

Índice

1. POTENCIAS

- 1.1. CONCEPTO DE POTENCIA: BASE Y EXPONENTE
- 1.2. CUADRADOS Y CUBOS
- 1.3. LECTURA DE POTENCIAS
- 1.4. POTENCIAS DE UNO Y DE CERO
- 1.5. POTENCIAS DE 10. NOTACIÓN CIENTÍFICA



2. OPERACIONES CON POTENCIAS Y PROPIEDADES

- 2.1. PRODUCTO DE POTENCIAS DE IGUAL BASE
- 2.2. COCIENTE DE POTENCIAS DE IGUAL BASE
- 2.3. ELEVAR UNA POTENCIA A OTRA POTENCIA



3. RAÍCES

- 3.1. CUADRADOS PERFECTOS
- 3.2. RAÍZ CUADRADA. INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA
- 3.3. RAÍZ n-ÉSIMA DE UN NÚMERO
- 3.4. INTRODUCIR FACTORES EN EL RADICAL
- 3.5. EXTRAER FACTORES DEL RADICAL
- 3.6. SUMA Y RESTA DE RADICALES

Resumen

Para trabajar con números muy grandes, para calcular la superficie de una habitación cuadrada o el volumen de un cubo nos va a resultar útil a usar las potencias. Conoceremos en este capítulo como operar con ellas.

Si conocemos la superficie de un cuadrado o el volumen de un cubo y queremos saber cuál es su lado utilizaremos las raíces. En este capítulo aprenderás a usarlas con algo de soltura.

Arquímedes, en su tratado *El arenario* cuenta una manera para expresar números muy grandes, como el número de granos de arena que hay en toda la Tierra. Es, efectivamente, un número muy grande, pero no infinito. Imagina que toda la Tierra está formada por granos de arena. Puedes calcular su volumen conociendo su radio que es de 6500 km. Estima cuántos granos de arena caben en 1 mm^3 . Estima que, por ejemplo, caben 100 granos. ¡Ya sabes calcular cuántos hay! Pero en este capítulo aprenderás a escribir ese número tan grande.

1. POTENCIAS

1.1. Concepto de potencia. Base y exponente

Ejemplo 1:



✚ María guarda 6 collares en una bolsa, 6 bolsas en una caja y cada 6 cajas en un cajón. Tiene 6 cajones con collares, ¿cuántos collares tiene?

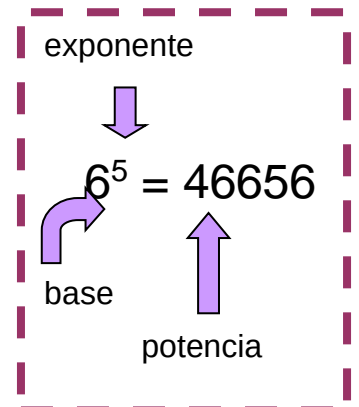
Para averiguarlo debes multiplicar $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$ que lo puedes escribir en forma de potencia: 6^6 , que se lee 6 elevado a 6.

$$6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^6 = 46656.$$

Una **potencia** es una forma de escribir de manera abreviada una multiplicación de factores iguales. La **potencia** a^n de base un número natural a y exponente natural n es un producto de n factores iguales a la base:

$$a^n = a \cdot a \cdot a \dots n \text{ factores} \dots a \quad (n > 0)$$

El factor que se repite es la **base** y el número de veces que se repite es el **exponente**. Al resultado se le llama **potencia**.



Actividades propuestas

1. Calcula mentalmente las siguientes potencias y escribe el resultado en tu cuaderno:

a) 5^2 b) 3^4 c) 10^7 d) 2^3 e) 1^8 f) 100^2

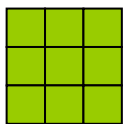
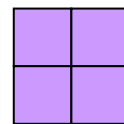
2. Calcula en tu cuaderno las siguientes potencias:

a) 2^{10} b) 7^5 c) 3^6 d) 20^4 e) 25^2 f) 11^3 .

1.2. Cuadrados y cubos

Ejemplo 2:

✚ Si un cuadrado tiene 2 cuadraditos por lado ¿Cuántos cuadraditos contiene ese cuadrado? El número de cuadraditos que caben es $2 \cdot 2$



$= 2^2 = 4$. El área de este cuadrado es de 4 unidades. Y si tiene 3 cuadraditos por lado ¿Cuántos cuadraditos contiene ese cuadrado? El número de cuadraditos que caben es $3 \cdot 3 = 3^2 = 9$. El área de este cuadrado es de 9 unidades.

¿De cuántos cubitos está compuesto el cubo grande si hay 3 a lo largo, 3 a lo ancho y 3 a lo alto? El número de cubitos es $3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 = 27$. El volumen de este cubo es 27 unidades.

Por esta relación con el área y el volumen de las figuras geométricas, las potencias de exponente 2 y de exponente 3 reciben nombres especiales:

Las potencias de exponente 2 se llaman **cuadrados** y las de exponente 3 se llaman **cubos**.

Actividades propuestas

3. Escribe en tu cuaderno el cuadrado y el cubo de los ocho primeros números naturales.

4. Indica cuáles de las siguientes potencias son cuadrados y cuáles son cubos:

a) 2^2 b) 3^2 c) 4^3 d) 5^4 e) 8^2 f) 16^3 g) 10^2

1.3. Lectura de potencias

Las potencias se pueden leer de dos maneras:

Ejemplo 3:

- a) Así 5^2 se puede leer 5 elevado a 2 y también se lee 5 al cuadrado
 b) 7^3 se puede leer 7 elevado a 3 y también se lee 7 al cubo
 c) 8^4 se puede leer 8 elevado a 4 y también se lee 8 a la cuarta
 d) 3^5 se puede leer 3 elevado a 5 y también se lee 3 a la quinta.

1.4. Potencias de uno y de cero

Una potencia de cualquier base distinta de cero elevada a cero es igual a 1.

