FORMACIÓN SECUNDARIA DE PERSONAS ADULTAS.

NIVEL I

CAPÍTULO 11: MAGNITUDES PROPORCIONALES. PORCENTAJES

Índice

Resumen

En este capítulo aprenderemos a utilizar instrumentos que nos permitan establecer comparaciones entre magnitudes.

Estudiaremos las diferencias entre proporcionalidad directa e inversa, aplicando métodos de resolución de problemas.

Aprenderemos a aplicar e interpretar los porcentajes y su aplicación en la vida cotidiana.

Si conoces la escala o proporción de esta fotografía puedes saber el tamaño real de estas flores midiendo sobre la foto.

Interpretación de mapas

Aplicaremos los conocimientos sobre proporcionalidad en la interpretación de escalas y mapas.

RAZÓN Y PROPORCIÓN

1.1. Razón

Razón, en matemáticas, es una comparación entre los valores de dos variables.

Se expresa en forma de cociente, de forma similar a una fracción y se lee **“A es a B”.**

Ejemplo 1:

- Compramos 3 kg de cerezas por 6 €. Podemos establecer la relación entre el precio (6 €) y la cantidad (3 kg).

$$6 : 3 = 2 \text{ € el kilo}$$

$\frac{6}{3}$ es **la razón** entre euros y cerezas.

De esta manera si compramos otras cantidades de cerezas podremos calcular el precio a pagar.

Observa: **Una fracción** expresa una parte de un todo de **una única magnitud**, mediante sus términos, numerador (las partes que se toman) y denominador (el total de las partes en las que se ha dividido ese todo).

Sin embargo, los términos de **una razón** se refieren a cantidades de **dos magnitudes**, el primero se llama “antecedente” y el segundo “consecuente”.

Ejemplo 2:

- La razón que relaciona el gasto de 4 personas y los 200 litros de agua que gastan en un día, puede escribirse:

$\frac{4 \text{ personas}}{200 \text{ litros}}$ o bien $\frac{200 \text{ litros}}{4 \text{ personas}}$

En cualquiera de los casos estamos expresando que la razón entre litros de agua y personas es:

200 : 4= 50 litros por persona.

Si son 40 personas, la cantidad de agua será 2000 litros, si son dos personas la cantidad de agua será 100 litros, es decir:

$$\frac{4}{200} = \frac{40}{2000} = \frac{2}{100} \text{ o bien } \frac{200}{4} = \frac{2000}{40} = \frac{100}{2} = \frac{50}{1}.$$

Ideas claras

Una razón es un cociente. Se expresa en forma de fracción pero sus términos no expresan una parte de una misma magnitud sino la relación entre dos magnitudes.
Los términos de la razón pueden ser números enteros o decimales.

Actividades propuestas

1. Tres personas gastan 150 litros de agua diariamente.

¿Cuál es la razón entre los litros consumidos y el número de personas? ¿Cuál es la razón entre las personas y los litros consumidos?

2. Seis kilos de naranjas costaron 6,90 €. Expresa la razón entre kilos y euros.

3. La razón entre dos magnitudes es 56. Escribe un ejemplo de los valores que pueden tener estas dos magnitudes.

Autora: Nieves Zuasti Soravilla
Revisora: Carmen de la Fuente
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

1.2. Proporción

Una **proporción** es la igualdad entre dos razones. Los términos primero y cuarto son los extremos y el segundo y tercero son los medios.

$$\frac{\text{extremo}}{\text{medio}} = \frac{\text{medio}}{\text{extremo}}$$

Se llama "***razón de proporcionalidad***" al cociente entre dos variables. Y su valor constante nos permite obtener razones semejantes:

Cuando manejamos una serie de datos de dos pares de magnitudes que presentan una misma razón, se pueden ordenar en un cuadro de proporcionalidad.

Ejemplo 3:

- En el cuadro de abajo se observa que cada árbol da 200/4 = 50 kg de fruta. Es la **razón de proporcionalidad.**

Con ese dato podemos completar el cuadro para los siguientes casos.

kg de fruta	**200**	400	100	50	500	150	3000	1000
nº de árboles	**4**	8	2	1	10	3	60	20

Propiedad fundamental de las proporciones:
En toda proporción, el ***producto de los extremos es igual al producto de los medios****.*
Ejemplo: $\frac{45}{27} = \frac{30}{18}$ **luego** 45 · 18 = 30 · 27.

Ideas claras

Observa que la razón de proporcionalidad nos sirve para establecer una relación entre las dos variables para cualquiera de los valores que puedan adoptar.

Actividades propuestas

4. Completa las siguientes proporciones:

a) $\frac{18}{12} = \frac{30}{x}$ b) $\frac{0,4}{x} = \frac{6}{9}$ c) $\frac{x}{7,5} = \frac{3,6}{2,4}$ d) $\frac{0,05}{10} = \frac{x}{300}$.

5. Ordena estos datos para componer una proporción:

a) 12, 3, 40, 10 b) 24, 40, 50, 30 c) 0,36; 0,06; 0,3; 1,8.

6. Completa la tabla sabiendo que la razón de proporcionalidad es 4,5:

0,5	7	3		20			3,6
		13.5	36		45	18	

Autora: Nieves Zuasti Soravilla
Revisora: Carmen de la Fuente
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

2. MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

Dos magnitudes son **directamente proporcionales** cuando al multiplicar o dividir a la primera por un número, la segunda queda multiplicada o dividida por el mismo número.

Ejemplo 4:

- El número de personas que vienen a comer y la cantidad de comida que necesito. Por ejemplo si el número de personas es el triple habrá que preparar triple cantidad de comida.

Sin embargo, hay relaciones entre magnitudes que no son de proporcionalidad porque cuando una se multiplica o se divide por un número, la otra no queda multiplicada o dividida de la misma forma.

Ejemplo 5:

- El peso y la edad de una persona no son magnitudes proporcionales: El doble de la edad no significa el doble de peso.

Ideas claras

Cuando dos magnitudes son directamente proporcionales, el doble, triple, … de la primera supone el doble, triple, ... de la segunda.

Hay magnitudes que no se relacionan proporcionalmente.

Actividades propuestas

7. Señala de estos pares de magnitudes, las que son directamente proporcionales:

- El tamaño de un recipiente y el número de litros que puede contener.
- La edad de una persona y su altura.
- El número de pisos que sube un ascensor y las personas que caben en él.
- Los kilos de pienso y el número de animales que podemos alimentar.
- Las entradas vendidas para un concierto y el dinero recaudado.
- El número de calzado y la edad de la persona.

