Matemáticas Académicas
4ºB ESO
Capítulo 9: Geometría
Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-072022

Fecha y hora de registro: 2015-08-13 18:28:37.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa

Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Mas información en http://www.dmrights.com

www.apuntesmareaverde.org.es

Realizados por:

Laura Del Álamo León

IES ATENEA, CIUDAD REAL

Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

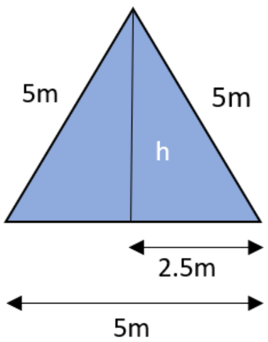
ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. **¿Es posible encontrar un triángulo rectángulo cuyos catetos midan 12 y 16 cm y su hipotenusa 30 cm? Si tu respuesta es negativa, halla la medida de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 12 y 16 cm.**
   No, ya que aplicando el teorema de Pitágoras ($h^2=a^2+b^2$), $30^2 \neq 12^2+16^2$; $900 \neq 400$
   $h^2=400$; $\sqrt{400}=20$.
   Para que los catetos de un triángulo rectángulo midan 12 y 16 cm, la hipotenusa debe medir 20 cm.

2. **Calcula la longitud de la hipotenusa de los siguientes triángulos rectángulos de catetos:**
   a) **4 cm y 3 cm**
   $$\mathrm{h}^2 = 4^2 + 3^2 = 25 = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$
   b) **1 m y 7 m**
   $$\mathrm{h}^2 = 1^2 + 7^2 = 50 = \sqrt{50} = 7{,}071 \text{ m}$$
   c) **2 dm y 5 dm**
   $$\mathrm{h}^2 = 2^2 + 5^2 = 29 = \sqrt{29} = 5{,}39 \text{ dm}$$
   d) **23.5 km y 47.2 km.**
   $$\mathrm{h}^2 = 23{,}5^2 + 47{,}2^2 = 2780{,}09 = \sqrt{2780{,}09} = 52{,}72 \text{ km}$$

3. **Calcula la longitud del cateto que falta en los siguientes triángulos rectángulos de hipotenusa y cateto:**
   a) **8 cm y 3 cm**
   $8^2=3^2+x^2$
   $64=9+x^2$
   $x^2=64-9=55$
   $x=\sqrt{55} = 7.41$ cm
   b) **15 m y 9 m**
   $15^2=9^2+x^2$
   $225=81+x^2$
   $x^2=225-81=144$
   $x=\sqrt{144} = 12$ m
   c) **35 dm y 10 dm**
   $35^2=10^2+x^2$
   $1225=100+x^2$
   $x^2=1125$
   $x=\sqrt{1125} = 33{,}5$ dm
   d) **21.2 km y 11.9 km**
   $21.2^2=11.9^2+x^2$
   $449.44=141.61+x^2$
   $x^2=307.83$
   $x=\sqrt{307.83} = 17{,}54$ km

4. **Calcula el área de un triángulo equilátero de lado 5 m.**



$5^2=h^2+2.5^2$

$25=h^2+6.25$

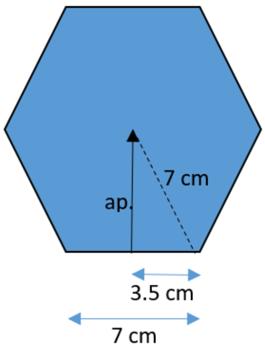
$h^2=25-6.25=18.75$

$h=\sqrt{18.75}=4.33$m

$A=\frac{base\ .\ altura}{2}$

$A=\frac{5\ .\ 4.33}{2}$ = 10.825 m

5. Calcula el área de un hexágono regular de lado 7 cm.



$7^2=3.5^2+ap^2$

$49=12.25+ap^2$

$Ap^2=49-12.25=36.75$

$Ap.=\sqrt{36.75}=6.06\ m$

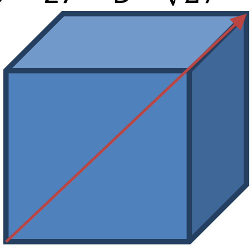
P=7 x 6 =42 m

$A=\frac{perímetro\ .\ apotema}{2}$

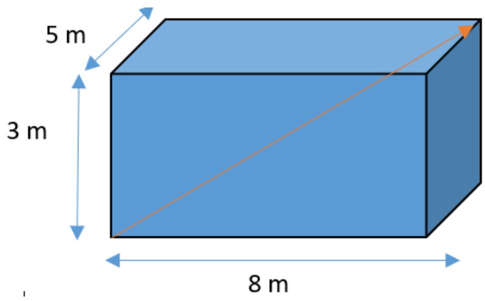
A=127, 26 m

6. Una caja tiene forma cúbica de 3 cm de arista. ¿Cuánto mide su diagonal?

$D^2=a^2+a^2+a^2$ $D^2=3^2+3^2+3^2=27$ $D=\sqrt{27}=3\cdot\sqrt{3}$ = 5.19 cm



7. Calcula la medida de la diagonal de una sala que tiene 8 metros de largo, 5 metros de ancho y 3 metros de altura.



$D^2=a^2+b^2+c^2$

$D^2=8^2+3^2+5^2$

$D^2=64+9+25=98$

$D=\sqrt{98}=9.89\ m$

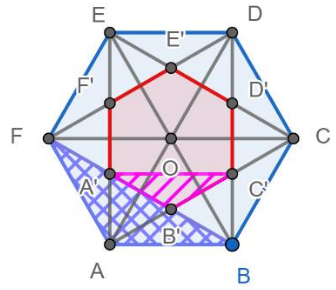
Textos Marea Verde

8. **En una foto hay un niño,que sabemos que mide 1.5 m,y un edificio. Medimos la altura del niño y del edificio en la foto, y resultan ser: 0.2 cm y 10 cm. ¿Qué altura tiene el edificio?**

$\frac{0.2}{1.5} = \frac{10}{h}$

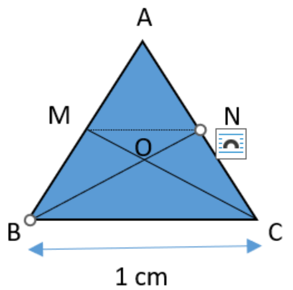
H = 1.5 · 10/0.2=75m mide el edificio

9. **Se dibuja un hexágono regular. Se trazan sus diagonales y se obtiene otro hexágono regular. Indica la razón de semejanza entre los lados de ambos hexágonos.**



K=$\frac{\sqrt{3}}{6}$

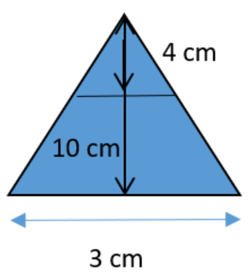
10. **En un triángulo regular ABC de lado, 1 cm, trazamos los puntos medios, M y N, de dos de sus lados. Trazamos las rectas BN y CM que se cortan en un punto O. ¿Son semejantes los triángulos MON y COB?**



Sí, son semejantes, ya que sus ángulos son iguales, sus lados proporcionales y sus bases paralelas

La razón de semejanza es 0.5 y el lado MN, por tanto, mide 0.5 cm

11. **Una pirámide regular hexagonal de lado de la base 3 cm y altura 10 cm, se corta por un plano a una distancia de 4 cm del vértice,con lo que se obtiene una nueva pirámide. ¿Cuánto miden sus di-mensiones?**



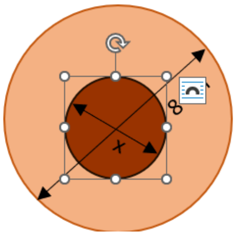
$$\frac{x}{3} = \frac{4}{10}$$

x=3 · 4/ 10= 1.2

El lado de la nueva base mide 1.2 cm y la altura 4 cm

12. **El diámetro de un melocotón es tres veces mayor que el de su hueso, y mide 8 cm. Calcula el volumen del melocotón, suponiendo que es esférico, y el de su hueso, también esférico.**

¿Cuál es la razón de proporcionalidad entre el volumen del melocotón y el del hueso?



$V_{MELOCOTÓN}=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi(4)^3=268.08cm^3$

$V_{HUESO}=\frac{268.08}{3}=89.36\ cm^3$

$K=\frac{268.08}{8}=\frac{89.36}{\frac{8}{3}}$

13. En la pizzería tienen pizzas de varios precios: 1 €, 2 € y 3 €. Los diámetros de estas pizzas son: 15 cm,20 cm y 30 cm, ¿cuál resulta más económica? Calcula la relación entre las áreas y compárala con la relación entre los precios.

$A_1=\pi \times 15^2=706.5\ cm^2$

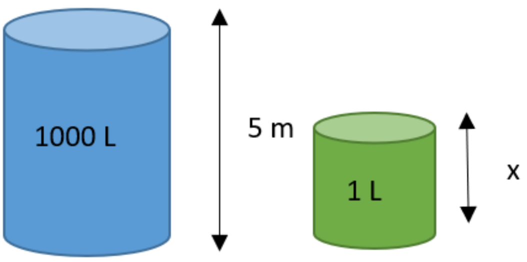
$A^2=\pi \times 20^2=1256.64cm2$

$A^3=\pi \times 30^2=2827.44cm2$

$$\frac{706.5}{1}=\frac{1256.64}{2}=\frac{2827.44}{3};706.5\neq 628.32\neq 942.48$$

Resulta más económica la de 30 cm

14. Una maqueta de un depósito cilíndrico de 1000 litros de capacidad y 5 metros de altura, quere mos que tenga una capacidad de 1 litro. ¿Qué altura debe tener la maqueta?



$$k^3=\frac{1000}{1}=1000;k=10$$

$$\frac{5}{x}=10;x=\frac{5}{10}=0.5$$

La maqueta debe tener 0.5 m de altura

15. Calcula el volumen de un prisma recto de 20 dm de altura cuya base es un hexágono de 6 dm de lado.

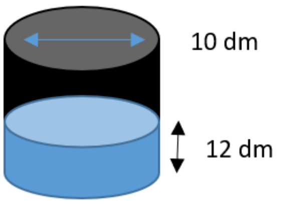
V= A_b x h

A_b=$\frac{p\ x\ ap}{2}$; $p = 6\ \times 6 = 36$; $ap = x$; 6^2=x^2+3^2;36=x^2+9;x^2=27;x=$\sqrt{27} = 5.19\ dm$

A_b=$\frac{36x5.19}{2} = 93.42\ dm^2$

V=93.42 x 20=1868.4 dm^3

16. Calcula la cantidad de agua que hay en un recipiente con forma de cilindro sabiendo que su base tiene 10 cm de diámetro y que el agua alcanza 12 dm de altura.



V= Ab x h

A_b=$\pi x r^2 = \pi x 5^2 = 78.53 dm^2$

V=78.53 x 12 =942.36 dm^3/ L

Hay 942.36 litros de agua en el recipiente

17. Calcula las áreas lateral y total de un prisma hexagonal regular sabiendo que las aristas de las bases miden 3 cm y cada arista lateral 2 dm.

A_l = P_b x h

P_b=3x6=18 cm

h= 2 dm = 20 cm

A_l= 18 · 20= 360 cm^2

A_b=$\frac{p\ x\ ap}{2}$; $p = 18$; $ap = x$; 1.5^2=x^2+$0,75^2$;2.25=x^2+0.56;x^2=2.81;x=$\sqrt{2.81} = 1.67\ cm$

A_b=$\frac{18x1.67}{2} = 30.06\ cm^2$

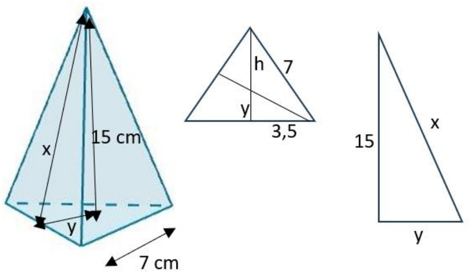
A_T = A_L + 2 · A_b= 360 + 2. 30.06= 420.12 cm^2

18. El área lateral de un prisma regular de base cuadrada es 16 m^2 y tiene 10 m de altura. Calcula el perímetro de la base.

A_l= P_b x h

16= P_b x 10; P_b=1.6m

19. El lado de la base de una pirámide triangular regular es de 7 cm y la altura de la pirámide 15 cm. Calcula la apotema de la pirámide y su área total.



7^2 = h^2 + 3.5^2

IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra
Textos Marea Verde

$h^2=49 - 12.25 = 36.75$

h = $\sqrt{36.75} = 6.06cm\ (altura\ base)$

y = h/3 = 6.06/3 = 2.02

$x^2 = y^2+15^2$

$x^2 = 2.02^2+15^2 = 229.08$

x = $\sqrt{229.08} = \mathbf{15.13}$ **Apotema de la pirámide**

$A_T=A_L +A_b=165.69+42.42=208.11cm^2$

$A_b = \frac{7\cdot 6.06}{2} = 21.21cm^2$

$A_L = \frac{perimetro\ de\ la\ base\cdot apotema\ de\ la\ piramide}{2} = \frac{perimetro\ de\ la\ base}{2}\cdot apotema$

$= \frac{42}{2}\cdot 15.13 = 107.73cm^2$

$A_T = A_L + A_b = 107.73 + 21.21 = 128.94cm^2$

$A_T = 128.94cm^2$

20. Calcula el área lateral de un tronco de pirámide regular,sabiendo que sus bases son dos octógonos regulares de lados 3 y 8 dm y que la altura de cada cara lateral es de 9 dm.

