

Sofia Kovalévskaya



# *La fascinante vida de Sonia Kovaléskaya*

1

UPC. 6 de marzo de 2019

María Molero  
Adela Salvador

# Sonia Kovaléskaya

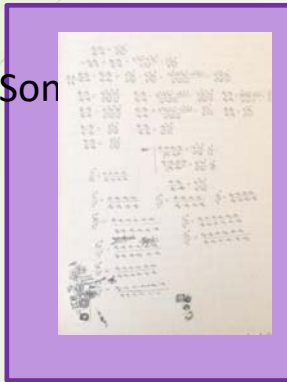
- Introducción
- Contexto histórico
- Su infancia en el campo
- Su educación
- Su familia
  - Sus tíos. Su hermana
- Relación con Dostoyevsky
- Primeros pasos matemáticos
- Un matrimonio nihilista
- En la Universidad
  - Su estancia en Heidelberg
  - El verano en Inglaterra
  - En Berlín
  - En la comuna de París
- Cursos con Weierstrass
- Al fin doctora
  - Teorema Cauchy-Kovalevsky
  - Integrales abelianas
  - Los anillos de Saturno
- Un paréntesis en su trabajo matemático
- Profesora en Estocolmo
- Cursos que impartió en Estocolmo
- Su vida en Estocolmo
- Ana Carlota
- Prólogo a su actividad literaria y a su mayor éxito matemático
- El premio Bordín
- Otras obras matemáticas
- Su obra literaria
- Cronología y Bibliografía

# Introducción

Su firma



Manuscrito de Son



Pg 12 y 13 Orto



- Hace muchos años, empezamos a ocuparnos en las biografías de mujeres matemáticas porque: Queríamos informar al profesorado, para que éste se lo contara a las alumnas, que había habido mujeres, en todas las épocas y en muchos países, a las que les habían gustado las Matemáticas. Que las habían trabajado con pasión. Para que, si a una alumna le gustaban las matemáticas, no se sintiera un bicho raro

- Primera mujer en:
  - Inscribirse en una universidad europea (Heidelberg)
  - Europea en doctorarse en Matemáticas
  - Con plaza vitalicia en una universidad (en Estocolmo)
  - Miembro **honorífico** de la Academia Rusa de las Ciencias
  - Con trabajo en la editorial de una revista científica: Acta Matemática
  - Premio Bordín
  - Y todo fue insuficiente para que la nombraran profesora en una universidad rusa, en su país

# Sofía-Sonia Korvin-Krukovskaya Kovaléskaya



4

Sonia

Sofja

Sonya

Sofia



➤ Dificultad con los nombres en ruso

➤ Melancolía rusa

Sofya

➤ Es fácil conocer su biografía pues...

Sophia

**Moscú 1850-1891**

- *Nació el 15 de enero de 1850*
- *“La vida de Sonia Kovaléskaya es una vida **emocionante** gracias al medio político de la época; una vida **trágica** debido a sus propias necesidades psicológicas y emocionales; y una vida **brillante** gracias a su genio matemático y literario.*
- *Es una de las vidas más **fascinantes** de la historia de la ciencia. Pero la vida de Sonia no debería opacar el hecho de que fue, ante todo, una gran matemática”.*

Sonja

# *Contexto histórico*

- ▶ La década de 1860 en Rusia, fue un periodo de gran efervescencia política en los medios intelectuales, entre la juventud surgió, un movimiento denominado nihilismo que preconizaba la emancipación de la mujer, la liberación de los esclavos, la importancia de la Educación y de la Ciencia, además de revelarse contra todo tipo de autoridad.
- ▶ El término nihilismo surge de la novela de Turgenev "Padres e hijos" (1862)
- ▶ Rusia fue derrotada en la guerra de Crimea (1853-56)
- ▶ Alejandro II fue zar desde 1855 hasta su asesinato en 1881. En 1861 proclamó la emancipación de los siervos. Este acto fue para Rusia el principio de una nueva era de reformas (ejercito, armada, administración judicial, código penal ...)
- ▶ Sonia vivió en una época en la que las mujeres carecían totalmente de autonomía y les estaba totalmente prohibido asistir a la universidad, pero su genio matemático, su espíritu libre y su especial personalidad para superar las barreras que se interponían a sus aspiraciones, le permitieron alcanzar las más altas cotas del pensamiento científico.

## Su familia



6

- Su padre: Vasili Vassiliévitch Korvin-Kroukovski, (1801 – 1875), terrateniente y general de artillería del ejército ruso. Se retiró del servicio activo y se fueron a Palibino en el invierno de 1858. Su abuelo paterno se había casado con una mujer rusa.
- Su madre: Elizaveta Fyodorovna Shubert, (1820 – 1878), veinte años mas joven que su marido era de origen alemán y provenía de una familia de intelectuales que, en tiempos de Catalina la Grande se habían trasladado a Rusia. Su padre era general de infantería. Y su abuelo, Friedrich Theodor Schubert era astrónomo, miembro de la Academia Imperial de Ciencias Rusa y estudió en Gotinga. Nobleza rusa
- Su hermana: Anna, (1843 – 1887), llamada familiarmente Aniuta, seis años mayor que ella
- Su hermano: Fédia, (1855 – 1919), era años más joven
- Sus tíos: Pedro Wassiliewitch y *Teodor Shubert*
- La Niania, la niñera rusa. Cuando creía que Sonia estaba dormida, y que no podía oírla, dijo:

Pg 14

Pg 31 y 32



## Su familia

7

- ▶ Niñera rusa, joven e inconsciente.
- ▶ Sin embargo, a pesar de esas palabras, Sonia fue la preferida de su padre, por su carácter, por su interés por las matemáticas

- ▶ *“¡Cómo no la voy a querer más que a los otros! dice la Niania - y me doy cuenta de que hablan de mí-. Si casi la he criado yo sola. Nadie más se ha ocupado de ella. Cuando nació Aniuta el padre, la madre, el abuelo y las tías sólo tenían ojos para ella, porque era la primera. Casi no podía ocuparme de ella porque me la quitaban de los brazos. Sin embargo con Sonia ¡Qué diferencia!”*
- ▶ *“Además, tanto el señor como la señora hubieran querido tener un hijo. El señor me decía sin cesar: “Ya verás Niania como será un niño”. Además todo estaba preparado para un varón: un crucifijo para el bautismo y un gorrito con los lazos azules [...] Pero nació otra niña. La señora quedó tan decepcionada que no quiso ni mirarla, pero Fédia más tarde los consoló a los dos”*

KOWALEWSKAÏA, S. (1996): *Memorias de juventud*, Barcelona.



La casa de Palibino



Mijaíl Ostrogradski

## Su infancia en el campo

- ▶ Cuando tenía **alrededor** de seis años se trasladó su familia a Palibino, en Bielorrusia. Era un antiguo castillo feudal.
- ▶ La finca era inmensa, con bosques, granjas con ovejas y vacas, jardines. Aventuras. Un día perdidos en los bosques. La casa era enorme
- ▶ Una curiosa anécdota de vida sucedió en la casa de la familia en Palibino donde, al mudarse la familia, todas las habitaciones fueron empapeladas como parte de la renovación y debido a un error, faltó papel pintado para cubrir todas las paredes de la casa.
- ▶ Por suerte en la habitación de Sofía, se sustituyó el papel pintado con unas hojas con las notas que el padre de Sofía tenía de un matemático ruso, en las que estaba impreso las conferencias litografiadas del cálculo diferencial e integral de Ostrogradsky.
- ▶ Dichas hojas, cubiertas por extrañas fórmulas, llamaban poderosamente la atención de Sofía que fascinada, intentaba durante mucho tiempo buscarles sentido.
- ▶ Aunque no lograra comprender su significado, sí dejaron en ella una profunda huella.





Página 58 texto 3 Orto

## Su infancia en el campo

- *“Las páginas del Profesor Mijaíl Ostrogradski de cálculo diferencial e integral. ....*
- *... Esas hojas, salpicadas de extrañas e ininteligibles fórmulas, pronto atraieron mi atención. ...*
- *... Recuerdo, durante horas, parada ante esa misteriosa pared, tratando de descifrar algunas oraciones aisladas”*

KOWALEWSKAÏA, S. (1996): *Memorias de juventud*, Barcelona.



# Su educación



- Su educación estuvo confiada a varias institutrices. La que dejó más huella en su vida fue una inglesa, Marguerite Fránzovna, con la que estuvo entre los ¿¿¿siete??? y los doce años (¿Creo que es desde los 9 a los 12?) que concentró todos sus esfuerzos en convertirla en una perfecta señorita.
- Sonia amaba la lectura, pero los pocos libros que la institutriz le permitía leer, los tenía que haber leído ella previamente, por eso a veces trasgredía sus ordenes y se introducía a escondidas en la enorme biblioteca que había en la casa y de vez en cuando, botaba la pelota, para que la institutriz piense que juega, como le había mandado.
- Adoraba la poesía, pero tenía completamente prohibido no sólo leer sino también escribir versos por lo que tenía que aprender sus poemas de memoria y recitarlos en silencio.

Pg 53, 54, 55, 56 y 57 de Orto

Pg 14 y 15 de Orto

## Su educación



11

- *“El ritmo de los poemas ejercía sobre mí un efecto tan maravilloso, que desde la edad de cinco años ya componía versos”*
- *“Como la mayoría de los niños que crecen en soledad, yo me había creado un mundo imaginario lleno de sueños y fantasías, cuya existencia nadie sospechaba. Amaba la poesía con pasión; sólo la forma, la medida del verso, me causaba un gran placer y devoraba ávidamente los fragmentos de poesías rusas que caían en mis manos”*
- *“Junto al salón está la biblioteca, y allí sobre los sofás y las mesas se encuentran desperdigadas novelas extranjeras y revistas rusas [...] me encuentro en un estado de hambre crónica por la lectura. Y aquí, al alcance de la mano, ¡tanta riqueza! ... ¡cómo no dejarse tentar!”*

## Su tío paterno

- ▶ Habla de prolongadas discusiones con su tío, Pedro Wassiliewitch, el hermano mayor de su padre, quien sin formación académica en el tema, transmitió a Sofía un profundo respeto por las Matemáticas,
- ▶ *“Así, a través de él oí hablar sobre la cuadratura del círculo, asíntotas y muchas cosas semejantes cuyo sentido desde luego no comprendía, pero que influían en mi fantasía y me inspiraron una especie de pasión por las Matemáticas, para mí era una ciencia superior y enigmática que revela a quienes la dominan un mundo nuevo y maravilloso al que la mayoría de los mortales no tienen acceso”*

KOWALEWSKAÏA, S. (1996): *Memorias de juventud*, Barcelona.



T. Shubert

## Su tío materno

- ▶ *El otro tío que influyó en Sonia fue el hermano menor de su madre, su tío Teodor Shubert. Vivía en San Petersburgo y cuando visitaba a la familia en Palibino, después de la cena, se quedaba con Sonia y le hablaba de ciencias y de biología.*
- ▶ *“...me habla de infusorios, floras marinas y arrecifes de coral; aunque esa Ciencia es muy nueva, no ha pasado mucho tiempo desde que dejó la universidad: lo relata muy bien y se divierte al verme escuchar extasiada, con los ojos muy abiertos fijos en él”.*

KOVALEVSKAÏA, S. (1895): *Souvenirs d'enfance*, Hachette. Paris.

## Su hermana

- ▶ Pero, sin duda, la influencia más importante en su desarrollo personal fue la de su hermana Aniuta. Había crecido como una adolescente rebelde e independiente y poco a poco se fue convirtiendo en una joven exaltada, apasionada por el teatro y la literatura y que como gran parte de la juventud intelectual rusa era nihilista

*“Cambia incluso exteriormente, se viste con ropa negra, sencilla, con el cuello a caja, y el pelo recogido en una red. Solo habla de bailes y de placeres con desprecio. Pasa la mañana dando clases de lectura a los niños de los criados o hablando tranquilamente con los campesinos que encuentra en sus paseos.”*

KOVALEVSKAÏA, S.(1895): *Souvenirs d'enfance*, Hachette. Paris.

## Su hermana



Anna Korvin-Kroukovskaïa,

- El primer artículo de Aniuta, *El sueño*, firmado con el seudónimo J. O. (Juri Ovrellov) fue publicado por Dostoyevsky en la primera página de *La época*
- El segundo artículo originó un gran escándalo en la familia, cuando su padre interceptó una carta de Dostoyevsky en la que le enviaba dinero por la publicación
- Su padre dice a Aniuta:
- "*Una hija que se escribe con un desconocido insulta a su padre y a su madre, y si además recibe dinero de él, es capaz de todo. Hoy vendes tu prosa el día de mañana te venderás a ti misma.*"

KOVALEVSKAÏA, S. (1895): *Souvenirs d'enfance*, Hachette. Paris.



