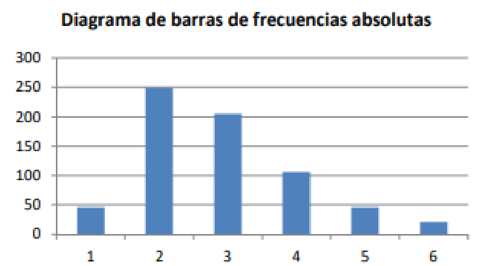
8. **Se ha preguntado en un pueblo de la provincia de Madrid el número de hijos que tenían y se ha obtenido la siguiente tabla de frecuencias absolutas sobre el número de hijos de cada familia.**

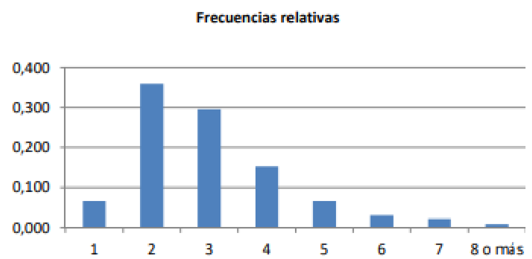
Número de hijos	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8 o mas**
Número de familias	**46**	**249**	**205**	**106**	**46**	**21**	**15**	**6**

a) Escribe en tu cuaderno una tabla de frecuencias relativas

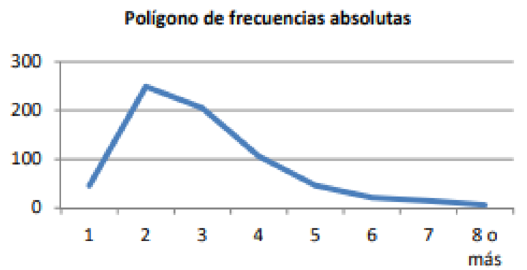
Número de hijos	1	2	3	4	5	6	7	8 o mas
Número de familias	46	249	205	106	46	21	15	6
Fr. relativas	0,066	0,359	0,295	0,153	0,066	0,03	0,022	0,009
Fr. Ac. absolutas	46	295	500	606	652	673	688	694

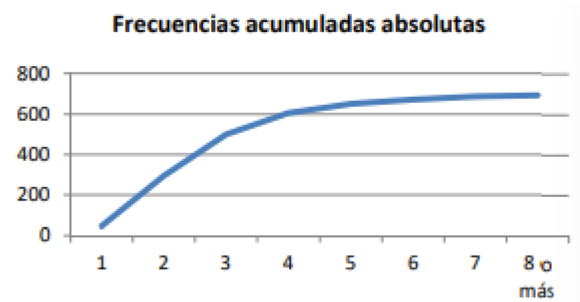
b) Haz un diagrama de barras de frecuencias absolutas y otro de frecuencias relativas





c) Haz un polígono de frecuencias absolutas y otro de frecuencias absolutas acumuladas





9. Haz una encuesta similar con tus compañeros y compañeras del curso preguntando el número de hermanos y confeccionando una tabla sobre el número de hijos y el número de familias.

a) Construye una tabla de frecuencias relativas

b) Haz un diagrama de barras de frecuencias absolutas y relativas. Completa con un polígono de frecuencias

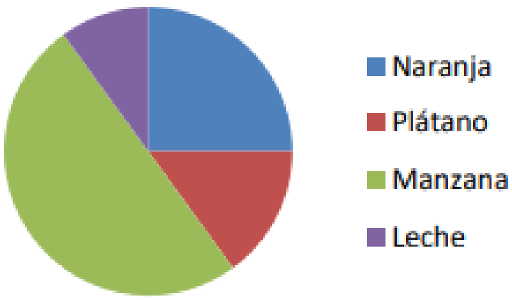
c) Compara la tabla de frecuencias relativas y el diagrama de barras de frecuencias relativas que obtengas con el obtenido en el ejercicio anterior.

Respuesta abierta

10. Un batido de frutas contiene 25 % de naranja, 15 % de plátano; 50 % de manzana y, el resto de leche. Representa en un diagrama de sectores la composición del batido.

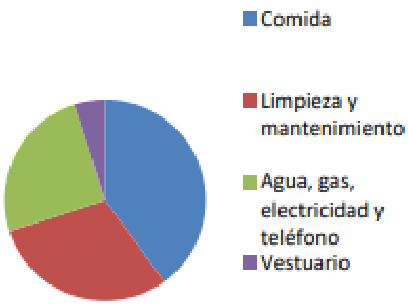
25 + 15 + 50 = 90 , 100 – 90 = 10

De leche hay un 10 %



11. En un campamento de verano se han gastado diez mil euros. El gráfico muestra la distribución del gasto:

1. **Comida: 40 %**
2. **Limpieza y mantenimiento: 30 %**
3. **Agua, gas, electricidad y teléfono: 25 %**
4. **Vestuario: ....**



a) ¿Qué porcentaje se gastó en vestuario?