8. Calcula los términos que faltan para completar las proporciones:

a) $\frac{18}{24} = \frac{30}{x}$ b) $\frac{25}{100} = \frac{40}{x}$ c) $\frac{3{,}6}{21{,}6} = \frac{x}{3}$.

9. Ordena estos valores de manera que formen una proporción directa:

a) 3,9 0,3 1,3 0,1 b) 5, 12, 6,10 c) 0,18 4 0,4 18.

¿Hay más de una solución?

Autora: Nieves Zuasti Soravilla
Revisora: Carmen de la Fuente
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

2.1. Regla de tres directa

Para resolver problemas de proporcionalidad directa, podemos utilizar el **método de reducción a la unidad.**

Ejemplo 6:

- Cinco billetes de avión costaron 690 €. ¿Cuánto pagaremos por 18 billetes para el mismo recorrido?

Primero calculamos el precio de un billete, 690 : 5 = 138 €.

Después calculamos el coste de los 18 billetes: 138 · 18 = 2484 €.

La **regla de tres** es otro procedimiento para calcular el cuarto término de una proporción.

Ejemplo 7:

- Con dos kilos de pienso mis gatos comen durante 6 días. ¿Cuántos kilos necesitaré para darles de comer 15 días?

Formamos la proporción ordenando los datos: $\frac{2\text{ kg}}{\text{X kg}} = \frac{6\text{ días}}{15\text{ días}}$ $\quad x = \frac{2 \cdot 15}{6} = 5$ kg.

Otra forma habitual de plantear la regla de tres es situando los datos de esta forma:

2kg ———————— 6días $\quad x = \frac{2 \cdot 15}{6} = 5$ kg.

X kg ———————— 15 días

Ideas claras

En la regla de tres directa ordenamos los datos de forma que el valor desconocido se obtiene multiplicando en cruz y dividiendo por el tercer término.

Reducir a la unidad significa calcular el valor de uno para poder calcular cualquier otra cantidad.

Actividades propuestas

10. Un coche gasta 7 litros de gasolina cada 100 km, ¿cuántos litros gastará en un viaje de 825 km?

11. En una rifa se han vendido 320 papeletas y se han recaudado €. ¿A cuánto se vendía cada papeleta? ¿Cuánto habrían recaudado si hubieran vendido 1000 papeletas?

12. Una paella para 6 personas necesitas 750 g de arroz, ¿cuántas personas pueden comer paella si utilizamos 9 kg de arroz?

13. Tres camisetas nos costaron 24,90 €, ¿cuánto pagaremos por 11 camisetas?

Autora: Nieves Zuasti Soravilla
Revisora: Carmen de la Fuente
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

2.2. Porcentajes

El porcentaje o **tanto por ciento** es la proporción directa más utilizada en nuestra vida cotidiana.

En los comercios, informaciones periodísticas, o en los análisis de resultados de cualquier actividad aparecen porcentajes.

Su símbolo es **%**.

Un porcentaje es una razón con denominador 100.

Su aplicación se realiza mediante un sencillo procedimiento:

"Para calcular el % de una cantidad se multiplica por el tanto y se divide entre 100"

Ejemplo 8:

- Calcula el 23 % de 800.

$$\text{El 23 \% de 800} = \frac{23 \cdot 800}{100} = 184.$$

Algunos porcentajes se pueden calcular mentalmente al tratarse de un cálculo sencillo:

El 50 % equivale a la mitad de la cantidad.

El 25 % es la cuarta parte de la cantidad.

El 75 % son las tres cuartas partes de la cantidad.

El 10 % es la décima parte de la cantidad.

El 200 % es el doble de la cantidad.

¡¡GRANDES REBAJAS!!

40 % DE DESCUENTO

EN TODOS LOS ARTÍCULOS

Ejemplo 9:

- El 25 % de 600 es la cuarta parte de 600, por tanto es 600 : 4 = 150.

Ideas claras

Si cualquier cantidad la divides en 100 partes, el 22 % son veintidós partes de esas cien.

El total de una cantidad se expresa como el 100 %.

Actividades propuestas

14. Calcula mentalmente:

El 50 % de 190 b) el 1% 360 c) el 10% de 200 d) el 300% de 7.

15. Completa la tabla:

Cantidad inicial	%	Resultado
280	16	
720		108
60	140	
	60	294

16. En un hotel están alojadas 320 personas. De ellas, 40 son italianas, 120 francesas, 100 son alemanas y el resto rusas. Calcula el % que representa cada grupo sobre el total.

Autora: Nieves Zuasti Soravilla
Revisora: Carmen de la Fuente
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

2.3. Descuento porcentual

En muchos comercios aparecen los precios antes de la rebaja y los precios rebajados. Con esos dos datos podemos calcular el % de descuento.

Ejemplo 10:

- Una camisa costaba 34 € y en temporada de rebajas se vende a 24 €, ¿qué % de descuento se ha aplicado sobre el precio anterior?

Calculamos el importe de la rebaja 34 – 24 = 10 €.

Establecemos la proporción: $\frac{34}{10} = \frac{100}{x}$, $x = \frac{10 \cdot 100}{34} = 29{,}41\%$.

Ejemplo 11:

- Al comprar un ordenador me ofrecen un 12 % de descuento por pagarlo al contado. He pagado 528 €. ¿Cuánto valía el ordenador sin descuento?

El precio inicial equivale al 100 %. Al aplicar el descuento, sólo pagaremos 100 – 12 = 88 %.

Por tanto, debemos calcular el 100 %: $x = \frac{528 \cdot 100}{88} = 600$ €.

Ideas claras

El **descuento** es la diferencia entre la cantidad inicial y la cantidad final. Con estos datos podremos calcular el % de descuento aplicado.

Al descontarnos un x % de una cantidad, sólo pagaremos el (100 – x) %.

Actividades propuestas

17. En una tienda ofrecen un 15% de descuento al comprar una lavadora que cuesta 420 €. ¿Cuánto supone el descuento? ¿Cuál es el precio final de la lavadora?