$Ap^2 = 9^2 + 1.5^2 = 83.25 \Rightarrow$ Ap. = 9.12 dm

P_B=8x8=64

P_b=3x8=24

$Al=\frac{(P_B\cdot P_b)\cdot ap}{2} = \frac{(64\cdot 24)\cdot 9.12}{2} = 7004.16\ dm^2$

21. Si el área lateral de una pirámide cuadrangular regular es 104 cm² y la arista de la base mide 4 cm, calcula la apotema de la pirámide y su altura.

$A_l = \frac{perimetro\ de\ la\ base}{2}\cdot\ apotema; 104 = \frac{16}{2}\cdot ap$;104=8 · ap; $ap = \frac{104}{8} = 13$cm

$13^2=h^2+2^2$

$169=h^2+4$

$169-4=h^2$

H=$\sqrt{165} = 12.84\ cm$

22. Una columna cilíndrica tiene 35 cm de diámetro y 5 m de altura. ¿Cuál es su área lateral?

5m=500cm ; 35cm diámetro=17,5cm de radio

A_L = Longitud de la base · Altura = (2π R) · h = 2π· (17,5)·(500)=54977,87144 cm²=549,778 m²

23. El radio de la base de un cilindro es de 7 cm y la altura es el triple del diámetro. Calcula su área total.

Diámetro = 7·2 = 14cm; altura = 3·14 = 42cm

$A_t=A_L + \pi R^2 + \pi R^2 = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi\cdot(7)\cdot(42)+2\pi\cdot(7)2$=147.25+307,87=455,12 cm²

Textos Marea Verde

24. CalcuCla el área lateral de un cono recto sabiendo que su generatriz mide 25 dm y su radio de la base 6 dm.

$A_l = \pi RG = \pi \cdot (6) \cdot (25) = 471{,}23$ cm^2

25. La circunferencia de la base de un cono mide 6.25 m y su generatriz 12 m. Calcula el área total.

$2\pi r = 6{,}25$; $r = \frac{6{,}25}{2\pi} = 0.99$ m

$A_T = A_L + \pi \cdot R^2 = \pi \cdot R \cdot G + \pi \cdot R^2 = \pi \cdot (0.99) \cdot (12) + \pi \cdot (0{,}99)^2 = 37{,}32 + 3{,}07 = 40{,}39 m^2$

26. Una esfera tiene 4 m de radio. Calcula:

a) La longitud de la circunferencia máxima

$2\pi r = 2\pi \cdot (4) = 25{,}1$ m mide la longitud de la circunferencia máxima

b) El área de la esfera.

$A_T = (2\pi R) \cdot (2R) = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot (4)2 = 201{,}06$ m^2

27. El depósito de gasoil de la casa de Irene es un cilindro de 1 m de altura y 2 m de diámetro. Irene ha llamado al suministrador de gasoil porque en el depósito solamente quedan 140 litros.

a) ¿Cuál es, en dm^3, el volumen del depósito? (Utiliza 3.14 como valor de π).

1m=10dm 2m=20dm

$V = Ab \cdot h = \pi r^2 \cdot h = \pi (10)^2 \cdot 10 = 3140$ dm^3

b) Si el precio del gasoil es de 0.80 € cada litro, ¿cuánto deberá pagar la madre de Irene por lle nar el depósito?

3140 dm^3 =3140 l; 3140 – 140 3000

3000 · 0,80 =2400 € tiene que pagar la madre de Irene

28. Comprue- ba que el volumen de la esfera de radio 4 dm sumado con el volumen de un cono del mismo rad io de la base y 8 dm de altura, coincide con el volumen de un cilindro que tiene 8 dm de altura y 4 dm de radio de la base.

Volumen cilindro = Volumen esfera + Volumen cono

Volumen esfera=$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi 4^3 = 85{,}33\, \pi$ dm^3

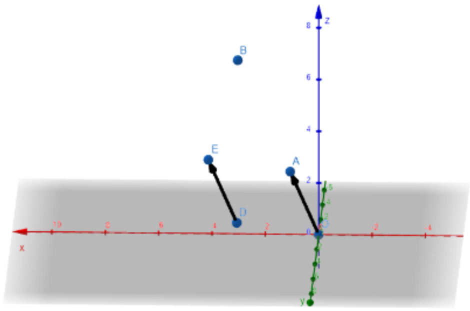
Volumen cilindro=$\pi r^2 h = \pi \cdot (4)^2 \cdot (8) = 128\, \pi$ dm^3

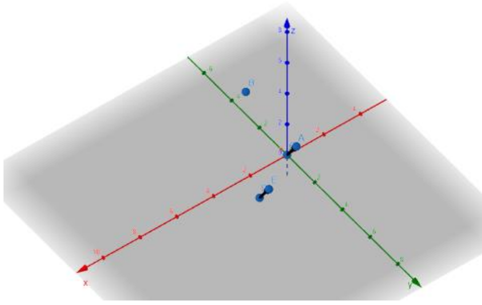
Volumen cono=$\frac{\pi r^2 h}{3} = \frac{\pi 4^2 8}{3} = 42{,}67\pi$ dm^3

$128\, \pi$ dm^3 = $85{,}33\, \pi$ dm^3 + $42{,}67\pi$ dm^3

29. Representa en un sistema de referencia en el espacio de dimensión tres los puntos: O(0, 0, 0), A(1, 2, 3), B(3, 1, 7), D-(3, 2, 1) y E(4, 4, 4) y vectores: DE y OA.

Textos Marea Verde
IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra





30. El vector de componentes u = (2, 3) y origen A = (1, 1), ¿qué extremo tiene?

Extremo=B

(2,3) = (B_1-1, B_2-1)

B_1-1=2; B_1=2+1=3

B_2-1=3; B_2=3+1=4

B= (3,4)

31. Calcula la distancia entre los puntos A (6, 2) y B (3, 9).

D=$\sqrt{(3-6)^2+(9-2)^2}$=$\sqrt{9+49}=\sqrt{58}$

32. Calcula la distancia entre los puntos A (6, 2, 5) y B (3, 9, 7).

D=$\sqrt{(3-6)^2+(9-2)^2+(7-5)^2}=\sqrt{9+49+4}=\sqrt{62}$

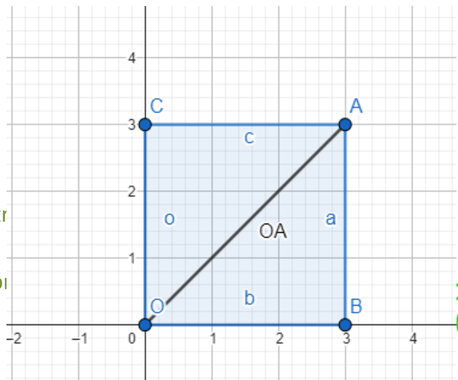
33. Calcula la longitud del vector de componentes u = (3, 4)

L=$\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$

34. Calcula la longitud del vector de componentes u = (3, 4, 1).

L=$\sqrt{3^2+4^2+1^2}=\sqrt{9+16+1}=\sqrt{26}$

35. Dibuja un cuadrado de diagonal el punto O(0, 0) y A(3, 3). ¿Qué coordenadas tienen los otros vértices del cuadrado? Calcula la longitud del lado y de la diagonal de dicho cuadrado.



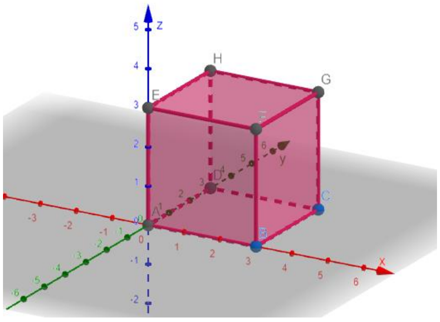
C (0,3)

B (3,0)

Longitud del lado: 3

Diagonal:$3\sqrt{2}$

36. Dibuja un cubo de diagonal O(0, 0, 0) y A(3, 3, 3). ¿Qué coordenadas tienen los otros vértices? Ya sabes, son 8 vértices. Calcula la longitud de la arista, de la diagonal de una cara y de la diagonal del cubo



B (3, 0, 0), C (3, 3, 0), D (0, 3, 0), E (0, 0, 3), F (3, 0, 3), G (0, 3, 3)

Arista: 3

Diagonal de una cara: $3\sqrt{2}$

Diagonal del cubo: $3\sqrt{3}$.

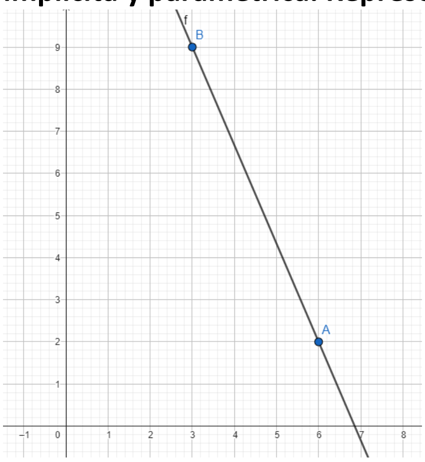
37. Sea X(x, y) un punto genérico del plano, y O(0, 0) el origen de coordenadas escribe la expresión de todos los puntos X que distan de O una distancia D.

$$D^2 = x^2 + y^2$$

38. Sea X(x,y,z)un punto genérico del espacio,y O(0,0,0) el origen de coordenadas escribe la expresión de todos los puntos X que distan de O una distancia D.

$$D^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

39. Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(6, 2) y B(3, 9), de forma explícita, implícita y paramétrica. Represéntala gráficamente



EXPLÍCITA: y= mx+n $= -\frac{7}{3}x + 16$

IMPLÍCITA: ax + by + c = 0; 7x + 3y – 48 =0

PARAMÉTRICA: $\begin{cases} x = a_1 + tv_1 \\ y = a_2 + tv_2 \end{cases} =$

$\begin{cases} x = 6 - 3t \\ y = 2 + 7t \end{cases}$

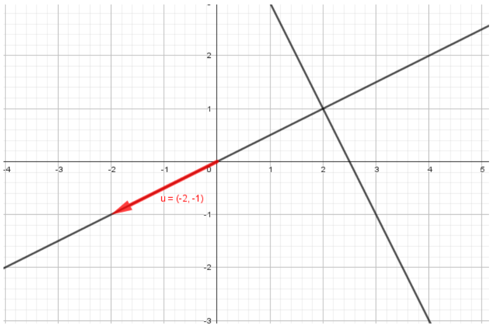
40. Representa gráficamente la recta r: –2x –y + 5 = 0. Comprueba que el vector (–2, –1) es perpendicular a la recta. Representa gráficamente la recta s: x– 2y = 0 y comprueba que es perpendicular a r.

Textos Marea Verde

IES ATENEA Ciudad Real

Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

Ilustraciones: Creadas con GeoGebra



Recta r:
Para x=0; y=5 (0, 5)
Para y=0; x=2,5 (2.5, 0)

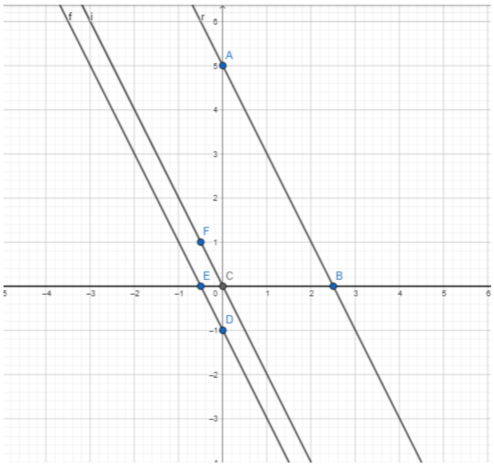
Recta s:
Para x=0; y=0 (0, 0)
Para x=2 ; y=1 (2, 1)

41. Representa gráficamente la recta r: –2x-y + 5 = 0.
Representa gráficamente las rectas: –2x – y = 0, –2x–y = 1, y comprueba que son paralelas a r.

Recta r
Puntos
Para x=0 y=5
(0,5)
Para y=0 x=2,5
(2.5,0)

Recta s
-2x-y=0
Para x=0 y=0
(0,0)
Para y=1 x= 0
(-1/2,1)

Recta t
-2x-y=1
Para x=0 y=-1
(0,-1)
Para y=0 x= -1/2
(-1/2,0)



42. Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos A (6, 2, 5) y B (3, 9, 7), de forma explícita, y como intersección de dos planos.

EXPLÍCITA: $\frac{x-6}{-3}=\frac{y-2}{7}=\frac{z-5}{2}$

INTERSECCION DE DOS PLANOS: $\begin{cases}7x+3y-48=0\\2y-7z+31=0\end{cases}$

43. Escribe las ecuaciones de los tres planos coordenados.

x=0, y=0, z=0

44. Escribe las ecuaciones de los tres ejes coordenados en el espacio.

$\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}\begin{cases}x=0\\z=0\end{cases}\begin{cases}y=0\\z=0\end{cases}$

BY NC SA

45. En el cubo de diagonal O(0, 0, 0) y A(6, 6, 6) escribe las ecuaciones de los planos que forman sus caras. Escribe las ecuaciones de todas sus aristas, y las coordenadas de sus vértices.