Ejemplo 4:

$$7^0 = 1; \quad 2459^0 = 1; \quad 1^0 = 1.$$

Uno elevado a cualquier exponente es igual a 1.

Ejemplo 5:

$$1^2 = 1 \cdot 1 = 1; \quad 1^3 = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1; \quad 1^{35} = 1; \quad 1^0 = 1.$$

Cero elevado a cualquier exponente distinto de cero es igual a 0.

Ejemplo 6:

$$0^2 = 0 \cdot 0 = 0; \quad 0^3 = 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0; \quad 0^{35} = 0.$$

Observación: 0^0 no se sabe cuánto vale, se dice que es una *indeterminación*.

Actividades propuestas

5. Lee de dos maneras distintas las siguientes potencias:

- a) 5^3 b) 7^2 c) 25^4 d) 30^2 e) 7^5 f) 7^6 .

6. Calcula mentalmente:

- a) 1^{2689} b) 0^{9826} c) 1927^0 d) 0^{1382} e) 1^{1000} f) 1961^0 .

7. Completa la tabla siguiente en tu cuaderno:

a	a^2	a^3	a^4	a^5
5				
	4			
		27		
			1	
				0

$100 = 2^2 \cdot 5^2$
 es un cuadrado perfecto y
 su raíz cuadrada es
 $2 \cdot 5 = 10$.
 $4900 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$
 es un cuadrado perfecto y
 su raíz es
 $2 \cdot 5 \cdot 7 = 70$.
 Son cuadrados perfectos.
 $36 = 2^2 \cdot 3^2$
 $81 = 3^2 \cdot 3^2$
 ¿Lo son también 144, 324
 y 400?

$$3^0 = 1$$

$$1^8 = 1$$

$$0^8 = 0$$

2. OPERACIONES CON POTENCIAS Y PROPIEDADES

2.1. Producto de potencias de igual base

Para calcular el **producto** de dos o más potencias de la misma base, se deja la misma base y se suman los exponentes.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Ejemplo 9:

$$3^2 \cdot 3^3 = (3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3) = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^{2+3} = 3^5$$

$$9^3 \cdot 9^4 =$$

$$9^{3+4} =$$

$$9^7$$

2.2. Cociente de potencias de igual base

El **cociente** de potencias de igual base es igual a otra potencia de la misma base y el exponente es la diferencia de los exponentes.

$$a^n : a^m = \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

Ejemplo 10:

$$3^5 : 3^3 = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 3} = 3^{5-3} = 3^2$$

$$5^7 : 5^4 =$$

$$5^{7-4} =$$

$$5^3$$

2.3. Elevar una potencia a otra potencia

Para elevar una **potencia** a otra potencia, se deja la misma base y se multiplican los exponentes.

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Ejemplo 11:

$$(7^5)^3 = (7^5) \cdot (7^5) \cdot (7^5) = (7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7) = 7^{15}$$

$$(6^3)^4$$

$$= 6^{3 \cdot 4}$$

$$= 6^{12}$$

Actividades propuestas

11. Aplica las propiedades de las potencias en tu cuaderno:

a. $7^{10} \cdot 7^2$;

b. $8^{23} \cdot 8^3$;

c. $5^5 \cdot 5^3 \cdot 5^6$;

d. $10^3 \cdot 10^5 \cdot 10^4$;

e. $(8^3)^2$;

f. $(7^2)^4$;

g. $(9^0)^6$;

h. $(4^3)^2$;

i. $6^{10} : 6^2$;

j. $2^{23} : 2^3$;

k. $9^8 : 9^3$;

l. $3^{30} : 3^9$;

m. $12^4 : 12^4$;

n. $1^{25} : 1^{25}$;

o. $5^3 : 5^0$;

p. $7^4 \cdot 7^0$.

12. Te has preguntado por qué un número elevado a 0 es igual a 1. Analiza la siguiente operación:

$$\frac{25}{25} = 1 \text{ y también } \frac{25}{25} = \frac{5^2}{5^2} = 5^{2-2} = 5^0.$$

Por ese motivo se dice que **todo número distinto de cero elevado a cero es igual a uno.**

2.4. Potencia de un producto

La potencia de un **producto** es igual al producto de cada uno de los factores elevados al mismo exponente.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

Ejemplo 12:

$$(5 \cdot 4)^3 = 5^3 \cdot 4^3.$$

2.5. Potencia de un cociente

La potencia de un **cociente** es igual al cociente de cada uno de los factores elevados al mismo exponente.

$$(a : b)^n = a^n : b^n$$

Ejemplo 13:

$$(10 : 4)^3 = 10^3 : 4^3$$

Actividades propuestas

13. Calcula:

a. $(2 \cdot 5)^4$ b $(32 : 4)^3$.

14. Calcula **mentalmente**

a) $2^2 \cdot 2^3$ b) $4^2 \cdot 4^2$; c) $3^2 \cdot 3^2$;
 d) $10^6 \cdot 10^3 \cdot 10^4 \cdot 10^2$; e) $1^4 \cdot 1^5 \cdot 1^{15}$; f) $0^{25} \cdot 0^5$.

15. Escribe en forma de una única potencia

a) $7^5 \cdot 7^6 \cdot 7^4$; b) $4^4 \cdot 4^6 \cdot 4^7$; c) $2^{20} \cdot 2^{17}$; d) $3^6 \cdot 3^7 \cdot 3^3$.

16. Calcula **mentalmente**

a) $2^3 \cdot 2^2 \cdot 2$; b) $1^4 \cdot 1^6 \cdot 1^7$; c) $10^{15} \cdot 10^5$; d) $0^2 \cdot 0^6 \cdot 0^{12}$.

17. Calcula **mentalmente**

a) $10^8 \cdot 10^3 \cdot 10^2$; b) $0^3 \cdot 0^7 \cdot 0^8$; c) $1^{46} \cdot 1^{200}$; d) $5^5 \cdot 2^5$.

18. Escribe en forma de una única potencia y calcula:

a) $2^5 \cdot 5^5$; b) $10^4 \cdot 3^4$; c) $2^{20} \cdot 5^{20}$; d) $10^{10} \cdot 5^{10}$.

19. Calcula utilizando la **calculadora**

a) $53^3 \cdot 53^2 \cdot 53$; b) $71^3 \cdot 71^2$; c) $3,2^2 \cdot 3,2$; d) $82^3 \cdot 82$.

20. Calcula utilizando la **calculadora**

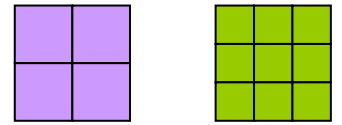
a) $49^2 \cdot 49^3 \cdot 49$; b) $35^4 \cdot 35^2$; c) $0'5^3 \cdot 0'5^5$; d) $147^2 \cdot 147$.



3. RAÍCES

3.1. Cuadrados perfectos

Si se quiere construir un cuadrado de lado 2, ¿cuántos cuadrados pequeños se necesitan?



Necesitamos 4. El 4 es un **cuadrado perfecto**. Observa que $2^2 = 4$.

Si queremos construir ahora un cuadrado de lado 3, ¿cuántos cuadrados pequeños necesitamos? Necesitamos 9. El 9 es también un cuadrado perfecto. Observa que $3^2 = 9$.

Ejemplo 14:

✚ ¿Cuál es el área de un cuadrado de 5 metros de lado?

Su área vale $5 \cdot 5 = 5^2 = 25$ metros cuadrados.

3.2. Raíz cuadrada. Interpretación geométrica

La raíz cuadrada **exacta** de un número natural a es otro número natural b cuyo cuadrado es igual al primero:

$$\sqrt{a} = b \Leftrightarrow b^2 = a$$

Ejemplo 15:

✚ Al poder construir un cuadrado de lado 2 con 4 cuadrados pequeños se dice que 2 es la raíz cuadrada de 4, ya que $2^2 = 4$, y por tanto:

$$\sqrt{4} = 2.$$

Obtener la raíz cuadrada exacta es la operación opuesta de la elevar al cuadrado.

Por tanto, como $3^2 = 9$ entonces $\sqrt{9} = 3$.

Al escribir $\sqrt{25} = 5$ se dice que *la raíz cuadrada de 25 es 5*.

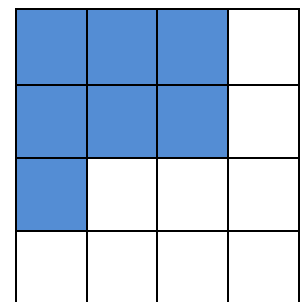
Al signo $\sqrt{\quad}$ se le denomina **radical**, se llama **radicando** al número colocado debajo, en este caso 25 y se dice que el **valor de la raíz** es 5.

Ejemplo 16:

✚ ¿Se puede construir un cuadrado con 7 cuadrados pequeños?

Observa que se puede formar un cuadrado de lado 2, pero sobran 3 cuadrados pequeños, y que para hacer un cuadrado de lado 3 faltan 2 cuadrados pequeños.

El número 7 no es un cuadrado perfecto, no tiene raíz cuadrada exacta porque con 7 cuadrados pequeños no se puede construir un cuadrado.



Ejemplo 17:

✚ Sabemos que el área de un cuadrado es 36, ¿cuánto vale su lado?

Su lado valdrá la raíz cuadrada de 36. Como $6^2 = 36$, entonces la raíz cuadrada de 36 es 6. El lado del cuadrado es 6.

Actividades propuestas

21. Calcula **mentalmente** en tu cuaderno las siguientes raíces:

a) $\sqrt{100}$

b) $\sqrt{64}$

c) $\sqrt{81}$

d) $\sqrt{49}$

e) $\sqrt{25}$

f) $\sqrt{1}$

g) $\sqrt{0}$

3.3. Raíz n -ésima de un número

Como $2^3 = 8$ se dice que $\sqrt[3]{8} = 2$ que se lee: *la raíz cúbica de 8 es 2*. El **radicando** es 8, el valor de la **raíz** es 2 y 3 es el **índice**.

La **raíz n -ésima** de un número a , es otro número b , cuya potencia n -ésima es igual al primero.

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

porque

$$2^3 = 8$$

Ejemplo 18:

✚ Por ser $64 = 4^3$, se dice que 4 es la *raíz cúbica* de 64, es decir $\sqrt[3]{64} = 4$.

✚ Por ser $81 = 3^4$, se dice que 3 es la *raíz cuarta* de 81, es decir $\sqrt[4]{81} = 3$.

3.4. Introducir factores en el radical

Para introducir un número dentro del radical se eleva el número al índice de la raíz y se multiplica por el radicando.

Ejemplo 19:

$$10\sqrt{2} = \sqrt{10^2 \cdot 2} = \sqrt{200}$$

3.5. Extraer factores del radical

Para extraer números de un radical es preciso descomponer el radicando en factores:

Ejemplo 20:

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = \sqrt{2^4 \cdot 2} = 2^2\sqrt{2}$$

3.6. Suma y resta de radicales

Decimos que dos radicales son semejantes si tienen el mismo índice y el mismo radicando.

Para sumar y restar radicales, estos deben ser semejantes; en ese caso, se operan los coeficientes y se deja el mismo radical.

Cuidado, un error muy común: la raíz de una suma (o una resta) **NO** es igual a la suma (o la resta) de las raíces:

$$10 = \sqrt{100} = \sqrt{64 + 36} \neq \sqrt{64} + \sqrt{36} = 8 + 6 = 14$$

Actividades propuestas

22. Calcula mentalmente en tu cuaderno las siguientes raíces:

a) $\sqrt[3]{1000}$; b) $\sqrt[3]{8}$; c) $\sqrt[4]{16}$; d) $\sqrt[4]{81}$; e) $\sqrt[3]{64}$; f) $\sqrt[5]{1}$; g) $\sqrt[3]{0}$.

