Matemáticas Académicas
4ºB ESO
Capítulo 8: Trigonometría
Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos

www.apuntesmareaverde.org.es

Realizados por:

María Peláez Ruíz y

Silvana Parra Torres

IES ATENEA, CIUDAD REAL

Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. SISTEMAS DE MEDIDA DE ÁNGULOS

1. Expresa en radianes las siguientes medidas: 45° , 150° , 210° , 315° .

a) 45° → x = $\frac{2\pi\, rad \cdot 45}{360} = \frac{\pi}{4} rad$

b) 150° → x = $\frac{2\pi\, rad \cdot 150}{360} = \frac{5}{6}\pi rad$

c) 210° → x = $\frac{2\pi\, rad \cdot 210}{360} = \frac{7}{6}\pi rad$

d) 315° → $x = \frac{2\pi\, rad \cdot 315}{360} = \frac{7}{4}\pi rad$

2. Expresa en grados sexagesimales: $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{\pi}{5}$, $\frac{3\pi}{8}$ radianes.

a) $\frac{2\pi}{3} rad \rightarrow x = \frac{360 \cdot \frac{2}{3}\pi\, rad}{2\pi\, rad} = 120°$

b) $\frac{\pi}{5} rad \rightarrow x = \frac{360 \cdot \frac{\pi}{5} rad}{2\pi\, rad} = 36°$

c) $\frac{3\pi}{8} rad \rightarrow x = \frac{360 \cdot \frac{3\pi}{8} rad}{2\pi\, rad} = 67{,}5°$

3. Dos ángulos de un triángulo miden respectivamente 40° y $\frac{3}{\pi}$ radianes. Calcula en radianes lo que mide el tercer ángulo.

$\frac{\pi}{3} = \frac{360 \cdot \frac{\pi}{3} rad}{2\pi rad} = 60°$ → Si todos los triángulos miden 180° , entonces 60° + 40°=100° y

180° − 100° = 80° mide el ángulo que falta → (80° =$\frac{2\pi\, rad \cdot 80°}{360°} = \frac{4\pi}{9} rad$)

4.Un ángulo de un triángulo isósceles mide $\frac{5\pi}{6}$ radianes. Calcula en radianes la medida de los otros dos.

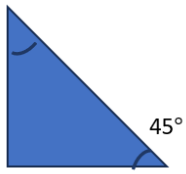
$$\frac{5\pi}{6} = \frac{360° \cdot \frac{5\pi}{6} rad}{2\pi\, rad} = 150°$$

180-150= 30→ dos ángulos iguales → $\frac{30}{2} = 15°$ cada ángulo→

→ $15° = \frac{2\pi\, rad \cdot 15}{360} = \frac{\pi}{12} rad$ → los dos ángulos restantes.

Solución: $\frac{5\pi}{6} rad, \ \frac{\pi}{12} \ y \ \frac{\pi}{12}$

5.Dibuja un triángulo rectángulo isósceles y expresa en radianes la medida de cada uno de sus ángulos.



→ En un triángulo rectángulo isósceles uno de sus ángulos mide 90° por lo que los otros dos restantes miden 45° cada uno;

$90° = \frac{2\pi\, rad \cdot 90}{360} = \frac{\pi}{2} rad \rightarrow$ el ángulo recto

$45° = \frac{2\pi\, rad \cdot 45}{360} = \frac{\pi}{4} rad \rightarrow$ los otros dos ángulos

2. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO

6. Sabiendo que $cos \propto = \frac{1}{3}$, calcula las razones trigonométricas secante, cosecante y cotangente de $\propto$.

$sen^2 \propto + cos^2 \propto = 1 \rightarrow sen^2 \propto + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1 \rightarrow sen^2 \propto = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \rightarrow$ sen$\propto = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

tg$\propto = \frac{sen\propto}{cos\propto} = \frac{2\sqrt{2}}{3} : \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{2}\cdot 3}{3 \cdot 1} = 2\sqrt{2}$

Soluciones:

sec$\propto = \frac{1}{cos\propto} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$

cosec$\propto = \frac{1}{sen\propto} = \frac{1}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2\,(\sqrt{2^2})} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

cotg$\propto = \frac{1}{tg\propto} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

7. Si cotg $\propto$ = 2, calcula las cinco razones trigonométricas del ángulo $\propto$.

$cosec^2 \propto = 1 + cotg^2 \propto \rightarrow cosec^2 \propto = 1 + (2)^2 = 5 \rightarrow$ cosec$\propto = \sqrt{5}$

sen$\propto = \frac{1}{cosec \propto} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

tg$\propto = \frac{1}{cotg \propto} = \frac{1}{2}$

$sec^2\alpha = 1 + tg^2 \propto = 1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \rightarrow sec \propto = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$cos \propto = \frac{1}{sec \propto} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

8. Demuestra que $cosec^2 \propto = 1 + cotan^2 \propto$

A partir de: $sen^2 \propto + cos^2 \propto = 1$ dividimos toda la expresión entre $sen^2 \propto$

$\frac{sen^2 \propto}{sen^2 \propto} + \frac{cos^2 \propto}{sen^2 \propto} = \frac{1}{sen^2 \propto} \rightarrow 1 + cotg^2 \propto = cosec^2 \propto$

3. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO CUALQUIERA

9. Sitúa en el cuadrante que corresponda y expresa en función de un ángulo agudo el seno, el coseno y tangente de los siguientes ángulos:

ÁNGULO	CUADRANTE	SENO	COSENO	TANGENTE
165°	Segundo	Sen15°	-Cos15°	-Tg15°
-230°	Segundo	Sen50°	-Cos50°	-Tg50°
315°	Cuarto	-Sen45°	Cos45°	-Tg45°
3625°	primero	Sen25°	Cos25°	Tg25°

10. Utiliza la calculadora y lo aprendido en este epígrafe para encontrar todos los ángulos positivos menores que 360° cuyo seno es de 0.4.

$arcosen(0{,}4) = 23°\,58'$

$180° - 23°\,58' = 156°\,25'$

11.Ídem todos los ángulos negativos menores en valor absoluto que 360° cuya tangente vale 2.

$arcotan2 = 63°\,26'\,5''$

$360° - 63°\,26'\,5' = -296°\,33'\,55''$

$180° - 63°\,26'\,5'' = -116°\,33'\,55''$

12. Ídem todos los ángulos comprendidos entre 360° y 720° cuyo coseno vale 0.5.

$arcos(0{,}5) = 60° \rightarrow 360° + 60° = 420°$

$720° - 60° = 660°$

4. RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS CUALESQUIERA

13. Calcula la longitud del lado a de un triángulo, sabiendo que C = 25°, b = 7 cm y c = 4 cm.

$$\frac{c}{senC} = \frac{b}{senB};\quad \frac{4}{sen25°} = \frac{7}{senB} \rightarrow senB = \frac{7(sen25°)}{4} = 0{,}7395$$

$arcosen(0{,}7395) = 47°\,41'\,19''$ $\qquad B = 47°\,41'\,19''$

$25° + 47°\;41'\,19'' = 72°\;41'\,19'' \rightarrow 180° - 72°\;41'\,19'' = 107°\;18'\,41''$ $\qquad A = 107°\;18'\,41''$

$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB};\ \frac{a}{sen107°\;18'\,41''} = \frac{7}{sen47°\,41'\,19''};\ \boldsymbol{a} = \frac{sen(107°\,18'\,41'')7}{sen(47°\;41'\,49'')} = \mathbf{9{,}035cm}$$

14. Calcula los ángulos del triángulo de lados: a = 6, b = 8 y c = 5.

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cosA$

$$A = arcos\frac{8^2 + 5^2 - 6^2}{2 \cdot 8 \cdot 5} = arcos(0{,}6625) = 48°\;30'\,33''$$