Caras: x = 0, y = 0, z = 0, x = 6, y = 6, z = 6.

Aristas:

$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}, \begin{cases} x=0 \\ z=0 \end{cases}, \begin{cases} y=0 \\ z=0 \end{cases}, \begin{cases} x=0 \\ y=6 \end{cases}, \begin{cases} x=0 \\ z=6 \end{cases}, \begin{cases} y=0 \\ z=6 \end{cases}, \begin{cases} x=6 \\ y=0 \end{cases}, \begin{cases} x=6 \\ z=0 \end{cases}, \begin{cases} y=6 \\ z=0 \end{cases}, \begin{cases} x=6 \\ y=6 \end{cases}, \begin{cases} x=6 \\ z=6 \end{cases}, \begin{cases} y=6 \\ z=6 \end{cases}$

Vértices: A (0, 0, 0), B (6, 0, 0), C (6, 6, 0), D (0, 6, 0), E (0, 0, 6), F (6, 0, 6), G (0, 6, 6), H (6, 6, 6).

46. Escribe la ecuación del cilindro de eje, el eje OZ y radio 2.

La ecuación de un cilindro con eje OZ y radio r se puede expresar como:
$x^2+y^2=r^2$
En este caso r=2; $4=x^2+y^2$

47. Escribe la ecuación de la esfera de centro el origen de coordenadas y radio 2.

$$x^2+y^2+z^2=r^2$$

En este caso r=2; $4=x^2+y^2+z^2$

48. Escribe la ecuación del cilindro de eje, la recta $\begin{cases} x=1+t \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$ y radio 1

$$1=(y-2)^2+(z-3)^2$$

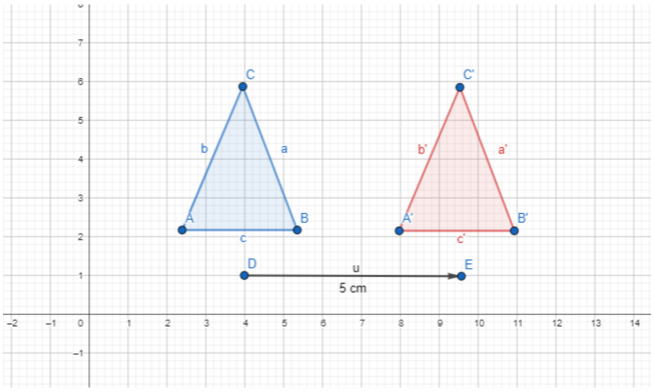
49. Escribe la ecuación de la circunferencia en el plano de centro A (2, 5) y radio 2.

$(x-h)^2+(y-k)^2=2^2$; $(x-2)^2+(y-5)^2=4$

50. Al cortar a un cierto cilindro por un plano horizontal se tiene la circunferencia del ejercicio anterior. Escribe la ecuación del cilindro.

$$(x-2)^2+(y-5)^2=4$$

51. Dibuja en tu cuaderno una figura y utiliza escuadra y cartabón para trasladarla 5 centímetros hacia la derecha.

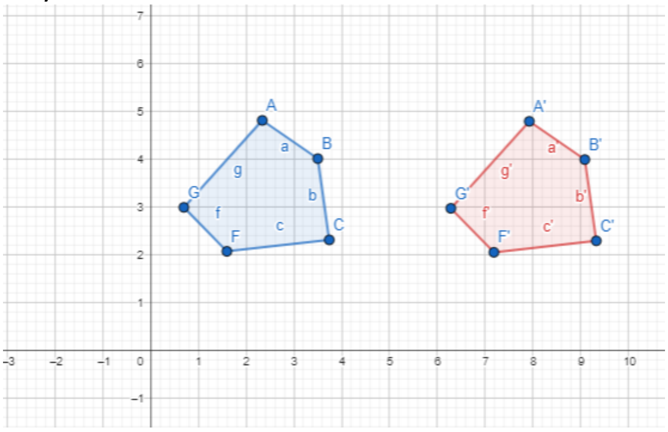


52. Dibuja en tu cuaderno una figura. (Si no se te ocurre ninguna otra, dibuja la letra G). Coloca encima un papel vegetal y cálcala. Desplaza en línea recta el papel vegetal y vuelve a calcar la figura. Las dos figuras que has obtenido, ¿tienen todas sus medidas, tanto longitudes como ángulos, iguales? Traza las rectas que unen pares de puntos co-

CC BY NC SA

rrespondientes, ¿cómo son esas rectas? ¿Qué trayectoria han seguido los puntos en el desplazamiento?

Las dos figuras tienen sus longitudes y ángulos iguales. Esas rectas son paralelas. La trayectoria ha sido libre



53. Con ayuda de papel cuadriculado transforma mediante una traslación una recta, una circunferencia, un segmento, un triángulo, dos rectas paralelas y dos rectas perpendiculares. ¿En qué se transforman? Analiza los resultados.

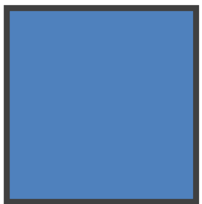
Solución manipulativa: Mediante traslación la recta se transforma en una recta, la circunferencia, el segmento y el triángulo en una circunferencia, un segmento y un triángulo igual, respectivamente. Dos rectas paralelas en dos rectas paralelas, y dos rectas perpendiculares, en dos rectas perpendiculares

54. Observa este friso de un templo de Camboya. Es una figura que se repite por traslación. ¿Qué dirección tiene el vector de traslación? ¿De dónde a dónde iría?

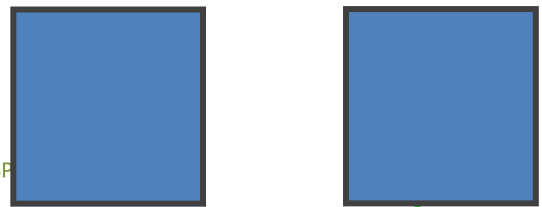
Tiene dirección horizontal va de izquierda a derecha y viceversa

55. En edificación se utilizan mucho las traslaciones. Piensa en las ventanas de un edificio y elige una. ¿Puedes obtener otra distinta mediante traslación? Haz un dibujo que represente esta situación.

Sí, en un edificio las ventanas son elementos que a menudo se disponen en patrones regulares y pueden ser generados mediante traslaciones. Imaginemos una ventana rectangular como se muestra a continuación:



Supongamos que queremos obtener otra ventana diferente a partir de esta mediante una traslación. Podemos trasladar la ventana original horizontalmente para obtener una nueva ventana adyacente, manteniendo la misma forma y tamaño. El resultado sería algo como esto:



BY NC SA
Textos Marea Verde

Ambas ventanas tienen la misma forma y tamaño, pero están ubicadas en posiciones diferentes debido a la traslación horizontal. Esta es una forma común en la que se utilizan las traslaciones en edificación para crear patrones repetitivos de elementos arquitectónicos como ventanas, puertas y azulejos.

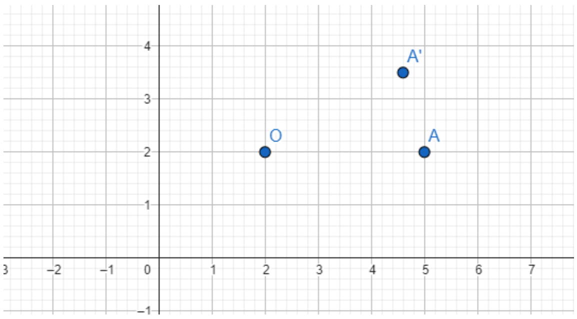
56. En la fachada de esta torre mudéjar de Teruel podemos ver distintas traslaciones. En la parte superior hay dos conjuntos de cuatro ventanitas. Uno es trasladado del otro. Y cada ventanita forma a las otras cuatro mediante una traslación. Al seguir bajando, los dos arcos se trasladan formando otros dos arcos. Observa, en este caso todas las traslaciones tienen un vector de traslación horizontal. Continúa describiendo las traslaciones que ves en el diseño de esta torre.

Hay dos ventanas rectangulares con traslación vertical, dos arcos con traslación horizontal y conjuntos de arcos con traslación vertical del conjunto.

57. Dibuja en tu cuaderno un punto O y otro punto distinto A. Gira al punto A con centro en O un ángulo de 30° en sentido positivo y denomina A’ el punto girado.

1. Dibuja un punto O: Este será el centro de tu rotación.
2. Dibuja un punto A: Colócalo en cualquier lugar en el papel, distinto de O. Este será el punto que vas a rotar.
3. Usa un transportador para medir un ángulo de 30 grados: Coloca el centro del transportador en el punto O, alinea el borde horizontal del transportador con la línea que conecta O y A, y marca el punto donde el borde inclinado del transportador cruza la circunferencia del mismo. Llamemos a este punto A'.
4. Conecta O, A y A': Dibuja líneas que conecten los puntos O, A y A'.

Ahora tendrás tres puntos: O, A y A', donde A' es el resultado de rotar el punto A 30 grados en sentido positivo alrededor de O.



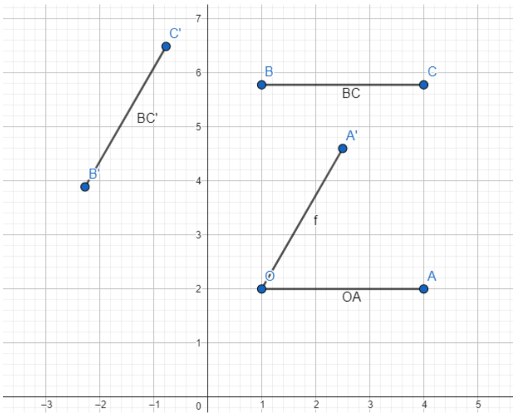
58. Dibuja en tu cuaderno un punto O y dos segmentos, uno OA que pase por O, y otro BC que no pase por O. Dibuja los segmentos girados OA’ y B’C’ del giro de centro O y ángulo 60°.

1. Dibuja un punto O en el papel.
2. Dibuja un segmento OA que pase por O: Esto significa que el extremo A del segmento debe estar en el punto O.
3. Dibuja otro segmento BC que no pase por O: Coloca el extremo B de este segmento en un lugar diferente en el papel, sin estar en O.

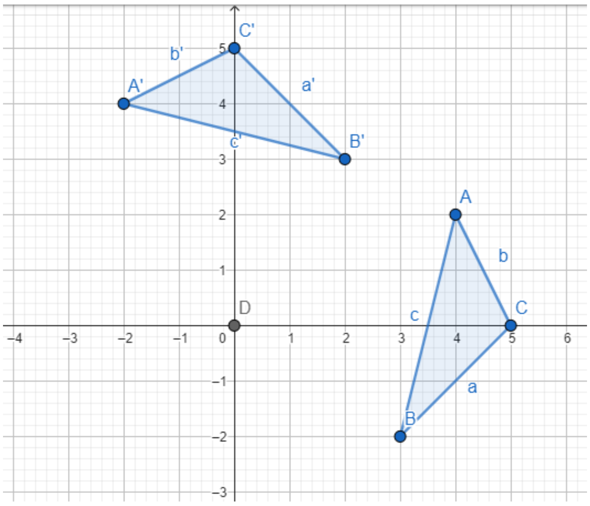
IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra
Textos Marea Verde

4. Usa un transportador para medir un ángulo de 60 grados: Coloca el centro del transportador en el punto O, alinea el borde horizontal del transportador con el segmento OA y marca el punto donde el borde inclinado del transportador cruza la circunferencia del mismo. Llamemos a este punto A'.
5. Usa el mismo ángulo de 60 grados con el transportador: Coloca el centro del transportador en el punto O, alinea el borde horizontal del transportador con el segmento BC y marca el punto donde el borde inclinado del transportador cruza la circunferencia del mismo. Llamemos a este punto B'.
6. Conecta O con A' y O con B': Dibuja líneas que conecten los puntos O, A' y B'. Estos serán los segmentos girados OA' y B'C' respectivamente.

Ahora tendrás los segmentos originales OA y BC, junto con los segmentos girados OA' y B'C' después de un giro de 60 grados alrededor del punto O.



59. Dibuja en tu cuaderno el triángulo de vértices A (4, 2), B (3, –2) y C (5, 0). Dibuja el triángulo que se obtiene al girarlo con centro en el origen de coordenadas un ángulo de 90° en sentido positivo. ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices A', B' y C' del triángulo girado?



A’ (-2,4)

B’ (2,3)

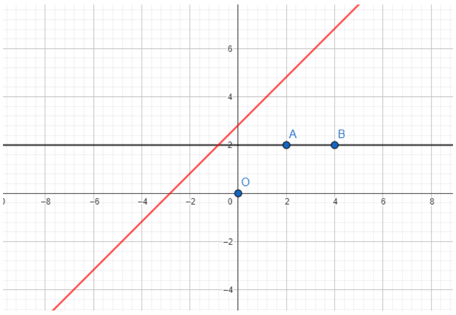
C’ (0,5)

60. Con ayuda de papel cuadriculado, transforma mediante un giro, una recta, una circunferencia, un segmento, un triángulo, dos rectas paralelas y dos rectas perpendiculares. ¿En qué se transforman? Analiza los resultados.