23. Introducir los siguientes factores en el radical:

a) $2\sqrt[3]{4}$; b) $3\sqrt[3]{2}$; c) $5\sqrt[5]{4}$; d) $10\sqrt[3]{2}$; e) $2\sqrt[4]{5}$.

24. Extraer los factores que se pueda del radical:

a) $\sqrt[3]{1000a^6b^3}$; b) $\sqrt[5]{100000000}$; c) $\sqrt[4]{81a^6b^5c^4}$; d) $\sqrt[3]{10000a^5b^3}$.

25. Calcula:

a) $2\sqrt{8} + 3\sqrt{32} - 5\sqrt{2}$

b) $5\sqrt{27} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{81}$.

CURIOSIDADES. REVISTA

Historia del ajedrez

Cuenta la leyenda que un súbdito enseñó a jugar al ajedrez al príncipe persa Sisso, hijo de Dahir, y le gustó tanto el juego que prometió regalarle lo que pidiera. El súbdito dijo, quiero un grano de trigo por la primera casilla del tablero, dos por la segunda, el doble por la tercera, así hasta llegar a la casilla 64.



A Sisso no le pareció una demanda excesiva, y sin embargo ¡no había trigo suficiente en el reino para pagar eso!

- ¿Cómo se debe representar el cálculo?
- ¿Cuántos granos de trigo le dan por la casilla primera? ¿Y por la casilla segunda? ¿Y por la tercera? ¿Y por la suma de las tres primeras casillas?
- ¿Cuántos granos de trigo corresponden a la casilla 10?
- ¿Y a la 64? Utiliza la calculadora para intentar calcular ese número, ¿qué ocurre?

El secreto

Al hotel de una pequeña ciudad de unos 1000 habitantes llega un famoso cantante intentando pasar desapercibido.

Cuando va a entrar en su habitación, un empleado cree reconocerle y se apresura a comentarlo con tres compañeros.

Las tres personas al llegar a sus casas (en lo que tardan 10 minutos) hablan con sus vecinos y vecinas, llaman por teléfono a amigos y amigas y cada una cuenta la noticia a otras tres personas.

Éstas a su vez, en los siguientes 10 minutos, cada una de ellas cuenta la noticia a 3 personas.

El rumor pasa de unos a otros, y de esta forma, una hora después la noticia es sabida por ¿cuántas personas?

¿Tiene posibilidades el cantante de pasar desapercibido en alguna parte de la ciudad?



Adivina

- ¿Cuál es el número mayor que puede escribirse utilizando cuatro unos?
- ¿Cuál es el número mayor que puede escribirse utilizando cuatro doses?
- ¿Y cinco doses?

Otros números enormes



Un mosquito hembra pone al día 200 huevos de los que salen hembras, que al cabo de 3 días ya son nuevos mosquitos hembras capaces de poner huevos. Utiliza tu calculadora para ir obteniendo la población de mosquitos hembras: a) Al cabo de 3 días, 200 nuevas hembras, ¿y al cabo de 6 días? ¿Y a los 9 días? ¿Y en un mes (de 30 días)?

Observa en qué poco tiempo tu calculadora empieza a escribir cosas raras. ¡Ya no le cabe ese número tan grande! Tiene un **crecimiento exponencial**.

Si los mosquitos no tuvieran enemigos y no tuvieran competencia por los alimentos, pronto ocuparían todo el espacio.

RESUMEN

Potencia	Una potencia a^n de base un número real a y exponente natural n es un producto de n factores iguales a la base	$5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$. 5 es la base y 3 el exponente
Cuadrados y cubos	Las potencias de exponente 2 se llaman cuadrados y las de exponente 3, cubos	5^2 es 5 al cuadrado y 5^3 es 5 al cubo.
Potencias de 1 y de 0	Cualquier número distinto de cero elevado a 0 es igual a 1. El número 1 elevado a cualquier número es igual a 1. El número 0 elevado a cualquier número distinto de cero es igual a 0.	$7^0 = 1$; $1^{35} = 1$; $0^{234} = 0$.
Potencias de base 10	Una potencia de base 10 es igual a la unidad seguida de tantos ceros como unidades tiene el exponente. La unidad seguida de ceros es igual a una potencia de 10.	$10^3 = 1\ 000$ $10\ 000 = 10^4$
Notación científica.	Para escribir un número en notación científica se expresa como un número distinto de cero, multiplicado por una potencia de base 10.	$3\ 000\ 000 = 3 \cdot 10^6$.
Producto de potencias de igual base	Para multiplicar potencias de la misma base se deja la misma base y se suman los exponentes.	$4^2 \cdot 4^3 =$ $(4 \cdot 4) \cdot (4 \cdot 4 \cdot 4) =$ $4^{2+3} = 4^5$
Cociente de potencias de igual base	Para dividir potencias de igual base, se deja la misma base y se restan los exponentes.	$7^8 : 7^5 = 7^{8-5} = 7^3$
Elevar una potencia a otra potencia	Para calcular la potencia de otra potencia, se deja la misma base y se multiplican los exponentes.	$(2^4)^6 = 2^{24}$
Raíz cuadrada	La raíz cuadrada de un número a es otro número b que al elevarlo al cuadrado nos da a .	$\sqrt{4} = 2$; $\sqrt{49} = 7$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS**Potencias**

1. Calcula en tu cuaderno las siguientes potencias:

a. 7^3 ; b. 8^4 ; c. 5^5 ; d. 3^5 ; e. 5^2 ;
 f. 5^3 ; g. 3^4 ; h. 1^4 ; i. 9^0 ; j. 10^8

2. Calcula mentalmente en tu cuaderno las 5 primeras potencias de 10.

3. Escribe en forma de potencias:

a) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$; b) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$; c) $11 \cdot 11 \cdot 11$; d) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

4. Expresa en forma de potencia en tu cuaderno:

a. 100 000 b. 1 000 000 c. 10 000 000

5. Escribe en forma de potencias de 10:

a) Un millón b) Un billón c) Una centena de millar

6. Expresa como una única potencia y calcula el resultado:

a) $(4^3)^2$; b) $(2^2)^2$; c) $(9^0)^5$; d) $(5^3)^2$.

7. Calcula mentalmente en tu cuaderno las 5 primeras potencias de 2.

8. Calcula en tu cuaderno las siguientes potencias:

a. 25^0 ; b. 10^6 ; c. $5 \cdot 10^4$; d. 2^4 ; e. 4^2 ;
 f. 10^2 ; g. 10^5 ; h. 10^{12} ; i. 10^6 j. 6^3 .

9. Escribe en tu cuaderno una aproximación de las siguientes cantidades, mediante el producto de un número por una potencia de 10.

a. 600 000 000 b. 250 000 000 c. 914 000 000 000

10. Escribe en tu cuaderno una aproximación abreviada de las siguientes cantidades:

a. La distancia de la Tierra al Sol \rightarrow 150 000 000 km

b. El número de átomos que hay en un gramo de oxígeno.

37 643 750 000 000 000 000 000 átomos

11. Halla en tu cuaderno:

a. $(2^5 : 2)^3 \cdot 2^4$; b. $(7^4)^2$; c. $6^5 : 3^5$;
 d. $(9 : 3)^5$; e. $(15 : 5)^3$; f. $(21 : 7)^3$;
 g. $(75 : 5)^4$; h. $(4 : 2)^5$; i. $8^2 : 2^5$.



12. Calcula $(4^3)^2$ y $4(3)^2$ ¿Son iguales? ¿La potenciación tiene la propiedad asociativa?

13. Escribe en tu cuaderno el resultado en forma de potencia:

a) $36 \cdot 6^2$; b) $3^3 \cdot 81$; c) $36 : 6^2$.

14. Factoriza y expresa como un producto de potencias de base 2, 3 y 5:

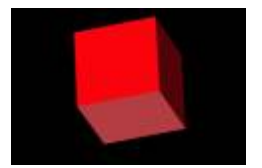
a. $12^7 : 6^7$; b. $(2^5 \cdot 2^2) : 16$; c. $(5^6 \cdot 36) : 10^4$; d. $(16 \cdot 4^2) : 2^5$

15. Calcula a) $(2 + 3)^2$ y $2^2 + 3^2$ ¿Son iguales? b) Calcula $6^2 + 8^2$ y $(6 + 8)^2$ ¿Son iguales?

16. Calcula en tu cuaderno:

a) $2^3 + 2^4$; b) $3^5 - 3^4$; c) $5^3 \cdot 5^2$; d) $10^4 \cdot 10^3$; e) $7^4 : 7^2$; f) $10^5 : 10^3$.

17. La superficie de la cara de un cubo mide 36 cm cuadrados. ¿Cuál es su volumen?



18. Escribe en tu cuaderno en forma de potencia el resultado de estas operaciones:

a) $6^{10} \cdot 6^2$; b) $8^{14} \cdot 8^3$; c) $3^5 \cdot 3^3 \cdot 3^6$; d) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$;
e) $7 \cdot 7^4 \cdot 7^2$; f) $3^3 \cdot 3 \cdot 3^6$; g) $10^5 \cdot 10^3 \cdot 10^4$; h) $2 \cdot 2 \cdot 2$.

19. Escribe en forma de una única potencia el resultado de estas operaciones:

a) $7^{10} : 7^2$ b) $9^{14} : 9^3$ c) $3^8 : 3^3$
d) $5^7 : 5^3$ e) $6^4 : 6^4$ f) $10^7 : 10^5$.

20. Simplifica y calcula en tu cuaderno:

a) $(3 \cdot 2^4 \cdot 5^3) : (3 \cdot 2^2 \cdot 5^2)$ b) $(6^3 \cdot 4^5 \cdot 11^3) : (2^4 \cdot 3 \cdot 11^2)$

21. Escribe en tu cuaderno en forma de una única potencia:

a) $4^4 \cdot 2^5 \cdot 2^{10}$; b) $5^5 \cdot 25^6 \cdot 5^8$; c) $10^{12} \cdot 100^8$; d) $3^2 \cdot 9^5 \cdot 3^3$.

22. Escribe los cuadrados de diez números mayores que 10 y menores que 100.

23. En un envase de un supermercado hay 16 cajas de batidos de chocolate, y cada caja tiene 8 batidos de 200 centímetros cúbicos. Expresa el número total de batidos de cada envase en forma de potencia de 2.

24. Con cubitos se forman cubos mayores de lado 2, 3, 4 y 5. ¿Cuántos cubitos son necesarios en cada caso? Exprésalo en forma de potencias.

25. Efectúa las siguientes operaciones con potencias dando el resultado en forma de potencia de una sola base, la que creas más adecuada en cada caso:

a. $(4^5 \cdot 4^2)^3 : 16$; b. $1^3 \cdot 3^3$; c. $(16^4 : 8^3)^4$;
d. $(5^3 : 5^2)^3$; e. $((7^5 \cdot 7^2)^2)^3$; f. $(27^2 \cdot 9^2)^3$;



Fotógrafo Francisco Javier Martí-

- 26.** Dibuja en un papel cuadrulado un cuadrado de lado igual a 2 cuadrados pequeños. ¿Cuántos cuadrados pequeños tiene? Dibuja también cuadrados de lados 3, 4 y 5 cuadrados pequeños e indica cuántos cuadrados pequeños tienen. Exprésalo en forma de potencias.
- 27.** Efectúa las siguientes operaciones dando el resultado como una única potencia:
- a. $2^{10} \cdot 2^2 \cdot 2^2$; b. $(5^{10} \cdot 25^2)^4$; c. $4^3 \cdot 4^5 \cdot (4^5)^2$;
d. $16^7 : 8^2$; e. $(16^7)^3 : (8^2)^2$; f. $3^4 \cdot (3^2 : 3^5)$;
- 28. Calculadora:** Algunas calculadoras tienen la tecla x^2 que calcula cuadrados. Por ejemplo: Para calcular 23^2 se pulsa:
- $23 \quad x^2$
- y se obtiene 529. Usa la calculadora para obtener:
- a) 13^2 ; b) 43^2 ; c) 75^2 ; d) 82^2 .
- 29.** Escribe los cubos de los diez números mayores que 10 y menores que 100.
- 30.** Indica cuáles de los siguientes números son cuadrados y cuáles son cubos:
- a) 1, b) 2, c) 4, d) 8, e) 16, f) 27, g) 1 000.
- 31.** Calcula en tu cuaderno:
- a) $(2^3 \cdot 8 \cdot 2^5) : (2^6 \cdot 2^3)$; b) $(5^2 \cdot 5^4 \cdot 5) : (5 \cdot 5^2 \cdot 5)$.
- 32.** Calcula 5^3 y 3^5 ¿Son iguales? ¿Se pueden intercambiar la base y el exponente en una potencia? Calcula $5 \cdot 3$ y $3 \cdot 5$ ¿Son iguales?
- 33.** Descompón en factores primos, utilizando potencias: 12; 36; 48; 100; 1000; 144.
- 34.** Efectúa las siguientes operaciones con potencias dando el resultado en forma de potencia de una sola base, la que creas más adecuada en cada caso:
- a. $(5^3 \cdot 5^2)^3$; b. $(16^2 : 4^3)^3$; c. $(9^2 : 3^3)^2$;
d. $(2^5 : 2^2)^3$; e. $3 \cdot 7^5 \cdot 3 \cdot 7^2$; f. $(2 \cdot 5^5 \cdot 2 \cdot 5^2) : 2 \cdot 5$;
- 35.** Efectúa las siguientes operaciones dando el resultado como una única potencia:
- a. $(7^{12} \cdot 49^3)^6$; b. $9^4 \cdot 27^2$; c. $(5^{10} \cdot 5^2)^2$;
d. $(7^{10} : 7^2)^2$ e. $(9^5 \cdot 81^2)^3$; f. $(6^7 \cdot 36^5)^3$
- 36.** Un campo cuadrado mide 3600 metros cuadrados. ¿Cuántos metros de valla es preciso comprar para vallarlo?
- 37.** ¿A qué número hay que elevar 2^2 para obtener 4^4 ? ¿Y para obtener 8^8 ?
- 38.** Dibuja cuadrados de lados 5, 6, 7 y 10 e indica cuántos cuadraditos de lado 1 contienen.



Raíces

39. Halla en tu cuaderno:

a. $\sqrt{4}$ b. $\sqrt{25}$ c. $\sqrt{81}$ d. $\sqrt{9}$
 e. $\sqrt{64}$ f. $\sqrt{16}$ g. $\sqrt{225}$ h. $\sqrt{100}$

40. Calcula en tu cuaderno las siguientes raíces:

a. $\sqrt[2]{100}$ b. $\sqrt[3]{125}$ c. $\sqrt[3]{8}$
 d. $\sqrt[3]{1}$ e. $\sqrt[4]{16}$ f. $\sqrt[2]{289}$

41. Introduce en tu cuaderno los siguientes factores en el radical:

a. $3\sqrt[3]{27}$ b. $8\sqrt[3]{4}$ c. $9\sqrt[5]{3}$ d. $5\sqrt[3]{7}$
 e. $4\sqrt[5]{4}$ f. $5\sqrt[3]{2}$ g. $2\sqrt[2]{7}$ h. $5\sqrt[2]{7}$

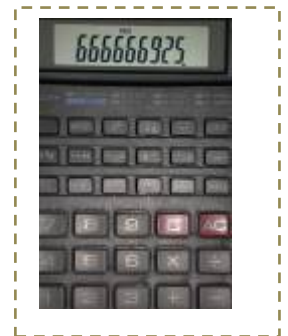
42. Extrae en tu cuaderno factores de los radicales siguientes:

a. $\sqrt[3]{729}$ b. $\sqrt[2]{32}$ c. $\sqrt[2]{175}$ d. $\sqrt[2]{1200}$
 e. $\sqrt[2]{180}$ f. $\sqrt[4]{50000}$ g. $\sqrt[3]{64}$ h. $\sqrt[4]{100000}$
 i. $\sqrt[2]{50}$ j. $\sqrt[2]{360}$ k. $\sqrt[3]{80}$ l. $\sqrt[2]{8}$

43. Calculadora: Algunas calculadoras tienen la tecla $\sqrt{\square}$ que calcula raíces cuadradas. Por ejemplo: Para calcular $\sqrt{64}$ se pulsa: 64 $\sqrt{\square}$ y se obtiene 8.

Usa la calculadora para obtener las raíces cuadradas de 121, 144, 625, 2025.

44. En la pastelería quieren colocar en una caja cuadrada 196 bombones formando el mayor cuadrado posible, ¿cuántos bombones tendrá de lado? ¿Cuántos bombones se necesitan para formar el cuadrado que tenga un bombón más por lado?



45. Halla en tu cuaderno:

a. $3\sqrt{5} + 5\sqrt{20} - 7\sqrt{45}$ b. $4\sqrt{12} - 3\sqrt{75} + 6\sqrt{300}$
 c. $5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$ d. $8\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$

46. Calcula mentalmente las raíces cuadradas de 100; 10 000; 1 000 000.

47. Calcula en tu cuaderno:

a. $2 + 5^2 + (14 : 2) + (1)^7$ b. $3 + 4^2 + (12 : 6) + (1)^{14}$
 c. $3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^0$ d. $4^3 + 7 \cdot 3^2$

48. Escribe en tu cuaderno las frases siguientes y complétalas:

- La raíz cuadrada de es 10.
- La raíz cuadrada de 36 es
- El número al que se le halla la raíz cuadrada se llama
- El cubo de 2 es
- El cuadrado de es 81.
- La raíz cuadrada aproximada de 5 es Observa con 5 cuadraditos podemos formar un cuadrado de lado 2 y nos sobra un cuadradito.

49. Se quieren plantar árboles en un jardín de forma que llenen un cuadrado. Hay 26 árboles. ¿Cuántos árboles habrá en cada lado del cuadrado? ¿Sobrarán algún árbol?

50. Escribe al número 111 entre los cuadrados de dos números consecutivos.

51. Con 9 cuadrados hemos formado un cuadrado mayor de lado 3. ¿Cuántos cuadraditos debemos añadir para formar el siguiente cuadrado de lado 4? ¿Es $3 + 3 + 1$? Y si ya tenemos el cuadrado de lado 4, cuántos para formar el cuadrado de lado 5?

52. Halla en tu cuaderno:

- | | | | |
|-----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| a. $\sqrt{121}$ | b. $\sqrt{49}$ | c. $\sqrt{1}$ | d. $\sqrt{0}$ |
| e. $\sqrt{169}$ | f. $\sqrt{196}$ | g. $\sqrt{36}$ | h. $\sqrt{144}$ |

53. La superficie de un cuadrado es de 1 000 000 metros cuadrados, ¿Cuánto mide su lado? ¿Y su perímetro?

54. Calcula en tu cuaderno las siguientes raíces:

- | | | |
|-------------------|---------------------|------------------------|
| a. $\sqrt[5]{32}$ | b. $\sqrt[3]{1000}$ | c. $\sqrt{625}$ |
| d. $\sqrt[4]{81}$ | e. $\sqrt[3]{27}$ | f. $\sqrt[2]{1000000}$ |

55. Extrae en tu cuaderno factores de los radicales siguientes:

- | | | | |
|-------------------------|--------------------------|-----------------------------|---------------------------|
| a. $\sqrt[2]{60}$ | b. $\sqrt[2]{250}$ | c. $\sqrt[3]{125a^6b^5c^3}$ | d. $\sqrt[3]{8a^4b^7c^2}$ |
| e. $\sqrt[2]{49b^5x^8}$ | f. $\sqrt[3]{125b^6c^5}$ | g. $\sqrt[3]{216b^4x^7}$ | h. $\sqrt[4]{81b^5m^9}$ |

56. Introduce los siguientes factores en el radical:

- | | | | |
|------------------|--------------------|--------------------|-------------------|
| a. $3x\sqrt{x}$ | b. $5^2\sqrt{100}$ | c. $6^2\sqrt{32}$ | d. $4^2\sqrt{20}$ |
| e. $2^3\sqrt{3}$ | f. $7^3\sqrt{3}$ | g. $5^5\sqrt{2^4}$ | h. $a^3\sqrt{5}$ |

57. Dibuja en tu cuaderno cuadrados de área 36, 49, 64 y 100 unidades.

58. Escribe el signo = o \neq en el hueco:

- a) $\sqrt[2]{64+36} \square \sqrt{36} + \sqrt{64}$. b) $\sqrt[2]{9+16} \square \sqrt[2]{9} + \sqrt[2]{16}$.

59. Halla en tu cuaderno:

a. $9\sqrt{20} + 2\sqrt{80} - 4\sqrt{180}$

b. $30\sqrt{27} + 9\sqrt{3} - 23\sqrt{12}$

c. $5\sqrt{2} - 7\sqrt{8} + 12\sqrt{50}$

d. $6\sqrt{28} - 2\sqrt{63} + 4\sqrt{7}$

60. Calcula en tu cuaderno:

e. $5 \cdot \sqrt{16} - 32 : 2^3 + 2\sqrt{144} + \sqrt{49}$

f. $3 \cdot 10^2 - 5 \cdot \sqrt{64} + 7^0 =$

g. $5 \cdot 3^2 - 2 \cdot (1 + \sqrt{36}) - 2$

h. $32 : 2^3 - 2 \cdot \sqrt{25} + 2^2$

Problemas

61. Una finca tiene forma cuadrada y mide 36 m de lado. Si el metro cuadrado se paga a 500 €, ¿cuánto vale la finca?

62. El suelo de una cocina es cuadrado y está formado por 121 losas cuadradas de 40 cm x 40 cm. Halla la medida del lado de la cocina y su área.



63. Preguntan la edad a una profesora de Matemáticas y contesta "Mi edad se obtiene si del cubo de 3 se suma el cuadrado de 2". ¿Qué edad tiene?

64. Nieves y Ana juegan tres partidas. Nieves tenía 10 cromos y Ana 80. En la primera partida ganó Nieves y elevó sus cromos al cuadrado, en la segunda perdió el cubo de 3, y en la tercera perdió el cuadrado de 4. ¿Cuántos cromos les quedan a Ana y a Nieves? ¿Quién ha ganado?



65. Luis y Miriam tienen canicas. Luis tiene 8 elevado al cuadrado. Miriam tiene 2 elevado a la sexta potencia. ¿Quién tiene más canicas?

Fotógrafa: Manuela Morillo

66. En un restaurante se puede elegir entre cuatro primeros platos, cuatro segundos y cuatro postres. ¿Cuántos menús distintos pueden hacerse?

67. Un chalé está edificado sobre una parcela cuadrada de 7 225 m² de área. ¿Cuánto mide el lado de la parcela?

68. El hotel de los líos: Un hotel tenía infinitas habitaciones todas ocupadas. Un cliente gracioso se levanta por la noche y abre todas las puertas. Otro cliente se levanta también y cierra las puertas pares. Un tercer cliente se levanta y modifica las puertas que son múltiplos de 3, si están abiertas, las cierra, y si las encuentra cerradas, las abre. Un cuarto cliente lo mismo, pero con las que son múltiplo de 4. Y así toda la noche, todos los clientes. A la mañana siguiente ¿cómo están las puertas? ¿Qué puertas están abiertas?

69. Calcula en kilómetros y notación científica la distancia que hay desde la Tierra al Sol sabiendo que la velocidad de la luz es aproximadamente de 300 000 km/s y que la luz del Sol tarda 8.25 minutos en llegar a la Tierra.

70. Halla el volumen de un cubo de 1.5 m de arista.

71. Una parcela es cuadrada, y la medida de su área es 8 100 m². Halla el área de otra parcela cuyo lado sea el doble.

72. La superficie de la cara de un cubo mide 49 cm cuadrados. ¿Cuál es su volumen?

Formación Secundaria de personas adultas. Capítulo 12: Álgebra

LibrosMareaVerde.tk

www.apuntesmareaverde.org.es

Autora: Ana María Zarco García

Revisora: Ana Lorente

Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF



- 73.** Juan hace diseños de jardines con plantas formando cuadrados. Le sobran 4 plantas al formar un cuadrado y le faltan 9 para formar otro con una planta más por lado. ¿Cuántas plantas tiene? Te ayudará a saberlo hacer un dibujo.
- 74.** Manuel tiene una habitación cuadrada. Con 15 baldosas cuadradas más tendría una baldosa más por lado. ¿Cuántas tiene? Te ayudará a saberlo hacer un dibujo.
- 75. Arquímedes**, en su tratado *El arenario* contaba una manera para expresar números muy grandes, como el número de granos de arena que hay en toda la Tierra. Es, efectivamente, un número muy grande, pero no infinito. Imagina que toda la Tierra está formada por granos de arena. Puedes calcular su volumen conociendo su radio que es de 6 500 km. Recuerda, el volumen de una esfera es $(4/3)\pi r^3$.
- Calcula el volumen de la Tierra en km^3 , y escribe ese volumen en notación exponencial.
 - Pasa el volumen a mm^3 , en notación exponencial.
 - Estima cuántos granos de arena caben en 1 mm^3 . Supón que, por ejemplo, caben 100 granos.
 - Calcula cuántos caben en toda la Tierra multiplicando el volumen en mm^3 por 100.
 - ¿Has obtenido $1.15 \cdot 10^{32}$ granos de arena?

AUTOEVALUACIÓN del tramo 1º

1. ¿Cuál es el resultado de las tres potencias siguientes 2^4 , 4^3 y 5^2
 - a) 16, 12, 25
 - b) 16, 64, 25
 - c) 32, 64, 10
 - d) 64, 32, 26

2. ¿Cuál es el resultado de la operación $4^2 + 5^2$?
 - a) 41
 - b) 64
 - c) 34
 - d) 16

3. Escribe = (igual) o \neq (distinto) según corresponda:
 - a) $5^6 \neq 15625$
 - b) $1^8 \neq 8$
 - c) $14^0 \neq 14$
 - d) $10^4 \neq 40$

4. ¿Cuál de las respuestas corresponde a la multiplicación $3^3 \cdot 3^2 \cdot 3^5$?
 - a) 3^{30}
 - b) 9^{10}
 - c) 3^{10}
 - d) 19683

5. ¿Cuál de las respuestas corresponde a la división $7^6 : 7^4$?
 - a) 7^{24}
 - b) 7^2
 - c) 7^{10}
 - d) $3/2$

6. ¿Cuál de las soluciones es la correcta para la operación $(5 \cdot 2 \cdot 1)^3$
 - a) 1000
 - b) 30
 - c) 100
 - d) 60

7. Elige la respuesta que corresponda al resultado de $((2)^2)^4$
 - a) 2^8
 - b) 2^6
 - c) 32
 - d) 16

8. ¿Cuál es el resultado de la operación $(18 : 2)^3$
 - a) 81
 - b) 316
 - c) 401
 - d) 729

9. Señala el número que no es cuadrado perfecto:
 - a) 49
 - b) 36
 - c) 25
 - d) 1000

10. El lado de una superficie cuadrada de 64 centímetros cuadrados mide:
 - a) 6 cm
 - b) 8 cm
 - c) 7 cm
 - d) 7.5 cm

AUTOEVALUACIÓN del tramo 2º

- ¿Cuál es el resultado de las tres potencias siguientes $(-2)^4$, $(-4)^3$ y $(-5)^2$?
 a) $-16, -12, 25$ b) $16, -64, 25$ c) $32, -64, 10$ d) $-64, -32, -26$
- ¿Cuál es el resultado de la operación $4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^2$?
 a) 900 b) $9 \cdot 10^4$ c) $20 \cdot 10^2$ d) 500
- Escribe = (igual) o \neq (distinto) según corresponda:
 a) $3^3 \neq 27$ b) $1^{35} \neq 35$ c) $732^0 \neq 732$ d) $10^5 \neq 50$
- ¿Cuál de las respuestas corresponde a la multiplicación $(-3)^3 \cdot (-3)^2 \cdot (-3)^5$?
 a) $(-3)^{30}$ b) $(-9)^{10}$ c) 3^{10} d) -19683
- ¿Cuál de las respuestas corresponde a la división $0,7^6 : 0,7^4$?
 a) $0,7^{24}$ b) $0,7^2$ c) $0,7^{10}$ d) $6/4$
- ¿Cuál de las soluciones es la correcta para la operación $((-5) \cdot (-2) \cdot (-1))^3$?
 a) -1000 b) -30 c) 100 d) 60
- Elige la respuesta que corresponda al resultado de $((-0.2)^2)^4$
 a) $(0.2)^8$ b) $(-0.2)^6$ c) 0.032 d) -0.0016
- ¿La raíz cuadrada de 81 vale?
 a) 18 b) 8.7 c) 9 d) 3
- Señala el número que no es cuadrado perfecto:
 a) 169 b) 441 c) 636 d) 1 024 e) 700
- El lado de una superficie cuadrada de 196 centímetros cuadrados mide:
 a) 19 cm b) 14 cm c) 13 cm d) 17 cm