$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} \rightarrow senB = \frac{senA \cdot b}{a} = 0{,}9987 \rightarrow arcosen(0{,}9987) = 87°\;4'\,41''$$

$ángulo\ C \rightarrow 48°\;30'\,33'' + 87°\;4'\,41'' = 135°\;35'\,14''$

$\hat{C} = 180° - 135°\;35'\,14'' = 44°\;24'\,46''$

IES ATENEA Ciudad Real

Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Expresa las siguientes medidas de ángulos en radianes:

a) 30° -> $x = \frac{2\pi\, rad \cdot 30°}{360°} = \frac{60°}{360°} = \frac{1}{6}\pi = \frac{\pi}{6} rad$

b) 60° -> $x = \frac{2\pi\, rad \cdot 60°}{360°} = \frac{120°}{360°} = \frac{1}{3}\pi = \frac{\pi}{3} rad$

c) 100° -> $x = \frac{2\pi\, rad \cdot 100°}{360°} = \frac{200°}{360°} = \frac{5}{9}\pi = \frac{5\pi}{9} rad$

d) 330° -> $x = \frac{2\pi\, rad \cdot 330°}{360°} = \frac{600°}{360°} = \frac{11}{6}\pi = \frac{11\pi}{6} rad$

2.¿Cuánto mide en grados sexagesimales un ángulo de 1 rad? Aproxima el resultado con grados, minutos y segundos.

$1 rad \cdot \frac{180°}{\pi} = 57°\ 12'\ 58''$

3. Halla la medida en grados de los siguientes ángulos expresados en radianes:

a) π -> $\frac{360° \cdot \pi\, rad}{2\pi\, rad} = 180°$

b) $\frac{\pi}{3}$ -> $\frac{360° \cdot \frac{\pi}{3} rad}{2\pi\, rad} = 60°$

c) $\frac{5\pi}{6}$ -> $\frac{360° \cdot \frac{5\pi\, rad}{63}}{2\pi\, rad} = 150°$

d) 2π -> $\frac{360° \cdot 2\pi\, rad}{2\pi\, rad} = 360°$

4. Usando la calculadora halla el seno, el coseno y la tangente de :

a) 28° -> sen28°= 0,47
cos28°= 0,88
tg28°= 0,53

b) 62° -> sen62°= 0,88
cos62°= 0,47
tg62°= 1,88

¿Encuentras alguna relación entre las razones trigonométricas de ambos ángulos?

Que el seno de 28° se corresponde con el coseno de 62°. Y que el seno de 62° se corresponde con el coseno de 28°

5. Halla el seno y el coseno de los ángulos B y C del dibujo. ¿Qué relación encuentras?

Lado AB->

$10^2 = 6^2 + x^2 \qquad 100 = 36 + x^2 \qquad x^2 = 64 \qquad x = 8$ --> lado

$senB = \frac{cat\ op}{h} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \qquad senC = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

$CosB = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ $CosC = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

6.En un triángulo rectángulo ABC con ángulo recto en A, si tan B = 1.2 y b = 3 cm, ¿cuánto mide c?

$tg\hat{B} = \frac{b}{c} \rightarrow 1{,}2 = \frac{3}{c} \rightarrow c = \frac{3}{1{,}2} = 2{,}5cm$

7.Trabajando con ángulos agudos, ¿es cierto que a mayor ángulo le corresponde mayor seno? ¿Y para el coseno?

Con ángulos agudos:

-Mayor ángulo mayor seno

-Mayor ángulo menor coseno

8.Usando la calculadora halla el seno, el coseno y la tangente de 9° y 81°. ¿Encuentras alguna relación entre las razones trigonométricas de ambos ángulos?

9° → sen9°= 0,157
cos9°= 0,988
tg9°= 0,158

81°-> sen81°= 0,988
cos81°= 0,157
tg81°= 6,314

→El sen9° se corresponde con el cos81°. Y el sen81° se corresponde con el cos9°

9.Si a es un ángulo agudo y cos a = 0.1, ¿cuánto valen las otras dos razones trigonométricas?

a-> ángulo agudo / cos a= 0,1

$sen^2 \propto + cos^2 \propto = 1$; $sen^2 \propto + (0{,}1)^2 = 1$; $sen^2 \propto = 1 - 0{,}01$

$sen^2 \propto = 0{,}99$; $sen \propto = \sqrt{0{,}99}$; $sen \propto = 0{,}995$

$tg \propto = \frac{sen\propto}{cos\propto}$; $tg \propto = \frac{0{,}995}{0{,}1}$; $tg \propto = 9{,}95$

10.Comprobar las relaciones trigonométricas fundamentales con 30°, 45° y 60° sin utilizar decimales ni calculadora.

	Seno	Coseno	Tangente
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

11.Si a es un ángulo agudo y tan a = 0.4, ¿cuánto valen las otras dos razones trigonométricas?

Si a es un ángulo agudo y tg a=0,4:

$sec^2 \propto = 1 + tg^2 \propto$

$sec^2 \propto = 1 + 0{,}4^2$

$sec^2 \propto = 1{,}16$

$\sec \propto = \sqrt{1{,}16} = 1{,}077$

$sen^2 \propto + cos^2 \propto = 1$

$sen^2 \propto + 0{,}928^2 = 1$

$sen^2 \propto = 1 - 0{,}861$

$\text{sen}^2 \propto = 0{,}139 \rightarrow \text{sen} \propto = \sqrt{0{,}139} \rightarrow \text{sen} \propto = 0{,}373$

$tg \propto = 0{,}4$ $\quad$ $cotg \propto = 2{,}5$

$sen \propto = 0{,}37$ $\quad$ $cosec \propto = 2{,}682$

$cos \propto = 0{,}928$ $\quad$ $sec \propto = 1{,}077$

12. Completa en tu cuaderno el siguiente cuadro sabiendo que α es un ángulo agudo

sen∝	**cos∝**	**tg∝**
0,71	0,7	1,01
$\frac{1}{3}$	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$
$\frac{2\sqrt{5}}{5}$	$\frac{\sqrt{5}}{5}$	2

$sen^2 \propto + cos^2 \propto = 1$

$sen^{\mathbf{2}} \propto + (\mathbf{0},\mathbf{7})^{\mathbf{2}} = 1$

$sen^2 \propto = 1 - 0{,}49 = 0{,}51$-> sen∝= $\sqrt{0{,}51} = 0{,}714$

$$tg \propto = \frac{sen \propto}{cos \propto} = \frac{0{,}71}{0{,}7} = 1{,}014$$

$$sen^{\mathbf{2}} \propto + cos^{\mathbf{2}} \propto = 1 \rightarrow (\frac{1}{3})^2 + \ cos^2 \propto = 1 \rightarrow \ cos^2 \propto = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \rightarrow cos \propto = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$tg \propto = \frac{sen \propto}{cos \propto} = \frac{1}{3} : \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$tg \propto = 2 - cotg \propto = \frac{1}{2}$$

$$cosec^2 \propto = 1 + cotg^2 \propto = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \rightarrow \text{cosec} \propto = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

$$sen \propto = \frac{1}{cosec \propto} = \frac{2}{\sqrt{5}} : \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$sec^2 \propto = 1 + tg^2 = 1 + (2)^2 = 5 \rightarrow sec \propto = \sqrt{5}$$

$$cos \propto = \frac{1}{sec \propto} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

13.¿Es rectángulo un triángulo cuyos lados miden 12, 13 y 5 cm? En caso afirmativo determina el seno, coseno y tangente de los dos ángulos agudos.