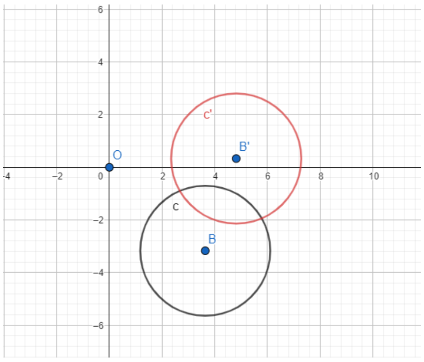
- Recta:

BY NC SA

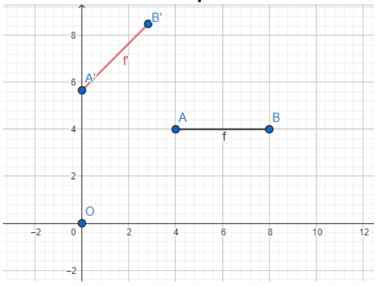
La ecuación de la recta se mantiene igual, pero los puntos en la recta se transforman aplicando las fórmulas de rotación.



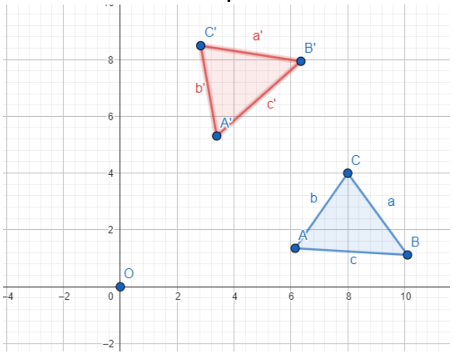
- Circunferencia:
  La circunferencia se mantiene igual, pero los puntos en la circunferencia se transforman aplicando las fórmulas de rotación.



- Segmento:
  Los puntos del segmento se transforman aplicando las fórmulas de rotación.

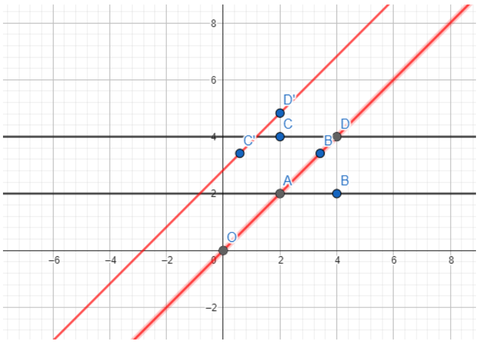


- Triángulo:
  Cada vértice del triángulo se transforma aplicando las fórmulas de rotación.



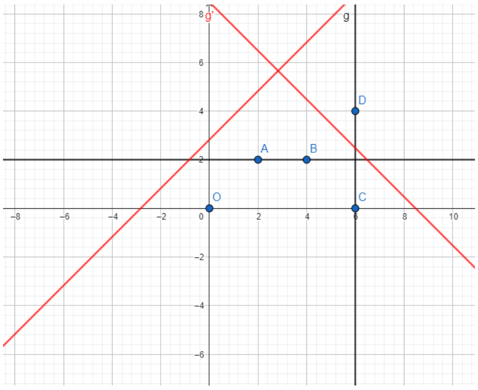
- Dos Rectas Paralelas:
  Las dos rectas paralelas se mantendrán paralelas después de la rotación, pero los puntos individuales en las rectas se transformarán.

IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra



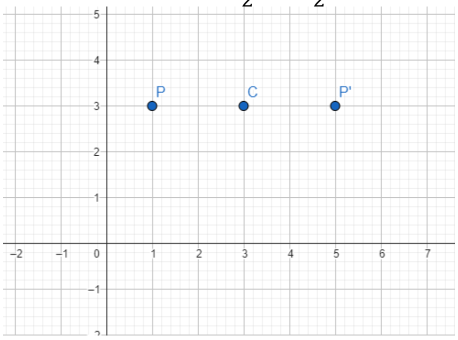
- Dos Rectas Perpendiculares:

  Las dos rectas perpendiculares se mantendrán perpendiculares después de la rotación, pero los puntos individuales en las rectas se transformarán.



61. Dibuja en tu cuaderno dos puntos cualesquiera P y P'. Encuentra su centro de simetría.

P(x, y) P'(x', y') $C\left(\frac{x+x'}{2}, \frac{y+y'}{2}\right)$



62. ¿Qué ocurre al aplicar un giro de 60° a una figura? ¿Hay rectas invariantes? ¿Y en un giro de 180°? Las rectas que pasan por el centro de giro, ¿en qué rectas se transforman? ¿Y con un giro de 0°? ¿Y con un giro de 360°?

- Giro de 60°:

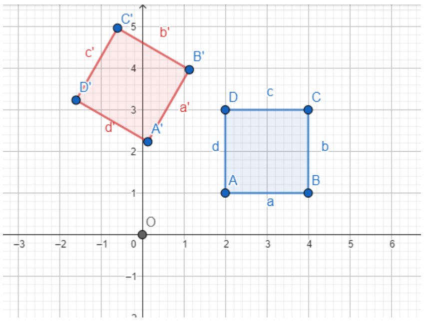
¿Qué ocurre al aplicar un giro de 60° a una figura?

La figura se rotará 60° en sentido antihorario alrededor del centro de giro.

¿Hay rectas invariantes?

Sí, las rectas que pasan por el centro de giro son invariantes, lo que significa que permanecen en la misma posición después de la rotación.

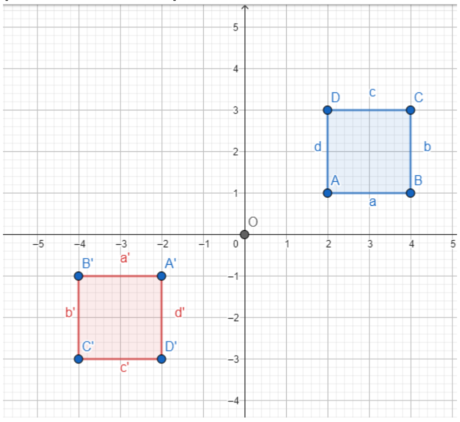
Textos Marea Verde



- Giro de 180°:

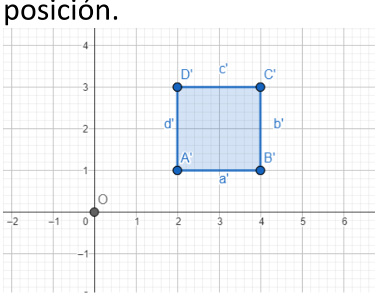
¿Qué ocurre al aplicar un giro de 180° a una figura?
La figura se invertirá, es decir, cada punto se moverá 180° alrededor del centro de giro.

¿Las rectas que pasan por el centro de giro son invariantes?
Sí, las rectas que pasan por el centro de giro son invariantes; permanecen en la misma posición después de la rotación.



- Giro de 0°:

¿Qué ocurre al aplicar un giro de 0° a una figura?
La figura permanece en la misma posición; no hay ningún movimiento.
¿Las rectas que pasan por el centro de giro son invariantes?
Sí, las rectas que pasan por el centro de giro son invariantes. En un giro de 0°, todas las líneas, incluyendo las que pasan por el centro de giro, permanecen en la misma posición.

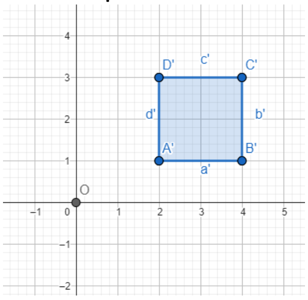


- Giro de 360°:

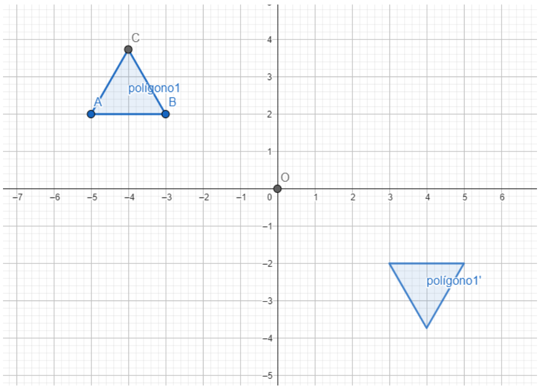
¿Qué ocurre al aplicar un giro de 360° a una figura?
La figura vuelve a su posición original; no hay cambio en la posición de los puntos.
¿Las rectas que pasan por el centro de giro son invariantes?
Sí, las rectas que pasan por el centro de giro son invariantes. En un giro de 360°, todas las líneas, incluyendo las que pasan por el centro de giro, permanecen en la

BY NC SA

misma posición.



63. Dibuja un triángulo ABC y su simétrico A'B'C' respecto un punto O. ¿Cómo son sus lados? ¿Son iguales? ¿Y sus ángulos? ¿Se mantiene el sentido de los ángulos? Comprueba cómo es el ángulo ABC y el ángulo A'B'C'. ¿Es un movimiento directo?



Los lados son iguales y los ángulos también, el sentido de los ángulos se mantiene y el movimiento es directo

64. Vamos a analizar las letras mayúsculas. Indica cuáles de las siguientes letras no tienen simetría central y cuáles si la tienen, indicando entonces su centro de simetría: B, H, N, O, P, S, T, X, Z. Recuerda, buscas un punto tal que la simetría central de centro ese punto deje invariante a la letra.

B= no tiene simetría central

H=tiene simetría central, el centro de simetría seria el punto medio de la línea central de la letra.

N=si tiene simetría central, el centro de simetría seria el punto medio de la diagonal.

O=si tiene simetría central, el centro de simetría seria el centro del circulo

P=no tiene simetría central

S=tiene simetría central, el centro de simetría seria el centro de la curva diagonal.

T=no tiene simetría central

X=tiene simetría central, el centro de simetría seria el punto de corte de las diagonales

Z=tiene simetría central, el centro de simetría seria el punto medio de la diagonal

65. Escribe cinco ejemplos de objetos del espacio que giren.

tiovivo, rueda, trompo, ventilador, tambor de lavadora

66. Mediante un giro en el espacio, ¿en qué se transforma un plano? ¿Y una esfera? ¿Y un cono? ¿Y dos planos paralelos? ¿Y dos planos ortogonales? Analiza los resultados.

Plano:

Transformación por Giro: Si giras un plano en el espacio alrededor de una línea en el

Textos Marea Verde

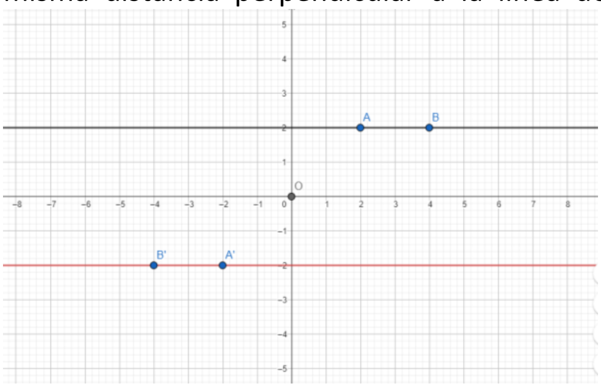
mismo plano, el plano se mantiene igual. No se transforma. Cada punto del plano gira alrededor de la línea, pero el plano en sí mismo sigue siendo el mismo.
Esfera:
Transformación por Giro: Si giras una esfera en el espacio alrededor de un eje que pasa por su centro, la esfera se mantiene igual. No se transforma. Cada punto de la esfera gira alrededor del eje, pero la esfera en sí misma permanece sin cambios.
Cono:
Transformación por Giro: Si giras un cono en el espacio alrededor de su eje central, el cono se mantiene igual. No se transforma. Cada punto del cono gira alrededor del eje, pero el cono en sí mismo sigue siendo el mismo.
Dos Planos Paralelos:
Transformación por Giro: Si giras dos planos paralelos en el espacio alrededor de una línea que es paralela a ellos, los planos se mantienen iguales. No se transforman. Cada punto de los planos gira alrededor de la línea paralela, pero los planos en sí mismos permanecen sin cambios.
Dos Planos Ortogonales (Perpendiculares):
Transformación por Giro: Si giras dos planos ortogonales en el espacio alrededor de su línea de intersección (la línea donde se cruzan), los planos se mantienen iguales. No se transforman. Cada punto de los planos gira alrededor de la línea de intersección, pero los planos en sí mismos siguen siendo los mismos.

67. Indica cuáles de las siguientes letras mayúsculas son simétricas, y si lo son, indica si sus ejes de simetría son horizontales o verticales: A, B, D, F, K, M, N, R, T, U, V, W, Z.

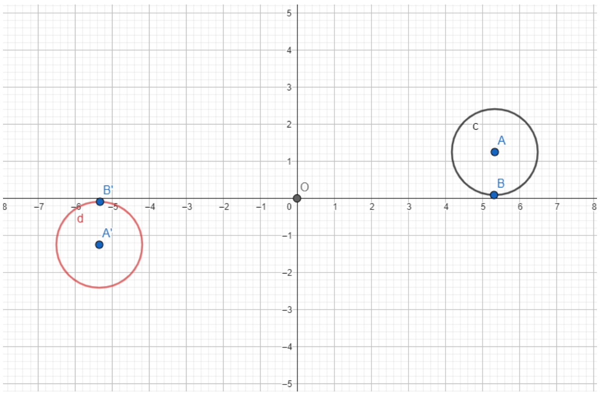
- Letras mayúsculas simétricas respecto a un eje vertical: A, M, T, U, V, W.
- Letras mayúsculas simétricas respecto a un eje horizontal: B, D.
- Letras mayúsculas no simétricas: F, K, N, R, Z.