18. ¿Cuál de estas dos oferta ofrece un mayor % de descuento:

Antes 44,99 €
Ahora 31,99 €

Antes 11,99
Ahora 9,99

19. Completa:

a) De una factura de 540 € he pagado 459 €. Me han aplicado un ………% de descuento.

b) Me han descontado el 16 % de una factura de ……………. € y he pagado 546 €.

c) Por pagar al contado un mueble me han descontado el 12 % y me he ahorrado 90 €. ¿Cuál era el precio del mueble sin descuento?

Autora: Nieves Zuasti Soravilla
Revisora: Carmen de la Fuente
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

2.4. Incremento porcentual

En los **incrementos porcentuales**, la cantidad inicial es menor que la final ya que el tanto por ciento aplicado se añade a la cantidad inicial.

Ejemplo 12:

- Por no pagar una multa de 150 € me han aplicado un 12 % de recargo.

Puedo calcular el 12% de 150 y sumarlo a 150: $\frac{12 \cdot 150}{100} = 18€$.

En total pagaré 150 + 18 = 168 €.

Ejemplo 13:

- Otra forma de aplicar el incremento porcentual puede ser calcular el % final a pagar:

En el caso anterior: 100 + 12 = 112 %.

Calculamos el 112 % de 150 €: $\frac{150 \cdot 112}{100} = 168€$.

Ejemplo 14:

- En un negocio he obtenido un 36 % de ganancias sobre el capital que invertí. Ahora mi capital asciende a 21760 €. ¿Cuánto dinero tenía al principio?

El incremento porcentual del 36 % indica que los 21760 € son el 136 % del capital inicial.

Debemos calcular el 100 %: $\frac{21760 \cdot 100}{136} = 16000€$.

Autora: Nieves Zuasti Soravilla
Revisora: Carmen de la Fuente
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

2.4 Impuesto sobre el valor añadido IVA

Los artículos de consumo y las actividades económicas llevan asociadas un impuesto IVA que supone un incremento sobre su precio de coste. En España, el IVA general que se aplica es el 21 %.

Es importante que, en la publicidad, observemos si el precio que se indica de un artículo o servicio es con IVA incluido.

Ideas claras

En los incrementos porcentuales, la cantidad inicial aumenta porque se le aplica un tanto por ciento mayor que el 100 %.

El IVA es un impuesto que supone un incremento sobre el precio inicial.

Actividades propuestas

20. Calcula el precio final después de aplicar el 68 % de incremento porcentual sobre 900 €.

21. Una persona invierte 3570 € en acciones, y al cabo de un año su inversión se ha convertido en 3659,25 €. Calcula el aumento porcentual aplicado a su dinero.

22. El precio de venta de los artículos de una tienda es el 135 % del precio al que los compró el comerciante. ¿A qué precio compró el comerciante un artículo que está a la venta por 54 €?

23. En Estados Unidos existe la norma de dejar un mínimo del 10 % de propina en restaurantes o taxis sobre el importe de la factura. Calcula en esta tabla lo que han debido pagar estos clientes que han quedado muy satisfechos y añaden un 15 % de propina:

Importe factura	34 $	105 $	90,4 $	100,20 $	12 $
Precio final					

24. El precio de un televisor es 650€ + 21% IVA. Lo pagaremos en seis mese sin recargo. Calcula la cuota mensual.

Autora: Nieves Zuasti Soravilla
Revisora: Carmen de la Fuente
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

3. ESCALAS: PLANOS Y MAPAS

Los dibujos, fotografías, mapas o maquetas representan objetos, personas, edificios, superficies, distancias...

Para que la representación sea perfecta, deben guardar en todos sus elementos una misma razón de proporcionalidad que denominamos **"escala".**

La **escala** es una razón de proporcionalidad entre la medida representada y la medida real, expresadas en una misma unidad de medida.

Ejemplo 15:

- En un mapa aparece señalada la siguiente escala **1 : 20 000** y se interpreta que 1 cm del mapa representa 20 000 cm en la realidad.

CATEDRAL DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

Ejemplo 16:

- Hemos fotografiado la catedral de Santiago de Compostela. El tamaño de la foto nos da una escala 1 : 600. Las dos torres de la fachada tienen en la foto una altura de 3,5 cm. La altura real de las torres será: 3,5 · 600 = 2100 cm = 21 m.

Las escalas nos permiten observar que la imagen real y la del dibujo son **semejantes.**

Ideas claras

La escala utiliza el cm como unidad de referencia y se expresa en comparación a la unidad.
Por ejemplo: 1: 70000.
Dos figuras son semejantes cuando tienen la misma forma y sus lados son proporcionales.

Actividades propuestas

24. Escribe cuatro ejemplos en los que se utilicen escalas.

25. La distancia entre Madrid y Burgos es 243 km. En el mapa, la distancia entre ambas ciudades es 8,1 cm, ¿a qué escala está dibujado el mapa?

26. Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta que la escala aplicada es 1 : 5000

Dibujo	Medida real
18 cm	
	3 km
0,008 m	

27. Calcula la escala correspondiente en cada ejemplo de la tabla:

Dibujo	Medida real	Escala
2,5 cm	800 m	
4 cm	6,4 hm	
5 cm	9 km	

Autora: Nieves Zuasti Soravilla
Revisora: Carmen de la Fuente
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

4. MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** cuando al multiplicar o dividir a la primera por un número, la segunda queda dividida o multiplicada por el mismo número.

Ejemplo 17:

- Un coche va a 90 km/h y tarda 3 horas en llegar a su destino. Si una moto va a 45 km/h, tardará 6 horas en recorrer la misma distancia.

Se comprueba que si la velocidad es el doble, el tiempo será la mitad, y ambos han recorrido los mismos kilómetros: $90 \cdot 3 = 270$ km $45 \cdot 6 = 270$ km

En la proporcionalidad inversa, **la razón de proporcionalidad** es el producto de ambas magnitudes

Hay muchas situaciones en las que encontramos una relación de proporcionalidad inversa entre dos magnitudes.

Ejemplos 18:

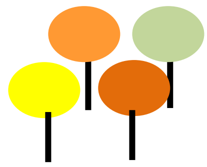
- El número de invitados a un cumpleaños y el trozo de tarta que le toca a cada uno.
- Las personas que colaboran en una mudanza y el tiempo que tardan.