Sonia adolescente

## Primeros pasos matemáticos



- Malevich. Se quejó a su padre que en lugar de memorizar una demostración había hecho otra correcta. Padre orgulloso.
- Asistió a las clases que Malevich daba a su primo q tenía que pasar un examen
- A los 13 años se hizo con el "Álgebra" de Bourdon, que leía por las noches, a escondidas.
- Cuando Sonia tenía 14 años recibieron en la casa la visita de Nikolai Nikanorovich Tyrtoov, un vecino, profesor de física de la Academia naval de San Petersburgo, que dejó una copia de su nuevo libro. Sonia comenzó a estudiarlo y se quedó atascada al llegar a la sección de óptica en la que se utilizaban razones trigonométricas que no había visto nunca. Al preguntarle a Tyrtoov qué era exactamente un seno él le contestó que no lo sabía. Sonia comenzó a analizar y a explicar lo que era un seno partiendo de las cosas que ya conocía llegando a sustituirlo por el arco. Cuando Tyrtoov volvió a la casa, Sonia le explicó cómo había ido deduciendo todo aquello que no conocía y que se utilizaba en el libro.
- Tyrtoov quedó estupefacto y se dirigió al padre de Sonia para recomendarle que facilitara a su hija el estudio de las Matemáticas, explicando que su desarrollo sobre el concepto de seno había sido el mismo con el que históricamente se había introducido en la Matemática.



# Primeros pasos matemáticos



17

- Al final su padre le permitió tomar clases particulares de geometría diferencial, geometría analítica y cálculo infinitesimal con el profesor Alexandre Nikoláyevitch Strannoliubski. Este quedó asombrado por la rapidez con la que comprendía complejos conceptos matemáticos como asíntota o límite pues "*parecía que los hubiera sabido de antemano*".
- Y Sonia recordó que cuando fueron a vivir al campo no había suficiente papel pintado para todas las habitaciones y el cuarto de los niños fue empapelado con un libro litografiado de Ostrogradski sobre cálculo diferencial e integral. De esta manera se había familiarizado con muchas fórmulas matemáticas, y a pesar de que para ella, en aquella época, carecían de sentido, cuando comenzó a estudiar esos conceptos tuvo la sensación de que ya los conocía.
- Strannoliubski también impulsó en Sonia su compromiso con el tema de la educación de las mujeres. Años más tarde trabajaron juntos para recaudar fondos destinados a crear universidades femeninas.



## Su relación con Dostoyevsky



F. Dostoyevsky

- ▶ Al final su padre cedió y permitió que las dos jóvenes, en compañía de su madre, fueran a San Petersburgo para conocerlo. Durante el tiempo que estuvieron en esta ciudad Dostoyevski las visitaba con frecuencia, incluso pidió la mano de Aniuta y fue rechazado. Entre tanto Sonia creía estar profundamente enamorada de él. La madre y las dos hijas fueron una temporada a Suiza en 1867 para que se enfriara la relación

- ▶ *"¡Qué amable vuestra hermanita!, dijo de pronto, de una forma inesperada, [...] Me ruboricé de alegría, y mi corazón rebosó de agradecimiento a mi hermana, cuando, en respuesta al comentario de Fiodor Mijáilovtich ella le contó que yo era una niña inteligente y buena, la única de la familia que la había ayudado y estaba de su parte. Se animó elogiándome, asignándome méritos imaginarios, y terminó por confiar a Dostoyevsky que escribía versos que "no eran nada malos para mi edad", y, a pesar de mis débiles protestas, sacó un cuaderno lleno de mis poesías, del cual Fiodor Mijáilovtich leyó algún fragmento. Y me hizo un cumplido con una sonrisa."*

Página 24 Genios

Página 16 Orto

Página 68, 69, 70 y 71. Texto 8

KOVALEVSKAÏA, S. (1895): *Souvenirs d'enfance*, Hachette. Paris.

## Un matrimonio "blanco"

- En 1865, la familia de Sonia se trasladó a San Petersburgo para que ella y su hermano menor pudieran seguir estudiando.
- En esta época no estaba permitido asistir a la Universidad a las mujeres. Había estado autorizado en 1861 durante un corto periodo de tiempo, pero a raíz de una revuelta estudiantil, se cerró la Universidad y cuando se volvió a abrir se les volvió a negar el acceso.
- Esta prohibición había generado en la juventud femenina un deseo enorme por adquirir el desarrollo intelectual al que no tenía derecho en su país y sólo había una forma de conseguirlo que era estudiar fuera de Rusia. Por supuesto, la mayoría de los padres se oponían a estas aspiraciones. Pero ellas habían encontrado una forma muy curiosa de liberarse de la tutela familiar. La estrategia consistía en convencer a un joven, que compartiera estas mismas ideas, a contraer un matrimonio blanco.

# Un matrimonio "blanco"

20

- ▶ En este tipo de relaciones se sacrificaba el amor y la felicidad personal por una causa más noble que era contribuir a cambiar la sociedad y construir un país más libre, desarrollado y culto y esto sólo podía conseguirse cultivando las capacidades intelectuales que conlleva la formación personal de cada individuo.
- ▶ Sonia acompañaba siempre a su hermana Aniuta y a las amigas de ésta, a pesar de que eran seis años mayores que ella, y como tantas jóvenes rusas, compartía estas ideas. Un día Aniuta y su amiga Zhanna decidieron ponerlas en práctica, consideraban que no era necesario encontrar un marido para cada una, uno sería suficiente y las otras podrían salir de Rusia acompañándolos.



Vladimir Kovalevski

## Un matrimonio "blanco"

- El primer candidato fue un joven profesor de Universidad que apenas conocían, y su respuesta fue un no rotundo.
- En el segundo intento el elegido fue un estudiante, Vladimir Kovalevski, que quería continuar sus estudios en Alemania, y como era inteligente y pertenecía a una buena familia, era muy probable que fuera bien aceptado por sus padres. Sin embargo su respuesta las desconcertó, ya que aceptaba el juego pero era con Sonia con quien quería casarse.

# Un matrimonio "blanco"

Estrategia para que su padre admitiera a Vladimir

*Perdóname papa; estoy en casa de Vladimir y te suplico que no te opongas a nuestro matrimonio*

La boda se celebró en Palibino  
el 27 de septiembre de 1876



## Su estancia en Heidelberg



San Petersburgo



Vienna



Heidelberg

- Después de seis meses en San Petersburgo, donde Sonia fue introducida por su marido en los círculos políticos, en la primavera de 1869 la pareja llegó a Viena que no resultó la ciudad más adecuada para estudiar Matemáticas y decidieron establecerse en Heidelberg.
- Pero al llegar se dieron cuenta de que allí tampoco estaba permitido el acceso de las mujeres a la universidad y después de muchos esfuerzos, Sonia consiguió un permiso para que la admitieran como oyente. Estudió con los profesores G. Kirchhoff y P. du Bois-Raymond



# El verano en Inglaterra

24

- Ese verano lo pasaron en Inglaterra donde conocieron a George Eliot, Darwin, Herbert Spencer y Huxley, entre otros personajes célebres de la época.

En el diario de George Eliot publicado por M. Crosse encontramos esta nota del 5 de octubre de 1869:

- *"El domingo recibimos la visita de una interesante pareja rusa, el Señor y la Señora Kovalevski: ella una encantadora y modesta criatura de atractivos modales y conversación, estudia matemáticas en Heidelberg gracias a un permiso especial obtenido con la ayuda de Kirchhoff; el, un hombre simpático e inteligente dedicado especialmente a la geología".*
- Eliot y Sonia se hicieron amigas y más tarde Sonia escribió sus *Recuerdos de George Eliot* publicados en Rusia en 1886.

Página 28 Genios

Página 21 Orto

*Biographie de Sonia Kovalevskaja. A.-Ch. Leffler*





## Su estancia en Heidelberg

- ▶ Durante el siguiente semestre la pareja siguió en Heidelberg con una amiga Julia Lermontova. Sonia había conseguido que los padres de Julia la dejaran salir de Rusia para vivir con ellos y poder así, continuar sus estudios de Química en la Universidad
- ▶ En palabras de Julia:
- ▶ *"Desde el principio Sofia captaba la atención de todos; el célebre profesor Kirchhoff de Königsberg, con el que ella seguía los cursos de física, hablaba siempre de ella como de una persona excepcional. Su nombre se propagó tan rápidamente en la ciudad que a veces la gente se paraba en la calle para ver pasar a la célebre Rusa. Un día ella entró riendo y me contó que una campesina, con un niño en los brazos. Se había parado delante de ella, diciendo en alto: "Mira, mira, la joven que trabaja tan bien en la escuela".*

Página 28 y 29 Genios

Página 21 y 22 Orto

*Biographie de Sonia Kovalevskaja. A.-Ch. Leffler*

# Su estancia en Heidelberg



26

- ▶ A pesar de que el matrimonio era ficticio, Vladimir daba un carácter de intimidad, absolutamente platónico, a sus relaciones con Sonia lo que se vio perturbado cuando al principio del invierno llegaron a vivir con ellos Aniuta y su amiga Zhanna.
- ▶ Para evitar los problemas de relación que surgían entre este pequeño grupo de amigos, Kovalevski decidió seguir sus estudios fuera de Heidelberg, fue a Jena donde terminó su doctorado con un tratado que lo convirtió en uno de los fundadores de la Paleontología Evolutiva.

## En Berlín

- ▶ En otoño de 1870 Sonia decidió ir a Berlín para estudiar con **Weierstrass**, a quién consideraba "el padre del Análisis Matemático". Como no estaba permitido el acceso de las mujeres a las actividades universitarias y aquí de forma mucho más firme, ya que no podían ni escuchar las conferencias, se dirigió directamente a Weierstrass para pedirle clases particulares
- ▶ El célebre profesor, un hombre de 55 años, se mostró perplejo ante la petición de Sonia y para ponerla a prueba, le dio un conjunto de problemas, preparados para sus alumnos más avanzados. Cuando una semana más tarde llegó Sonia con los problemas resueltos, Weierstrass, observó que no sólo sus soluciones eran exactas, sino que además eran ingeniosas claras y originales. Weierstrass, impresionado por su talento matemático, se convirtió en su amigo más fiel, que siempre la apoyó y animó en su trabajo.



Karl Weierstraß 1815–1897



K. Weierstrass

## Cursos con Weierstrass

- Inviernos de 1870 - 71 y 1872 - 73 : Funciones elípticas.
- Veranos de 1871 y 1873 : Sobre problemas de geometría y mecánica resolubles utilizando funciones elípticas.
- Inviernos de 1871 - 72 y 1873 - 1874 : Funciones abelianas.

## En la comuna de París.1871

- ▶ Aniuta se había instalado en París sin la autorización de sus padres. Pensaba que si había salido de Rusia no era para estar encerrada en una habitación como su hermana, porque lo que anhelaba era introducirse y vivir los movimientos sociales, políticos y literarios de una gran ciudad.
- ▶ Y así fue, en París conoció a uno de los jefes de la Comuna y durante el estado de sitio, permaneció con él sin poder salir de allí, mientras tanto, mandaba las cartas dirigidas a su familia a su hermana, que las reenviaba desde Alemania para no levantar sospechas.
- ▶ Sonia, que se sentía responsable, quiso disuadirla, pero esto suponía llegar a París burlando el cerco alemán. El viaje lo hizo con Vladimir en enero de 1871 y fue una gran aventura. De hecho Sonia quería escribir una novela titulada *Las hermanas Kajeovski durante la Comuna* en la que quería contar, la experiencia de una noche en la que las dos hermanas atendían a los heridos en una ambulancia, entre las bombas que estallaban por todas partes.

## En la comuna de París. 1871

- Un mes después, cuando Sonia comprendió que no podía hacer nada por su hermana, ya que estaba viviendo la vida que deseaba al lado del hombre que amaba, los Kovalevski regresaron a Berlín.
- Poco después, cuando la Comuna fue vencida, Aniuta recurrió a ella y le pidió que intercediera ante su padre, para que resolviera una terrible situación: Su compañero, **Víctor Jaclard**, había sido detenido y condenado a muerte.
- En este momento el general Krukovski tomó conciencia de la realidad de la vida de sus hijas:
- *“...la mayor estaba viviendo con un hombre con el que no estaba casada, y la pequeña estaba casada con un hombre con el que nunca había convivido.”*



31

Durante los cuatro años siguientes la admitió como alumna particular dándole clases gratuitas y acordó que se reuniría con ella dos veces a la semana, un día el profesor iba a su casa y el domingo por la tarde era Sonia la que iba a casa del profesor. De esta forma pudo completar sus estudios.