68. Con ayuda de papel cuadriculado, transforma mediante una simetría, una recta, una circunferencia, un segmento, un triángulo, dos rectas paralelas y dos rectas perpendiculares. ¿En qué se transforman? Analiza la respuesta.

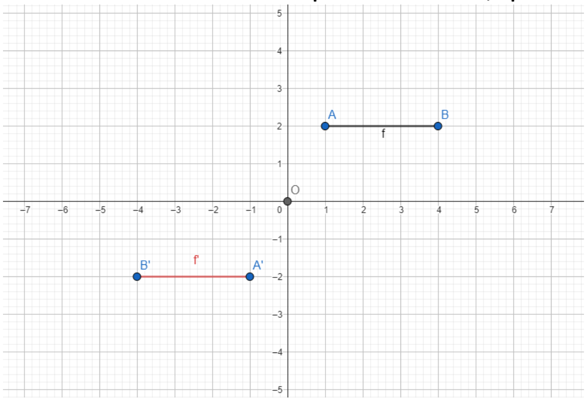
Recta:
Transformación: Una recta se mantiene invariable al aplicar una simetría respecto a otra recta. Esto se debe a que cada punto en la recta tiene un punto correspondiente a la misma distancia perpendicular a la línea de simetría.



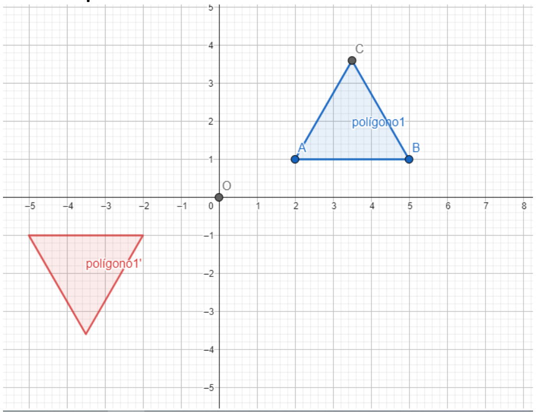
Circunferencia:
Transformación: Una circunferencia se mantiene invariable al aplicar una simetría respecto a su centro. Cada punto en la circunferencia tiene un punto correspondiente a la misma distancia del centro, pero en el lado opuesto.



Segmento:
Transformación: Un segmento de línea se mantiene invariable al aplicar una simetría respecto a su punto medio. Cada punto en el segmento tiene un punto correspondiente a la misma distancia del punto medio, pero en el lado opuesto.

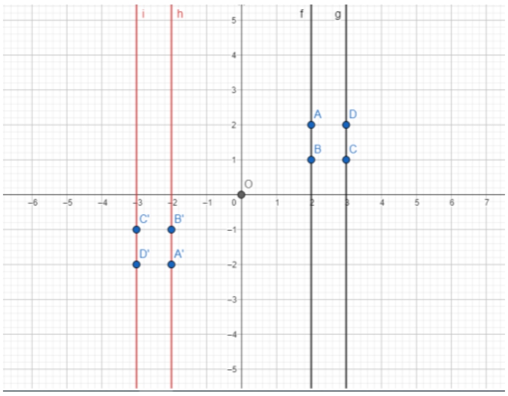


Triángulo:
Transformación: Un triángulo se mantiene invariable al aplicar una simetría respecto a su punto de intersección de medianas (centro de). Cada punto en el triángulo tiene un punto correspondiente a la misma distancia del centro de, pero en el lado opuesto.

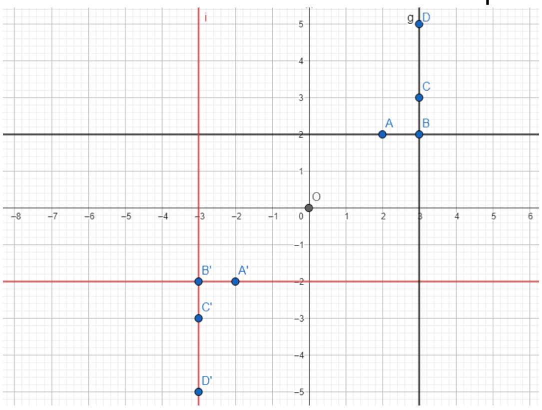


Dos Rectas Paralelas:
Transformación: Dos rectas paralelas se mantienen invariables al aplicar una simetría respecto a una tercera recta que sea perpendicular a ellas. Esto se debe a que cada punto en una de las rectas tiene un punto correspondiente a la misma distancia perpendicular a la línea de simetría.

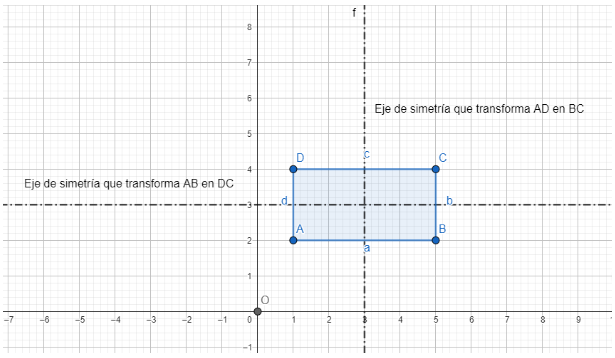
Textos Marea Verde



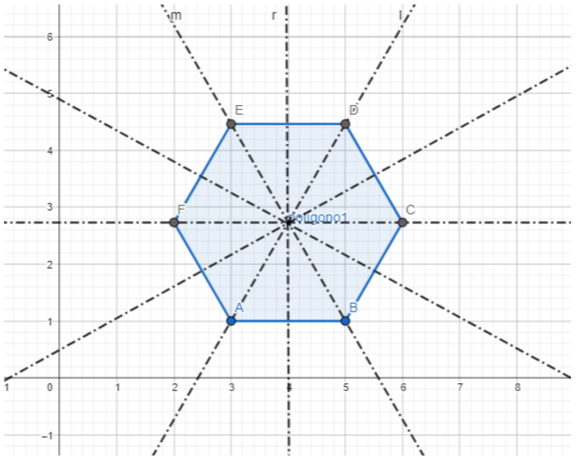
Dos Rectas Perpendiculares:
Transformación: Dos rectas perpendiculares se mantienen invariables al aplicar una simetría respecto al punto de intersección. Cada punto en una de las rectas tiene un punto correspondiente a la misma distancia del punto de intersección, pero en el lado opuesto.



69. Dibuja un rectángulo ABCD. Dibuja el eje de simetría que transforma AB en CD, y el eje de simetría que transforma AD en BC.

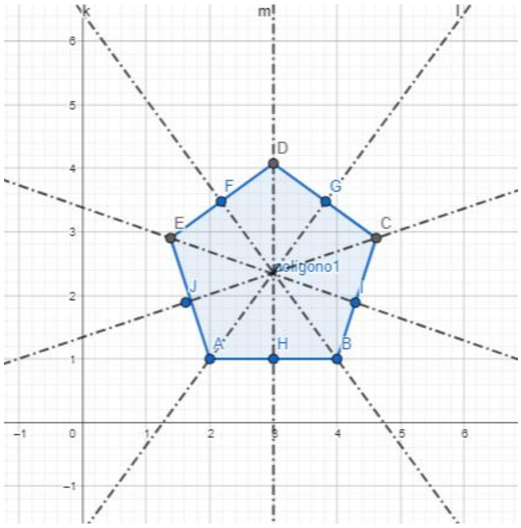


70. Dibuja un hexágono regular y dibuja sus ejes de simetría. ¿Cuántos tiene? Tiene 6. Descríbelos.



Tiene 6 ejes de simetría; todo ellos pasan por el centro de la figura, 3 de ellos cortan a la figura por sus vértices y 3 de ellos van del vértice a la mitad del lado opuesto

71. Dibuja un pentágono regular y sus ejes de simetría. ¿Cuántos tiene? Descríbelos.



Tiene 5 ejes de simetría que van desde cada vértice a la mitad del lado opuesto.

72. Escribe cinco objetos que estén a tu alrededor que sean simétricos e indica su plano de simetría. Mira en el aula y busca simetrías. ¿Son simétricas las sillas, la lámpara, la ventana, las mesas...? ¿Cuál es su plano de simetría?

1.Libros:su eje de simetría es el lomo

2. reloj de pared: su eje de simetría es el centro que divide el reloj en dos partes simétricas

3.Pantallas de ordenador: suelen tener forma rectangular y el eje de simetría es el centro de dicho rectángulo

Sillas: Algunas sillas tienen simetría, el plano de simetría pasa por el centro de la silla desde la mitad del respaldo hasta la mitad del asiento quedando dos patas en cada parte de la simetría.

Lámparas; son simétricas tanto si son circulares, cuadradas o de cualquier forma geométrica regular, el plano de simetría pasa por el centro de la lámpara.

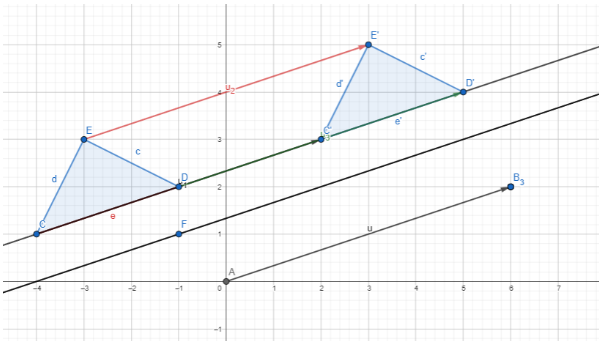
Ventanas: Las ventanas a menudo tienen simetría, especialmente si tienen un diseño regular, como ventanas rectangulares, el plano de simetría de las ventanas rectangulares pasa por el centro horizontal y verticalmente.

Mesas: las mesas tienen simetría, el plano de simetría de las mesas rectangulares pasa por el centro horizontal y verticalmente.

73. Comprueba en la ventana algebraica que:

a) Las coordenadas de los puntos C’, D’ y E’ se obtienen respectivamente al sumar a las coordenadas de los puntos C, D, y E las coordenadas del vector u.

b) La longitud de cada lado del triángulo es la misma que la de su trasladado y las áreas de los triángulos CDE y C’D’E’ coinciden



a) Las coordenadas de los puntos C’, D’ y E’ se obtienen al sumar las coordenadas de C, D y E y el vector u

b) la longitud de los lados trasladados es igual a la de los lados originales y el área también ya que son simétricos

74. Investiga si algún punto del plano permanece invariante mediante traslaciones según diferentes vectores.

En un plano, los puntos que permanecen invariables al ser sometidos a traslaciones son aquellos que se encuentran en la línea de acción del vector de traslación.

75. ¿Cuáles son los puntos invariantes de una simetría axial? ¿Y las rectas invariantes?

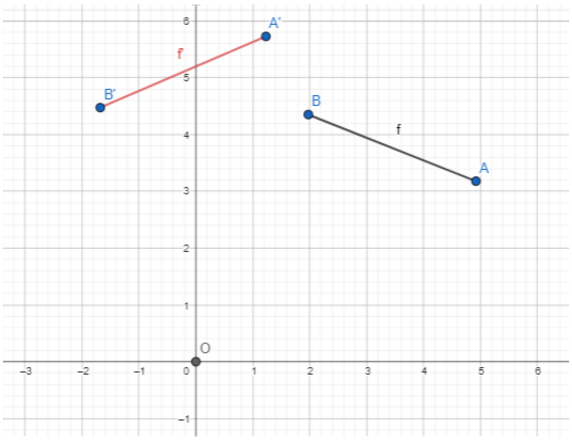
Puntos Invariantes: Los puntos que se encuentran sobre la línea de simetría son invariantes durante una simetría axial.

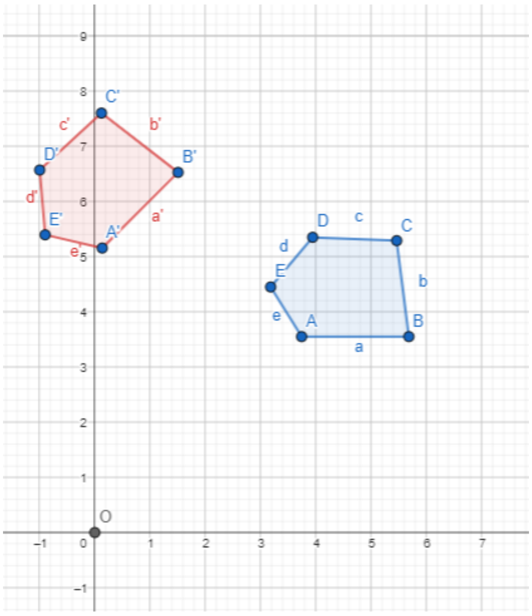
Rectas Invariantes: Las rectas perpendiculares a la línea de simetría son invariantes durante una simetría axial.

76. Utiliza la herramienta Rota objeto en torno a un punto, el ángulo indicado para estudiar los giros en el plano. Define un punto O como centro de giro, por ejemplo, el centro de coordenadas. Define tres puntos para determinar con Angulo uno de 45°.

a)Dibuja rectas y polígonos y observa cómo se transforman mediante este giro.

IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra
Textos Marea Verde



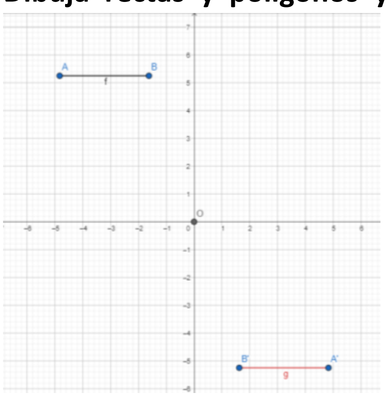


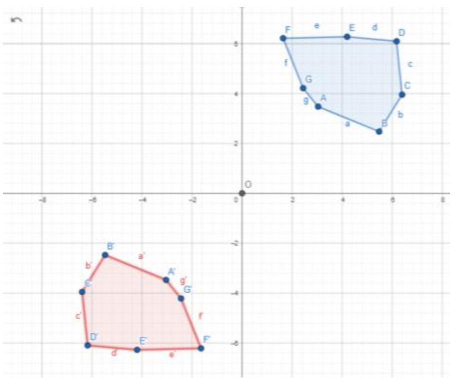
b) Investiga si al realizar un giro existen puntos y/o rectas que permanecen invariantes.

1. Puntos Invariantes:
   - Centro de Giro: El punto alrededor del cual se realiza el giro permanece invariable después de la rotación.
2. Rectas Invariantes: si el giro no es de 180º no hay rectas invariantes

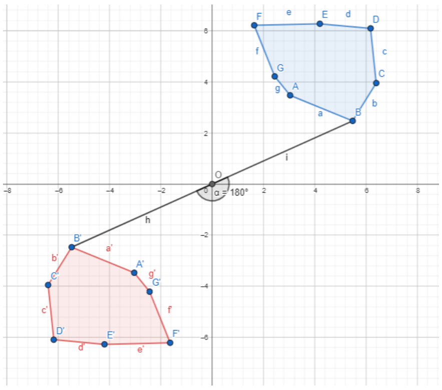
77. Utiliza la herramienta Refleja objeto por punto para estudiar la simetría central. Define un punto O como centro de simetría, por ejemplo, el centro de coordenadas.

a) Dibuja rectas y polígonos y observa cómo se transforman por una simetría central.





b) Comprueba que una simetría central equivale a un giro de 180°.



c) **Investiga si en una simetría central hay puntos y/o rectas que permanecen invariantes.**

1. Puntos Invariantes:
   - Centro de Simetría: El punto alrededor del cual se realiza la simetría central permanece invariable después de la reflexión.
2. Rectas Invariantes:
   - Rectas que Pasan por el Centro de Simetría: Cualquier recta que pase por el centro de simetría se mantiene invariable después de la reflexión. Los puntos en esta recta conservan su posición.

BY NC SA

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Teorema de Pitágoras y teorema de Tales

1. Calcula el volumen de un tetraedro regular de lado 7 cm.

$$\frac{7^3 \cdot \sqrt{2}}{12} = 40{,}42\ cm^3$$

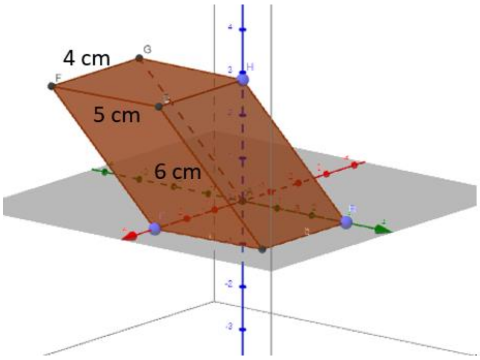
2. Calcula la longitud de la diagonal de un cuadrado de lado 1 m.

$$D^2 = 1^2 + 1^2; \quad D = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}cm$$

3. Calcula la longitud de la diagonal de un rectángulo de base 15 cm y altura 6 cm.

$$D^2 = 15^2 + 6^2; \quad D = \sqrt{225+36} = \sqrt{261} = 16{,}15\ cm$$

4. Dibuja un paralelepípedo cuyas aristas midan 4 cm, 5 cm y 6 cm que no sea un ortoedro. Dibuja también su desarrollo.



5. Si el paralelepípedo anterior fuera un ortoedro, ¿cuánto mediría su diagonal?

$$D^2 = 4^2 + 5^2 + 6^2; \quad D = \sqrt{77} = 8{,}8\ cm$$

6. Un vaso de 11 cm de altura tiene forma de tronco de cono en el que los radios de las bases son de 5 y 3 cm. ¿Cuánto ha de medir como mínimo una cucharilla para que sobresalga del vaso por lo menos 2 cm?

$$2 + \sqrt{185} = 15{,}81\ cm$$

7. ¿Es posible guardar en una caja con forma de ortoedro de aristas 4 cm, 3 cm y 12 cm un bolígrafo de 13 cm de longitud?

$$D^2 = 4^2 + 3^2 + 12^2; \quad D = \sqrt{169} = 13\ cm$$

Sí, se podría guardar, pero un bolígrafo de mayor longitud no.

8. Calcula la diagonal de un prisma recto de base cuadrada sabiendo que el lado de la base mide 6 cm y la altura del prisma 8 cm.

$$D^2 = 6^2 + 6^2 + 8^2; \quad D = \sqrt{136} = 11{,}66\ cm$$

9. Si un ascensor mide 1.2 m de ancho, 1.6 m de largo y 2.3 m de altura, ¿es posible introducir en él una escalera de 3 m de altura?

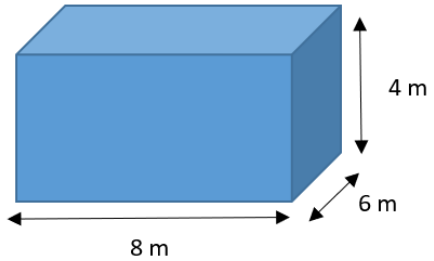
Textos Marea Verde
IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

$$D^2 = 1{,}2^2 + 1{,}6^2 + 2{,}3^2; \quad D = \sqrt{9{,}29} = 3{,}04 \ m$$

Si es posible ya que la diagonal mide más de 3 m

10. ¿Cuál es la mayor distancia que se puede medir en línea recta en una habitación que tiene 6 m de ancho, 8 m de largo y 4 m de altura?

$$D^2 = 6^2 + 8^2 + 4^2; \quad D = \sqrt{116} = 10{,}77 \ m$$



11. Calcula la longitud de la arista de un cubo sabiendo que su diagonal mide 3.46 cm.

$$D = \sqrt{3} \cdot longitud \ \ arista; longitud \ \ arista = \frac{3{,}46}{3} \cong 2 \ cm$$

12. Calcula la distancia máxima entre dos puntos de un tronco de cono cuyas bases tienen radios 5 cm y 2 cm, y altura 10 cm.

$$D = \sqrt{(5+2)^2 + 10^2} = 12{,}2 \ cm$$

13. En una pizzería la pizza de 15 cm de diámetro vale 2€ y la de 40 cm vale 5€. ¿Cuál tiene mejor precio?

$$PIZZA \ 1 = \frac{15^2\pi}{2} = \frac{225\pi}{2} = 353{,}25 \ cm^2/€$$

$$PIZZA \ 2 = \frac{40^2\pi}{5} = 320\pi = 1004{,}8 \ cm^2/€$$

Tiene mejor precio la segunda

14. Vemos en el mercado una merluza de 30 cm que pesa un kilo. Nos parece un poco pequeña y pedimos otra un poco mayor, que resulta pesar 2 kilos. ¿Cuánto medirá?

$$medida = \ 30 \cdot \sqrt[3]{2} = 37{,}8 \ cm$$

15. En un día frío un padre y un hijo pequeño van exactamente igual abrigados, ¿Cuál de los dos tendrá más frío?

El padre tendrá más frio ya que su volumen es mayor que el de su hijo y para tener la misma cantidad de frio que su hijo debería llevar la ropa de abrigo proporcional no igual.

16. Identifica a qué cuerpo geométrico pertenecen los siguientes desarrollos:

1. Prisma cuadrangular regular
2. Prisma hexagonal regular
3. Tronco de cono
4. Tetraedro

5.Cilindro recto

IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

17. ¿Podrá existir un poliedro regular cuyas caras sean hexagonales? Razona la respuesta.

No, porque en un hexágono regular los ángulos internos tienen una medida de 120º. Si intentáramos construir un poliedro utilizando hexágonos regulares como caras, los ángulos en los vértices estarían formados por tres de los ángulos internos del hexágono. Es decir, 360º. En un poliedro regular, el ángulo en un vértice debe ser menos de 360ºpara que el poliedro sea cerrado y tenga una estructura tridimensional.

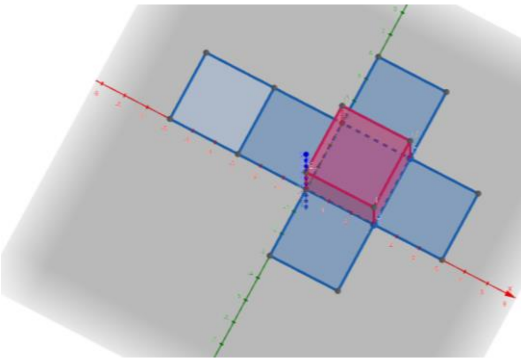
18. ¿Cuántas diagonales puedes trazar en un cubo? ¿Y en un octaedro?

En el cubo 4 y en el octaedro 3

19. ¿Puedes encontrar dos aristas paralelas en un tetraedro? ¿Y en cada uno de los restantes poliedros regulares?

En el tetraedro no puedo encontrar dos aristas paralelas, en cambio, en el resto de poliedros regulares si.

20. Utiliza una trama de cuadrados o papel cuadriculado, y busca todos los diseños de seis cuadrados que se te ocurran. Decide cuáles pueden servir para construir un cubo.



21. El triángulo de la figura se ha plegado para obtener un tetraedro. Teniendo en cuenta que el triángulo no está pintado por detrás, ¿cuál de las siguientes vistas en perspectiva del tetraedro es falsa?

En la C

22. Un prisma de 8 dm de altura tiene como base un triángulo rectángulo de catetos 3 dm y 4 dm. Calcula las áreas lateral y total del prisma.

Área Lateral=Perímetro de la Base x Altura del Prisma

En este caso, la base del prisma es un triángulo rectángulo con catetos de 3 dm y 4 dm.

Perímetro de la Base=3 dm+4 dm+5 dm =12 dm

h=8 dm

Área Lateral=12 dm×8 dm=96 dm^2

Área de la Base=$\frac{3\ x\ 4}{2} = 6$ dm^2

Área Total=96 +2×6 = 108 dm^2

23. Dibuja un prisma hexagonal regular que tenga 3 cm de arista basal y 0.9 dm de altura y calcula las áreas de la base y total.

Área de la base=$\frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 3$ =23,38 cm^2

Área lateral=6 x 3 x 9 =162 cm^2

Área total= 2×23.38+162=208,76 cm^2

24. Un prisma pentagonal regular de 15 cm de altura tiene una base de 30 cm² de área. Calcula su volumen.

V=30 x 15= 450 cm³

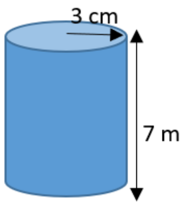
25. Calcula el área total de un ortoedro de dimensiones 2.7 dm, 6.2 dm y 80 cm.

$A = 2 \cdot (2{,}7 \cdot 6{,}2 + 2{,}7 \cdot 8 + 6{,}2 \cdot 8) = 175{,}88\ dm^2$

Calcula la superficie total y el volumen de un cilindro que tiene 7 m de altura y 3 cm de radio de la base.

$S = 2\pi \cdot 3 \cdot 700 + 2\pi \cdot 3^2 =$ 13251.24 cm²

$V = \pi \cdot 3^2 \cdot 700^2 = \ 19.792034 cm^3$



26. Calcula el área total de una esfera de 7 cm de radio.

$A = 4 \cdot \pi \cdot 7^2 = 615{,}44 \text{cm}^2$

27. Calcula la apotema de una pirámide regular sabiendo que su área lateral es de 150 cm² y su base es un hexágono de 4 cm de lado.

$$150 = \frac{4 \cdot 6 \cdot ap}{2}; \quad 150 = \frac{24 \cdot ap}{2}; 300 = 24 \cdot ap; \quad ap = \frac{300}{24} = 12{,}5\ cm$$

28. Calcula la apotema de una pirámide hexagonal regular sabiendo que el perímetro de la base es de 36 dm y la altura de la pirámide es de 6 dm. Calcula también el área total y el volumen de esta pirámide.

Lado de la base = $\frac{36}{6}$=6 dm

Apotema= $ap^2 = 3^2 + \ 6^2 = 9 + 36; ap = \sqrt{45}$

Área lateral=$\frac{36 \cdot \sqrt{45}}{2} = 120{,}7\ dm^2$

Área total= 120,7+$\left(18\sqrt{22{,}5}\right) = \ 206{,}08\ dm^2$

Volumen:$\frac{18\sqrt{22{,}5} \cdot 6}{3} = 170{,}7$ dm³.

29. Un triángulo rectángulo de catetos 12 cm y 16 cm gira alrededor de su cateto menor generando un cono. Calcula el área lateral, el área total y el volumen.

Área lateral=753,98 cm²

Área total=1206,37 cm²

Textos Marea Verde

Volumen=2412,74 cm^3

30. Tres bolas de metal de radios 15 dm, 0.4 m y 2 m se funden en una sola, ¿Cuál será el diámetro de la esfera resultante?

$$Vtotal = \frac{4}{3}\pi \cdot (15)^3 + \frac{4}{3}\pi \cdot (4)^3 + \frac{4}{3}\pi \cdot (20)^3 = 47915,5$$

$$47915,5 = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3; r^3 = \frac{47915,5}{4,18} = 11463,03; r = \sqrt[3]{11463,03} = 22,54\ dm$$

D=22,54 x2= 45,08 dm

31. ¿Cuál es la capacidad de un pozo cilíndrico de 1,50 m de diámetro y 30 m de profundidad?

$\pi \cdot 0,75^2 \cdot 30 = 52,9$ m^3;52900 dm^3/l

32. ¿Cuánto cartón necesitamos para construir una pirámide cuadrangular regular si queremos que el lado de la base mida 12 cm y que su altura sea de 15 cm?

Área de la base=12^2=144 cm^2

Área lateral=$\frac{6 \cdot 15}{2} = 45\ cm^2$

Área total=180+144=324 cm^2

33. Calcula el volumen de un cilindro que tiene 2 cm de radio de la base y la misma altura que un prisma cuya base es un cuadrado de 4 cm de lado y 800 cm3 de volumen.

$$800 = 4 \cdot 4 \cdot h; h = 50\ cm$$

Volumen=$4\pi \cdot 50 = 200\pi\ cm^3$= 628.31$cm^3$

34. ¿Cuál es el área de la base de un cilindro de 1,50 m de alto y 135 dm3 de volumen?

$135 = \pi \cdot r^2 \cdot 15; r = \sqrt{\frac{\pi \cdot 15}{135}} = 0{,}58$dm

$Ab = \pi \cdot 0,58^2 = 1,05\ dm^2$

35. El agua de un manantial se conduce hasta unos depósitos cilíndricos que miden 10 m de radio de la base y 20 m de altura. Luego se embotella en bidones de 2.5 litros. ¿Cuántos envases se llenan con cada depósito?

$V = 2000\pi\ m^2$= 2000000π l

Envases=$\frac{2000000\pi}{2,5} = 251327\ envases$

36. Calcula la cantidad de cartulina necesaria para construir un anillo de 10 tetraedros cada uno de los cuales tiene un centímetro de arista.

$$Área\ triángulo\ equilatero = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot lado^2$$

$$Área\ tetraedro = 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 1^2\right) = \sqrt{3}cm^2$$

$$Área\ anillo = 10\sqrt{3} = 17,32\ cm^2$$

37. Al hacer el desarrollo de un prisma triangular regular de 5 dm de altura, resultó un rectángulo de un metro de diagonal como superficie lateral. Calcula el área total.

$D^2 = a^2 + b^2; 10^2 = 5^2 + b^2; 100 = 25 + b^2; b^2 = 75; b = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

$A_l = 15\sqrt{3} \cdot 5 = 75\sqrt{3}$

$A_t = 75\sqrt{3} + 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot (75\sqrt{3})^2 = 75\sqrt{3} + 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot (5\ \sqrt{3})^2 = 75\sqrt{3} + 112{,}5 = 242{,}4\ dm^2$

38. Determina la superficie mínima de papel necesaria para envolver un prisma hexagonal regular de 2 cm de lado de la base y 5 cm de altura.

$At = perímetro \cdot (h + ap) = 12 \cdot \left(5 + \sqrt{3}\right) = 80{,}78\ cm^2$

$superficie\ del\ papel = 5 \cdot 3{,}5 = 17{,}5\ cm^2$

39. El ayuntamiento de Madrid ha colocado unas jardineras de piedra en sus calles que tienen forma de prisma hexagonal regular. La cavidad interior, donde se deposita la tierra, tiene 80 cm de profundidad y el lado del hexágono interior es de 60 cm. Calcula el volumen de tierra que llenaría una jardinera por completo.

$Área\ base = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 60^2 = 5400\sqrt{3} cm^2$

$Volumen\ tierra = 5400\sqrt{3} \cdot 80 = 432000\sqrt{3} = 748240\ cm^3 \rightarrow 748{,}24\ dm^3$

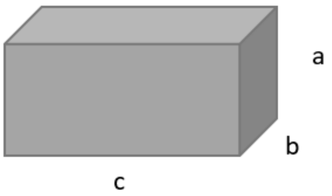
40. Una habitación tiene forma de ortoedro y sus dimensiones son directamente proporcionales a los números 2, 4 y 8. Calcula el área total y el volumen si además se sabe que la diagonal mide 18.3 m.

$D^2 = a^2 + b^2 + c^2; 18{,}3^2 = 4x^2 + 16x^2 + 64x^2; 334{,}89 = 84x^2; x^2 = \frac{334{,}89}{84} = 3{,}9; x = \sqrt{3{,}9}$
$= 1{,}97$

$a = 2 \cdot 1{,}97 = 3{,}94\ m\ ; b = 4 \cdot 1{,}97 = 7{,}88\ m\ ; c = 8 \cdot 1{,}97 = 15{,}76\ m$

$A = 2 \cdot (3{,}94 \cdot 7{,}88 + 3{,}94 \cdot 15{,}76 + 7{,}88 \cdot 15{,}76) = 434{,}66\ m^2$

$V = 3{,}94 \cdot 7{,}88 \cdot 15{,}76 = 489{,}3\ m^3$



41. Un ortoedro tiene 0.7 dm de altura y 8 dm2 de área total. Su longitud es el doble de su anchura, ¿cuál es su volumen?

$V = \frac{7}{4}\left(2041 - 21\sqrt{3642}\right) = 1354{,}22\ cm^3$

42. Si el volumen de un cilindro de 15 cm de altura es de 424 cm3, calcula el radio de la base del cilindro.

Textos Marea Verde

IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

$$r = \sqrt{\frac{424}{15\pi}} = 3\ cm$$

43. Han instalado en casa de Juan un depósito de agua de forma cilíndrica. El diámetro de la base mide 2 metros y la altura es de 3 metros. a) Calcula el volumen del depósito en m3. b) ¿Cuántos litros de agua caben en el depósito?

a)$V = \pi \cdot 3 = 3\pi\ m^3$;b) 9,42 m^3; 9420 dm^3/ l de agua caben en el deposito

44. Un envase de un litro de leche tiene forma de prisma, la base es un cuadrado que tiene 10 cm de lado. a) ¿Cuál es, en cm3, el volumen del envase? b) Calcula la altura del envase en cm.

a)1l = 1dm^3 = 1000cm^3
b)$V = Área\ base\ \cdot altura$
1000 = 100 x h ; h = 10cm

45. Una circunferencia de longitud 18.84 cm gira alrededor de uno de sus diámetros generando una esfera. Calcula su volumen.

$V = \frac{2 \cdot (18{,}84)^3}{3\pi^2} = 43955.24\ cm^3$

46. Una puerta mide 1.8 m de alto, 70 cm de ancho y 3 cm de espesor. El precio de instalación es de 100 € y se cobra 5 € por m2 en concepto de barnizado, además del coste de la madera, que es de 280 € cada m3. Calcula el coste de la puerta si sólo se realiza el barnizado de las dos caras principales.

Área total a barnizar=2×(1.8m×0.7m)=2.52 m^2
Costo del barnizado= Área total a barnizar x tarifa de barnizado=2.52 m2×5 €/m^2 =12.60€
Costo de la madera=0.0378 m3×280 €/m^3 =10.584€
Costo total de la puerta: Finalmente, el costo total de la puerta es la suma del costo del barnizado, el costo de la madera y el costo de instalación, que es 100 €.
Costo total= 12.60 €+10.584 €+100 € =123.184€

47. El agua contenida en un recipiente cónico de 21 cm de altura y 15 cm de diámetro de la base se vierte en un vaso cilíndrico de 15 cm de diámetro de la base. ¿Hasta qué altura llegará el agua?

$$Vcono = \frac{\pi \cdot 7{,}5^2 \cdot 21}{3} = 1236{,}375\ cm^3$$

$$1236{,}375 = \pi \cdot 7,5^2 \cdot h; h = \frac{1236{,}375}{176{,}6} = 7\ cm\ alcanzará\ el\ agua$$

48. Según Arquímedes, ¿qué dimensiones tiene el cilindro circunscrito a una esfera de 7 cm de radio que tiene su misma área? Calcula esta área.

14 cm de diámetro y 14 cm de altura.
A= 196 π = 615.75 cm^2.

49. ¿Cuál es el volumen de una esfera en la que la longitud de una circunferencia máxima es 251,2 m?

$251{,}2 = 2\pi \cdot r; \qquad r = \frac{251{,}2}{2\pi} = 40\ m$

$V = \frac{4}{3}\pi \cdot 40^3 = 267946{,}6667\ m^3$

50. Calcula el área lateral y el volumen de los siguientes cuerpos geométricos

1. Área: 480 cm^2. Volumen: 448 cm^3.
2. Área: 72 π cm^2 = 226.19 cm^2. Volumen: 90 π cm^3 =282.743 cm^3.
3. El área puede variar. Volumen: 40 π cm^3 = 125.66 cm^3.
4. Área= 277.24 cm2. Volumen: 352$\boldsymbol{\pi}$ 3 cm^3 = 368.61 cm^3

51. Calcula el área lateral y el volumen de los siguientes cuerpos geométricos

1. Área:274.45 cm^2. Volumen: 980,3 cm^3
2. Área:162.06 cm^2. Volumen: 116.636 cm^3.
3. Área: 124.71 cm^2. Volumen: 101.82 cm^3.
4. Área: 59.1506 dm^2. Volumen: 41.666 dm^3.

52. En la construcción de un globo aerostático esférico de un metro de radio se emplea lona que tiene un coste de 300 €/m². Calcula el importe de la lona necesaria para su construcción.

$A = 4\pi \cdot 1 = 4\pi\ m^2$

coste = 12,56 ·300=3768€

53. Calcula el radio de una esfera que tiene 33.51 dm³ de volumen.

$$33{,}51 = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3; \qquad r^3 = \frac{33{,}51}{4{,}18} = 8{,}01; \qquad r = \sqrt[3]{8{,}01} \approx 2\ dm$$

54. El Atomium es un monumento de Bruselas que reproduce una molécula de hierro. Consta de 9 esferas de acero de 18 m diámetro que ocupan los vértices y el centro de una estructura cúbica de 103 m de diagonal, realizada con cilindros de 2 metros de diámetro. Si utilizamos una escala 1:100 y tanto las esferas como los cilindros son macizos, ¿qué cantidad de material necesitaremos?

Hay 9 esferas, 12 cilindros laterales y 8 cilindros centrales

V esferas $= \frac{\pi}{3} \cdot (9)^3 = 763{,}41$; $763{,}41 \cdot 9 = 6870{,}66 m^3$; 9 esferas

$D = l\sqrt{3}$; $\quad 103 = l\sqrt{3}$; $\quad l = \frac{103}{\sqrt{3}} = 60{,}5$ lado del cubo

Altura de los cilindros laterales: 60,5 – 18 – 18 = 24,5

Altura de los cilindros centrales: 60,5 – 18 – 18 – 18 = 6

V cilindro lateral $= \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 1^2 \cdot 24{,}5 = 76{,}97$

Volumen cilindros laterales: 76,97· 12 = 923,63

Volumen cilindro central: $\pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 1^2 \cdot 6 = 18{,}85$

Volumen cilindros centrales: 18,85 ·8 = 150,8

$$V\ total = 6870{,}66 + 923{,}63 + 150{,}8 = 7945\ m^3$$

Como la escala es 1:100, 7945 : 100 = 79,45 m^3 necesitamos.

55. Se ha pintado por dentro y por fuera un depósito sin tapadera de 8 dm de alto y 3 dm de radio. Teniendo en cuenta que la base sólo se puede pintar por dentro, y que se ha utilizado pintura de 2 €/dm2, ¿cuánto dinero ha costado en total?

Área del depósito (fuera y dentro): $2\cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = 2\cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 8 = 452{,}39$

Área de la base: $\pi \cdot r^2 = \pi \cdot 3^2 = 28{,}27$

Área total: $452{,}39 + 28{,}27 = 480{,}66$

Coste total: $2 \cdot 480{,}66 = 961{,}32$ €

57. Una piscina mide 20 m de largo, 5 m de ancho y 2 m de alto.

a. ¿Cuántos litros de agua son necesarios para llenarla?

V=20 x 5 x 2 = 200 m^3; 200000 dm^3/ l

b. ¿Cuánto costará recubrir el suelo y las paredes con PVC si el precio es de 20 €/ m2?

A = 2·(20·2) + 2·(5·2) + (20·5) = 200 m^2 ; 200·20 = 4000€

58. ¿Cuál de las dos campanas extractoras de la figura izquierda tiene un coste de acero inoxidable menor?

$$\boldsymbol{A\ campana\ 1 = \text{á}rea\ tronco\ de\ cono + \text{á}rea\ cilinro = 314}$$

$$\boldsymbol{(16 + 3\sqrt{41}) = 11052{,}8\ cm^2}$$

$$\boldsymbol{A\ campana\ 2 = area\ tronco\ de\ pir\text{á}mide + area\ cubo =}$$

$$\boldsymbol{2400\cdot(3 + \sqrt{53}) = 24672\ cm^2}$$

Es mayor la segunda, por tanto, tiene menor coste la primera.