Cuando conocemos la razón entre dos magnitudes inversamente proporcionales, podemos elaborar una tabla para diferentes valores:

Ejemplo 19:

- Tenemos una bolsa con 60 caramelos. Podemos repartirlos de varias maneras según el número de niños: 60 es la razón de proporcionalidad.

Número de niños	6	12	30	15	20
Número de caramelos para cada uno	10	5	2	4	3



Observa que cuando el número de niños aumenta, los caramelos que recibe cada uno disminuyen.

Ideas claras

Para que dos magnitudes sean inversamente proporcionales, cuando una crece la otra decrece en la misma proporción.

La razón de proporcionalidad se calcula multiplicando las dos magnitudes.

Actividades propuestas

28. Cinco trabajadores terminan su tarea en 8 días. El número de trabajadores y el número de días que tardan, ¿son magnitudes directa o inversamente proporcionales? ¿Cuál es la razón de proporcionalidad?

29. Completa la tabla de proporcionalidad inversa y señala el coeficiente de proporcionalidad.

Velocidad en km/h	100	120			75
Tiempo en horas	6		20	4	

Autora: Nieves Zuasti Soravilla
Revisora: Carmen de la Fuente
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

4.1 Regla de tres inversa

Una proporción entre dos pares de magnitudes inversamente proporcionales en la que se desconoce uno de sus términos se puede resolver utilizando la **regla de tres inversa**.

Ejemplo 20:

- Seis personas realizan un trabajo en 12 días, ¿cuánto tardarán 8 personas?

El coeficiente de proporcionalidad inversa es el mismo para las dos situaciones: 12 · 6 = 72.

Planteamos al regla de tres:

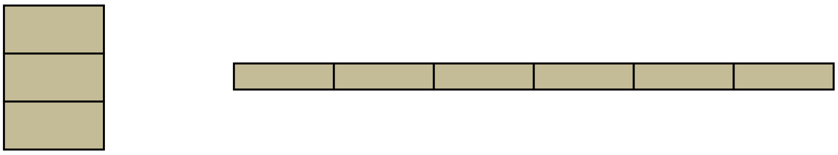
Seis personas tardan 12 días $\qquad 12 \cdot 6 = 8 \cdot x \qquad x = \frac{6 \cdot 12}{8} = 9$ días.

8 personas tardan x días.

En geometría encontramos ejemplos de proporcionalidad inversa.

Ejemplo 21:

- Estas dos superficies tienen distinta forma pero la misma área:



Observa que la primera tiene tres unidades de altura y una de base y la segunda, una altura de media unidad y seis unidades de base.

3 · 1 = 0,5 · 6 = 3.

Ejemplo 22:

- Observa estos vasos. Su capacidad depende tanto de su altura como de su base. Si dos vasos distintos tienen la misma capacidad pero distinta forma a mayor base menor altura y viceversa.

Ideas claras

Para resolver la regla de tres inversa se tiene en cuenta que el producto de cada par de magnitudes ha de ser el mismo, su coeficiente de proporcionalidad inversa.

Actividades propuestas

30. Hemos cortado una pieza de tela en 24 paños de 0,80 cm de largo cada uno. ¿Cuántos paños de 1,20 m de largo podremos cortar?

31. Cinco amigos quieren hacer un regalo de cumpleaños. Deben poner cada uno 5,40€. Otros cuatro amigos se unen para contribuir al regalo, ¿cuántos euros debe poner ahora cada uno?

32. Para pintar una casa, el pintor dedica 8 horas diarias durante 6 días. Si trabajara 10 días, ¿cuántas horas diarias necesitaría?

5. REGLA DE TRES COMPUESTA

En algunos problemas de proporcionalidad aparecen más de dos magnitudes relacionadas entre sí, estableciendo lo que llamamos una **proporcionalidad compuesta**.

Las relaciones entre las magnitudes pueden ser todas directas, todas inversas o directas e inversas. Por ello, debemos aplicar los métodos de resolución tanto de regla de tres directa o inversa, una vez analizado el enunciado.

Ejemplo 23:

- Seis máquinas realizan 750 piezas durante 4 días ¿Cuántas piezas realizarán ocho máquinas iguales durante 10 días?

Planteamos los datos:

6 máquinas ………………… 750 piezas …………………… 4 días

8 máquinas ………………… X piezas …………………….10 días

La relación entre las tres magnitudes es **directamente proporcional** ya que al aumentar o disminuir cada una de ellas, las otras dos aumentan o disminuyen.

Para calcular el resultado, aplicamos la proporcionalidad directa en dos pasos:

a) Máquinas y piezas: $x = \frac{8 \cdot 750}{6}$ ahora hay que tener en cuenta los días.

b) Al ser una proporción directa $x = \frac{8 \cdot 750 \cdot 10}{6 \cdot 4}$ = 2500 piezas.

Ejemplo 24:

- Tres fuentes abiertas durante 8 horas y manando 12 litros cada minuto llenan completamente un estanque. ¿Cuántas fuentes debemos abrir para llenar el mismo estanque en 5 horas y manando 20 litros por minuto?

Planteamos los datos:
5 fuentes ……………….. 8 horas …………….. 12 L/min
X fuentes …………………..6 horas …………….. 20 L/min
La relación entre estas tres magnitudes es **inversamente proporcional**, ya que con mayor caudal, tardarán menos tiempo en llenar el depósito.
El producto de las tres variables 5 · 8 · 12 debe ser igual al producto de X · 6 · 20, por tanto:

$$x = \frac{5 \cdot 8 \cdot 12}{6 \cdot 20}$$ = 4 fuentes.

Actividades propuestas

33. Seis personas gastan 2100€ durante 4 meses en gastos de transporte. Si el gasto durante 10 meses ha sido de 3600€ ¿a cuántas personas corresponde?

34. Con una jornada de 8 horas diarias, un equipo de 20 personas tarda 9 días en concluir un trabajo. ¿Cuántas personas se necesitan para realizar el mismo trabajo en 20 días?

Autora: Nieves Zuasti Soravilla
Revisora: Carmen de la Fuente
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

CURIOSIDADES. REVISTA

Si el planeta Tierra fuera

una canica de 1 cm de diámetro,

Júpiter sería una bola de

11,20 cm de diámetro.

El perezoso de tres dedos se mueve a una velocidad de 2,2 metros por hora.
El caracol tarda una hora en caminar medio metro.