- En 1874 Weierstrass consideró que los trabajos de Sonia eran suficientes para obtener su doctorado. Como en Berlín era imposible, habló con un antiguo alumno suyo, Lazarus Fuchs de la Universidad de Göttingen para que se le concediera el doctorado sin examen oral, sólo con los trabajos entregados. La Universidad puso múltiples objeciones, pero Weierstrass hizo todo lo posible, argumentando la calidad de los trabajos presentados.
- Le concedieron **"In absentia"** el Doctorado de Filosofía en Matemáticas de la Universidad de Göttingen, con 24 años.
- **Primera mujer europea en recibir un doctorado en Matemáticas.** Julia fue la primera doctora rusa en Química y la tercera mujer que recibió un doctorado en Europa.



## Carta que Weierstrass escribe a Fuchs, presentando los resultados de Sonia para obtener su doctorado

➤ *"En cuanto a la formación matemática de la Señora Kovalévskaya en general, yo puedo aseguraros que he tenido pocos alumnos con los que pueda comparar su capacidad intelectual, su energía y su entusiasmo para la ciencia."*

➤ Página 75. Texto 17





- Escribió: *“Sur la Théorie des Équations Différentielles Partielles”* obra en la que aparece el **teorema Cauchy-Kovalevsky** sobre la existencia y unicidad de esas ecuaciones.
- *“Sur la Réduction d’une Classe Finie d’Intégrales Abéliennes de Troisième Ordre.”*
- *“Recherche Supplémentaire et Observations sur la Recherche de Laplace sur la Forme des Anneaux de Saturne et Sur la Propriété d’un Système d’Équations.”*



- ▶ En palabras de Julia:
- ▶ *"Ella dormía poco y siempre con un sueño agitado; despertaba a veces sobresaltada por algún sueño fantástico; y me contaba sus sueños que eran siempre curiosos o interesantes y tenían a menudo un carácter visionario a los que Sophie daba un significado profético que por lo general se cumplía.*
- ▶ *Nuestra vida en Berlín no tenía en su conjunto ningún encanto; mal alojadas, mal alimentadas, privadas de aire y de distracciones, agotadas por el trabajo, yo consideraba Heidelberg como un paraíso perdido; también Sonia después de haber obtenido el grado de doctor en otoño de 1874 se encontró tan extenuada de cuerpo y de espíritu, que cuando volvió a Rusia fue incapaz, durante mucho tiempo de realizar un trabajo intelectual"*

# Teorema de Cauchy-Kovalévskaya

## Resumen

- El **teorema de Cauchy-Kovalévskaya** formaba parte del trabajo por el que obtuvo el doctorado.
- Fue publicado en *Crelle's Journal* (1875)
- Es un teorema de existencia y unicidad de soluciones de una ecuación en derivadas parciales de orden  $k$  con condiciones iniciales para funciones analíticas.
- En 1842 Cauchy había demostrado la existencia de solución de una ecuación en derivadas parciales lineales de primer orden. En la misma época, Weierstrass, que no conocía los trabajos de Cauchy, demostró la existencia y "unicidad" de la solución para un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias y propuso a Sonia extender estos resultados a un sistema de ecuaciones en derivadas parciales.
- En 1875 Darboux publica en *Comptes Rendus* una generalización de los resultados de Cauchy y es Genocchi el que señala los resultados anteriores de Cauchy
- Este teorema, elaborado independientemente del de Cauchy, generaliza sus resultados y establece unas demostraciones tan simples, completas y elegantes que son las que se exponen en la actualidad en los libros de Análisis.



A. L. Cauchy

# Teorema de Cauchy-Kovalévskaya

36

## Antecedentes

- ▶ En la época de Sonia las ecuaciones en derivadas parciales tenían algo más de 130 años de existencia.
- ▶ En 1747 d'Alembert mostró la llamada ecuación de la cuerda vibrante.
- ▶ Laplace las aplicó, en su tratado sobre la gravitación universal. Y usa el método de los coeficientes indeterminados, ya utilizado para las ecuaciones diferenciales, para obtener la solución en forma de serie de potencias.
- ▶ El problema crucial de la convergencia de la serie no era un problema para los matemáticos del siglo XVIII ya que la existencia de solución les parecía que estaba garantizado por el problema físico del que procedía.
- ▶ Es a mitad del siglo XIX, con los trabajos de Cauchy y Weierstrass, cuando los matemáticos se interesaron en el estudio de las ecuaciones diferenciales ordinarias y en derivadas parciales abstractas y en la demostración de teoremas generales de existencia y unicidad.

# Teorema de Cauchy-Kovalévskaya

37

- Una ecuación en derivadas parciales de orden  $k$  (a lo sumo) se escribe como:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n, \dots, \frac{\partial^{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n} f}{\partial x_1^{\alpha_1} \partial x_2^{\alpha_2} \dots \partial x_n^{\alpha_n}}, \dots) = 0$$

en donde  $F$  es una función dada, y se impone que:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n \leq k$$

- Resolver esta ecuación es encontrar las funciones  $f$  que satisfacen esta relación para todos los valores de las variables  $x$ .
- Si se supone que  $F$  es analítica en un entorno de un punto, se busca una función  $f$  que también sea analítica

# Teorema de Cauchy-Kovalévskaya

- Añade condiciones iniciales a la ecuación general (problema de Cauchy). En el caso de una ecuación de orden  $k$ , fija una variable, por ejemplo,  $x_n = 0$  y respecto a ella impone la condición de que todas las derivadas parciales de orden menor que  $k$  sean funciones dadas.
- Estudia una situación que ella denomina “normal” y es que la derivada de orden  $k$ , respecto a  $x_n$  se puede expresar en función de las variables y las derivadas de orden menor que  $k$ .
- En la **primera parte** estudia el sistema analítico de EDP de  $n$  ecuaciones con  $n$  incógnitas  $f_1, f_2, \dots, f_n$ , encuentra una función mayorante y el sistema se reduce a una ecuación que resuelve explícitamente.
- En la **segunda parte** resuelve el problema de Cauchy cuando  $F$  es un polinomio y las funciones de las condiciones iniciales son analíticas en un entorno de 0. Demuestra que existe una única solución analítica si el plano  $x_n = 0$  no es característico.

# Teorema de Cauchy-Kovalévskaya

39

- Un cambio de variable le permite reducirlo al caso anterior y establecer la existencia de una solución analítica para el problema local.
- Y por último mediante un **contraejemplo** demuestra que el problema analítico de Cauchy no siempre tiene soluciones analíticas si el plano de las condiciones iniciales es característico.
- Para el contraejemplo usa la ecuación del calor introducida por Fourier. Elige para  $t = 0$ , una función analítica en un entorno de cero, y expresa la posible solución como una serie doble de potencias utilizando el método de los coeficientes indeterminados, y demuestra que esta serie es divergente en todo punto no nulo.

**Con este ejemplo no solo se demuestra la limitación del método de los coeficientes indeterminados, sino que también resuelve el problema de la existencia de soluciones no analíticas.**

# Carta que Weierstrass escribe a Fuchs



L. Fuchs

- ▶ *"Una de sus memorias trata de la extensión del teorema sobre la integración de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias utilizando series de potencias que yo había establecido en mi memoria sobre las funciones analíticas y que ha sido demostrado por Briot y Bouquet en el caso de varias variables para un número dado de ecuaciones."*
- ▶ *"Sin duda, ese problema merece un estudio profundo. Francamente, yo había pensado estudiarlo, por lo tanto estoy muy satisfecho de que la Señora Kovaléskaya se haya interesado a fondo en este trabajo. Ella ha resuelto con talento, de la forma más simple y más completa todas las dificultades que se le han presentado."*

▶ Página 78. Texto 21



# Comentario de Henry Poincaré

41

*“Kovaléskaya simplificó significativamente la demostración y le dio la forma definitiva.”*



Henry Poincaré

► Página 79. Texto 24

## Nekrasov en *On the works of S. V. Kovaléskaya in pure mathematics*

- ▶ *“En el análisis final, Kovalévskaya dio forma definitiva a los teoremas sobre la integración de ecuaciones en derivadas parciales que se caracterizó por la precisión de expresión y el rigor, así como por la simplicidad de la demostración”*

# Teorema de Cauchy-Kovalévskaya ●

## Consecuencias

- La investigación sobre ecuaciones en derivadas parciales ha tenido un desarrollo extraordinario, tanto en sus fundamentos como en sus aplicaciones.
- Por ejemplo: Una de sus mayores aplicaciones en la **física cuántica** es la ecuación en derivadas parciales de **Schrödinger**.
- Como consecuencia de los resultados de Sonia:
- En 1890 Picard utilizó el método de aproximaciones sucesivas para encontrar soluciones no necesariamente analíticas.
- Las condiciones de existencia y unicidad locales han sido objeto de numerosos trabajos, en particular lo de Hörmander, premio Field en 1962.



E. Schrödinger



J. L. Picard



L. Hörmander

# Teorema de Cauchy-Kovalévskaya

44

- *“El trabajo de S. Kovalevkaya sobre ecuaciones en derivadas parciales, elaborado independientemente del de Cauchy, generaliza sus resultados y establece unas demostraciones tan simples, completas y elegantes que son las que se exponen en la actualidad en los libros de Análisis”*

Jacqueline Détraz (1993). *“Kovalevskaja. L'aventure d'une mathématicienne”*. París: Ed. Belin

# Teorema de Cauchy-Kovalévskaya

45

► *“La formulación del teorema en el lenguaje actual y la notación moderna hace que parezca un teorema de existencia y unicidad. Sin embargo en 1874 estas nociones de existencia y unicidad estaban desarrollándose. Ella misma dijo que en aquella época lo que pensó que estaba demostrando es que las soluciones de una ecuación diferencial se podían utilizar como definición de una función analítica”*

Roger Cooke en *“The mathematics of Sonya Kovaleskaya”*

## Funciones abelianas

1854: *Crelle*. Artículo sobre funciones abelianas

- El primer contacto de Sonia con la investigación bajo la dirección de Weierstrass fue el estudio de las funciones elípticas y abelianas.
- Las integrales abelianas, llamadas así en honor a Abel, generalizan las integrales elípticas e hiperelípticas.
  - Son  $\int_a^x R(t, y) dt$ , donde  $R(t, y)$  es una función racional, y las variables  $t$  e  $y$  están relacionadas por una ecuación polinómica,  $f(t, y) = 0$ .
  - Si  $f(t, y) = y^2 - P(t) = 0$ , donde  $P(t)$  es un polinomio, que según su grado se denominan elípticas o hiperelípticas.
    - Por ejemplo: La integral  $F = \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = \arcsen(x)$  es elíptica, y  $x = \sen(F)$  con periodo  $2\pi$ .

Niels Henrik Abel (1802 – 1829)

# Funciones abelianas



47

- ▶ *“Su conocimiento sobre funciones abelianas suponía una prueba de su alto nivel de competencia matemática, que necesitaba demostrar por ser la primera mujer que aspiraba a un doctorado en Matemáticas. Este hecho la predestinaba a **demostrar la calidad de su trabajo más que cualquier hombre**”*

- ▶ Página 81. Texto 27

Roger Cooke en *The mathematics of Sonya Kovalevskaya*

# Funciones abelianas

## Antecedentes

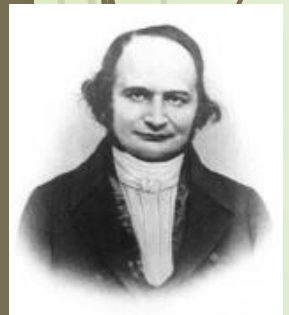
- Legendre trabajó la clasificación de las integrales elípticas.
- Abel y Jacobi obtuvieron el dominio, considerando la función inversa  $x(F)$ , y dando a las variables valores complejos obtienen para las integrales elípticas la doble periodicidad compleja de la función  $x(F)$ .
- En 1857 Riemann relaciona las integrales abelianas con las propiedades geométricas de la superficie de Riemann asociada a  $P(t, y)$ .
- Riemann y Weierstrass resolvieron simultáneamente el problema de la inversión de las integrales abelianas generales.
- Observamos que estas integrales se han convertido en un asunto central en las matemáticas, ya que relacionan muchas ramas diferentes como: análisis complejo, geometría algebraica de curvas y de superficies, ecuaciones diferenciales, teoría de números...



A. M. Legendre



N. H. Abel



C. G. J. Jacobi



B. Riemann

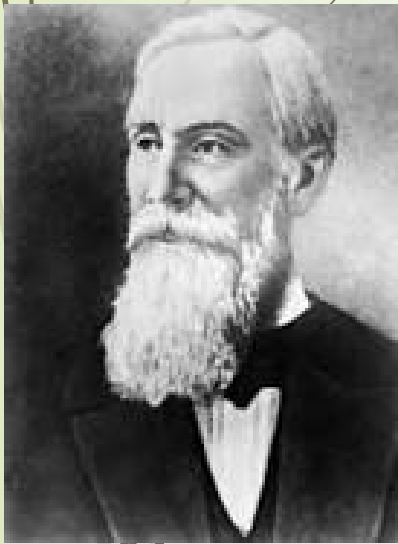


- *“Aunque este trabajo requiere menos originalidad que los otros, coincidirá conmigo en que en él se demuestra un profundo conocimiento de las funciones abelianas, tema con el que la señora Kovalévskaya está completamente familiarizada. [...]*
- *Personalmente y sin dudarlo yo habría aceptado cualquiera de sus trabajos como tesis doctoral. Pero dado que es la primera vez que una mujer aspira a conseguir ese título en Matemáticas, no sólo la Facultad tiene razones para ser exigente, sino que también es el interés de la candidata y el mío propio. Y os pido firmemente que, en la decisión, no tengáis en cuenta el hecho de que me concierne también a mí”*

Carta que Weierstrass escribe a Fuchs, presentando los resultados de Sonia para obtener su doctorado.