Sí es triángulo rectángulo porque cumple el teorema de Pitágoras que dice que la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. Es decir:

$h^2 = a^2 + b^2 \rightarrow 13^2 = 12^2 + 5^2 \rightarrow 169 = 144 + 25 \rightarrow 169 = 169$

ángulo B:

$SenB = \frac{b}{a} = 0{,}38$

$\text{CosB} = \frac{c}{a} = 0{,}92$

$\text{TgB} = \frac{b}{c} = 0{,}42$

ángulo C:

$SenC = \frac{c}{a} = 0{,}92$

$CosC = \frac{b}{a} = 0{,}38$

$TgC = \frac{c}{b} = 2{,}4$

14.Los catetos de un triángulo rectángulo miden 5 y 12 cm. Calcula las razones trigonométricas de sus ángulos agudos. ¿Qué amplitud tienen?

$h = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$

ángulo B:

$\text{senB} = \frac{5}{13} = 0{,}384$

$\text{cosB} = \frac{12}{13} = 0{,}923$

$\text{tgB} = \frac{5}{12} = 0{,}416$

$ángulo\ C$:

$SenC = \frac{12}{13}$

$CosC = \frac{5}{13}$

$tgC = \frac{12}{5} = 2{,}4$

15. Si α es un ángulo agudo tal que $sen \propto = \frac{1}{3}$, calcula:

i) Las restantes razones trigonométricas de α

ii) Las razones trigonométricas de 180° – α

iii) Las razones trigonométricas de 180° + α

iv) Las razones trigonométricas de 360° – α

i) $sen \propto = \frac{1}{3} \rightarrow \propto = 19°\, 28'\, 16{,}39''$

$$sen^2 \propto + cos^2 \propto = 1 \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^2 + (cos \propto)^2 = 1 \rightarrow \frac{1}{9} + (cos \propto)^2 = 1 \rightarrow (cos \propto)^2 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \rightarrow$$

$$\rightarrow cos \propto = \sqrt{\frac{8}{9}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$tg \propto = \frac{sen \propto}{cos \propto} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{1 \cdot 3}{2\sqrt{2} \cdot 3} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$ii)\ segundo\ cuadrante: sen \propto = \frac{1}{3} \qquad cos \propto = \frac{-2\sqrt{2}}{3} \qquad tg \propto = \frac{-\sqrt{2}}{4}$$

$$iii) tercer\ cuadrante: sen \propto = -\frac{1}{3} \qquad cos \propto = \frac{-2\sqrt{2}}{3} \qquad tg \propto = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$iv)cuarto\ cuadrante: sen\ \propto = -\frac{1}{3} \quad cos\ \propto = \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad tg\ \propto = \frac{-\sqrt{2}}{4}$$

16. Sin utilizar calculadora, calcula el valor de x en los siguientes triángulos rectángulos.

-primer triángulo rectángulo:

$$sen45° = \frac{4}{x}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{4}{x} \longrightarrow \sqrt{2}\ \cdot \mathrm{x} = 8 \longrightarrow \mathrm{x} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} \longrightarrow \mathbf{x} = \mathbf{4}\sqrt{\mathbf{2}}$$

-segundo triángulo rectángulo:

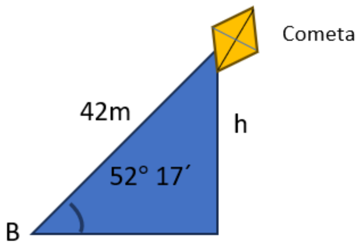
$$sen60° = \frac{x}{3\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{3\sqrt{3}} \longrightarrow \sqrt{3}\ \cdot 3\sqrt{3} = 2x \longrightarrow x = \frac{\sqrt{3}\ \cdot 3\ \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{9}{2} \longrightarrow x = \frac{9}{2}$$

−tercer triángulo rectángulo:

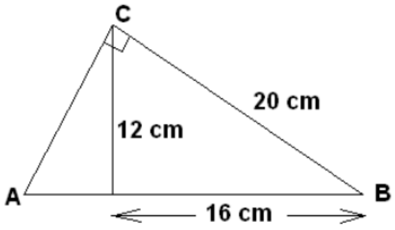
$$sen\ \propto = \frac{\sqrt{8}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \longrightarrow arcoseno \frac{\sqrt{2}}{2} = 45° \longrightarrow x = 45°$$

17.Beatriz sujeta una cometa con una cuerda de 42m ¿A qué altura se encuentra esta en el momento en que el cable tenso forma un ángulo de 52° 17´con el suelo?



$$sen\hat{B} = \frac{h}{42} \longrightarrow h = sen\hat{B}\ \cdot 42 = 35{,}34m\ de\ altura$$

18.Calcula el seno, coseno y tangente del ángulo A en el siguiente dibujo:



$$senA = cosB = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

$$\cos A = \text{sen} B = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

$$\text{tg} A = \text{cotg} B \rightarrow \text{tg} B = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} \quad \text{cotg} B = \frac{4}{3} \qquad \text{tg} A = \frac{4}{3}$$

19.Si a es un ángulo del segundo cuadrante y cos a = –0.05, ¿cuánto valen las otras dos razones trigonométricas?

<u>-segundo cuadrante:</u>

$$sen^2 \propto + cos^2 \propto = 1$$

$$(-0{,}05)^2 + (\text{sen} \propto)^2 = 1 \quad ; \quad (\text{sen} \propto)^2 = 1 - 0{,}0025$$

$$\text{sen} \propto = \sqrt{0{,}9975} = 0{,}999$$

$$\text{tg} \propto = \frac{0{,}999}{-0{,}05} = -19{,}99$$

20.Si a es un ángulo obtuso y sen a = 0.4, ¿cuánto valen las otras dos razones trigonométricas?

-segundo cuadrante→$sen \propto^2 = 0{,}4$ $\quad$ $\text{tg} \propto 0?$ $\quad$ $\text{Cos} \propto = ?$

$$sen^2 \propto + cos^2 \propto = 1$$

$$(\cos \propto)^2 + 0{,}4^2 = 1$$

$$(\cos \propto)^2 + 0{,}16 = 1$$

$$(\cos \propto)^2 = 1 - 0{,}1616$$

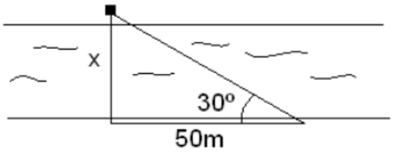
$$\cos \propto = -\sqrt{0{,}84} \longrightarrow -0{,}92$$

$$\text{tg} \propto = \frac{0{,}4}{-0{,}92} = -0{,}43$$

21.Dibuja en tu cuaderno la tabla siguiente y sitúa en el cuadrante que corresponda y expresa en función de un ángulo agudo, el seno, coseno, tangente, secante, cosecante y cotangente de los siguientes ángulos. Si puedes, calcúlalos:

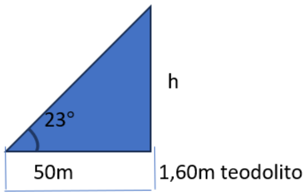
ángulo	cuadrante	seno	coseno	tangente	secante	cosecante	cotangente
-225°	2º	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{-\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	-1
150°	2º	$\frac{1}{2}$	$\frac{-\sqrt{3}}{2}$	$\frac{-\sqrt{3}}{3}$	$\frac{-2\sqrt{3}}{3}$	2	-$\sqrt{3}$
-60°	4º	$\frac{-\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	2	$\frac{-2\sqrt{3}}{3}$	$\frac{-\sqrt{3}}{3}$
3645°	1º	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1

22. Calcula la anchura del río representado en la figura siguiente:



$$tg30° = \frac{x}{50} \dashrightarrow x = 28{,}87m$$

23. Averigua la altura de la torre de una iglesia si a una distancia de 80m, y medido con un teodolito de 1,60m de altura, el ángulo de elevación del pararrayos que está en lo alto de la torre es de 23 grados.