PROPORCIONALMENTE UNA HORMIGA COMÚN ES MÁS FUERTE QUE UN ELEFANTE, porque es capaz de levantar, gracias a sus músculos, 50 veces su propio peso y 30 veces el volumen de su cuerpo. Algunos tipos más de 80 veces. Es el animal con el cerebro más grande respecto a su tamaño.

El corazón impulsa 80 ml de sangre por latido, alrededor de 5 litros de sangre por minuto. Late entre 60 y 80 veces por minuto, lo que supone más de 30 millones de veces al año y 2000 millones de veces en toda la vida.

Si por alguna razón el sol dejara de emitir luz, en la tierra tardaríamos 8 minutos en darnos cuenta ya que estamos a **149.600.000 km de distancia.**

Autora: Nieves Zuasti Soravilla
Revisora: Carmen de la Fuente
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

RESUMEN

Concepto	Definición	*Ejemplo*
Razón	Comparación entre los valores de dos variables.	Precio y cantidad.
Proporción	Igualdad entre dos razones.	A es a B como C es a D.
Magnitudes directamente proporcionales	Si se multiplica o divide una de las magnitudes por un número, la otra queda multiplicada o dividida por el mismo número.	24 es a 10 como 240 es a 100.
Razón de Proporcionalidad directa	Cociente entre los valores de dos magnitudes.	$\frac{300}{25}$
Porcentajes	Razón con denominador 100.	$\frac{23}{100}$
Escalas y planos	Comparación entre tamaño real y tamaño representado.	1 : 20000.
Magnitudes inversamente proporcionales	Si se multiplica o divide una de las magnitudes por un número, la otra queda dividida o multiplicada por el mismo número.	A por B es igual a C por D.
Razón de proporcionalidad inversa	Producto de ambas magnitudes.	45 · 70.

PORCENTAJE CON CALCULADORA

En la calculadora puedes encontrar una función que te permite calcular el % de manera directa. Para ello debes seguir los siguientes pasos:

1. **Escribe la cantidad.**
2. **Multiplica por el tanto.**
3. **Pulsa SHIFT y %. El resultado que aparece en la pantalla es la solución.**

650	**·**	**16**	**SHIF**	**%**	**=**	**104**

Una forma fácil de añadir o restar el importe del tanto por ciento a la cantidad final puede hacerse de la siguiente forma:

- **Sigue los pasos 1,2 y 3 anteriores.**
- **Pulsa la tecla + si lo que quieres es un aumento porcentual.**
- **Pulsa la tecla - para una disminución porcentual.**

1370	**·**	**12**	**SHIFT**	**%**	**164.4**	**+**	**1534.4**

1370	**·**	**12**	**SHIFT**	**%**	**164.4**	**-**	**1205.6**

Autora: Nieves Zuasti Soravilla
Revisora: Carmen de la Fuente
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

EJERCICIOS Y PROBLEMAS del bloque 1º

1. Expresa la razón entre las edades de Jorge, 26 años, y Andrés, 32 años.

2. Expresa la razón entre las 20 personas que acuden a comer un restaurante y los 440 € que se recaudan.

3. En un examen de 30 preguntas un estudiante ha contestado bien, 21 y 9 mal. Expresa las razones entre estos resultados y el total de las preguntas.

4. Copia en tu cuaderno y relaciona las magnitudes de ambas columnas para que cada ejemplo responda a pares de magnitudes directamente proporcionales:

Número de kilos de patatas y	Litros de gasolina necesarios,
Cantidad de agua necesaria y	Personas que viven en un edificio
Dinero disponible y	Vestidos confeccionados
Kilómetros a recorrer y	Número de personas que vienen a comer
Metros de tela y	Prendas que podemos comprar

5. Con estas seis magnitudes debes elaborar tres razones:

Número de personas, horas, cantidad de leche, litros de refresco, distancia entre dos ciudades, número de vacas.

6. Calcula el cuarto término de las siguientes proporciones:

$\frac{36}{20} = \frac{45}{X}$ $\qquad \frac{12,6}{X} = \frac{0,2}{0,5}$ $\qquad \frac{1}{0,25} = \frac{X}{3}$ $\qquad \frac{X}{2} = \frac{35}{5}$

7. Esta receta es para 4 personas. Elabora dos recetas similares para 6 personas y para 15 personas.

ARROZ CON VERDURAS

380 g de arroz
1 kg de tomate triturado
800 g de calabacín
3 dientes de ajo
120 cl de aceite
1 kg champiñón
1/2 kg pimientos rojos y verdes

8. Completa la tabla de proporcionalidad directa:

Distancia	100	240		360	
Litros	6,5		52		2,6

9. Una lata de mejillones de 200 g vale 2,40 €. Otra lata de 700 g se vende a 7,20 €, ¿cuál de las dos es proporcionalmente más barata?

10. ¿Cuánto dinero nos costarán 6 ordenadores sabiendo que 56 ordenadores han costado 28 000 €?

11. Cálculo Mental

3 % de 40 · 20 % de 800 · 12 % de 70 · 3 % de 120

25 % de 300 · 15 % de 60 · 150 % de 30 · 200 % de 2.

12. Completa mentalmente:

El ………….% de 30 es 3 · El ………….% de 500 es 250 · El ……….% de 400 es 4.

El 20% de ………… es 8 · El 75% de ………………… es 30 · El 150% de …….. es 60.

13. Calcula el 300 % del 10 % de 480.

14. ¿Qué porcentaje ocupan los cuadros negros?

15. Colorea en esta tabla un porcentaje que represente el 40%.

16. Rosana gasta el 15 % de su dinero y Marta gasta el 50 % del suyo. Sin embargo Marta ha gastado menos dinero que Rosana, ¿cómo es posible?

17. Completa la tabla:

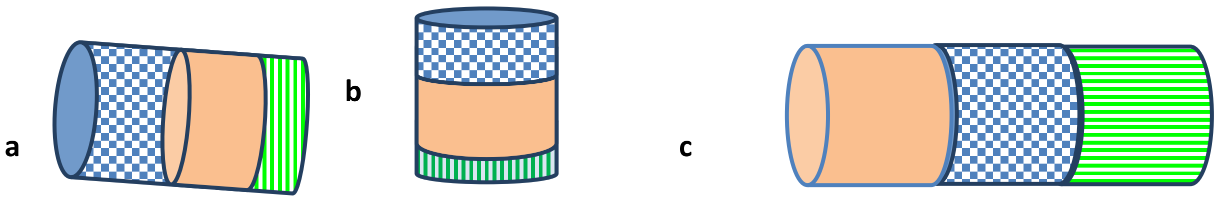
%	Cantidad	Resultado
45	1024	
	23	115
18		162

18. Un pantalón costaba 36 € pero en las rebajas se vende a 28 €. ¿Qué % han rebajado?

19. El precio de una televisión es 847 €, IVA incluido. Calcula el precio sin IVA.

20. ¿Cuál de estos dibujos contiene mayor proporción de color naranja en relación a su tamaño?