59. En una vasija cilíndrica de 3 m de diámetro y que contiene agua, se introduce una bola. ¿Cuál es su volumen si después de la inmersión sube 0,5 m el nivel del agua?

$$\boldsymbol{V\ bola = A\ base \cdot diferencia\ de\ altura = \pi \cdot 1{,}5^2 \cdot 0{,}5 \approx 3{,}534\ m^3}$$

60. El precio de las tejas es de 12.6 €/m² ¿Cuánto costará retejar una vivienda cuyo tejado tiene forma de pirámide cuadrangular regular de 1,5 m de altura y 15 m de lado de la base?

$$\text{Á}rea\ lateral = \frac{\boldsymbol{perimetro\ base \cdot ap}}{\boldsymbol{2}} = \frac{\boldsymbol{15\cdot 4\cdot 7{,}6}}{\boldsymbol{2}} = \boldsymbol{456\cdot 12{,}6 = 5745{,}6€}$$

$$\boldsymbol{ap^2 = a^2 + b^2 = 1{,}5^2 + 7{,}5^2;\quad ap = \sqrt{58{,}5} = 7{,}6\ m}$$

Textos Marea Verde

61. Se enrolla una cartulina rectangular de lados 40 cm y 26 cm formando cilindros de las dos formas posibles, haciendo coincidir lados opuestos. ¿Cuál de los dos cilindros resultantes tiene mayor volumen?

$$\boldsymbol{Opcion\ 1\ ; V = \pi \cdot 13^2 \cdot 40 = 21226{,}4\ cm^3}$$

$$\boldsymbol{Opcion\ 2 = \pi \cdot 20^2 \cdot 26 = 32656 cm^3}$$

El segundo cilindro tiene más volumen

62. Cada uno de los cubos de la figura tiene 2 cm de arista. ¿Cuántos hay que añadir para formar un cubo de 216 cm³ de volumen?

Volumen = 2^3 = 8 216 : 8 = 27, 27 – 10 = 17 cubos hay que añadir.

63. Un tubo de ensayo tiene forma de cilindro abierto en la parte superior y rematad o por una semiesfera en la inferior. Si el radio de la base es de 1 cm y la altura totales de 12 cm, calcula cuántos centilitros de líquido caben en él.

$$\boldsymbol{V\ cilindro = \pi \cdot 1^2 \cdot 11 = 34{,}54\ cm^3}$$

$$\boldsymbol{V\ semiesfera} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{3}\pi \cdot 1^3\right) = \frac{2}{3}\pi\ cm^3$$

$$\boldsymbol{V\ total} = 34{,}54 + \frac{2}{3}\pi = 36{,}6 cm^3$$

64. El lado de la base de la pirámide de Keops mide 230 m, y su altura 146 m. ¿Qué volumen encierra?

$$\boldsymbol{V = \frac{230 \cdot 230 \cdot 146}{3} = 2574466{,}667\ m^3}$$

65. La densidad de un tapón de corcho es de 0,24 g/cm3, ¿cuánto pesan mil tapones si los diámetros de sus bases miden 2.5 cm y 1.2 cm, y su altura 3 cm?

$$\boldsymbol{V} = (\boldsymbol{1{,}25^2 + 0{,}6^2 + 1{,}25 \cdot 0{,}6}) : 3 = \boldsymbol{8{,}39 cm^3};$$

$$1000 \text{ tapones: } \boldsymbol{8390 \cdot 0{,}24 = 2013{,}6\ g}$$

66. Comprueba que el volumen de una esfera es igual al de su cilindro circunscrito menos el del cono de igual base y altura.

$$\boldsymbol{V\ esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad ; \quad \boldsymbol{V\ cilindro = \pi \cdot r^2} \cdot 2{\cdot}\mathrm{r} \ ; \ \boldsymbol{V\ cono} = (\boldsymbol{\pi \cdot r^2 \cdot 2r}):3$$

67. Calcula el volumen de un octaedro regular de arista 2 cm

Textos Marea Verde

$$V = 2^3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{8\sqrt{2}}{3} = 3{,}77\ cm^3$$

68. Construye en cartulina un prisma cuadrangular regular de volumen 240 cm3, y de área lateral 240 cm2.

$$\text{arista base} = 4\ \text{cm};\ \text{arista lateral} = 15\ \text{cm}$$

69. El cristal de una farola tiene forma de tronco de cono de 40 cm de altura y bases de radio s 20 y 10 cm. Calcula su superficie.

$$Al = (\pi \cdot 20 + \pi \cdot 10) \cdot \sqrt{40^2 + 10^2} = 94{,}2 \cdot 41{,}23 = 3883{,}86\ cm^2$$

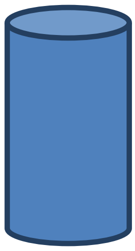
$$S = Al + A\ bases = 3883{,}86 + 1256 + 314 = 5453{,}86\ cm^2$$

70. Un bote cilíndrico de 15 cm de radio y 30 cm de altura tiene en su interior cuatro pelotas de radio 3.5 cm. Calcula el espacio libre que hay en su interior.

$$\text{V cilindro} = \pi \cdot 225 \cdot 30 = 21195\ \text{cm}^3$$

$$\text{V pelotas} = \frac{4}{3}\pi \cdot 3.5^3 = 179{,}2 \cdot 4 = 716{,}8\ \text{cm}^3$$

$$\text{espacio} = 21195 - 716{,}8 = 20478{,}2\text{cm}^3$$



71. Un embudo cónico de 15 cm de diámetro tiene un litro de capacidad, ¿cuál es su altura?

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h\ ;1000 = 58{,}8\ \cdot h\ ;h = \frac{1000}{58{,}8} \approx 17\ \text{cm}$$

72. En un depósito con forma de cilindro de 30 dm de radio, un grifo vierte 15 litros de agua cada minuto. ¿Cuánto aumentará la altura del agua después de media hora?

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h; 450 = \pi \cdot 30^2 \cdot h; 450 = 900\pi \cdot h; h = \frac{2826}{450} = 6{,}28\ \text{dm de altura}$$

73. La lona de una sombrilla abierta tiene forma de pirámide octogonal regular de 0.5 m de altura y 40 cm de lado de la base. Se fija un mástil en el suelo en el que se encaja y el vértice de la pirámide queda a una distancia del suelo de 1.80 m. En el momento en que los rayos de sol son verticales, ¿qué área tiene el espacio de sombra que determina?

$$\text{A sombra} = \frac{2a^2}{\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}} = \frac{2 \cdot 40^2}{\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}} = 7725{,}48\ \text{cm}^2$$

74. Una pecera con forma de prisma recto y base rectangular se llena con 65 litros de agua. Si tiene 65 cm de largo y 20 cm de ancho, ¿cuál es su profundidad?

$$65000 = 65 \cdot 20 \cdot \mathrm{h}; \mathrm{h} = \frac{65000}{1300} = 50 \ \text{cm de profundidad}$$

75. **En un helado de cucurucho la galleta tiene 12 cm de altura y 4 cm diámetro. ¿Cuál es su superficie? Si el cucurucho está completamente lleno de helado y sobresale una semiesfera perfecta, ¿cuántos cm³ de helado contiene?**

$$superficie\ \ galleta = \pi \cdot 2 \cdot 12{,}16 = 76{,}3\ \ cm^2$$

$$volumen\ \ helado = (\frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{4\pi \cdot 8}{3} = 33{,}49) + (\frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 12}{3} = 50{,}24) = 83{,}73\ \ \text{cm}^3$$

Textos Marea Verde

AUTOEVALUACIÓN

1. Las longitudes de los lados del triángulo de vértices A(2, 2) B(1, 4) y C(0, 3) son:

a) 2, 5, 5 b) $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{5}$ c) $\sqrt{5}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$ d) $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$

$$AB = \sqrt{(1-2)^2+(4-2)^2} = \sqrt{5}$$
$$BC = \sqrt{(0-1)^2+(3-4)^2} = \sqrt{2}$$
$$CA = \sqrt{(2-0)^2+(2-3)^2} = \sqrt{5}$$

b)$\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{5}$

2.En el triángulo rectángulo de catetos 3 y 4 cm se multiplican por 10 todas sus longitudes. El área del nuevo triángulo es:

a) 6 m^2 b) 6 dm^2 c) 60 cm^2 d) 0,6 m^2

$\frac{(3\cdot 10)\cdot(4\cdot 10)}{2} = 600\ cm^2; 6dm^2$

b)6 dm^2

3.La altura de un prisma de base cuadrada es 20 cm y el lado de la base es 5 cm, su área total es:

a) 450 cm^2 b) 45 dm^2 c) 425 cm^2 d) 0.45 m^2

A_l=(4x5)x20=400 cm^2

A_b=5 x 5 = 25 cm^2

A_t=400+2 x 25=450 cm^2

a) 450 cm^2

4.Un depósito de agua tiene forma de prisma hexagonal regular de 5 m de altura y lado de la base 1 m. El volumen de agua que hay en él es:

a) $60\sqrt{2}$ m^3 b) $45\sqrt{2}$ m^3 c) 30 $000\sqrt{2}$ dm^3 d) $7.5\sqrt{3}$ m^3

V=A_b x h $=\frac{3\sqrt{3}}{2} x\ 5 = 7.5\sqrt{3}m^3$

A_b=$\frac{3\sqrt{3}}{2}\ m^2$

d)$7,5\sqrt{3}m^3$

5.El tejado de una caseta tiene forma de pirámide cuadrangular regular de 0.5 m de altura y 1000 cm de lado de la base. Si se necesitan 15 tejas por metro cuadrado para recubrir el tejado, se utilizan un total de:

a) 1 508 tejas. b) 150 tejas. c) 245 tejas. d) 105 tejas.

$A_{lateral}$=$\frac{perimetro\ \ base\ \ \cdot apotema}{2} = \frac{(4\ \cdot 10)\cdot 5{,}02}{2} = 100{,}4\ \ m^2\ \ ; 100{,}4\cdot 15 = 1506 \approx 1508$

$$ap^2 = 5^2 + 0{,}5^2; ap = \sqrt{25+0{,}25} = \sqrt{25{,}25} = 5{,}02$$

a) 1508 tejas.

6.Una caja de dimensiones 30, 20 y 15 cm, está llena de cubos de 1 cm de arista. Si se

IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra

utilizan todos para construir un prisma recto de base cuadrada de 10 cm de lado, la altura medirá:

a) 55 *cm* b) 65 *cm* c) 75 *cm* d) 90 *cm*

$$V = 30 \cdot 20 \cdot 15 = 9000cm^3$$
$$Nº\ \ CUBOS = \frac{9000}{1} = 9000\ \ cubos$$
$$A_{BASE\ \ PRISMA} = 10 \cdot 10 = 100\ \ cm^3; 100\frac{cubos}{capa}; \frac{9000}{100} = 90\ \ capas; 90\ \ cm$$

d) 90 cm

7.El radio de una esfera que tiene el mismo volumen que un cono de 5 dm de radio de la base y 120 cm de altura es:

a) $5\sqrt{3}$ *dm* b) $\sqrt[3]{75}$ *dm* c) 150 *cm* d) $\sqrt[3]{2\,250}$ *cm*

V esfera = V cono

$$\frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}; 4{,}18 \cdot r^3 = \frac{\pi \cdot 25 \cdot 12}{3}; 4{,}18 \cdot r^3 = 314; r^3 = \frac{314}{4{,}18} = 75{,}1; r \cong \sqrt[3]{75}$$

b)$\sqrt[3]{75}$

8.Se distribuyen 42.39 litros de disolvente en latas cilíndricas de 15 cm de altura y 3 cm de radio de la base. El número de envases necesario es:

a) 100 b) 10 c) 42 d) 45

$$V = \pi \cdot 3^2 \cdot 15 = 423{,}9\ \ cm^3; 0{,}4239\frac{dm^3}{l}$$
$$Nº\ \ ENVASES = \frac{42{,}39}{0{,}4329} = 100\ \ envases$$

a)100

9. La ecuación de una recta en el plano que pasa por los puntos A(2, 5) y B(1, 3) es:

a) $y = -2x + 1$ b) $3y - 2x = 1$ c) $y = 2x + 1$ d) $y = -2x + 9$.

AB(1-2, 3-5) AB(-1, -2) m = $\frac{-2}{-1}$ = 2 y – 5 = 2 (x – 2) ; y = 2x – 4 + 5

c)y = 2x + 1

10.La ecuación de la esfera de centro A(2, 3, 5) y radio 3 es:

a) $x^2 - 2x + y^2 - 3y + z^2 - 5z + 29 = 0$ b) $x^2 - 4x + 3y^2 - 6y + 5z^2 - 10z + 29 = 0$

c) $x^2 - 4x + y^2 - 6y + z^2 - 10z + 38 = 0$ d) $x^2 - 4x + y^2 - 6y + z^2 - 10z + 29 = 0$.

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$$
$$(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = r^2$$
$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 + z^2 - 10z + 25 = 3^2$$
$$x^2 - 4x + y^2 - 6y + z^2 - 10z + 25 + 4 + 9 - 9 = 0$$
$$x^2 - 4x + y^2 - 6y + z^2 - 10z + 29 = 0$$

b) $x^2 - 4x + 3y^2 - 6y + 5z^2 - 10z + 29 = 0$

Textos Marea Verde