- El trabajo de Sonia sobre funciones abelianas fue otro de los que presentó para su tesis.
- Fue publicado en el Acta Mathematica.
- No era un problema de la parte central de la teoría.
- W le pidió que abordara una cuestión bastante técnica. Sonia estudió los casos en los que las integrales abelianas de tercer orden pueden reducirse a integrales elípticas mediante algún tipo de transformación. Cuando esto es posible se dice que la integral abeliana es degenerada.
- Su logro más importante fue el hecho de reemplazar un criterio trascendente por uno algebraico basado en el comportamiento de las tangentes de cierta curva asociado a la integral.
- Además su especialización en este campo contribuyó favorablemente al reconocimiento que tuvo Sonia entre los matemáticos de la época.
- En 1880, Chebycheb le encarga una conferencia para el VI Congreso de Ciencias Naturales y Sonia presenta un trabajo sobre las integrales abelianas.



Pafnuti Lvóvich Chebyshev, Chebycheb

# Henri Poincaré en el análisis de sus propios trabajos sobre integrales abelianas

- *“Es el trabajo de Kovalévskaya el que ha despertado mi interés por los temas que me he planteado.”*



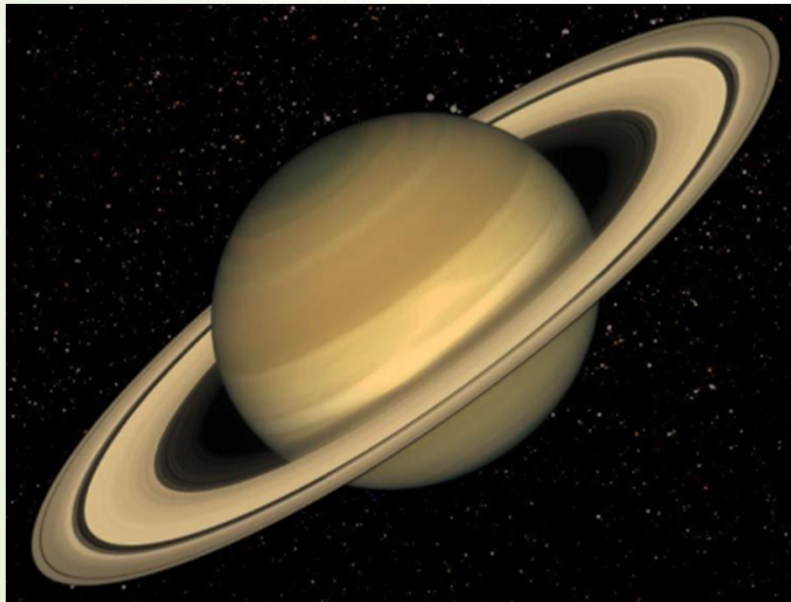
- Página 81. Texto 28



52

## *Forma y estabilidad de los anillos de Saturno*

➤ Página 82. Orto



- La tercera memoria presentada para su tesis en 1874 trata sobre los anillos del planeta Saturno.
- Fue publicada en la revista de Astronomía *Astronomische Nachrichten* en 1885.

➤ Páginas 87 – 107 Genios

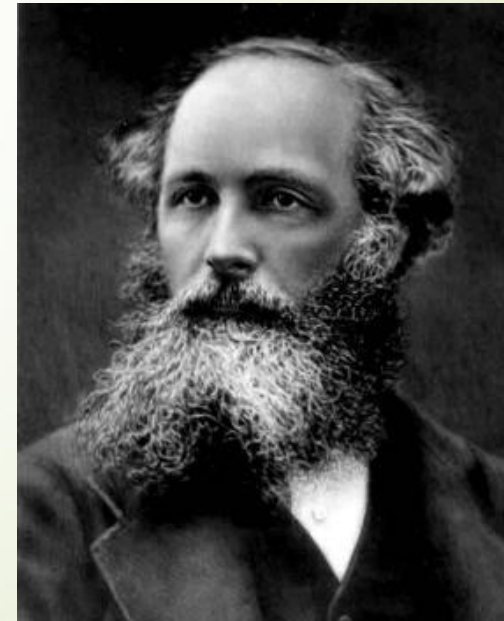
P. S. Laplace



En 1799, Laplace, en su tratado de Mecánica Celeste, había formulado las condiciones de equilibrio de fuerzas, suponiendo que los anillos eran fluidos, de sección elíptica y hacía varias aproximaciones en el cálculo del potencial del anillo.

## Antecedentes

Sin embargo en 1859, Maxwell había mostrado que era muy improbable que el anillo pudiera tener cualquier estructura continua como el trabajo de Laplace había postulado.

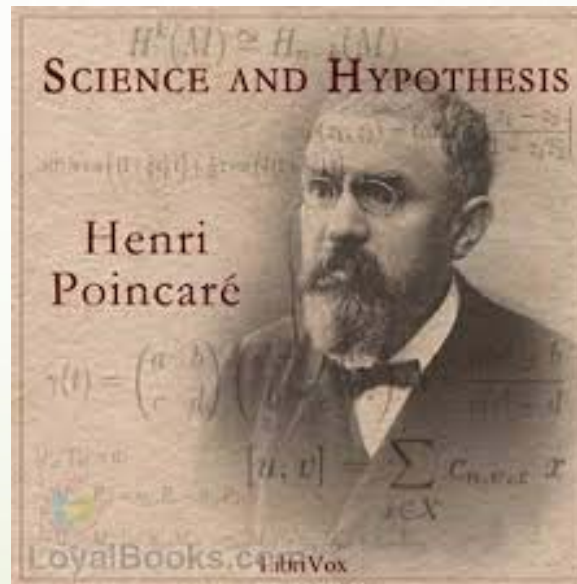


J. Maxwell



## Comentario de Poincaré en su Hidrodinámica

- *“Las técnicas que he utilizado en este tratado son las mismas que había usado Kovalévskaya en su investigación sobre la forma de los anillos de Saturno.”*



- Página 83. Texto 31

## Los anillos de Saturno



55

- ▶ Sonia abandona la hipótesis de elipticidad.
- ▶ Utiliza un desarrollo en serie de Fourier.
- ▶ Lo que le lleva a resolver un sistema con infinitas variables por el método de aproximaciones sucesivas.
- ▶ En un artículo que publicó comentaba que los últimos trabajos de Maxwell hacían poco aceptable la hipótesis de Laplace de la estructura líquida y que estaban formados de partículas de hielo y rocas. Como posteriormente se ha demostrado en 1980 por los viajes de la sonda **Voyager I**, y la nave espacial **Cassini-Huygens** que alcanzó al planeta en 2004.

▶ Página 100 102 107. Genios

## Roger Cooke en *"The mathematics of Sonia Kovalévskaya"*

- *"Muchos autores han comentado que el resultado más importante de Kovalévskaya sobre los anillos de Saturno ha sido determinar su forma oval."*
- *"Sin embargo en este trabajo ella planteó dos problemas importantes en matemática aplicada como son el análisis de errores y la estabilidad y también propuso, de manera heurística, técnicas para resolver ecuaciones integrales, que fueron desarrolladas de forma rigurosa por Hammerstein en 1930."*



## Un paréntesis en su trabajo matemático

- ▶ Sonia ya era doctora, sin embargo no podía aspirar a trabajar en ninguna universidad de Europa y volvió a Rusia con su marido donde solicitó un permiso para presentarse a una prueba que le permitiera dar clase en una universidad rusa, pero el ministro de Educación se lo denegó.
- ▶ Ese invierno toda la familia lo pasó en Palibino. La mayor alegría para Sonia fue observar el cambio que se había producido en el carácter de su padre, en el que no quedaba nada de la dureza y el despotismo de otra época. Era admirable su tolerancia con el discurso subversivo del marido de Aniuta y con los principios materialistas de su marido.
- ▶ Por esta razón, supuso un golpe terrible para ella la rápida muerte del general de una enfermedad cardíaca. El aislamiento y el dolor en que quedó sumida y la necesidad de afecto y consuelo, la unió cada vez más a Vladimir y poco a poco fueron cambiando sus relaciones de amistad por las de marido y mujer.

# Un paréntesis en su trabajo matemático

- Los Kovalevski se introdujeron enseguida en el círculo social más distinguido de la ciudad, donde llevaron una vida mundana repleta de fiestas y de lujo. Sonia había abandonado las Matemáticas hasta tal punto que no contestaba las cartas de Weierstrass, se dedicaba a la Literatura y escribía en un periódico artículos científicos y críticas de teatro. Vladimir hizo inversiones inmobiliarias y en la creación del periódico “Nuevos tiempos” donde publicaba obras de popularización científica, pero el periódico cambió de rumbo y los Kovalevski lo dejaron si recuperar lo invertido. Las inversiones fracasaron pero Fedia les ayudó a saldar deudas.
- Sin embargo Vladimir siguió realizando especulaciones con las empresas de construcción de los hermanos Ragozin con las que Sonia no estaba de acuerdo.
- Las relaciones de los Kovalevski se fueron deteriorando paulatinamente. Ella no resistía vivir con él, cuando estaba convencida de que había perdido su amor y su confianza, y además no soportaba la idea de verlo precipitarse en el abismo, sin poder hacer nada para evitarlo. Para huir de esta situación Sonia decidió dejar su país y a su hija, que se quedó con su amiga Julia, para volver a una vida dedicada a las Matemáticas en el extranjero. Primero fue a Berlín, donde Weierstrass le aconsejó que trabajara sobre la refracción de la luz en un medio cristalino.

# Un paréntesis en su trabajo matemático



C. Hermite

- Regresó a Moscú, pero las relaciones con Vladimir seguían tan tensas que volvió a salir de Rusia. Esta vez fue a París y se llevó a su hija. Allí conoció a Hermite, Poincaré y Picard, Darboux y fue elegida miembro de la Sociedad Matemática.
- El 15 de abril de 1883, poco después de haber mandado a su hija a Rusia, recibió la noticia de la muerte de su marido. Kovalevski fue acusado de fraude y al darse cuenta de que había sido engañado no pudo soportar la idea de haber arruinado su vida y la de su familia y se suicidó tomándose una botella de cloroformo. El anuncio de esta trágica muerte la hizo caer enferma en un colapso, se quedó inconsciente y despertó al cabo de cinco días. Entonces pidió lápiz y papel, para continuar con sus Matemáticas, la única forma que existía para ella de superar esa situación.



## Profesora en Estocolmo

- En 1878 mientras esperaba el nacimiento de su hija Fufa, Sonia escribió a Weierstrass y le pidió ayuda para volver al estudio de las Matemáticas.
- Sin embargo no empezó hasta enero de 1880 cuando fue invitada por Chevichev a dar una conferencia para el Sexto Congreso de Ciencias Naturales que se celebraba en San Petersburgo, entre el público estaba Gösta Mittag-Leffler, alumno de Weierstrass, que había ido al congreso para escucharla y convencerla, de parte del maestro, para que reanudara su trabajo matemático. Mas tarde cuando fue nombrado profesor de la Universidad de Estocolmo, uno de sus primeros objetivos fue obtener una plaza para ella en esa Universidad.

➤ Integrales abelianas.

➤ Tradujo al ruso

- En agosto de 1883 Sonia viajó a Odesa para dar una conferencia sobre la refracción de la luz en un Congreso de Naturalistas y Médicos Rusos.

- El 11 de noviembre de ese año, 1883, fue aceptada en la Universidad de Estocolmo

➤ Página 27, **29** y 30      ➤ Página 113 Genios



Sonia en la biografía escrita por Anne-Charlotte Leffler.

➤ Página 30

## Profesora en Estocolmo



- El puesto docente que se le ofrecía durante ese primer año, en el que se pretendía probar su competencia, no era oficialmente remunerado, **la pagaban sus alumnos y a través de una suscripción popular.**
- Su llegada fue un acontecimiento que salió en la prensa y un periódico la saludaba como "*princesa de la ciencia*" a lo que ella replicó: "*¡Una princesa! Si tan sólo me asignaran un salario.*"
- Hablar sueco a los 15 días
- El primer año daba las clases en francés o alemán. Al segundo ya las daba en sueco.