21. ¿Cuál de estos dibujos contiene mayor proporción de color naranja en relación a su tamaño? ¿Y de rayas? ¿y de cuadros?



Haz una estimación en tantos por ciento para cada cilindro y cada parte.

Autora: Nieves Zuasti Soravilla
Revisora: Carmen de la Fuente
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

22. Señala en cada par de magnitudes si son directa o inversamente proporcionales:

a) La cantidad de árboles talados y los kilos de leña almacenados.

b) La velocidad del tren y el tiempo que tarda en llegar a su destino.

c) El tamaño de la bolsa y la cantidad de bolsas necesarias para guardar la compra.

d) La distancia que recorre un automóvil y la gasolina que gasta.

e) Las personas que asisten al cumpleaños y el tamaño del trozo de tarta que toca a cada uno.

f) El radio de una circunferencia y su longitud.

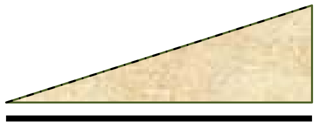
g) Las bombillas que iluminan una sala y el gasto en electricidad.

23. Para vaciar un depósito hemos empleado 17 cubos de 22 litros cada uno. Si la siguiente vez los cubos tienen una capacidad de 34 litros ¿cuántos necesitaremos?

24. En la oficina de mi madre, el 18 % de sus compañeros juegan a la BONOLOTO, el 56 % juegan al EUROMILLÓN, el 20 % juegan a la PRIMITIVA, y los 3 trabajadores restantes no juegan a nada. ¿Cuántas personas trabajan en esa oficina?

25. Un adulto respira unos 5 litros de aire por minuto ¿Cuántos litros respira en una semana?

26. En 2 km ascendemos 40 m, respecto a la horizontal, ¿qué % hemos ascendido?

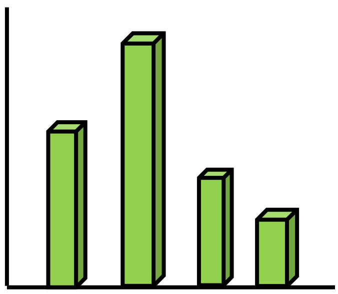


27. Haz un informe sobre el animal que más corre, el que más vive, el que más come, el que más tiempo puede pasar sin comer o sin beber, …

28. El guepardo es el animal terrestre más rápido, ya que es capaz de alcanzar una velocidad máxima de 130 km hora. ¿Cuántas horas tardaría un guepardo, sin parar, en viajar desde Valencia hasta Barcelona? ¿Y de Palencia hasta Cádiz?

29. Si el dólar se cotiza a 1,12 €, ¿Cuántos dólares obtendremos al cambiar 360 €?

30. En estadística se utilizan los gráficos para expresar la evolución de los valores de una variable respecto a otra.



Si asignamos a la barra más alta el valor 100, calcula de forma aproximada la altura de las demás.

Si la barra más pequeña pesa 0,5 kg. ¿Cuánto pesarán cada una de las otras barras?

Autora: Nieves Zuasti Soravilla
Revisora: Carmen de la Fuente
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

31. En esta etiqueta se ve el precio inicial y el precio rebajado. Calcula el % de rebaja que se ha aplicado

Antes	**Después**
23,95	**15,95**

32. En un plano de carreteras la distancia entre dos ciudades es de 6 cm. Si la escala es 1 : 40000.

33. Calcula la escala a la que está dibujado un plano sabiendo que 15 cm del plano corresponden a 375 km.

34. En el antiguo Egipto, para definir la proporción de las diferentes partes del cuerpo, se usaba la longitud de los dedos y para el canon, los puños. Una cabeza debía medir dos puños. Los griegos utilizaban, al igual que los egipcios, la proporción para valorar los distintos cánones de belleza. Un cuerpo bien proporcionado debía tener una longitud proporcional a la cabeza. Alguno de los más conocidos corresponden a famosos escultores:

	Canon de Praxíteles	**Canon de Polikletos**	**Canon egipcio**
Medida del cuerpo	Ocho cabezas	Siete cabezas	16 puños

Con estos datos puedes investigar sobre qué proporción es la más frecuente entre tus amigos.

35. Hay otras maneras de estudiar la proporción en la figura humana. La proporción áurea, conocida por los griegos y desarrollada de manera brillante por Leonardo de Vinci nos ha dejado imágenes como el famoso "Hombre de Vitrubio". Busca información sobre esta figura.

Autora: Nieves Zuasti Soravilla
Revisora: Carmen de la Fuente
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

EJERCICIOS **Y PROBLEMAS** del bloque 2º

1. ¿Qué es una razón entre dos números? ¿Cómo se llaman sus términos? Escribe varios ejemplos.

2. ¿Cómo se llaman los términos de una proporción? Escribe proporciones que se pueden formar con estos números y comprueba la propiedad fundamental:

a) 6, 24, 12, 3 b) 35 0,5 1,25 7.

3. Con 8 kg de harina hemos confeccionado 15 pasteles. ¿Cuántos pasteles podemos elaborar con 30 kg de harina?

4. Completa la tabla y calcula el coeficiente de proporcionalidad:

Litros de gasolina	8	25		4	
Euros	11.36		56.8		25.56

5. En España muchos productos llevan en el precio un impuesto llamado IVA (Impuesto sobre el Valor Añadido), del 21 %. En los tickets de los establecimientos suelen marcar el precio final, sumando el 21 % de IVA. Calcula el precio final de una batidora que vale 110 € +IVA.

6. Con 48 € puedo comprar 20 piezas de madera. Si las piezas costaran 1,50 € cada una, ¿cuántas podría comprar con el mismo dinero?

7. ¿En cuál de estas recetas es mayor la proporción entre la harina y el azúcar?