Puesto que deberíamos llegar al 100%, 40 + 30 + 25 = 95 , 100 – 95 = 5

en vestuario observamos que gastaron un 5%

b) ¿Cuántos euros se gastaron en comida?

$$\frac{40}{100}\ de\ 10000 = 10000 \cdot \frac{40}{100} = \frac{400000}{100} = 4000€$$

c) ¿Cuánto mide el ángulo del sector correspondiente a cada apartado?

Para la comida 0,4 · 360° = 144°,

Para limpieza 0,3 · 360° = 108°

Para agua, gas, electricidad y teléfono 0,25 · 360° = 90°,

Para el vestuario 0,05 · 360° = 18°.

12. Busca en revistas o periódicos dos gráficas estadísticas, recórtalas y pégalas en tu cuaderno. En muchas ocasiones estas gráficas tienen errores. Obsérvalas detenidamente y comenta las siguientes cuestiones:

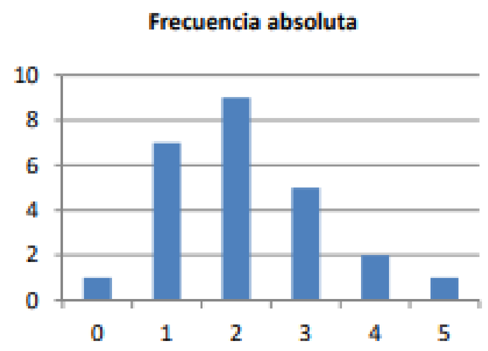
a) ¿Está clara la variable a la que se refiere? ¿Y las frecuencias?
b) ¿Son correctas las unidades? ¿Pueden mejorarse?
c) Comenta las gráficas.

Respuesta abierta

13. Se hace una encuesta sobre el número de veces que van al cine unos jóvenes al mes. Los valores de la variable están en la tabla:

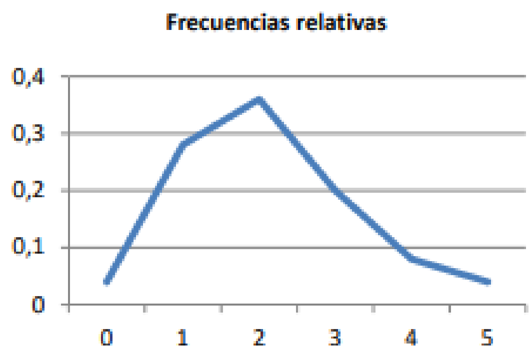
Veces que van al cine	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Frecuencia absoluta	**1**	**7**	**9**	**5**	**2**	**1**

a) Representa un diagrama de barras de frecuencias absolutas.



b) Representa un polígono de frecuencias relativas.

Veces que van al cine	0	1	2	3	4	5
Frecuencia absoluta	1	7	9	5	2	1
Frecuencia relativa	0,04	0,28	0,36	0,2	0,08	0,01

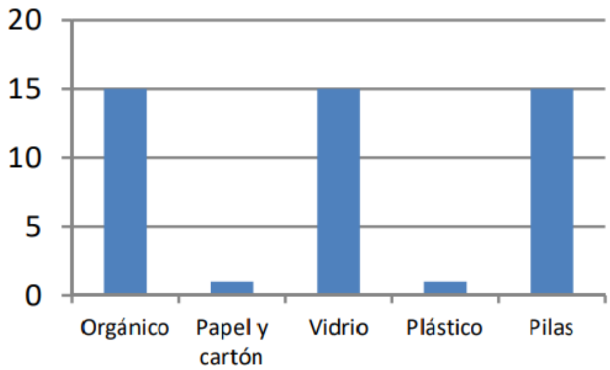


c) Representa los valores de la variable en un diagrama de sectores.

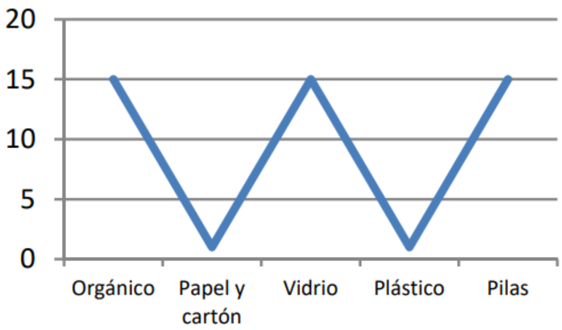
14. Se hace un estudio sobre lo que se recicla en una ciudad y se hace una tabla con el peso en porcentaje de los distintos tipos de residuos:

Tipo de residuo	Porcentaje
Orgánico	15
Papel y cartón	1
Vidrio	15
Plástico	1
Pilas	15