## Profesora en Estocolmo



- Aunque en general tuvo una buena acogida en la sociedad sueca, también recibió críticas, como la que se recoge en un artículo, de August Strindberg:
- *"Una mujer profesora de matemáticas es un fenómeno pernicioso y desagradable incluso se podría decir que una monstruosidad; y su invitación a un país donde hay tantos matemáticos del sexo masculino cuyos conocimientos son muy superiores a los de ella sólo se puede explicar por la galantería de los suecos hacia el sexo femenino."*
- *Ella lo comentó en una carta que escribió desde Berlín a Mittag-Leffler en diciembre de 1884.*
- *"He recibido de vuestra hermana como regalo de Navidad un artículo de Strindberg en el que prueba que del mismo modo que dos y dos son cuatro, una monstruosidad, como es que una mujer sea profesora de matemáticas, es pernicioso, inútil y desagradable. Encuentro que tiene razón en el fondo. El único punto con el que no estoy de acuerdo es que haya en Suecia **tantos hombres matemáticos** y que me hayan nombrado por pura **galantería**"*
- Sus cursos fueron muy apreciados por sus alumnos.
- Pero sin embargo fue complicado que esta extranjera, esta

*Biographia de Sonia Kovalevskaja, A.-Ch. Leffler*

# Cursos que impartió en Estocolmo

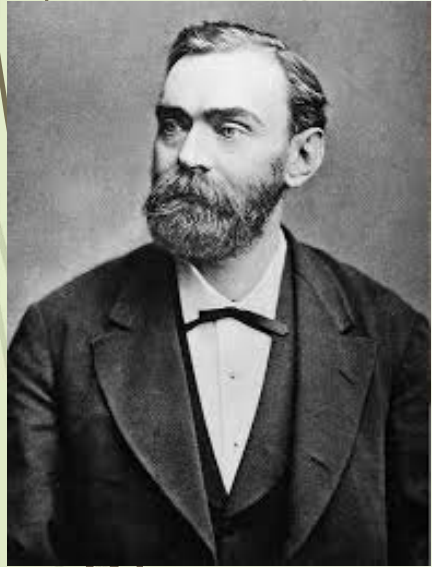


63

- ▶ Ese primer año estuvo totalmente dedicada al trabajo. Impartía las clases, supervisaba el trabajo de sus alumnos y continuaba con sus investigaciones
- ▶ Impartió cursos entonces en la vanguardia de la investigación:
- ▶ Ecuaciones en derivadas parciales (1884 y 1890)
- ▶ Funciones algebraicas después de Weierstrass (1885)
- ▶ Funciones abelianas después de Weierstrass (5 semestres de 1885 a 1887)
- ▶ Teoría de potencial (1886)
- ▶ Movimiento de un cuerpo sólido (1886 y 1887)
- ▶ Curvas definidas por ecuaciones diferenciales después de Poincaré: 1887 y 1888
- ▶ Funciones Zeta después de Weierstrass (1888)
- ▶ Aplicaciones de las funciones elípticas (1888 y 1889)
- ▶ Funciones elípticas después de Weierstrass (1889)
- ▶ Aplicaciones del análisis a la teoría de números (1890)
- ▶ Cursos de mecánica (todos los años)



## Su vida en Estocolmo

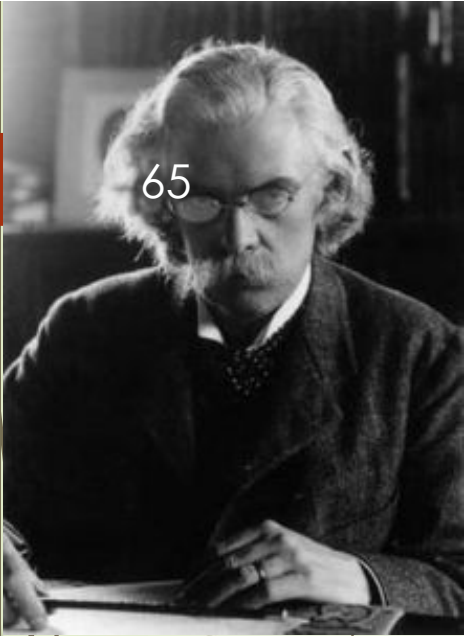


Alfred Nobel

- En Estocolmo conoció a Anne-Charlotte Leffler, escritora y hermana de Mittag-Leffler. Desde el primer momento se hicieron amigas y como compartían ideas sobre la emancipación de la mujer colaboraron en actividades orientadas a conseguir los derechos de las mujeres. Posteriormente colaboraron en obras literarias y, cuando Sonia murió, Anne escribió su biografía.
- Conoció a los hermanos Nobel que quedaron impresionados por su talento, su atractivo y sobre todo por su discurso interesante e ingenioso que hizo que sus amigos suecos la llamaran "*Miguel Ángel de la conversación*". En sus cartas a Mittag-Leffler le cuenta lo impresionada que estaba por las atenciones de los hermanos, pero que los consideraba demasiado mayores para ella y muy serios para su gusto.



## Su vida en Estocolmo



Gösta Mittag-Leffler

- Mittag-Leffler la propuso para formar parte de la Academia de Ciencias de Suecia, lo que suponía que en los estatutos se debía cambiar la palabra "hombre" por "persona". Desgraciadamente Kronecker estaba ofendido con Gösta y con ella por que su 60 cumpleaños no había sido tan celebrado como el 70 aniversario de Weierstrass y escribió una carta a la Academia desestimando la nominación y finalmente **no** fue elegida.
- En 1884 fue redactora de la revista Acta Mathematica favoreciendo la publicación de artículos de autores extranjeros, fundada por Mittag Leffler en 1882

# Anne-Charlotte Leffler, duquesa de Cajanello



66



Anne Charlotte Leffler  
från yngre än äldre

- Ana Carlota nació el 1 de octubre de 1849.
- Tuvo tres hermanos: Gösta Mittag-Leffler, matemático, Arthur, arquitecto y Fritz.
- Escribió numerosas obras literarias, entre ellas una biografía de Sonia.
- En 1872 se casó con G. Edgren, aunque mantuvo su libertad para dedicarse a la literatura.
- A principios de 1888 fue a África con Mittag y su esposa, volviendo por Italia, donde conoció a un profesor universitario de Matemáticas en Nápoles, Pasquale del Pezzo, Duque de Cajanello.
- Después de divorciarse y tener dificultades con la familia por la diferente religión, se casó con el duque, en Roma, en mayo de 1890.
- Murió el 21 de octubre de 1893 de una peritonitis.

Lily Wolffsohn. *Biographical Notes*. Páginas 304 a 314 de Sónya K. No saben restar. Dice que murió con 41 años, pero  $1893 - 1849 = 44$ .



## Su vida en Estocolmo

- Hizo una pequeña incursión en la vida mundana de la ciudad, había aprendido a patinar y simultaneaba su trabajo matemático con la equitación y otros divertimentos.
- Pero como dice su amiga Anne-Charlotte:
- *"Su gusto por el deporte estaba en completo desacuerdo con sus talentos naturales"*
- Sonia era una persona con tendencia a la melancolía y cuyas emociones influían decisivamente en su trabajo y en invierno de 1886 empezaba a cansarse del ambiente provinciano de la ciudad, echaba de menos el estímulo intelectual de otras ciudades como París o Berlín y consideraba Estocolmo como un exilio, se sentía indiferente con sus cursos y este estado de ánimo le impedía realizar cualquier trabajo creativo literario o matemático.
- Ella misma describe esa especie de lasitud en uno de los personajes de su última novela *Vera Voronzov* (Una Nihilista)
- *"La línea mas bella de ferrocarril que conozco es la que va de Estocolmo a Malmoe y la mas pesada, mas aburrida, mas fatigosa, la de Malmoe a Estocolmo"*

## Su actividad literaria y su mayor éxito matemático

- ▶ En junio, viajó a París. Fue allí cuando decidió ocuparse seriamente de un problema matemático con el que podía obtener el Premio Bordín que la Academia de Ciencias de París otorgaba a la mejor investigación que resolviera el problema de la rotación de un cuerpo sólido alrededor de un punto fijo.
- ▶ Tuvo que viajar a San Petersburgo para cuidar a su hermana que estaba entre la vida y la muerte, y durante los dos meses y las largas noches que pasó a los pies de su cama, Sonia reflexionó sobre su vida soñaba con modificar el presente alterando algunos hechos del pasado y sus deseos se convirtieron en un proyecto de novela.



Sonia y Charlotte

## Su actividad literaria y su mayor éxito matemático

- ▶ Cuando volvió a Estocolmo convenció a su amiga Anne-Charlotte para que la escribieran juntas, y así decidieron formar una maravillosa sociedad en la que ambas se sentían entusiasmadas tanto por el proyecto como por la idea de la colaboración.
- ▶ Lo que en principio era una novela, pronto pasó a ser una obra de teatro. Sin embargo la ilusión con la que habían trabajado juntas les había impedido detectar los defectos de la obra, que la veían "como debería ser" y no "como era". Cuando volvió en otoño y mientras terminaban la versión definitiva de "*La lucha por la felicidad*" recibió la noticia de la muerte de su hermana.
- ▶ En Navidad la obra estaba ya impresa, pero debido a la mala crítica, los teatros no quisieron representarla.

## Su actividad literaria y su mayor éxito matemático

- ▶ En el invierno de 1887 Sonia encontró casualmente a Máxime Kovalevski, jurista ruso y pariente lejano de su marido. Desde su primer encuentro siente por él una gran simpatía y admiración y poco a poco sus sentimientos se van transformando en un amor apasionado. A partir de ese momento la relación con él iba a influir decisivamente en el resto de su vida.
- ▶ Durante todo el año, la vida de Sonia fue una continua lucha entre su amor a Máxime y su trabajo matemático para conseguir el Prix Bordin.
- ▶ Una complicación del carácter de Sonia agravaba la situación:
- ▶ *“Su amor celoso y tiránico exigía del que amaba una dedicación tan absoluta, una dependencia tan completa, que sus exigencias sobrepasaban la medida de lo que el hombre podía dar. Además ella no podía dejar su posición como habría querido su amigo, y renunciar a su actividad personal para ser simplemente su mujer.”*

## Su actividad literaria y su mayor éxito matemático

- ▶ Sentía como su deseo de fama y celebridad se interponía peligrosamente en su relación con el hombre que amaba. Lamentaba que la gloria que podía adquirir como matemática, obteniendo el premio más importante de la Academia de Ciencias de Francia, no le servía para hacerse deseada. Y envidiaba a las actrices o las cantantes de ópera porque la fama y los triunfos que alcanzaban en su trabajo les facilitaba la conquista del corazón de un hombre.
- ▶ *“Una cantante de ópera o una actriz que tiene éxito, conquista a menudo el corazón de un hombre, gracias a sus triunfos, decía Sonia; una mujer guapa admirada por su belleza en el salón, también triunfa por ello. Pero una mujer con los ojos rojos de tanto estudiar y con la frente surcada de arrugas para ganar un premio de la Academia de Ciencias. ¡Cómo puede cautivar la imaginación de un hombre!”*

## Su actividad literaria y su mayor éxito matemático

- ▶ *“Le sorprende que yo esté trabajando simultáneamente en literatura y matemáticas. Muchas personas que no han tenido nunca la oportunidad de aprender que son las matemáticas, las confunden con la aritmética y la consideran una ciencia árida y fría. El hecho es que es la ciencia que más imaginación necesita. Uno de los más grandes matemáticos de nuestro siglo dice muy acertadamente que es imposible ser matemático sin ser un poeta de espíritu. No hace falta decir que para comprender la verdad de esta afirmación uno debe dejar de lado los viejos prejuicios de que los poetas se dedican a “fabricar” lo que no existe, y que la imaginación es algo así como “maquillar las cosas”. A mí me parece que el poeta debe ser capaz de ver lo que los demás no ven, debe ver más profundamente que otras personas. Y el matemático debe hacer lo mismo”*

Carta escrita por Sonia poco antes de su muerte; J. Détraz (1993)





# El premio Bordin

73

- La *Academia Prusiana de las Ciencias* en 1852, un año después de la muerte de Jacobi, propuso el problema de la dinámica del giro del sólido para un concurso los años 1855 y 1858. Pero nadie se había presentado y el premio quedó desierto.
- La víspera de Navidad de 1888, la **Academia de Ciencias de Francia**, le concedió, el **Premio Bordin** por su trabajo: "*Sobre el problema de la rotación de un cuerpo alrededor de un punto fijo*".
- Se anunció que el trabajo ganador, escogido entre quince presentaciones anónimas era tan original y elegante que se habían añadido al premio un suplemento de **dos mil francos**. De tres mil a cinco mil francos.
- En otoño de 1889 amplió y pulió la memoria por la que había recibido el premio Bordin en dos trabajos, a uno de ellos la **Real Academia de las Ciencias de Suecia** le otorgó un premio de **1.500 coronas** y se publicó en el *Acta Matemática*.



# Palabras del jurado que le otorgó el Premio Bordín

74

- ▶ *"El autor no solamente ha agregado un resultado muy importante a los que ya habían establecido Euler y Lagrange; también ha hecho un estudio profundo del resultado utilizando los recursos de la moderna teoría de funciones theta que le permiten dar una solución completa del problema de la forma más precisa y elegante."*
- ▶ *"Además nos presenta un nuevo y memorable ejemplo de un problema de mecánica en el que intervienen estas funciones trascendentes cuyas aplicaciones se habían limitado, hasta ahora, al puro análisis y a la geometría."*

# Rotación de un cuerpo sólido alrededor de un punto fijo



Página 135 Génios

## Antecedentes



Leonhard Euler



Joseph Louis Lagrange

- El movimiento de un sólido alrededor de un punto fijo es uno de los problemas fundamentales de la **Mecánica clásica**.
- **Euler** entre 1736 y 1758 había resuelto el problema cuando el punto respecto al que gira es el centro de gravedad del sólido.
- Para ello obtiene seis ecuaciones diferenciales. Si  $w = (p, q, r)$  es la velocidad de rotación angular,  $g = (g_1, g_2, g_3)$  el vector unitario vertical, y  $(x_0, y_0, z_0)$  las coordenadas del centro de gravedad, Euler estudia el caso en que  $(x_0, y_0, z_0) = (0, 0, 0)$ .
- **Lagrange** en 1788 estudia el de un cuerpo de revolución que gira alrededor de un eje (como el giroscopio, la peonza o el péndulo), cuando  $x_0 = y_0 = 0$ , pero en la matriz de inercia  $I$ ,  $I_{11} = I_{22}$ .
- En estos dos casos se encuentra una solución completa, es decir, una fórmula que proporciona las funciones desconocidas del problema explícitamente mediante integración, en función del tiempo. El sistema se reduce fácilmente por la **inversión de una integral elíptica**.



- ▶ *“Desde entonces la ciencia daba valor a su vida; todo lo demás, la felicidad personal, el amor, la naturaleza y los sueños de la imaginación eran la locura; la solución de un problema científico era el objetivo más elevado que alguien se puede proponer, y poder compartir y discutir estas ideas intelectuales, suponía para ella, la cosa más bella del mundo”*

# El premio Bordin

77

Los manuscritos debían entregarse antes del 1 de junio de 1888.

Muchos problemas

Enfermedad y muerte de su  
hermana

Con dificultad logró terminar una versión de la memoria, que envió en plazo y forma a la Academia.

Solicitó poder entregar la versión definitiva antes de que comenzara el juicio. Lo que fue aceptado.

Las memorias eran anónimas. Llevaban un lema. El lema de Sonia era:

*"Di lo que sabes, haz lo que debes, llega a dónde puedas"*


Entregó la versión final antes del verano



## Marie-Luise Dubreil-Jacotin en *Les grands courants de la pensée Mathématique*



- ▶ *"Sonia Kovalévskaya encuentra un nuevo caso de integrabilidad, es decir un nuevo caso en el que es posible obtener, para las ecuaciones del movimiento de un cuerpo rígido alrededor de un punto fijo, una tercera integral algebraica, para condiciones iniciales arbitrarias." [...]*
- ▶ Su maestro Weierstrass, le expresa su alegría en estos términos: *"No necesito decirles cuanto me alegro de vuestro éxito, así como mis hermanas y todos vuestros amigos de aquí. Para mí es una verdadera satisfacción; ahora los jueces competentes han dado su veredicto: mi fiel alumna no es una frívola marioneta".*



Sonia se da cuenta de que las soluciones de Euler y Lagrange podían verse como funciones de **variable compleja**, como funciones **meromorfas**.

Se preguntó si también en el caso **general** se obtenían siempre funciones meromorfas, y por lo tanto tenían un desarrollo en serie de Laurent.

Audacia

Consideró el **tiempo** como una **variable compleja**, contra toda intuición física

Entonces las seis funciones: componentes del vector velocidad angular y del vector unitario vertical, son funciones meromorfas del tiempo y determinó los casos.

# Rotación de un cuerpo sólido alrededor de un punto fijo

## Sonia



- ▶ Encontró que había un tercer caso que podía resolverse explícitamente.
- ▶ Consideró el tiempo como una variable compleja.
- ▶ Entonces las seis funciones: componentes del vector velocidad angular y del vector unitario vertical, son funciones meromorfas del tiempo y determinó los casos en los que estas funciones son funciones meromorfas del tiempo.
- Observó que el movimiento posee cinco grados de libertad, por lo que cinco de los coeficientes deben ser arbitrarios.
- Lo estudiado por Euler y Lagrange resulta un caso particular.
- Encuentra un tercer caso,  $A = B = 2C$ ,  $z_0 = 0$ , que es el que estudia sistemáticamente. La solución es mucho más complicada. Utiliza las propiedades de las integrales abelianas.
- Mediante distintos cambios de variables encuentra un sistema de integrales hiperelípticas con un polinomio de quinto grado. La solución es tan complicada que ocupa cincuenta páginas de la memoria.





## Roger Cooke en *S. V. Kovaléskaya's Mathematical Legacy*

- ▶ *“La complejidad de las matemáticas de Kovalévskaia son un reflejo de la complejidad de la naturaleza de este caso: El caso de Kovalévskaia sigue siendo un movimiento misterioso hasta el momento, pero no mucho más simple que el de la rotación de un cuerpo rígido completamente arbitrario.*
- ▶ *Nosotros conocemos ahora la influencia de las ideas de Kovalévskaia en la Matemática del siglo veinte.*
- ▶ *En el caso del problema de la rotación, esta influencia se expresa en:*
  - ▶ *1) estudiar las singularidades de las soluciones para determinar si una ecuación puede ser integrable, y*
  - ▶ *2) el uso de funciones zeta para resolver ecuaciones diferenciales.”*

## Nekrasov en *On the works of S. V. Kovaléskaya in pure mathematics*

- ▶ *"No es meramente un hallazgo accidental, afortunado. Al contrario, este descubrimiento es el resultado de un trabajo tenaz y persistente y de un conocimiento profundo en el campo de la matemática pura y del análisis."*
- ▶ *"El capítulo de la introducción que provocó objeciones de uno de los matemáticos de San Petersburgo, no tiene ningún papel esencial en la memoria, es algo añadido, no obstante es muy interesante porque describe el camino original seguido por la mente de Kovalévskaya para llegar a su descubrimiento."*

# Rotación de un cuerpo sólido alrededor de un punto fijo

## Consecuencias

83

- ▶ Liouville, Husson y Burgatti probaron que no existe ningún otro caso que sea posible resolver mediante integrales primeras algebraicas.
- ▶ Poincot hizo una aproximación geométrica del caso de Euler a partir de un giro del elipsoide de inercia sobre un plano fijo.
- ▶ Klein siguió ese camino.
- ▶ En el lenguaje moderno el sistema se escribe como un sistema diferencial de primer orden en una variedad de formas diferenciales utilizando matrices cuadradas para los coeficientes.



## Roger Cooke en *The mathematics of Sonia Kovaléskaya*

- ▶ *“La importancia real de Kovalévskaya está en su trabajo por el que ganó el Premio Bordín, sobre la rotación de un sólido, en el que aplicó un método matemático a un problema físico. Me gustaría agregar que también sirve como un buen ejemplo del método analítico de la escuela matemática de Berlín en contraste con el geométrico de la escuela de Göttingen ejemplificado por el trabajo de Klein en los mismos temas.”*

- Antes de continuar con la factorización del sistema, haremos algunas consideraciones de carácter general. Partiendo directamente del Hamiltoniano, se obtiene un sistema de seis ecuaciones diferenciales con seis incógnitas, es decir un sistema de seis grados de libertad. Gracias a que se trata de un sistema conservativo el Hamiltoniano  $H$  permanece numéricamente igual a la Energía  $E$  durante toda la evolución del sistema, esto elimina un grado de libertad. Por otra parte considerando que la única fuerza actuando sobre el trompo es la de gravedad, la cual está verticalmente dirigida hacia abajo, en dirección paralela al eje  $Z$  del sistema inercial, por lo que la torca relativa al eje  $Z$  es igual a cero, lo que significa que el momento angular alrededor de este eje es una constante de movimiento, esto se refleja en el hecho de que en el Hamiltoniano del sistema no aparece la variable  $\phi$ , que es el ángulo alrededor del eje  $Z$ , por lo que es el momento  $p_\phi$  el que se conserva. Con esto nos deshacemos de dos ecuaciones de nuestro sistema ya que tenemos que  $p_\phi = 0$  y que  $\phi$  es cíclica. Con lo anterior el número de grados de libertad del sistema se reduce a tres, sin embargo el análisis del movimiento se realiza en la Sección de Poincaré, que es bidimensional.



J. Liouville

## Jacqueline Détraz en *Kovalevskaja*. *L'aventure d'une mathématicienne*

- *"Este trabajo completó de forma magistral los de Euler y Lagrange para resolver por integración de forma analítica las ecuaciones del movimiento."*

*"Más tarde Liouville, en 1897, demostró que no existe otro caso que sea posible resolver por integrales algebraicas".*



## P. Y. Polubarina-Kochina en *A Russian Childhood*

- *“El valor del trabajo de Kovaléskaya no sólo está en los resultados que consiguió y en la originalidad de su método, también despertó el interés por el problema de la rotación de un sólido por parte de investigadores de muchos países, en particular de Rusia.”*

## El principio del fin

- ▶ En abril de 1890 viajó a Rusia con la idea de ser nombrada miembro ordinario de la Academia de Ciencias de San Petersburgo de la que Sonia ya era miembro honorífico. Para ella ese puesto significaba mucho, ya que le permitiría tener un salario permaneciendo en Rusia sólo unos meses al año, el resto del tiempo podría estar en París y sobre todo no tendría que volver a Estocolmo, que cada vez pesaba más sobre ella y lo consideraba como el exilio.
- ▶ En una carta, el ministro de interior ruso le dejaba muy claro que lo único a lo que podría acceder en su país, por ser una mujer, era ser *"Maestra de Conferencias en cursos para mujeres"*, por una simple razón:
- ▶ *"En Rusia no se permitía que las mujeres ocuparan puestos universitarios, cualesquiera que fueran sus capacidades y conocimientos"*.



## El principio del fin

- Desde San Petesburgo fue a Berlín, allí se encontró por casualidad con Anne-Charlotte y su marido y pasaron unos días juntos. Las dos amigas se escribían con frecuencia, pero aquel año había sido una excepción. Sonia estaba pasando un mal momento y no quería que su amiga, que acababa de casarse y era muy feliz, se preocupara por ella, pero ese silencio era un claro síntoma de su sufrimiento.
- Máxime, que había estado aquel año en Oxford, se reunió con ella durante el verano para viajar juntos. En aquel momento para Sonia él era "*el mejor de las camaradas y el más agradable de los amigos*", pero no estaba dispuesta a renunciar por él a su vida profesional. En Berlín le había comentado a Anne-Charlotte que no se casaría nunca porque:

*"No quería ser tan banal, ni imitar a las mujeres que renuncian a su carrera personal cuando encuentran un marido. Nunca dejaría Estocolmo sin haberse asegurado antes una posición mejor, o sin haber conseguido como escritora suficiente prestigio para poder vivir de ello".*

## El principio del fin

- El comienzo de curso fue aún más duro que los años anteriores. Estaba sumida en una terrible depresión y ya no disfrutaba ni con la compañía de sus amigos. Estaba nerviosa, casi siempre de mal humor y bastante indiferente a todo lo que la rodeaba. No podía vivir con Máxime pero tampoco sin él. Y como siempre, en situaciones similares, la única distracción que le quedaba era concentrarse en su trabajo matemático. En una carta que escribió a Poincaré le comentaba que sus últimos resultados se los había enviado a Hermite, pero este trabajo no lo conocemos porque las cartas de Hermite se destruyeron, después de su muerte, en un incendio.
- En Navidad volvió a encontrarse con Máxime para hacer montañismo cerca de Niza.

## El principio del fin

- ▶ El viaje de vuelta, pasando por Berlín, fue el más incómodo de todos los que había hecho. En vez de elegir la ruta más directa por Copenhague, donde había una epidemia de viruela, se fue por las islas danesas. Los continuos cambios de trenes, el mal tiempo y no tener cambiado dinero, que le obligó a caminar cargando con su equipaje en medio de una tempestad, le provocaron una terrible enfermedad.
- ▶ Cuando llegó a Estocolmo se encontraba muy mal, pero dio clase durante dos días, hasta que llegó el fin de semana en el que cayó exhausta.
- ▶ El martes por la mañana la enfermedad tuvo más fuerza que ella.



# Otras obras matemáticas

- *Ecuaciones de Lamé*
- *Teorema de Bruns*



# *Ecuaciones de Lamé*



Gabriel Lamé

- Lamé hizo contribuciones a las matemáticas:
  - Coordenadas curvilíneas
  - Curvas de Lamé
- Y contribuciones a la ingeniería:
  - Estabilidad de bóvedas
  - Diseño de la suspensión de puentes
  - Teoría de la elasticidad
  - Trabajo en la conducción de calor
- En sus "*Leçons sur l'élasticité*", Gabriel Lamé, en 1866, estudia la propagación de la luz en un medio cristalino integrando un sistema de tres ecuaciones en derivadas parciales.
- Este problema era un problema de Física en la época de Fresnel; Lamé lo habían hecho completamente matemático
- Cometió un error al determinar la solución. Obtuvo un resultado físicamente imposible. Para explicarlo debía suponer la existencia de un éter.

## *Ecuaciones de Lamé*



94

- Weierstrass propuso a Sonia determinar las soluciones de las ecuaciones de Lamé.
- En ese momento la situación laboral y económica de Sonia era muy precaria, con un puesto en la Universidad de Estocolmo, pagada por sus alumnos, muy por debajo de su nivel.
- Sonia obtuvo una solución físicamente posible, que no requería la existencia del éter.
- Este trabajo sobre las ecuaciones de Lamé fue publicado en el *Acta Mathematica* de 1885.
- Pero unos meses después de su muerte, Vito Volterra descubrió un error en la solución de una integral al hacer un cambio de variable y siguiendo el método de Sonia encontró las soluciones correctas.

## Ecuaciones de Lamé



95

- *“Como muestra su trabajo, Kovalévskaya estaba en la **dirección correcta**, pero tuvo un pequeño error en el último momento. De hecho **Volterra** dio las soluciones generales correctas de las ecuaciones diferenciales de una forma **muy similar** a la que había utilizado Kovalévskaya.*
- *Quizás porque la teoría física de la que las ecuaciones de Lamé se habían obtenido había sido reemplazada por teorías mejores (electromagnetismo), el trabajo de Kovalévskaya había tenido al parecer muy pocos lectores cuidadosos.*
- *Así, aunque fue publicado en el Acta Matemática, no se descubrió el error durante su vida”*

➤ Página 83. Texto

Roger Cooke en *The mathematics of Sonya Kovalevskaya*



## Teorema de Bruns



Ernst H. Bruns

- Otro resultado sobre ecuaciones en derivadas parciales fue una demostración simplificada del teorema de Bruns publicada después de su muerte en el *Acta Mathematica*.
- Bruns había demostrado que si  $V$  es el potencial de un cuerpo homogéneo limitado por una superficie de ecuación  $S(x, y, z) = 0$ , siendo  $S$  una función analítica, entonces  $V$  es también analítica en todos los puntos de la superficie dónde las derivadas de  $S$  no se anulen simultáneamente.
- Sonia da una demostración de este teorema en la que utiliza una parametrización de la superficie para obtener una ecuación a la que podía aplicar el teorema de Cauchy-Kovalévskaya y obtener fácilmente la solución.



# Teorema de Bruns



97

Pg. 84. Texto 33

- *“El artículo póstumo de Kovalévskaya el teorema de Bruns (1891) era posiblemente una parte previa de su tesis doctoral no publicada, o al menos de un primer proyecto de tesis”*

Roger Cooke en *The mathematics of Sonya Kovalévskaya*

# Obras literarias

## ► **Novelas :**

- *"Recuerdos de la infancia"*
- *"Una Nihilista"*

## ► **Obras de teatro:**

- *"La lucha por la felicidad"*
- *"Desde la muerte y después de la muerte"*

## ► **Artículos y proyectos de novelas:**

- *"Recuerdos de George Eliot"*
- *Introducción al proyecto de novela "Vae Victis"*
- *Otros proyectos: "Los aparecidos" , "Las hermanas Kajeovski durante la Comuna"*
- *"Cuando no existiera la muerte" (con su amiga Ana Carlota)*

## Su actividad literaria

99

- Su dedicación simultánea a las investigaciones matemáticas y a la literatura causó un cierto desconcierto en muchas de las personas de su alrededor. En una carta Sonia comentaba *que no era nada extraño, ya que tanto el poeta como el matemático deben ser capaces de profundizar en la realidad y de esta forma ver lo que los demás no ven. Además la Matemática, para ella, era la Ciencia que exigía más imaginación.*

## *Recuerdos de la infancia*

- ▶ Novela autobiográfica escrita en 1889. Es un relato que nos narra las vivencias y los sentimientos desde su niñez hasta los quince años, además de describir los problemas y los ideales de la sociedad rusa en la segunda mitad del siglo XIX.
- ▶ 1889: Hedberg la traduce al sueco como "*Las hermanas Rajevsky*" cambiando el yo autobiográfico de la obra por Tania.
- ▶ 1891: Publicada en Rusia (versión autobiográfica) en la revista de historia rusa de publicación mensual *Russcaya starina*.
- ▶ Pocos años después de su muerte fue traducida al francés, alemán, holandés, polaco, checo y japonés. De 1985 se tienen dos traducciones en inglés una en Londres y otra en Nueva York. En España los cinco primeros capítulos se publicaron en 1996 con el título "*Memorias de juventud*" Ed Herder (Barcelona)



## Una Nihilista: Vera Barantsova

- Novela póstuma. Es la última y más larga de sus obras de ficción, y la única que estaba completa.
- Sonia escribió una versión en sueco en 1883 - 84, para que no tuviera que pasar la censura rusa. En 1889 - 91 reescribió una nueva versión en ruso. Por tanto al morir había dos borradores diferentes.
- Publicada en Rusia en 1892, por sus amigos, utilizando los manuscritos no revisados de ambas versiones
- Traducciones al sueco, alemán, francés, polaco, checo e inglés salieron de contrabando desde Rusia.
- Las versiones no rusas tienen títulos diferentes: El primer título de esta obra fue *Vera Vorontzova o Vera Barantsova o Vera Vorontsoff*.

# Una Nihilista: Vera Barantsova



102

- ▶ En 1906 fue publicada legalmente en Rusia con el título: *Una nihilista*
- ▶ Trata de las complejas relaciones entre la primera generación de nihilistas (1860) y las posteriores
- ▶ Dos modelos femeninos se contraponen en la novela. El de Vera, una joven mujer con las cualidades femeninas tradicionales de la devoción y el sacrificio, y las de la narradora, una mujer profesional que es autosuficiente e independiente.

KOVALEVSKAYA, S. V. (2001) *Nihilist Girl*, NY.

# Una Nihilista: Vera Barantsova



103

- La narradora, que se identifica con Sonia, es ligeramente mayor que su heroína, tienen antecedentes similares, y sin embargo presentan dos opciones muy distintas del nihilismo.
- Ambas quieren liberarse de su confortable y patriarcal familia.
- La vida de los narradores es más homogénea y elitista que la de los hombres y mujeres de la generación de la protagonista, Vera Barantsova.
- Los nihilistas en 1860 deseaban liberarse familiar y socialmente, de ahí el empuje por obtener una formación, el deseo de viajar y de trabajar. Comprometidos con el progreso social esa élite buscaría la transformación que Rusia necesitaba.
- Por contraste, los nihilistas en 1870 eran más heterogéneos. Buscaban caminos directos y concretos de servir al pueblo. La generación de Vera creía en la sabiduría del pueblo más que en la de científicos y filósofos importados por la generación de Sonia. Prefieren el sacrificio y la acción directa más que la educación y las reformas políticas.
- Está basada en un encuentro entre Sonia y Vera, que se casa con un estudiante revolucionario, Pavlenkov, y se va a vivir a Siberia con su nuevo marido, que no es atractivo físicamente y al que no ama.

KOVALEVSKAYA, S. V. (2001) *Nihilist Girl*, NY.

## Una Nihilista: Vera Barantsova. Empieza así:

- ▶ *“Tenía 22 años cuando abandoné Petersburgo. Tres meses antes me gradué de una universidad en el extranjero y volví a Rusia con un doctorado. Después de cinco años de aislamiento, de una cerrada existencia en una pequeña ciudad universitaria, la vida en Petersburgo me envolvió inmediatamente y me intoxicó. Dejando de lado por un tiempo las funciones analíticas, espacio y las cuatro dimensiones, que recientemente me había obsesionado, tuve nuevos intereses...*
- ▶ *...Entonces todo me interesaba y me agradaba. Teatros, galas benéficas, y círculos literarios...*
- ▶ *...Mi reputación de mujer instruida me rodeaba de un cierto aura: mis conocidos esperaban algo extraordinario de mi. Ya dos o tres periódicos han pregonado mi existencia...”*



## Una Nihilista: Vera Barantsova.

- *"Disculpa que te moleste, ya que no me conoces", dijo ella, "Soy Vera Barantsova. Es poco probable que recuerdes mi nombre, aunque nuestros padres tenían propiedades en estados vecinos. He leído recientemente sobre ti en los periódicos. Se que has estado tiempo estudiando fuera, y que todos hablan de ti, dicen que eres una buena persona, una persona seria, por eso se me ha ocurrido que podrías darme un consejo..."*
- *"Estoy sola en el mundo y no dependo de nadie. No espero ni quiero nada para mí. Mi pasión, mi ferviente deseo es ser de utilidad para "la causa". Dime, enséñame qué debo hacer.*
- *Vera respondía mis preguntas con candor"*
- *"Mi marido está detenido. Me casé con Pavlenkov"*
- *"No se puede hablar aquí de amor, ni por mi parte, ni por la de él. Simplemente me casé con él, porque tenía que hacerlo, ¡porque era la única manera de salvarlo!"*
- *"Hubiera sido preferible que fuera sentenciado a ser fusilado o ahorcado. Al menos, todo terminaría rápidamente, pero ¡pasar veinte años sufriendo trabajos forzados!"*

KOVALEVSKAYA, S. V. (2001): *Nihilist Girl*, NY.



- Y pensar que estuve todo el invierno pasado buscando trabajo. ¡Pero estaba aquí, justo a mano, y qué trabajo! No podría haber pensado nada mejor. Te puedo decir con toda sinceridad: probablemente no habría sido buena para nada como la propaganda revolucionaria o la conspiración. Para eso se necesita una mente poderosa, elocuencia, capacidad de convencer a las personas, de ponerlas bajo tu liderazgo, y no tengo nada de eso.
- Estoy sola en el mundo y no dependo de nadie. Mi vida personal ha terminado. No espero ni quiero nada para mí. Mi pasión, mi ferviente deseo es ser de utilidad para la causa. Dime, enséñame qué hacer.

## Obras de teatro

- ▶ “*La lucha por la felicidad*” escrita con su amiga Anne-Charlotte y firmada con el seudónimo Korvin-Lefler. Fue un proyecto de novela de Sonia que llamó “Lo que fue y lo que hubiera podido ser”. Al final fue un drama en dos partes y diez actos, en la primera parte todo eran desgracias, en la segunda los mismos personajes forman una sociedad ideal donde encuentran la felicidad.
- ▶ “*Hasta la muerte y después de la muerte*” (1890) escrita a partir de los escritos de su hermana, contiene partes muy relevantes, caracteres admirablemente dibujados con un profundo sentimiento de melancolía, pero no se representó porque, según sus amigos, no estaba adaptada a los gustos de la sociedad sueca.

## Introducción a la novela “Vae Victis”

- Introducción al proyecto de novela “Vae Victis” (*¡Ay de los vencidos!*).
- Traducida y publicada en Suecia en 1989.
- Es una descripción del despertar a la primavera después del largo sueño del invierno, pero lo que elogia es la calma del invierno frente a la brutal primavera que despierta grandes esperanzas para luego causar grandes decepciones.
- La novela, en parte autobiográfica, ensalzaba la suerte de los vencidos frente a los vencedores. Sonia siempre se consideró del lado de los vencidos en su lucha por la felicidad.

- ▶ *Sonia Kovalévskaya tendrá un lugar eminente en la historia de las Matemáticas, y su trabajo póstumo guardará su nombre en la historia de la Literatura. Pero no es sólo como matemática o como escritora por lo que se debe apreciar verdaderamente a esta mujer de tanto valor y originalidad. Como persona era aún más extraordinaria de lo que se puede pensar de su obra. Todos aquellos que la conocieron y estuvieron cerca de ella, recordarán siempre la impresión viva y poderosa que su personalidad les produjo.*

Mitag-Leffler (1892)

# Cronología

110

- 1850 El 15 de enero nace en Moscú Sofia Vassilievna Korvin-Krukovskaya.
- 1856 Su familia se traslada a Palibino, en Bielorrusia.
- 1864 Elabora el concepto de seno de forma autodidacta.
- 1865 Su familia se traslada a San Petesburgo.
- 1868 En septiembre, se casa con Vladimir Kovalevsky.
- 1869 La pareja se establece en Heidelberg.
- 1870 Se traslada a Berlín para proseguir sus estudios bajo la dirección de Karl Weierstrass.
- 1871 Participa en la Comuna de París.
- 1874 En julio, obtiene el doctorado en la Universidad de Göttingen.
- 1874 A finales de este año Sonia y Vladimir vuelven a Palibino. Muere su padre.
- 1878 En octubre nace su hija
- 1880 Chebycheb le encarga una conferencia para el VI Congreso de Ciencias Naturales, Sonia presenta un trabajo sobre las integrales abelianas.
- 1882 Sonia se marcha a París donde es elegida miembro de la Sociedad Matemática.
- 1883 En abril, Vladimir es acusado de fraude y se suicida. En noviembre, Gösta Mittag-Leffler le consigue un puesto en la Universidad de Estocolmo.
- 1884 Coeditora del Acta Matemática. Es nombrada profesora por cinco años.
- 1887 Escribe junto a Anna-Charlotte Leffler-Edgren: *La lucha por la felicidad*.
- 1888 Premio Bordín de la Academia Francesa.
- 1889 Es nombrada profesora vitalicia en Estocolmo y miembro honorífico de la Academia de Ciencias de San Petersburgo. Escribe y publica: *Recuerdos de la infancia*.
- 1890 Escribe la novela *Una nihilista* que fue publicada después de su muerte.
- 1891 El 10 de febrero muere de pulmonía, cuando sólo tenía 41 años.



## BIBLIOGRAFÍA

111

- COOKE, R. (1984): *The Mathematics of Sonya Kovalevskaya*, New York.
- COOKE, R. (1996): *S.V. Kovalevskaya's mathematical legacy: the rotation of a rigid body*, "Vita Mathematica", R. Calinguer (ed.) 177-190.
- DÉTRAZ, J. (1993): *Kovalevskaia. L'aventure d'une mathématicienne*, Paris.
- FIGUEIRAS, L. MOLERO, M. SALVADOR, A. ZUASTI, N. (1998): *Género y Matemáticas*, Madrid, 170-182.
- FIGUEIRAS, L. MOLERO, M. SALVADOR, A. ZUASTI, N. (1998): *El juego de Ada. Matemáticas en las Matemáticas*, Granada, 129-145.
- FROST, L. (1899): *Sonja Kowalewski*, "Deutsche Welt", 24, 12, 373-390.
- KEEN, L.(1977): *Sonia Kowaleskaya - Her Life and Work*, "Newsletter of the Association for Women in Mathematics", 7, 2, 2-6.
- KENNEDY, D. H. (1983). *Little Sparrow: A Portrait of Sophia Kovalevsky*, London.
- KOBLITZ, A. H. (1983) *A Convergence of Lives: Sophia Kovaleskaia: Scientist, Writer, Revolutionary*, Boston.
- KOBLITZ, A. H. (1983) *A few words on Sofia Kovalevskaya*, "Newsletter of the Association for Women in Mathematics", 13, 2, 12-14.
- LEFFLER, Anne-Charlotte (1895): *Sonja Kovalevsky*, Leipzig.
- MOLERO, M. y SALVADOR, A. (2002): *Sonia Kovalévskaya*. Ed. Orto, Madrid.
- MUNRO, A (2010): *Demasiada Felicidad*. Penguin Random House. Barcelona.
- NEKRASOV, P. A. (1891): *On the works of S. V. Kovalevskaya in pure mathematics*, *Mattematicheskii Sbornik*.

# Algunas obras de Sonia

112

- KOVALEVSKAYA, S. V. (1875): *Zur theorie der partiellen Differentialgleichungen*, "Crelle Journal", 80, 1-32.
- KOVALEVSKAYA, S. V. (1884): *Über die Reductoneiner bestimmten Klasse von Abel'scher Integrales*, "Acta Mathematica", 4, 393-414.
- KOVALEVSKAYA, S. V. (1884): *Sur la propagation de la lumière dans un milieu cristallisé*, "Comptes-Rendus", 98, 356-357.
- KOVALEVSKAYA, S. V. (1885): *Über die Brechung in cristallinischen Mittel,,* "Acta Mathematica", 6, 294-304.
- KOVALEVSKAYA, S. V. (1885): *Zusätze und Bemerkungen zu Laplace's Untersuchung über die Gestalt der Saturnringe*, "Astronomische Nachirichten", 111, 37-48.
- KOVALEVSKAYA, S. V. (1886): *Reminiscences of George Elliot*, "Ruscaya Mysl", 6, 93-108.
- KOVALEVSKAYA, S. V. (1889) *Mémoire sur un cas particulier de la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe*, "Acta Mathematica", 12, 177-232.
- KOVALEVSKAYA, S. V. (1890): *Mémoire sur un cas particulier de la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe, où l'intégration s'effectue à l'aide de fonctions ultraélliptiques du temps*, "Mémoires Présentés par Divers Savants", 31, 1-62.



- KOVALEVSKAYA, S. V. (1890): *Sur une propriété du système d'équations différentielles qui définit la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe*, "Acta Mathematica", 14, 81-93.
- KOVALEVSKAYA, S. V. (1890): *An autobiographical sketch*, "Russkaya Starina", 11, 450-463. Traducido al inglés por Stillman (1978) 213-229.
- KOVALEVSKAYA, S. V. (1890): *Memories of Childhood*, "Vestnik Evropy", 7, 55-98; 8, 584-640.
- KOVALEVSKAYA, S. (1968): *Jugenderinnerungen*, S. Fischer (ed.), Frankfurt, Main.
- KOVALEVSKAYA, S. V. (1978): *A Russian Childhood. Sofya Kovalevskaya*, B. Stillman, (ed.), New York.
- KOVALEVSKAYA, S. V. (1996): *Memorias de juventud*, Barcelona.
- KOVALEVSKAYA, S. V. (1891): *Sur un théorème de M. Bruns.*, "Acta Mathematica", 15, 45-52.
- KOVALEVSKAYA, S. V. (1892) *The Nihilist Woman*, Geneva.
- KOVALEVSKAYA, S. V. (1875): *Zur theorie der partiellen Differentialgleichungen*. "Crelle Journal", 80, 1-32.
- KOVALEVSKAYA, S. V. (1889): *Mémoire sur un cas particulier de la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe*. "Acta Mathematica", 12, 177-232.
- KOVALEVSKAYA, S. V. (1891): *Sur un théorème de M. Bruns*. "Acta Mathematica", 15, 45-52.
- KOVALEVSKAYA, S. V. (1978): *A Russian Childhood. Sofya Kovalevskaya*. B. Stillman, (ed.). Springer-Verlag, New York.
- KOVALEVSKAYA, S. V. (1892): *The Nihilist Woman*. Volnaya Russkaya, Geneva.
- KOVALEVSKAYA, S. V. (1886): *Recuerdos de George Eliot*. Russcaya Mysl 6; 93-108. Rusia.

## Sobre el amor

■ Julia Lermotova:

Cuando Sonia se quejaba de su vida pasada, repetía sin cesar con amargura: *“Nadie me ha amado nunca verdaderamente”*

Pero tu marido te ha amado mucho, le contestaba Julia.

*Él me amaba cuando yo estaba allí, era siempre su respuesta, pero ¡él podía pasar tan fácilmente de mí!*

■ Anne Charlotte:

*“Por qué, por qué, nadie puede amarme, repetía ella. Yo podría dar más que la mayoría de las mujeres y sin embargo las mujeres más insignificantes son amadas, mientras que yo no lo soy”*

Yo trataba de explicarle que ella exigía demasiado y no estaría nunca satisfecha con el sentimiento que compartían la mayoría de las mujeres, se analizaba demasiado, se sumergía en reflexiones sobre su propio yo, no olvidaba, sino que al contrario exigía tanto como ella daba y atormentaba continuamente al hombre amado con una rigurosa crítica de lo que él le daba.

## ¿Intuitiva o adivina?

- El hombre diabólico de risa siniestra que Sonia había visto en un sueño apareció en la realidad. Era una especie de aventurero con el que Kovalevski tenía negocios y que pretendía implicarle en peligrosas especulaciones.

Sonia tuvo una aversión instintiva hacia este hombre y no quiso nunca recibirlo en su casa.

- Los malos sueños la atormentaban siempre que una de sus personas queridas padecían o estaban amenazadas por un sufrimiento. La noche anterior a la muerte de su hermana, Sonia tuvo una horrible pesadilla, lo que le extrañó porque las noticias eran buenas. Pero cuando le llegó la noticia de la muerte, pretendía que debía haber estado preparada.

- 1 de enero de 1991 en el cementerio de Génova:

*Uno de nosotros no terminará el año porque estamos aquí el día de año nuevo en un cementerio.*

- En múltiples ocasiones Sonia dice a su amiga Anne-Charlotte: "*Cuando yo muera tu escribirás mi biografía*"

# Función analítica

- ▶ En matemáticas una función analítica es aquella que puede expresarse como una **serie de potencias convergente**.
- ▶ Una función analítica es suave si tiene infinitas derivadas.
- ▶ La noción de función analítica puede definirse para funciones reales o complejas, aunque ambos conjuntos tienen propiedades distintas.
- ▶ Las funciones complejas derivables en un abierto siempre son analíticas, y se denominan funciones holomorfas.
- ▶ Sin embargo, una función real infinitamente derivable no es necesariamente analítica.
- ▶ Cabe dejar constancia que las clases más importantes de funciones que ocurren en el análisis clásico y en sus aplicaciones a los problemas de mecánica y física, sean analíticas, salvo en algunos puntos singulares de estas funciones.

## Función meromorfa

- ▶ En análisis complejo, una **función meromorfa** sobre un subconjunto abierto  $D$  del plano complejo es una función que es holomorfa en todo  $D$  excepto en un conjunto de puntos aislados, llamados polos de la función.
- ▶ Dichas funciones son a veces conocidas como funciones regulares o regulares sobre  $D$ .
- ▶ Toda función meromorfa sobre  $D$  puede ser expresada como el **cociente entre dos funciones holomorfas** (no siendo el denominador la función constante 0) definidas sobre  $D$ : los polos de la función meromorfa ocurren en los ceros del denominador.
- ▶ La función gamma es meromorfa en todo el plano complejo.
- ▶ Intuitivamente, una función meromorfa es un cociente de dos "buenas" funciones (holomorfas). Dicha función seguirá siendo "buena" excepto en los puntos en el que el denominador se anula, en los cuales el valor tiende a infinito.

# Integrales abelianas.

- Una integral abeliana se escribe:
- $\int R(x,y) dx$
- Donde
- $R \in \mathbb{C}(x,y)$
- es una función racional en las variables  $x,y$ , conectadas por la relación
- $f(x,y) = 0$ , donde  $f \in \mathbb{C}[x,y]$  es un polinomio dado.

## Integrales elípticas.

- Consideremos una integral abeliana
- $\int R(x,y)dx$  con  $f(x,y) = y^2 - p(x)$ ,
- Donde  $R \in \mathbb{C}(x,y)$  y
- $p \in \mathbb{C}[x]$  es un polinomio de grado 4, que podemos suponer mónico.
- Si  $p$  tiene raíces múltiples entonces  $C(f)$  es una curva racional.  
Supongamos entonces que  $p$  no tiene raíces múltiples, en cuyo caso  $C(f)$  se denomina curva elíptica en forma de Weierstrass definida por  $f$ .

# Función theta

- ▶ En [matemática](#), las **funciones theta** o  **$\theta$ -funciones** son [funciones especiales](#) de [varias variables complejas](#).
- ▶ Son importantes en diversas áreas, incluidas las teorías de [variedades abelianas](#) y [espacios móduli](#), y de las [formas cuadráticas](#). También se las ha aplicado a la teoría de solitones.
- ▶ Usadas para generalizar a una [álgebra de Grassmann](#), aparecen en la [teoría cuántica de campos](#), en particular la teoría de las cuerdas y D-branas.
- ▶ La forma más común de la función theta es que proviene de teoría de las [funciones elípticas](#).
- ▶ Con respecto a una de las variables complejas (convencionalmente **llamada  $z$** ), una función theta expresa su comportamiento respecto a la adición de un período de las funciones elípticas asociados, lo que la hace una [función cuasi periódica](#). En la teoría abstracta proviene de una condición descendente sobre un fibrado vectorial.



## Relación con la función elíptica de Weierstrass

- La función theta fue utilizada por Jacobi para construir sus funciones elípticas como los cocientes de las cuatro funciones theta, y podría también haber sido utilizada por él para la construcción de funciones elípticas de Weierstrass también, puesto que
- $$\wp(z; \tau) = -(\log \vartheta_{11}(z; \tau))'' + c$$
- donde la segunda derivada es con respecto a la  $z$  y la constante  $c$  se define de manera que la expansión de Laurent  $\wp(z)$  en  $z = 0$  tiene término constante cero.