MASA DE ROSQUILLAS	**MASA DE ROSQUILLAS**
2kg de harina	Medio kilo de harina
6 huevos	4 huevos
1kg y medio de azúcar	400 g de azúcar

8. Tenemos el pienso suficiente para dar de comer a las 45 vacas durante 30 días. Si vendemos 9 vacas, con la misma cantidad de pienso ¿cuántos días podremos dar de comer a les restantes?

9. Calcula la razón de proporcionalidad y completa la tabla de proporcionalidad inversa:

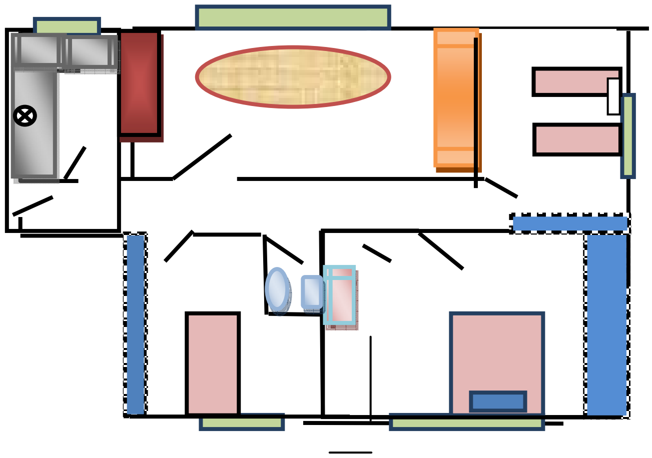
Velocidad en km/h	90	120		75	
Tiempo en horas	4,5		10		3

10. Cada gominola cuesta 5 cent y pesa 4 g. Compramos una bolsa de 100 g de gominolas. ¿Cuántas gominolas contiene la bolsa? ¿Cuánto nos costarán?

11. Si abrimos dos grifos el depósito se llena en 4 horas y media. ¿cuánto tiempo tardarán el llenar el mismo depósito 5 grifos con el mismo caudal?

Autora: Nieves Zuasti Soravilla
Revisora: Carmen de la Fuente
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

12. Observa el plano de esta vivienda dibujado a una escala 1:400. ¿Cuáles son las dimensiones reales del salón? ¿Y de la cocina?



13. Expresa en euros el cambio de 1400 \$, si cada euro cotiza a 1,26 \$.

14. El agua al congelarse aumenta un 10 % su volumen. ¿Cuántos litros de agua necesitamos para conseguir una barra de hielo de 75 dm^3?

15. El 1 de enero de 2010 el bono de 10 viajes del metro de Madrid pasó a costar 9€, lo que suponía un aumento de un 21,6% sobre su anterior precio. En 2013, el bono de 10 viajes cuesta 12,20€. ¿Qué % ha aumentado el precio del bono entre 2010 y 2013? ¿Cuánto costaba el bono antes de la subida de 2010? ¿Qué % ha aumentado su coste desde antes de la subida de 2010?

16. En las ciudades se han instalado parquímetros, de manera que se cobra el aparcamiento mediante unas tarifas. Hay dos tipos de zonas con distintas tarifas.

A la vista de este cuadro de precios ¿Cuánto cuesta estacionar un coche en zona azul y en zona verde durante 80 minutos? ¿Y durante 45 minutos?

Zona azul	Tarifa		Zona verde	Tarifa
Hasta veinte minutos	0,25 €		Hasta veinte minutos	0,55 €
Media hora	0,45 €		Media hora	1,05 €
Una hora	1,20 €		Una hora	2,25 €
Hora y media	1,90 €		Hora y media (estancia máxima autorizada)	3,50 €
Dos horas	2,50 €			

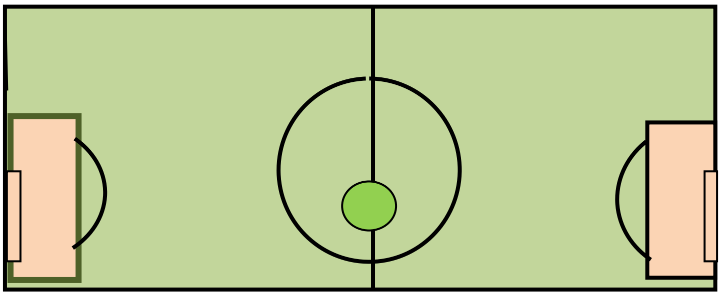
17. Un empleado público que gana 1154€ netos al mes sufrirá un recorte de sueldo del 5% a partir del 1 de enero de 2014. ¿Cuánto dinero dejará de ganar al cabo de un trimestre?

18. El precio de un ordenador portátil es 899€ IVA (21%) incluido. Calcula su precio sin IVA.

19. El juego cuatro de neumáticos para un coche se oferta a 324€ + IVA (21%). Calcula el precio de cada rueda.

Autora: Nieves Zuasti Soravilla
Revisora: Carmen de la Fuente
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

20. En un dibujo, el campo de fútbol mide 24 cm por 16 cm. El campo mide 90 m de largo ¿Cuánto mide de ancho? ¿A qué escala está dibujado?



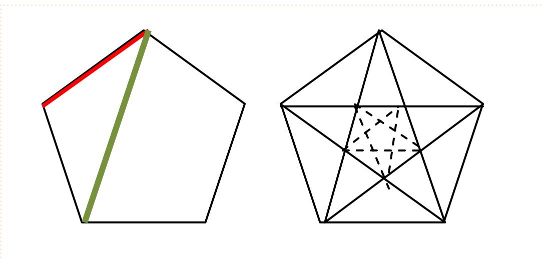
21. En un mapa dibujado a escala 1: 250000, la distancia entre dos puntos es de 0,15 m. Calcula la distancia real en km.

22. La base y la altura de un rectángulo miden 14 cm y 32 cm. ¿A qué escala hemos dibujado otro rectángulo semejante al anterior, de 49 cm de base? Calcula su altura.

23. Con 840 kg de pienso alimentamos a 12 animales durante 8 días. ¿Cuántos animales similares podrían alimentarse con 2130 kg durante 15 días?

24. Para almacenar 2580 kg de mercancía en 4 días contratamos a 6 personas. Si sólo podemos contar con 5 personas y la carga es de 3000 kg ¿Cuántos días se tardará en el almacenaje?