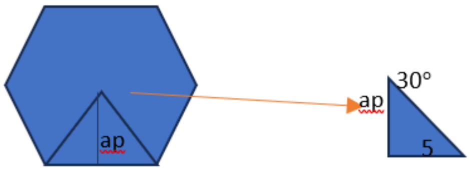


$$tg23° = \frac{h}{80} \dashrightarrow h = tg23 \cdot 80 = 33{,}96$$

$$h = 33{,}96 + 1{,}60 = 35{,}56m \ de \ altura$$

24.Halla el área de un hexágono regular de lado 10 cm

360:6 = 60

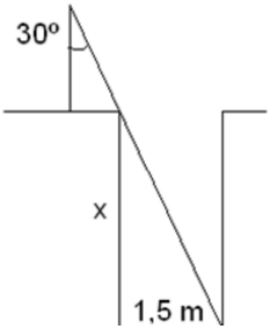


$$\mathrm{tg}30° = \frac{5}{ap} \dashrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{5}{ap} \dashrightarrow \sqrt{3} \cdot \mathrm{ap} = 15 \dashrightarrow \mathrm{ap} = \frac{15}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3}\ \mathrm{cm}$$

$$A = \frac{p \cdot ap}{2} = \frac{60 \cdot 5\sqrt{3}}{2} = 150\sqrt{3}$$

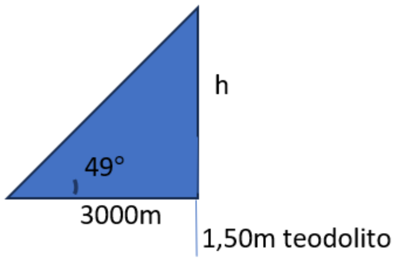
$$A = 150\sqrt{3} = 259{,}8\ cm^2$$

25.Calcula la profundidad de un pozo de 1.5 m de diámetro sabiendo el ángulo indicado en la figura de la derecha.



$\text{tg}30° = \frac{1{,}5}{x} \rightarrow \text{x} \cdot \text{tg}30° = 1{,}5 \rightarrow \quad \text{x} = \frac{1{,}5}{tg30°} = 2{,}598 = 2{,}6\text{m}$

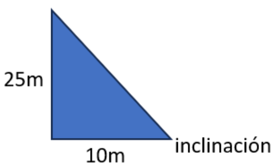
26.Cuál es la altura de una montaña cuya cima, si nos situamos a una distancia de 3 000 metros del pie de su vertical y medimos con un teodolito de altura 1.50 m, presenta un ángulo de inclinación de 49°.



$$tg49° \cdot \frac{h}{3000} \longrightarrow h = tg49° \cdot 3000 = 3451{,}1m$$

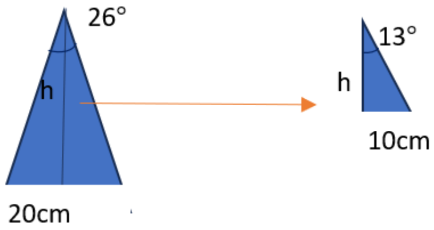
$$3451{,}1 + 1{,}5 = 3452{,}6m\ de\ altura$$

27.¿Cuál es el ángulo de inclinación de los rayos solares en el momento en que un blo-que de pisos de 25 m de altura proyecta una sombra de 10 m de longitud?



$tg \propto = \frac{25}{10} = \frac{5}{2} \rightarrow arcotg\frac{5}{2} = 68°\ 11´54´93´´$

28.Halla la altura y el área de un triángulo isósceles cuya base mide 20 cm y cuyo ángulo desigual vale 26°.



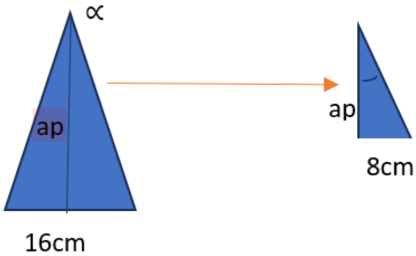
(dividimos el ángulo y la base en dos)

$tg13° = \frac{10}{h} -\!\!\rightarrow h = \frac{10}{tg13°} = 43{,}31cm$ de altura

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{20 \cdot 43{,}31}{2} = 433{,}1cm^2\ de\ área$$

29.Halla el área de un dodecágono regular de lado 16 cm.

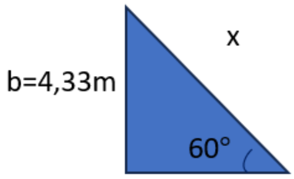
$\frac{360}{12} = 30$



$$tg15° = \frac{8}{ap} \rightarrow ap = \frac{8}{tg15°} = 29{,}86$$

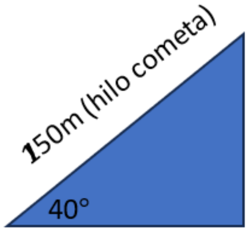
$$A = \frac{Perímetro \cdot ap}{2} = \frac{12 \cdot 6 \cdot ap}{2} 6 \cdot ap \cdot L = 6 \cdot 29{,}86 \cdot 16 = 2868{,}56$$

30.Obtener la longitud de una escalera apoyada en una pared de 4.33 m de altura que forma un ángulo de 60° con respecto al suelo



$sen60° = \frac{4{,}33}{x}$; $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4{,}33}{x}$; $x = \frac{4{,}33 \cdot 2}{\sqrt{3}} = 5m$

31.El hilo de una cometa totalmente extendida mide 150 m, y forma un ángulo con el suelo de 40° mientras lo sujeto a 1.5 m del suelo. ¿A qué altura del suelo está la cometa?

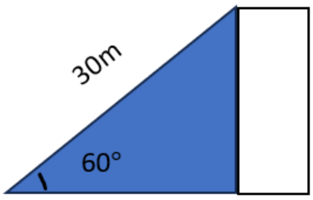


$sen40° = 0{,}642$

$sen40° = \dfrac{cat\ op}{h} \rightarrow 0{,}642 = \dfrac{x}{150} \rightarrow x = 96{,}3m$

$96{,}3 + 1{,}5 = 97{,}8m$

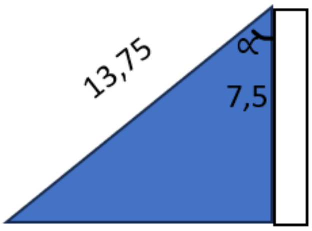
32.Para medir la altura de un campanario a cuya base no podemos acceder, tendemos una cuerda de 30 m de largo desde lo alto de la torre hasta tensarla en el suelo, formando con éste un ángulo de 60°. ¿Cuál es la altura del campanario?



$sen60° = 0{,}866$

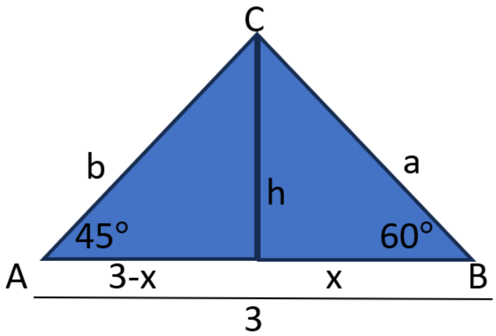
$sen60° = \dfrac{cat\ op}{h} \rightarrow 0{,}866 = \dfrac{x}{30} \rightarrow x = 0{,}866 \cdot 30 = 25{,}98m$

33.Obtener el ángulo que forma un poste de 7.5 m de alto con un cable tirante que va, desde la punta del primero hasta el piso, y que tiene un largo de 13.75 m



$cos \propto = \frac{7{,}5}{13{,}75} = 0{,}54$; $arcos 0{,}54 = 57°\,18'\,58{,}9''$

34.Dos amigos observan desde su casa un globo que está situado en la vertical de la línea que une sus casas. La distancia entre sus casas es de 3 km. Los ángulos de elevación medidos por los ami-gos son de 45° y 60°. Halla la altura del globo y la distancia de ellos al globo.



$tg60° = \frac{h}{x} \dashrightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{x} \dashrightarrow h = \sqrt{3}x$

$tg45° = \frac{h}{3-x} \rightarrow 1 = \frac{h}{3-x} \rightarrow h = 3 - x$

a) $3 - x = \sqrt{3}x$

$3 = \sqrt{3}\mathrm{x} + \mathrm{x}$; $3 = \left(\sqrt{3} + 1\right)\mathrm{x}$

$\mathrm{x} = \frac{3}{\sqrt{3}+1}$; $\mathrm{x} = 1{,}1\mathrm{km}$

$h = 3 - x = 3 - 1{,}1 \rightarrow \boldsymbol{h = 1{,}9km\ (altura\ globo)}$

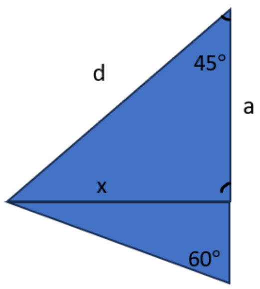
b) $a^2 = x^2 + h^2$

$\mathrm{a} = \sqrt{1{,}1^2 + 1{,}9^2} = 2{,}2\mathrm{km}$ $\qquad b = \sqrt{1{,}9^2 + 1{,}9^2} = 2{,}69\mathrm{km}$

–Solución: un amigo dista de 2,69km del globo y el otro a 2,2km

35.Un biólogo se encuentra en el puerto de Somiedo haciendo un seguimiento de los osos pardos. Cuenta con la ayuda de un cámara y un piloto que vuelan en un helicóptero, manteniéndose a una altura constante de $40\sqrt{3}$ m. En el momento que describe la figura, el cámara ve desde el helicóptero al oso con un ángulo de depresión (ángulo que forma su visual con la horizontal marcado en el dibujo de 60°. El biólogo dirige una visual al helicóptero que forma con el suelo un ángulo de 45°.

Calcular la distancia d entre el biólogo y el oso.



ángulo entre d y x 180°- 60° - 45° = 75°

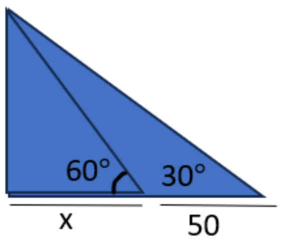
$Distancia\ entre\ el\ helicóptero\ y\ el\ oso = sen60° = \frac{40\sqrt{3}}{x} \rightarrow x = \frac{40\sqrt{3}}{sen60°} = 80\mathrm{m}$

$distancia\ entre\ el\ helicóptero\ y\ la\ persona;\ \ sen45° = \frac{40\sqrt{3}}{d} \rightarrow d = \frac{40\sqrt{3}}{sen45°} = 97{,}98m$

Teorema del coseno $a^2 = x^2 + d^2 - 2 \cdot x \cdot d \cdot cos75°$

$a^2 = 80^2 + 97{,}98^2 - 2 \cdot 80 \cdot 97{,}98 \cdot cos75° = 1549{,}97 \quad a = \sqrt{1549{,}97} = 39{,}37m$

36.Desde cierto lugar del suelo se ve el punto más alto de una torre, formando la visual un ángulo de 30° con la horizontal. Si nos acercamos 50 m a la torre, ese ángulo se hace de 60°. Calcula la altura de la torre



$tg30° = \frac{h}{50+x} \quad \dashrightarrow \quad \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{50+x} \dashrightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot (50+x)$

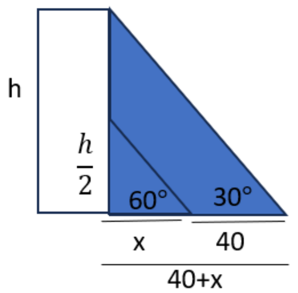
$tg60° = \frac{h}{x} \quad \dashrightarrow \quad \sqrt{3} = \frac{h}{x} \dashrightarrow h = \sqrt{3} \cdot x$

$\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot (50+x) = \sqrt{3}x \quad ; \quad \frac{1}{3}(50+x) = x \quad ; \quad \frac{50}{3} + \frac{x}{3} = x$

$50 + x = 3x \quad ; \quad 50 = 3x - x \quad ; \quad x = \frac{50}{2} \dashrightarrow x = 25m$

$h = \sqrt{3} \cdot x = 25\sqrt{3} = 43{,}4m \ \ de\ altura$

37.Con un teodolito de 1 metro de altura, dos personas pretenden medir la altura del Coliseo de Roma. Una de ellas se acerca al anfiteatro, separándose 40 m. de la otra. Esta última obtiene que el ángulo de elevación del punto más alto es de 30°. La otra no divisa el Coliseo completo por lo que mide el ángulo de elevación al punto que marca la base del tercer piso, obteniendo 60° como resultado. Calcular la altura del Coliseo y la distancia de los dos observadores a la base del mismo.



$tg30° = \frac{h}{40+x} \to h = (40+x)tg30°$

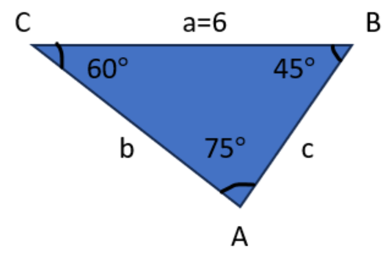
$tg60° = \frac{\frac{h}{2}}{x} \to h = (tg60° \cdot x)2$ igualando

$0{,}577x + 23{,}08 = 3{,}464x$

$23{,}08 = 2{,}887x \to x = \frac{23{,}08}{2{,}887} = 7{,}99 = 8m$

$tg60° = \frac{h/2}{8} \to 1{,}73 = \frac{h/2}{8} \to \frac{h}{2} = 13{,}856 \to h = 13{,}856 \cdot 2 = 27{,}712m$

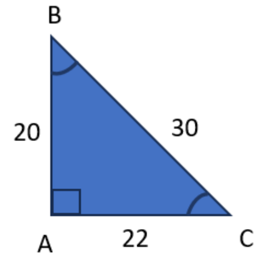
38. Resuelve el triángulo: a = 6; B = 45°; A = 75°



$$\frac{a}{senA}=\frac{b}{senB}\to\frac{6}{sen75°}=\frac{b}{sen45°}\to b=\frac{6(sen45°)}{sen75°}\to b=4{,}39$$

$$\frac{b}{senB}=\frac{c}{senC}\to\frac{4{,}39}{sen45°}=\frac{c}{sen60°}\to c=\frac{4{,}39(sen60°)}{sen45°}=5{,}38$$

39.Los padres de Pedro tienen una parcela en el campo de forma triangular cuyos lados miden 20, 22 y 30 m. Pedro quiere calcular los ángulos. ¿Cuáles son esos ángulos?

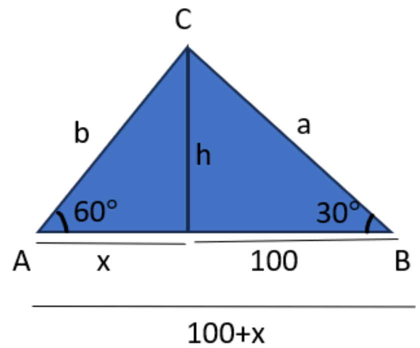


$$senB=\frac{22}{30}=0{,}73 \quad ; \quad B=arcsen0{,}73=47°\,9'56'$$

$$senC=\frac{20}{30}=0{,}6 \quad ; \quad C=\ arcsen0{,}6=41°\,48''\,37'13''$$

$$Ángulo\ A=47°\,9'56'+41°\,48''\,37''=88°\,58'33''\to 180°-88°\,53'\,33''=91°\,21'27''$$

40. Estando situado a 100 m de un árbol, veo su copa bajo un ángulo de 30°. Mi amigo ve el mismo árbol bajo un ángulo de 60°. ¿A qué distancia está mi amigo del árbol?



$$tg60°=\frac{h}{x}\quad\longrightarrow\quad\sqrt{3}=\frac{h}{x}\longrightarrow h=\sqrt{3}\cdot x$$

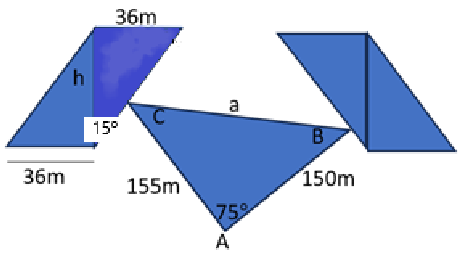
IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

$$tg30° = \frac{h}{100} \quad \longrightarrow \quad \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{100} \longrightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{3}(100)$$

$$\sqrt{3} \cdot x = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 100 \qquad\qquad x = \frac{100}{3} \longrightarrow x = 33{,}3m\ de\ distancia$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{3}(100) = 57{,}74\,m$$

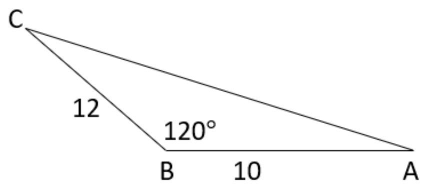
41.Las conocidas torres Kio de Madrid son dos torres gemelas que están en el Paseo de la Castellana, junto a la Plaza de Castilla. Se caracterizan por su inclinación y representan una puerta hacia Europa. a)Con los datos que aparecen en la figura, determina su altura. b)Desde dos oficinas situadas en torres distintas se han extendido dos cables hasta un mismo punto que miden 155 y 150 metros y que forman un ángulo de 75° en su punto de encuentro. ¿Qué distancia en línea recta hay entre ambas?



a) $tg15° = \dfrac{cat\ op}{cat\ cont} = \dfrac{36}{h} \to h = \dfrac{36}{tg15°} = 134{,}35m$

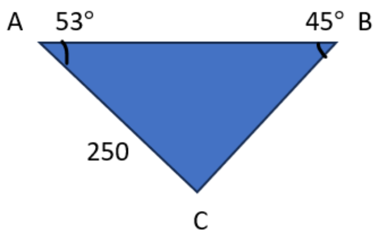
b) $a^2 = 155^2 + 150^2 - 2 \cdot 155 \cdot 150 \cdot cos75° = 34489{,}91 \quad a = \sqrt{34489{,}91} = 185{,}71m$

42.Tres pueblos están unidos por carreteras: AB = 10 km, BC = 12 km y el ángulo formado por AB y BC es de 120°. Cuánto distan A y C.



$AC^2 = 12^2 + 10^2 - 2 \cdot 12 \cdot 10 \cdot cos120° = 364 \quad AC = \sqrt{364} = 19{,}07m$

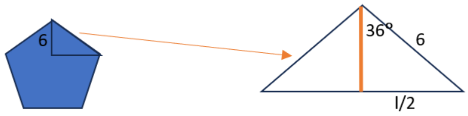
43.Van a construir un túnel del punto A al punto B. Se toma como referencia una antena de telefonía (C) visible desde ambos puntos. Se mide entonces la distancia AC = 250 m. Sabiendo que el ángulo en A es de 53° y el ángulo B es de 45° calcula cuál será la longitud del túnel.



$$180° - 53° - 45° = 82°$$

$$\frac{b}{senB} = \frac{c}{senC} \to \frac{250}{sen45°} = \frac{c}{sen82°} \to c = \frac{250(sen82°)}{sen45°} = 350{,}11m$$

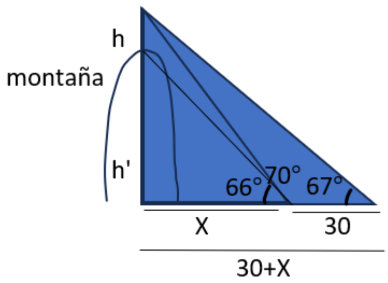
44. Calcula el lado de un pentágono regular inscrito en una circunferencia de radio 6 m.



360:5 = 72,   72:2 = 36

$$sen36° = \frac{\frac{l}{2}}{6} \quad ; \quad l = 12 \cdot sen36° = 7{,}05m$$

45.El punto más alto de un repetidor de televisión, situado en la cima de una montaña, se ve desde un punto del suelo P bajo un ángulo de 67°. Si nos acercamos a la montaña 30 m lo vemos bajo un ángulo de 70° y desde ese mismo punto vemos la cima de la montaña bajo un ángulo de 66°. Calcular la altura del repetidor.



$$tg70° = \frac{h}{x} \to h = tg70° \cdot x = 2{,}75x$$

$$tg67° = \frac{h}{30 + x} \to h = tg67°(30 + x) = 2{,}35x + 70{,}5$$

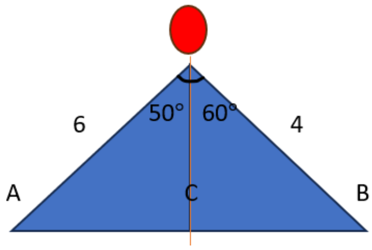
$$2{,}75x = 2{,}35x + 70{,}5 \to 0{,}4x = 70{,}5 \to x = \frac{70{,}5}{0{,}4} = 176{,}25$$

$$tg70° = \frac{h}{176{,}25} \to h = tg70°(176{,}25) = 484{,}24$$

$$tg66° = \frac{h'}{176{,}25} \to h' = tg66°(176{,}25) = 395{,}86$$

$$altura\ repetidor = h - h' = 484{,}24 - 395{,}86 = 88{,}38m$$

46.Desde lo alto de un globo se observa un pueblo A con un ángulo de 50°. Otro pueblo, B situado al l ado y en línea recta se observa desde un ángulo de 60°. El globo se encuentra a 6 km del pueblo A y a 4 km de B. Calcula la distancia entre A y B.



$sen50° = \frac{AC}{6}$; $sen60° = \frac{CB}{4}$

$d = AC + CB = 6(sen50°) + 4(sen60°) = 8{,}06km$

47.Utiliza la calculadora y resuelve los triángulos:

a) a = 20 m; B = 45°; C = 65°

b) c = 6 m, A = 105°, B = 35°

c) b = 40 m; c = 30 m, A = 60°.

$\boldsymbol{a})$ $ángulo\ A;\ 65° + 45° = 110° \rightarrow 180° - 110° = 70°$

$$\frac{a}{sen\hat{A}} = \frac{b}{sen\hat{B}} \rightarrow \frac{20}{sen70°} = \frac{b}{sen45°} \rightarrow b = \frac{20(sen45°)}{sen70°} = \frac{20(0{,}707)}{0{,}939} = \frac{14{,}14}{0{,}939} = 15{,}05$$

$$\frac{b}{sen\hat{B}} = \frac{c}{sen\hat{C}} \rightarrow \frac{15{,}05}{sen45°} = \frac{c}{sen65°} \rightarrow c = \frac{15{,}05 \cdot sen65°}{sen45°} = \frac{13{,}6353}{0{,}707} = 19{,}28$$

b) $A = 105°\quad B = 35\quad C = 180° - 140° = 40°$

$$\frac{b}{sen\hat{B}} = \frac{c}{sen\hat{C}} \rightarrow \frac{b}{sen35°} = \frac{c}{sen40°} \rightarrow b = \frac{6(sen40°)}{sen35°} = \frac{3{,}85}{sen35°} = 5{,}35$$

$$\frac{a}{sen\hat{A}} = \frac{b}{sen\hat{B}} \rightarrow \frac{a}{sen105°} = \frac{6{,}71}{sen35°} \rightarrow a = \frac{5{,}35(sen105°)}{sen35°} = 9{,}01$$

$\boldsymbol{c})A = 60 \qquad b = 40 \qquad c = 30$

$$a = \sqrt{40^2 + 30^2 - 2 \cdot 40 \cdot 30 \cdot cos60°} = 36{,}01$$

$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} \rightarrow senB = \frac{senA \cdot b}{a} = \frac{34{,}64}{36{,}01} = 0{,}961 \rightarrow arcosen0{,}961 = B = 73°\ \ 56'\,44'$$

$$\frac{b}{senB} = \frac{c}{senC} \rightarrow senC = \frac{(senB)(c)}{b} = 0{,}724 \rightarrow C = arcosen(0{,}724) = 46°\ \ 23'\,8''$$

48.Dado el triángulo de vértices A, B, C, y sabiendo que A = 60°, B = 45° y que b = 20 m. Resolverlo y calcular su área.

$\frac{a}{SenA} = \frac{b}{senB} \rightarrow \frac{a}{sen60°} = \frac{20}{sen45°} \rightarrow a = \frac{20(sen60°)}{sen45°} = 24{,}49$

IES ATENEA Ciudad Real

Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

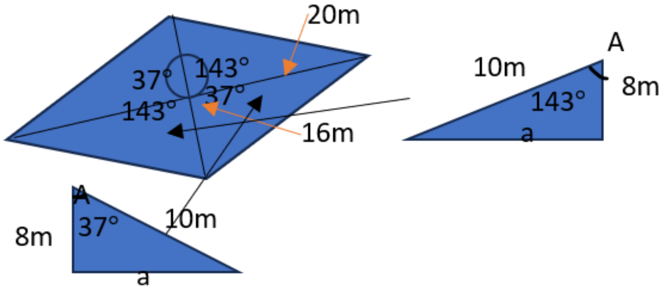
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

$$\frac{b}{senB} = \frac{c}{senC} \to \frac{20}{sen45°} = \frac{c}{sen75°} \to c = \frac{20(sen75°)}{sen45°} = 27,32$$

$$senC = \frac{h}{a} \to h = a \cdot sen75° = 23,665$$

$$área\ triángulo = \frac{b \cdot h}{2} = 289,89$$

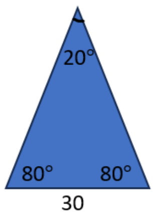
49.Calcula la longitud de los lados de un paralelogramo cuyas diagonales son de 20 y 16 m. y las diagonales forman entre sí un ángulo de 37°.



$$a = \sqrt{10^2 + 8^2 - 2 \cdot 10 \cdot 8 \cdot cos143°} = 17,08$$

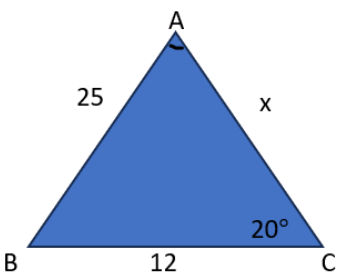
$$a = \sqrt{10^2 + 8^2 \cdot 2 \cdot 10 \cdot cosB \cdot 7} = 6,02$$

50.Un triángulo isósceles con base 30 m tiene dos ángulos iguales de 80°. ¿Cuánto miden los otros do s lados?



$$\frac{30}{sen20°} = \frac{x}{sen80°} \to x = \frac{30(sen80°)}{sen20°} = 86,38$$

51.Tres amigos se sitúan en un campo de fútbol. Entre Álvaro y Bartolo hay 25 m y entre Bartolo y Cés ar, 12 metros. El ángulo formado en la esquina de César es de 20°. Calcula la distancia entre Álvaro y César.



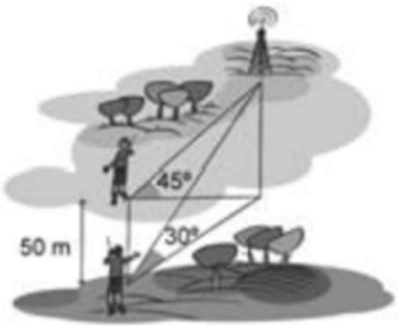
$$\frac{25}{sen20°} = \frac{12}{senA} \to senA = \frac{12(sen20°)}{25} = 0,1641 \to A = arcosen(0,1641) = 9°26'42''$$

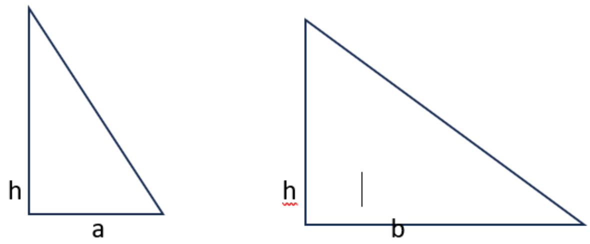
B=180° – 20° $-9°26'42''$ = $150°33'18''$

$$\frac{x}{senB} = \frac{25}{senC} \to x = \frac{(sen150°\ 33'18'')25}{sen20°} = 36,05m$$

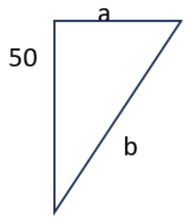
IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

52.Un hombre que está situado al oeste de una emisora de radio observa que su ángulo de elevación es de 45°. Camina 50 m hacia el sur y observa que el ángulo de elevación es ahora de 30°. Halla la altura de la antena.





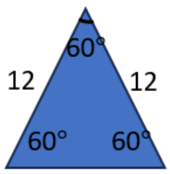
$tg45° = \frac{h}{a} \rightarrow 1 = \frac{h}{a} \rightarrow a = h$



$tg30° = \frac{h}{b} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{b} \rightarrow b = h\sqrt{3}$

$$b^2 = 50^2 + a^2 \rightarrow \left(h\sqrt{3}\right)^2 = 2500 + h^2 \rightarrow 3 \cdot h^2 = 2500 + h^2 \rightarrow 2 \cdot h^2 = 2500 \rightarrow$$
$$\rightarrow h^2 = 1250 \rightarrow h = 25\sqrt{2} = 35{,}4m$$

53.Los brazos de un compás miden 12 cm y forman un ángulo de 60°. ¿Cuál es el radio de la circunferencia que puede trazarse con esa abertura?



Es un triángulo equilátero, por tanto, radio=12cm

54. Escribe cuatro ángulos con el mismo seno que 135°.

$sen135° = sen45° \ \ por\ simetría$
$1º\ cuadrante = 45° + 360° = 405°$
$2º\ cuadrante = 135° + 360° = 495°$
$3º cuadrante = 405° + 360° = 765°$

55. Encuentra dos ángulos que tengan la tangente opuesta a la de 340°.

$\tan(340°) = -0{,}36397$
$arcotan(0{,}36397) = 20°\ \ 30´\ 15´´$
$180° + 20°\ \ 30´\ 15´´ = 200°\ \ 30´\ 15´´$

56. Busca dos ángulos con el mismo seno que 36° y coseno opuesto.

sen36°   cosen op -->segundo cuadrante
$180° - 36° = 144°$
$360° + 144° = 504°$

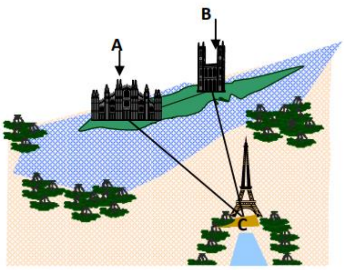
57.¿Qué ángulos negativos, comprendidos entre –360° y 0° tienen el mismo seno que 60°?

$0° \ y - 360° \ mismo \ sen60°$

$-360° + 60° = -300°$

$-300° + 60° = -240°$

58.En París y en l’ Île de la Cité se encuentran Nôtre Dame y la Sainte Chapelle a una distancia de 200 metros. Imaginemos que un observador situado en A ve B y C con un ángulo de 56° y que otro situado en B ve A y C con un ángulo de 117°. Calcular las distancias entre la torre Eiffel (C) y Nôtre Dame (B), asi como entre la torre Eiffel (C) y la Sainte Chapelle (A).



ángulo C = 180°- 117°- 56° = 7°.

$$\frac{BC}{SenA} = \frac{AB}{senC} \rightarrow \frac{BC}{sen56°} = \frac{200}{sen7°} \rightarrow BC = \frac{200(sen56°)}{sen7°} = 1360{,}53m$$

$$\frac{AC}{SenB} = \frac{AB}{senC} \rightarrow \frac{AB}{sen117°} = \frac{200}{sen7°} \rightarrow AB = \frac{200(sen117°)}{sen7°} = 1462{,}23m$$

IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

AUTOEVALUACIÓN

1.La expresión en radianes de 65° es:

a) 1.134 rad b) 1.134π rad c) 2.268 rad d) 2.268π rad

$$65° \to x = \frac{2\pi\, rad \cdot 65°}{360°} = 1{,}134 rad$$

$$\to opción\ a)$$

2.El valor de la hipotenusa en un triángulo rectángulo con un ángulo de 25° y con uno de los catetos de 3 cm es:

a) 3.3 cm b) 7.1 cm c) 6.4 cm d) 2.2 cm

$sen25° = \frac{3}{h} \to 0{,}423 = \frac{3}{h} \to h(0{,}423) = 3 \to h = \frac{3}{0{,}423} = 7{,}09cm$

$$\underline{\to solución\ b)}$$

3. Si α es un ángulo agudo y senα = 0.8, la tangente de α es:

a) 0.6 b) –0.6 c) –1.33 d) 1.33

$sen \propto = 0{,}8\ \text{¿}tg \propto?$

$sen \propto^2 + cos \propto^2 = 1 \to (0{,}8)^2 + (cos \propto)^2 = 1;\ \ (cos \propto)^2 = 1 -\ 0{,}64\ ;\ cos \propto = \sqrt{0{,}36} = 0{,}6$

$$tg \propto = \frac{sen \propto}{cos \propto} = \frac{0{,}8}{0{,}6} = 1{,}3$$

$$\underline{\to solución\ \text{d)}}$$

4. Selecciona la opción correcta:

a) $tang\widehat{A} = \frac{2}{3}$ significa que $sen\widehat{A} = 2$ y $cos\widehat{A} = 3$

b) La secante de un ángulo siempre está comprendida entre –1 y 1

c) En el segundo y cuarto cuadrantes la tangente y cotangente de un ángulo tienen signo negativo d) El seno de un ángulo es siempre menor que su tangente.

$$\to opción\ correcta: c)$$

5. Si el seno de un ángulo del segundo cuadrante es $\frac{4}{5}$ entonces su tangente y secante son respectivamente:

a) $-\frac{3}{5}\ y -\frac{5}{3}$ b) $\frac{3}{5}\ y \frac{5}{3}$ c) $-\frac{4}{3}\ y -\frac{5}{3}$ d) $\frac{4}{3}\ y \frac{3}{4}$

$sen \propto = \frac{4}{5} \to segundo\ cuadrante \quad tang(-) \quad \cos(-)$

$sen \propto^2 + cos \propto^2 = 1 \to \left(\frac{4}{5}\right)^2 + cos \propto^2 = 1 \to \frac{16}{25} + cos \propto^2 = 1 \to cos \propto^2 = 1 - \frac{16}{23} = \frac{9}{23}$

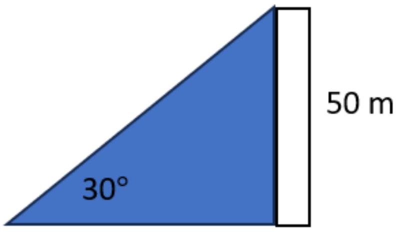
$$cos \propto = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5} \rightarrow -\frac{3}{5} \rightarrow sec \propto = -\frac{5}{3}$$

$$tg \propto = \frac{sen\propto}{cos\propto} = \frac{4}{5} : \frac{3}{5} = \frac{4 \cdot 5}{5 \cdot 3} = \frac{4}{3} = -\frac{4}{3}$$

$$\rightarrow opción\ c)$$

6.La altura de un edificio es de 50 m, la medida de su sombra cuando los rayos del sol tienen una inclinación de 30° con la horizontal es de:

a) 25 m b) 100 m c) 50 $\sqrt{3}$ m d) $\frac{100\sqrt{3}}{3}$ m



$$tg30° = \frac{cat\ op}{cat\ cont}$$

$$tg30° = \frac{cat\ op}{cat\ cont} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{50}{x} = \frac{x \cdot \sqrt{3}}{3} = 50 \rightarrow \frac{50}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 50\sqrt{3}$$

$$\rightarrow opción\ c)$$

7.El ángulo de -420° es un ángulo que se sitúa en:

a) El primer cuadrante b) El segundo cuadrante c) El tercer cuadrante d) El cuarto cuadrante

$$-420° = cuarto\ cuadrante$$

$$\rightarrow opción\ d)$$

8. Si α es un ángulo agudo y β es su suplementario, se cumple:

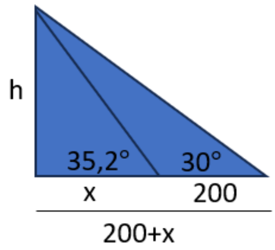
a) sen α = –sen β y cos α = cos β b) sen α = sen β y cos α = – cos β

c) sen α = sen β y cos α = cos β d) sen α = –sen β y cos α = – cos β

$$\rightarrow opción\ b)$$

9.Para calcular la altura de una montaña se mide con un teodolito desde A el ángulo que forma la visual a la cima con la horizontal, que es $\widehat{A} = 30°$. Avanzando 200 m, se vuelve a medir y el ángulo resulta ser $\widehat{B} = 35,2$. La altura de la montaña es de:

a) 825 m b) 773 m c) 595 m d) 636 m



$$tg30° = \frac{h}{200+x}$$

$$tg35{,}2° = \frac{h}{x}$$

$$tg35{,}2° \cdot x = tg30° \cdot x + tg30°(200)$$

$$0{,}705x = 0{,}377x + 115{,}47$$

$$0{,}128x = 115{,}47 \rightarrow x = 902{,}1$$

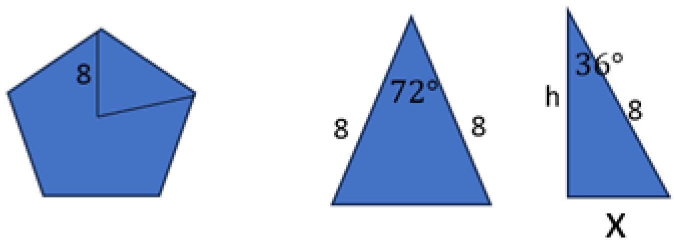
$$h = tg35{,}2° \cdot 902{,}19 = 636{,}36m$$

$$\rightarrow opción\ d)$$

10.Si el radio de un pentágono regular es 8 cm, su área mide:

a) 305.86 cm^2 b) 340.10 cm^2 c) 275.97 cm^2 d) 152.17 cm^2

$$360°: 5 = 72° \cdot$$



$\cos 36° = \frac{h}{8}$; $h = 8 \cdot cos36° = 6{,}47$ luego apotema a = h = 6,47

Calculamos el lado, que será el doble de "x": $\text{sen}36° = \frac{x}{8}$; $x = 8 \cdot sen36° = 4{,}7$

Luego el lado mide 2·4,7 = 9,4

$área\ pentágono = \frac{p \cdot a}{2} = \frac{5 \cdot 9{,}4 \cdot 6{,}47}{2} = 152{,}045$

$$\rightarrow opción\ d)$$