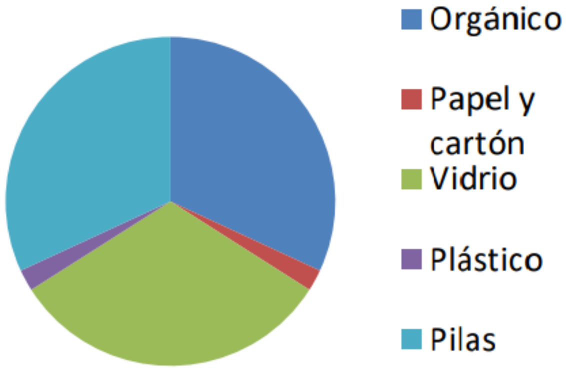
a) **Construye un diagrama de barras**



b) **Representa un polígono de frecuencias.**



c) **Representa los valores de la variable en un diagrama de sectores.**



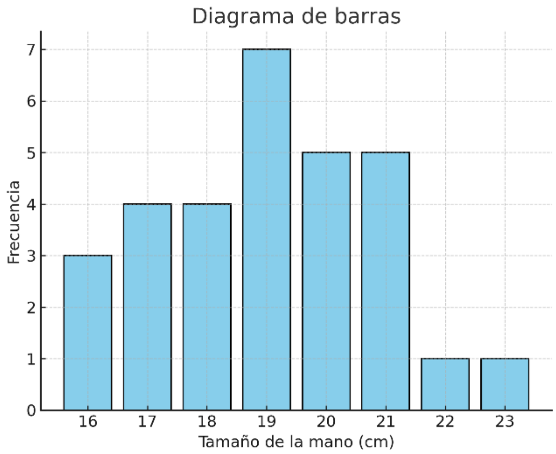
15. En un ejercicio anterior se ha tenido el resultado de medir en una clase el tamaño de las manos de cada uno de los alumnos y alumnas, y el resultado en centímetros ha sido el siguiente:

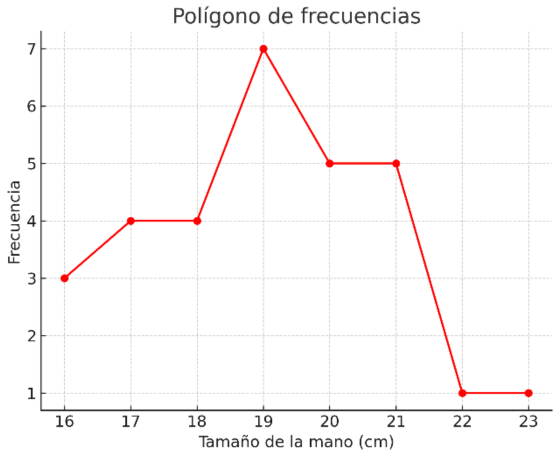
19, 18, 20, 19, 18, 21, 19, 17, 16, 20,

16, 19, 20, 21, 18, 17, 20, 19, 22, 21,

23, 21, 17, 18, 17, 19, 21, 20, 16, 19

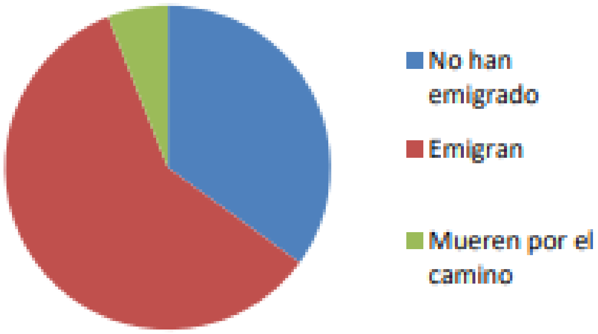
Representa los valores de la variable en un diagrama de barras y en un polígono de frecuencias.





16. El 35 % de las cigüeñas no ha emigrado este año a África y el 6 % murió por el camino. Dibuja un diagrama por sector que describa esta situación.

Emigran: 100 – 35 – 6 = 59, emigran el 59%



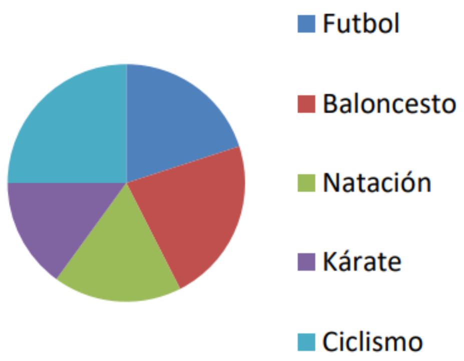
17. En una clase se ha preguntado por las preferencias deportivas y se ha obtenido:

Futbol	Baloncesto	Natación	Kárate	Ciclismo
8	**9**	**7**	**6**	**10**

a) Copia la tabla en tu cuaderno y construye una tabla de frecuencias relativas.

	Futbol	Baloncesto	Natación	Kárate	Ciclismo
Fr. Absolutas	8	9	7	6	10
Fr. Relativas	0,2	0,225	0,175	0,15	0,25

b) Representa estos valores de la variable en un diagrama de sectores.



18. Pepa ha tirado un dado 25 veces de un ejercicio anterior y ha obtenido los siguientes resultados:

1, 2, 5, 6, 3, 1, 4, 5, 6, 1, 3, 1, 2, 2, 1, 6, 2, 2, 4, 3, 4, 6, 6, 1, 4

a) **Calcula la media aritmética**

Valores	1	2	3	4	5	6
Frecuencia absoluta	6	5	3	4	2	5

$$\bar{x} = \frac{\sum(x_i \cdot n_i)}{N} = \frac{1\cdot 6+2\cdot 5+3\cdot 3+4\cdot 4+5\cdot 2+6\cdot 5}{25} = \frac{81}{25} = 3{,}24$$

b) **Calcula la mediana**

Ordenamos los resultados y buscamos el valor del lugar 13, que deja 12 a cada lado,

1-1-1-1-1-1-2-2-2-2-2-3-3-3-4-4-4-4-5-5-6-6-6-6-6

la mediana es 3

c) **¿Cuál es la moda? ¿Es única?**

La moda es igual a 1, es única puesto que es el único número que se repite 6 veces.

d) **Calcula la varianza y desviación típica interpretando su resultado**

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i^2 \cdot n_i)}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1^2 \cdot 6 + 2^2 \cdot 5 + 3^2 \cdot 3 + 4^2 \cdot 4 + 5^2 \cdot 2 + 6^2 \cdot 5}{25} - (3{,}24)^2 =$$

$$= \frac{347}{25} - (3{,}24)^2 = 13{,}88 - 10{,}50 = 3{,}38$$

$$\sigma = \sqrt{3{,}38} \approx 1{,}84$$

La varianza (3,38) y la desviación típica (1,84) nos dicen que los valores están bastante dispersos alrededor de la media.

19. Sara ha tenido las siguientes notas en sus exámenes de Matemáticas: 9, 7, 8, 6, 9, 10, 9

a) Calcula la media aritmética

$$\bar{x} = \frac{\sum(x_i \cdot n_i)}{N} = \frac{6+7+8+9 \cdot 3+10}{7} = \frac{58}{7} \approx 8{,}29$$

b) Calcula la mediana

Ordenamos los datos: 6 – 7 – 8 – 9 – 9 – 9 – 10 , el valor central es 9, la mediana es 9.

c) ¿Cuál es la moda? ¿Es única?

El valor que más se repite es 9 y es único

d) Calcula el percentil 45 interpretando su resultado

El percentil 45 es igual a 8, el 45% de las notas del examen de matemáticas es igual o menor a 8

$P_{45} = \frac{kn}{100} = \frac{45 \cdot 7}{100} = \frac{315}{100} = 3{,}15$ el valor correspondiente, el primero que pasa de 3 es el 9

e) Calcula el percentil 75 interpretando su resultado. ¿qué otro nombre recibe?

Recibe el nombre de Cuartil tercero, el percentil 75 es igual a 9.

Interpretación: el 75% de las notas del examen de matemáticas es igual o menor a 9.

$$P_{75} = \frac{kn}{100} = \frac{75 \cdot 7}{100} = \frac{525}{100} = 5{,}25$$

f) Calcula la varianza y desviación típica interpretando su resultado

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i^2 \cdot n_i)}{N} - \bar{x}^2 = \frac{6^2+7^2+8^2+9^2 \cdot 3+10^2}{7} - (8{,}29)^2 = \frac{492}{7} - (8{,}29)^2 \approx 1{,}5616$$

$$\sigma = \sqrt{1{,}5616} \approx 1{,}24$$

La desviación típica ~1,24 puntos indica que las notas se dispersan moderadamente alrededor de la media (los valores típicos se alejan ~1,3 puntos de 8,29). Dado que la escala de notas va de 0 a 10, la dispersión es baja–moderada.

g) Calcula el coeficiente de variación interpretando su resultado

$\mathrm{CV} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1{,}24}{8{,}29} = 0{,}15$ Su utilidad es comparar resultados de distintas muestras.

20. En un ejercicio anterior se ha tenido el resultado de medir en una clase el tamaño de las manos de cada uno de los alumnos y alumnas, y el resultado en centímetros ha sido el siguiente:

19, 18, 20, 19, 18, 21, 19, 17, 16, 20,

16, 19, 20, 21, 18, 17, 20, 19, 22, 21,

23, 21, 17, 18, 17, 19, 21, 20, 16, 19

a) Calcula la media aritmética

$$\bar{x} = \frac{\sum(x_i \cdot n_i)}{N} = \frac{16\cdot 3+17\cdot 4+18\cdot 4+19\cdot 7+20\cdot 5+21\cdot 5+22+23}{30} = \frac{571}{30} \approx 19{,}03$$

b) Calcula la mediana

Como hay 30 datos el valor central es entre el 15 y el 16,
ordenados los valores:

16-16-16-17-17-17-17-18-18-18-18-19-19-19-19-19-19-19-20-20-20-20-20-21-21-21-21-21-22-23.

La mediana es igual a $\frac{19+19}{2} = 19$

c) ¿Cuál es la moda? ¿Es única?

El valor que se repite mayor número de veces es el 19, y esta solución es única.

d) Calcula el percentil 45 interpretando su resultado

El percentil 45 es igual a 19, es decir el 45% de las manos miden 19 o menos de 19 cm

$$P_{45} = \frac{kn}{100} = \frac{45\cdot 30}{100} = \frac{1350}{100} = 13{,}5$$

e) Calcula el percentil 75 interpretando su resultado. ¿qué otro nombre recibe?

Recibe el nombre de Cuartil tercero, y el percentil es igual a 20, es decir el 75% de las manos mide 20 o menos de 20cm

$$P_{75} = \frac{kn}{100} = \frac{75\cdot 30}{100} = \frac{2250}{100} = 22{,}5$$

f) Calcula la varianza y desviación típica interpretando su resultado

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i^2 \cdot n_i)}{N} - \bar{x}^2 = \frac{16^2\cdot 3+17^2\cdot 4+18^2\cdot 4+19^2\cdot 7+20^2\cdot 5+21^2\cdot 5+22^2+23^2}{30} - 19^2 = 4{,}5$$

$$\sigma = \sqrt{4{,}5} \approx 2{,}12$$

La desviación típica 2,12 puntos indica que las notas se dispersan bastante alrededor de la media (los valores típicos se alejan 2,12 puntos de 19,3). Dado que la escala de medidas va de 16 a 23, la dispersión es alta.

g) Calcula el coeficiente de variación interpretando su resultado.

$\mathrm{CV} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2{,}12}{19{,}03} = 0{,}11$ La dispersión es del 11%

21. Nos interesa conocer la distribución de notas obtenidas por 40 estudiantes. Las notas son:

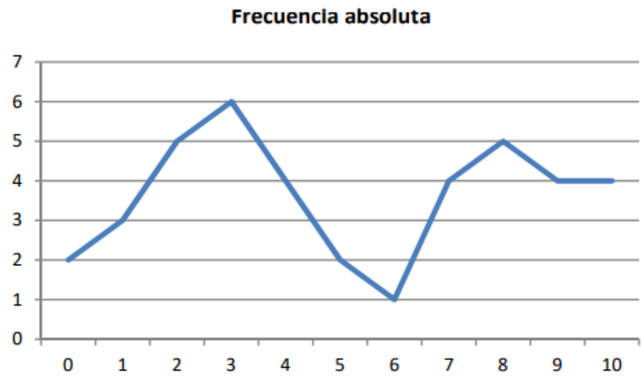
4, 1, 7, 10, 3, 2, 8, 9, 0, 0, 5, 8, 2, 7, 1, 2, 8, 10, 2, 10,

3, 4, 8, 9, 3, 6, 3, 7, 2, 4, 9, 4, 9, 5, 1, 3, 3, 9, 7, 8, 10.

a) **Escribe en tu cuaderno una tabla de frecuencias absolutas**

Notas	Fr. Absoluta	
0	2	2
1	3	5
2	5	10
3	6	16
4	4	20
5	2	22
6	1	23
7	4	27
8	5	32
9	4	36
10	4	40

b) **Haz un polígono de frecuencias absolutas.**



c) **Calcula la media**

$$\bar{x} = \frac{\sum(x_i \cdot n_i)}{N} = \frac{0 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 1 + 7 \cdot 4 \ldots.}{40} \approx 5{,}18$$

d) **Calcula la mediana**

0-0-1-1-1-2-2-2-2-2-3-3-3-3-3-3-4-4-4-4-5-5-6-7-7-7-7-8-8-8-8-8-9-9-9-9-10-10-10-10.

La mediana es igual a $\frac{4+5}{2} = 4{,}5$

e) **Calcula la moda**

La moda es igual a 3

f) **Calcula el percentil 45 interpretando su resultado**

$$P_{45} = \frac{45}{100} \cdot 40 = \frac{1800}{100} = 18 \rightarrow 4$$

El 45 % del alumnado ha obtenido una calificación inferior o igual a 4

g) **Calcula el percentil 75 interpretando su resultado. ¿qué otro nombre recibe?**

$$P_{75} = \frac{75}{100} \cdot 40 = \frac{3000}{100} = 30 \rightarrow 8$$

El 75 % del alumnado ha obtenido una calificación menor o igual a 8.

También es el cuartil 3º

h) Calcula la varianza y desviación típica interpretando su resultado

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i^2 \cdot n_i)}{N} - \overline{x}^2 = \frac{0^2 \cdot 2 + 1^2 \cdot 3 + 2^2 \cdot 5 + 3^2 \cdot 6 + 4^2 \cdot 4 + 5^2 \cdot 2 + 6^2 \cdot 1 + 7^2 \cdot 4 \ldots}{40} - (5{,}18)^2 =$$

$$= \frac{1548}{40} - (5{,}18)^2 \approx 9{,}89$$

$$\sigma = \sqrt{9{,}89} \approx 3{,}15$$

Entre un 5,18 – 3,15 =**2,03** y un 5,18 + 2,13 = **7,21** hay el 50 % del alumnado.
Las notas son bastante dispersas.

i) Calcula el coeficiente de variación interpretando su resultado

$$CV: \frac{Desviación\ tipica}{Media} = \frac{3{,}15}{5{,}18} \approx 0{,}61$$ Hay mucha variabilidad

22. Si las notas de los mismos alumnos respecto a otra asignatura tienen una media de 5,3 y desviación típica de 2, ¿cuál de las dos asignaturas tiene una media más homogénea?

$$CV_1: \frac{Desviación\ tipica}{Media} = \frac{3{,}165}{5{,}3} \approx 0{,}601$$

$$CV_2: \frac{Desviación\ tipica}{Media} = \frac{2}{5{,}3} \approx 0{,}377$$

Ambos con media de 5,3, el primero con desviación típica 3.15, y la otra con 2, es mucho más homogénea el segundo.

23. Los jugadores de un equipo de balonmano tienen las siguientes edades:
12, 14, 13, 12, 15, 11, 12, 12, 13, 14, 11, 12, 12.

a) Calcula la media

$$\overline{x} = \frac{\sum(x_i \cdot n_i)}{N} = \frac{11 \cdot 2 + 12 \cdot 6 + 13 \cdot 2 + 14 \cdot 2 + 15}{13} \approx 12{,}6$$

b) Calcula la mediana

11 – 11 – 12 – 12 – 12 – 12 – 12 – 12 – 13 – 13 – 14 – 14 – 15
La mediana es 12

c) Calcula la moda

La moda es igual a 12

d) Calcula el percentil 45 interpretando su resultado

$$P_{45} = \frac{45}{100} \cdot 13 = \frac{585}{100} = 5{,}85 \to 12$$

El 45 por ciento de los jugadores tienen 12 años o menos.

e) Calcula el percentil 75 interpretando su resultado. ¿qué otro nombre recibe?

$$P_{75} = \frac{75}{100} \cdot 13 = \frac{975}{100} = 9{,}75 \to 13$$

El 75 por ciento de los jugadores tienen 13 años o menos.

f) Calcula la varianza y desviación típica interpretando su resultado

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i^2 \cdot n_i)}{N} - \overline{x}^2 = \frac{11^2 \cdot 2 + 12^2 \cdot 6 + 13^2 \cdot 2 + 14^2 \cdot 2 + 15^2}{13} - (12{,}6)^2 = \frac{1851}{13} - (12{,}6)^2 \approx 1{,}54$$

$\sigma = \sqrt{1{,}54} \approx 1{,}24$

Entre un 12,6 – 1,24 = **11,36** y un 12,6 + 1,24 = **13,84** hay el 50 % de los jugadores.
Las edades son poco dispersas.

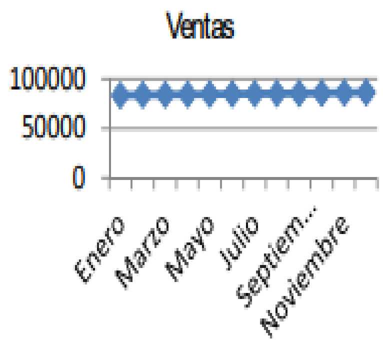
g) Calcula el coeficiente de variación interpretando su resultado

$CV: \frac{Desviación\ típica}{Media} = \frac{1{,}24}{12{,}6} \approx 0{,}098$; la variabilidad es muy baja.

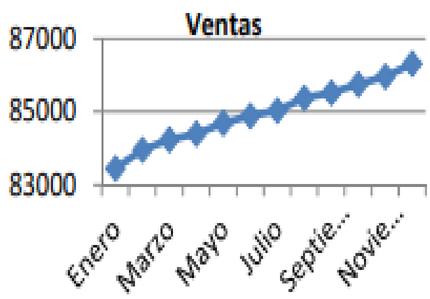
24. El director Comercial de una empresa va a ser evaluado. Para ello debe dar cuenta de los resultados obtenidos. Quiere quedar bien, pue eso le puede suponer un aumento de sueldo. Se han vendido las siguientes cantidades:

Meses	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
Ventas	83451	83962	84238	84401	84693	84889	85032	85378	85524	85751	859967	86316

El estadístico de la empresa le ha entregado la siguiente gráfica:



No le ha gustado nada, y para la presentación él se ha confeccionado el siguiente gráfico:



Ambos gráficos son correctos. Escribe un informe sobre cómo pueden los distintos gráficos dar impresiones tan diferentes.

Aunque ambos gráficos son correctos el primero da la impresión de que las ventas han sido las mismas a lo largo de los meses, el segundo indica que ha habido un aumento de las ventas.

25. Tira una moneda 15 veces y anota las veces que cae cara y las que no. Construye luego dos tablas: una de frecuencias absolutas y otra de frecuencias relativas. Representa el resultado en un diagrama de frecuencias y en un polígono de frecuencias:

Respuesta abierta

26. La media de seis números es 5. Se añaden dos números más, pero la media sigue siendo 5. ¿Cuánto suman estos dos números?

$\bar{x} = \frac{30+x_7+x_8}{8} = 5 \rightarrow x_7 + x_8 = 40 - 30 \rightarrow x_7 + x_8 = 10$

La suma de ambos números es igual a 10

27. La siguiente tabla expresa las estaturas, en metros, de 1000 soldados:

Talla	**1,50 – 1,56**	**1,56 – 1,62**	**1,62 – 1,68**	**1,68 - 1,74**	**1,74 - 1,80**	**1,80-1,92**
Nº de soldados	**20**	**150**	**200**	**330**	**200**	**100**

Calcula:

a) La media y la desviación típica.

$$\bar{x} = \frac{\sum(x_i \cdot n_i)}{N} = \frac{1{,}53\cdot 20 + 1{,}59\cdot 150 + 1{,}65\cdot 200 + 1{,}71\cdot 330 + 1{,}77\cdot 200 + 1{,}86\cdot 100}{1000} \approx 1{,}7034\ metros$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i^2 \cdot n_i)}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1{,}53^2\cdot 20 + 1{,}59^2\cdot 150 + 1{,}65^2\cdot 200 + 1{,}71^2\cdot 330 + 1{,}77^2\cdot 200 + 1{,}86^2\cdot 100}{1000} - (1{,}7)^2 =$$

$$= \frac{2906376}{1000} - (1{,}7)^2 \approx 0{,}0048$$

$$\sigma = \sqrt{0{,}0048} \approx 0{,}07$$

b) Los intervalos donde se encuentran la mediana y los cuartiles.

Talla	1,50 – 1,56	1,56 – 1,62	1,62 – 1,68	1,68 - 1,74	1,74 - 1,80	1,80-1,92
Nº de soldados	20	150	200	330	200	100
Acumulada	20	170	370	700	900	1000

Q1: 1000/4 = 250, (1,62 – 1,68)

Me: 1000/2 =500, (1,68 – 1,74)

Q3: (1000/4) · 3 = 750, (1,74 – 1,80)

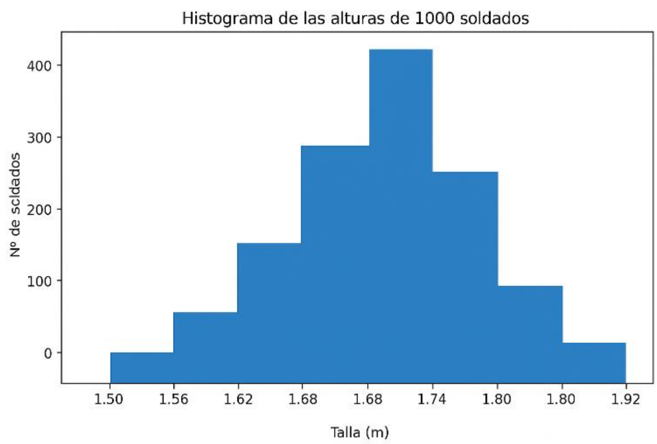
c) El intervalo ($\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma$) y el porcentaje de individuos en dicho intervalo.

$\bar{x} - \sigma \approx 1{,}7034 - 0{,}07 \approx 1{,}63$

$\bar{x} + \sigma \approx 1{,}7034 + 0{,}07 \approx 1{,}77$

Observando la tabla con los datos podemos ver que hay unos 600 individuos en el intervalo (1,63 – 1,77) luego tenemos 600/1000 = 0,6, o sea el 60%

d) Representa los datos en un histograma.



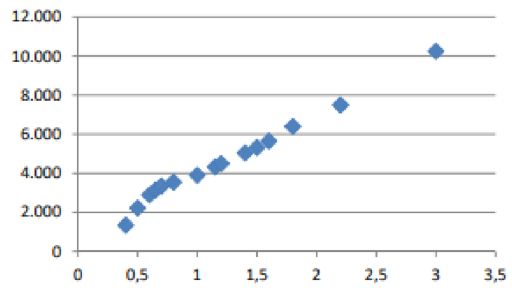
28. Una compañía aérea intuye que existe una relación entre las variables X, tiempo de un vuelo, en horas; e Y, consumo de combustible (gasóleo) para dicho vuelo, en litros. Por esta razón, se han obtenido los siguientes datos, dentro del rango de niveles de interés para X en esta compañía.

X_i	0,4	0,5	0,6	0,65	0,7	0,8	1	1,15	1,2
Y_i	1 350	2 220	2 900	3 150	3 350	3 550	3 900	4 330	4 500

X_i	1,4	1,5	1,6	1,8	2,2	3
Y_i	5 050	5 320	5 650	6 400	7 500	10 250

Se pide:

a) Mediante la representación del diagrama de dispersión razonar el interés de relacionar dichas variables.



Parece que existe una fuerte relación

b) Obtener la covarianza y el coeficiente de correlación entre ambas variables. Interpretar los resultados.

(Introducimos los datos en la calculadora)

Covarianza = 1476;

Coeficiente de correlación = 0,993.

Como se apreciaba en el gráfico al aumentar la variable x aumenta la variable y con una fuerte correlación positiva.

AUTOEVALUACIÓN

1. Un diagrama de caja informa sobre:

a) Los cuartiles y curtosis. **b) Asimetría y varianza.** **c) Datos atípicos y simetría.**

a) Los cuartiles y curtosis.

2. Sea la variable número de personas que es capaz de levantar un ascensor. Para calcular el nº de personas a partir del cual se recoge el 30 % de los valores de la variable necesitamos obtener

a) El percentil 30 **b) El percentil 3** **c) El percentil 70**

a) El percentil 30

3. El 25 % de los madrileños gastan en la factura del móvil por encima de 100 euros, mientras que el 25 % gastan por debajo de 20 euros. Entonces conocemos:

a) 100 y 20 son valores que corresponden al cuartil 1 y 3, respectivamente.
b) 100 y 20 son valores que corresponden al cuartil 3 y 1, respectivamente.
c) 100 y 20 son valores que no corresponden a ningún cuartil.

b) 100 y 20 son valores que corresponden al cuartil 3 y 1, respectivamente.

4. En un diagrama de barras de frecuencias absolutas, la suma de sus alturas es proporcional a:

a) 100 **b) 1** **c) Total de valores de la variable** **d) Suma de sus bases**

c) Total de valores de la variable

5. La media de los siguientes valores de la variable 3, 4, 6, 7, 5, 8, es:

a) 6 **b) 7** **c) 4,8** **d) 5,5**

$$\bar{\mathrm{x}} = \frac{\sum(x_i)}{\mathrm{N}} = \frac{3+4+6+7+5+8}{6} = 5{,}5$$

d) 5,5

6. La mediana de los siguientes valores de la variable 3, 4, 6, 7, 8, es:

a) 6 **b) 7** **c) 4** **d) 5**

Como hay 5 valores, la mediana es el tercero, (deja dos valores a cada lado).

a) 6

7. La moda de los siguientes valores de la variable 3, 4, 6, 7, 5, 8, 7, 7, es:

a) 6 **b) 7** **c) 4** **d) 5**

El valor que aparece más veces es el 7, tres veces.

b) 7

8. La media de 7 números es 8. Se añaden dos números más, pero la media sigue siendo 8. ¿Cuánto suman estos dos números?

a) 10 **b) 16** **c) 20** **d) 14**

$$\bar{x} = \frac{\text{suma de los 7 números}}{7} = 8 \rightarrow \text{suma de los 7 números: } 56$$

$$\bar{x} = \frac{\text{suma de los 9 números}}{9} = 8 \rightarrow \text{suma de los 9 números} = 8 \cdot 9 = 72$$

$$\text{Suma de los 2 números nuevos: } 72 - 56 = 16$$

b) 16

9. Dos revistas especializadas en empleo, A y B, han publicado una media de ofertas de trabajo, De $\overline{x_A} = 10$ y $\overline{x_B} = 20$ con varianzas, respectivamente de $s^2_A = 4$ y $s^2_B = 9$.

a) La revista B presenta mayor coeficiente de variación que la revista A.

b) La revista A presenta mayor coeficiente de variación que la revista B.

c) La revista B presenta igual coeficiente de variación que la

$$CV_A = \frac{Desviacion\ tipica}{Media} = \frac{2}{10} = 0{,}2$$

$$CV_B = \frac{Desviacion\ tipica}{Media} = \frac{3}{20} = 0{,}15$$

b) La revista A presenta mayor coeficiente de variación que la revista B.

10. El 70 % de los madrileños gastan en regalos navideños por encima de 100 euros, mientras que el 5 % gastan por encima de 500 euros. Entonces conocemos

a) El valor correspondiente al percentil 30.

b) El valor correspondiente al percentil 70.

c) El valor correspondiente al percentil 5.

b) El valor correspondiente al percentil 70.

Todos los enunciados de las actividades propuestas, ejercicios y problemas y autoevaluación se corresponden con los propuestos en Apuntes de Matemáticas MAREA VERDE, Estadística, 4ºB ESO.

https://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/LOMLOE/4B/14_Estadistica_4B.pdf