25. Teano fue una matemática griega que vivió en el siglo sexto antes de nuestra era. Se casó con Pitágoras y trabajó en su escuela difundiendo los conocimientos científicos y matemáticos por todos los pueblos del Mediterráneo, entre ellos **la proporción áurea**. Se sabe que Teano escribió muchas obras y tratados sobre todo tipo de temas. Se le atribuyen escritos sobre poliedros regulares, sobre temas filosóficos y sobre las propiedades del pentágono regular, símbolo de la escuela pitagórica, y su relación con el número de oro.



26. Si dibujamos un pentágono regular, y trazamos sus diagonales. Se forma en su interior otro pentágono regular más pequeño, y el proceso puede realizarse de forma sucesiva.

La razón entre la diagonal del pentágono y uno de sus lados es el número de oro:

$$\frac{\text{Segmento verde}}{\text{Segmento rojo}} = \frac{\text{Diagonal}}{\text{Lado}} = \mathbf{1{,}618....}$$

27. Al número de oro se le llama "La Divina Proporción" porque los objetos áureos son armoniosos a la vista. Esto sucede con las dimensiones de muchos rectángulos. Si divides el lado mayor entre el menor debes obtener el número de oro. Busca a tu alrededor alguno de esos rectángulos armoniosos.

El número de oro, del que conocerás más características en próximos cursos, tiene un valor aproximado de 1,62.

Si quieres saber si eres áurea o áureo, puedes establecer la siguiente razón:

$$\frac{\textbf{tu altura}}{\textbf{la distancia entre el suelo y tu ombligo}}$$ y debe aproximarse lo más posible al número de oro.

AUTOEVALUACIÓN del bloque 1º

1. La cantidad de animales de un zodíaco y los excrementos diarios que se recogen es una relación

a) Proporcional directa b) proporcional inversa c) no es proporcional.

2. El valor de x en la proporción $\frac{2,4}{x} = \frac{0,8}{3}$ es:

a) 0,9 b) 1,2 c) 9 d) 0,9.

3. En una caja por cada tres bolas blancas hay cinco bolas rojas. Si hay 108 bolas rojas, Las bolas blancas son:

a) 200 b) 180 c) 220 d) 210.

4. Para una excursión un grupo de 28 personas contrató un autobús. Cada una debe pagar 45 €. Como quedaban plazas libres, a última hora se han apuntado 7 personas más. ¿Cuánto deben pagar finalmente cada una?

a) 36 € b) 30 € c) 38 € d) 40 €.

5. Una bicicleta se vende por 225 €. Si hacen un descuento del 14% ¿Cuánto tendremos que pagar?

a) 201,50 € b) 198,50 € c)214 € d) 193,50 €.

6. En un mapa 16 cm equivalen a 208 km. La escala es:

a) 1: 320000 b) 1: 2100000 c) 1: 20800000 d) 1: 2220000.

7. Los valores que completan la tabla de proporcionalidad directa son:

Personas	8	11	46	
Kg de comida	12			72

a) 24, 69,48 b) 16, 49, 68 c) 16.5 , 69, 48.

8. Los valores que completan la tabla de proporcionalidad inversa son:

Nº de trabajadores	12	7			21
Horas diarias	35		10	7	

a) 60, 60, 42, 20 b) 60, 42, 42, 20 c) 60, 21, 42, 20.

9. Los valores que completan las operaciones siguientes son:
El 25% de 0,28 es ………. El …….. de 630 es 63 El 150% de ……… es 120.

a) 0.07, 10, 80 b) 0.7, 10, 90 c) 0.7, 3, 80.

10. Al efectuar un incremento porcentual del 18% sobre estas tres cantidades, 350, 99 y 6 obtenemos:

a) 413, 116,82 , 7.08 b) 630, 116.82, 7.08 c) 403, 112, 7.08.

Autora: Nieves Zuasti Soravilla
Revisora: Carmen de la Fuente
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

AUTOEVALUACIÓN del bloque 2º

1. ¿Cuál de estos grupos de números no forma proporción?

   a) 1.6, 1.25, 4, 5 b) 12, 15, 20, 30 c) 0.1, 0.6, 2, 12.

2. Siete cajas de galletas de un kilo y medio cada una nos han costado 12.6 €. Si quiero comprar 22 kg de galletas, me costarán:

   a) 22,4 € b) 30.6 € c) 26.4 € d) 24.2 €.

3. Al aplicar un 24% de descuento sobre una factura, hemos tenido que pagar 699.20€. El importe total de la factura sin descuento era:

   a) 920€ b) 1220€ c) 880€.

4. De Jaén a Cádiz se tardan 4h y 15 minutos por carretera a una media de 86 km/h. Si subimos la velocidad a 100 km/h ¿Cuánto se tardará en hacer el recorrido?

   a)3h 39 min b) 3h 6 minutos c) 3h 56 min.

5. La distancia entre dos ciudades es 108 km. En el mapa se representa con una distancia de 6cm. La escala del mapa es:

   a) 1:180000 b) 1: 18000 c) 1:1600000 d) 1:1800000.

6. Una sala de espectáculos tiene capacidad para 280 personas. El precio de cada entrada es 14 €. Hoy se han vendido el 85% de la sala, y de ellas, 50 con un 15% de descuento. La recaudación total ha sido:

   a) 3227 € b) 2998 € c) 3028 €.

7. Los datos que completan esta tabla de proporcionalidad son:

Personas que realizan un trabajo	30		10	9	
Días que tardan en realizarlo	15	6			25

   a) 12, 5, 4.5, 50 b) 75, 45, 30, 18 b) 75, 45, 50, 18.

8. Cuatro personas han pagado 1540 € por siete noches de hotel. ¿Cuánto pagarán 6 personas si desean pasar 12 noches en el mismo hotel?

   a) 3690 € b) 3960 € c) 3820 €.

9. Un carpintero tarda 18 días en realizar 3 armarios trabajando 5 horas al día. ¿Cuántos días necesitará para construir 5 armarios, empleando 3 horas al día?

   a) 40 días b) 30 días c) 50 días.

10. 48 estudiantes necesitan 12450 € para organizar un viaje de estudios de 10 días. ¿Cuántos días durará el viaje si disponen de un 15% más de dinero y acuden 8 estudiantes menos?

   a) 12 días b) 18 días c) 15 días.

Autora: Nieves Zuasti Soravilla
Revisora: Carmen de la Fuente
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF