

## Índice

### 1. LENGUAJE ALGEBRAICO

- 1.1. LETRAS Y NÚMEROS
- 1.2. COEFICIENTE Y PARTE LITERAL
- 1.3. VALOR NUMÉRICO DE UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA
- 1.4. EQUIVALENCIA Y SIMPLIFICACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS



### 2. ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA

- 2.1. EL LENGUAJE DE LAS ECUACIONES
- 2.2. ECUACIONES EQUIVALENTES. RESOLUCIÓN DE ECUACIONES

### 3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE ECUACIONES

- 3.1. PROCEDIMIENTO
- 3.2. PROBLEMAS NUMÉRICOS
- 3.3. PROBLEMAS DE GEOMETRÍA
- 3.4. OTROS PROBLEMAS

## Resumen

En la época de El Quijote, en la puerta de las barberías, se leía el siguiente cartel:

*“ALGEBRISTA Y SANGRADOR”*

¿Y eso, por qué? La palabra “Álgebra” es una palabra árabe que utilizó el matemático *Al-Khwarizmi*. Si logras leer ese nombre verás que te suena a otra palabra: “algoritmo”. Hacia el año 825 escribió un libro titulado:

*Al-jabr w'almuqabalah.*

La palabra árabe *jabr* significa restaurar. El libro trataba de álgebra, de sumas y otras operaciones, pero como los barberos también restauraban huesos, por eso se llamaban algebristas.

El Álgebra es una materia nueva que ahora vamos a empezar a estudiar. Hay autores que opinan que el álgebra comienza cuando se utilizan letras en lugar de números, pero, recuerda, los romanos ya utilizaban letras, y eso no era álgebra. En realidad el origen del álgebra está en hacer operaciones con números simbolizados con letras, lo que supone un ahorro de esfuerzo, pues permite hacer de una sola vez lo que de otra manera habría que repetir muchas veces.

Aprenderemos a utilizar el lenguaje algebraico, resolveremos ecuaciones y un buen número de problemas.



## 1. LENGUAJE ALGEBRAICO

### 1.1. Letras y números

A nuestro alrededor nos encontramos con multitud de símbolos cuyo significado conocemos, como las señales de tráfico o algunos logotipos.

El **lenguaje algebraico** consigue que podamos expresar mensajes en los que las letras representan variables de valor desconocido. Utiliza letras, números y operaciones para representar una información.

#### Ejemplo 1:

- ✚ Ya has utilizado el lenguaje algebraico para indicar el área de un cuadrado de lado  $a$ :  $A = a^2$ ; el área de un círculo de radio  $r$ :  $A = \pi r^2$ .

Para cada situación podemos utilizar la letra que queramos, aunque, cuando hablamos de algo desconocido, la letra más utilizada es la  $x$ .

#### Ejemplo 2:

- ✚ El doble de la edad de una persona  $2x$
- ✚ El triple de un número menos 4  $3x - 4$

El propio *Al-jabr* usó originariamente la palabra "cosa", (por ejemplo, en lugar de  $2x$  decía "el doble de una cosa"), que en árabe suena como "šay" y que se tradujo al español como "xei". De aquí procede la  $x$  actual.

Las expresiones que nos permiten reflejar mediante letras y números una situación se llaman **expresiones algebraicas**.

### Actividades resueltas

- ✚ Expresa las siguientes frases en lenguaje algebraico:

El triple de un número	$3x$
La suma de dos números consecutivos	$x + (x + 1)$
La edad de una niña hace 2 años	$x - 2$
La suma de dos números	$a + b$



El triple de un número

### Actividades propuestas

- Expresa las siguientes frases en lenguaje algebraico:

- El doble de un número más su triple
- La edad de una persona dentro de 7 años
- La quinta parte de un número
- La diferencia entre dos números

## 1.2. Coeficiente y parte literal

Una **expresión algebraica** puede estar formada por uno o varios sumandos que se denominan **términos** o **monomios**. Una suma de monomios es un **polinomio**.

En un monomio la **parte literal** son las letras y se llama **coeficiente** al número por el que van multiplicadas.

### Ejemplo 3:

✚ En la expresión  $4x$ , el coeficiente es 4 y la parte literal  $x$ . En  $7ab$  el coeficiente es 7 y la parte literal  $ab$ .

Cuando la expresión es positiva no suele ir precedida del signo +, aunque siempre aparecerá el signo - en las expresiones negativas.

### Ejemplo 4:

✚ Señala el coeficiente y la parte literal en la expresión  $-6a$ . El coeficiente es  $-6$  y la parte literal  $a$ .

## Actividades resueltas

✚ Señala los coeficientes, las partes literales y el número de monomios de la expresión algebraica:

$$3a - 5b + c + 6$$

Esta expresión algebraica tiene 4 términos o 4 monomios:  $3a$ ,  $-5b$ ,  $c$  y  $6$ . Los coeficientes son  $+3$ ,  $-5$ ,  $+1$  y  $+6$  respectivamente. Las partes literales son  $a$ ,  $b$  y  $c$ . El último término no tiene parte literal.

✚ Señala en el polinomio  $8x + 5x - 2x$  cuáles son los coeficientes. Los coeficientes son 8, 5 y  $-2$ .

## 1.3. Valor numérico de una expresión algebraica

Si a las letras de una expresión algebraica se les da un valor concreto, se puede calcular el **valor numérico** de dicha expresión.

## Actividades resueltas

✚ Calcula el valor numérico de la expresión  $3x + 2$  cuando  $x$  vale 5.

Hay que sustituir en la expresión,  $x$  por su valor, 5.

Por tanto:  $3 \cdot 5 + 2 = 15 + 2 = 17$ , que es el valor numérico cuando  $x$  vale 5.

## 1.4. Equivalencia y simplificación de expresiones algebraicas

La expresión algebraica  $4x + 4x$  es equivalente a la expresión  $8x$ , que es su expresión más simplificada.

## Actividades propuestas

2. Señala el coeficiente, la parte literal y el número de términos o monomios de los polinomios siguientes:

a)  $2 - 7x$

b)  $a + 3b - 8c$

c)  $4x + 5$

d)  $7x + 9 - 5y$

3. Calcula el valor numérico de los siguientes polinomios:

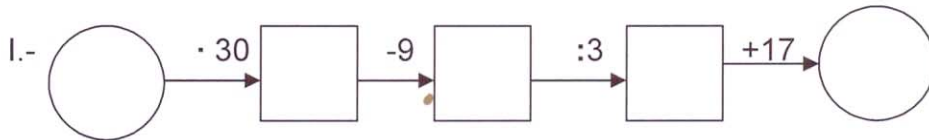
a)  $2x + 3y$  para  $x = 3$ ,  $y = 2$ .

b)  $6 - a$  para  $a = -5$ .

c)  $3a + 4b - c$  para  $b = -1$ ,  $a = -1$  y  $c = +2$ .

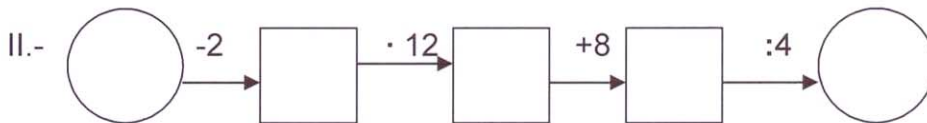
## Material didáctico fotocopiable: Cadenas numéricas

Completa las siguientes cadenas numéricas dando a  $x$  los valores siguientes: 3, 5, 7 y 10.  
Expresa simbólicamente lo que hacen estas cadenas, y simplifica:



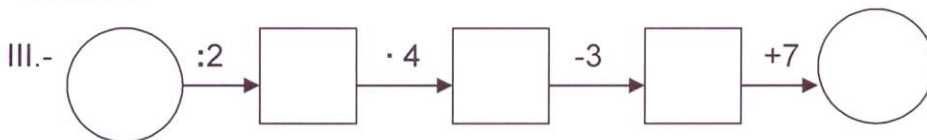
3	
5	
7	
10	

- a) Expresión simbólica:  
b) Simplificación:  
c) Calcula el número por el que debes comenzar para que la cadena dé como resultado 54.



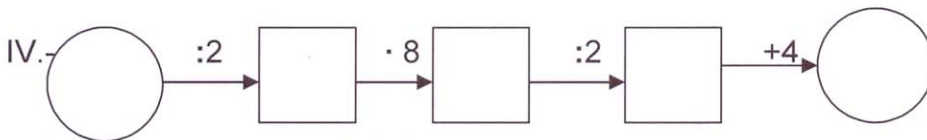
3	
5	
7	
10	

- a) Expresión simbólica:  
b) Simplificación:  
c) Calcula el número por el que debes comenzar para que la cadena dé como resultado 8.



3	
5	
7	
10	

- a) Expresión simbólica:  
b) Simplificación:  
c) Calcula el número por el que debes comenzar para que la cadena dé como resultado 16.



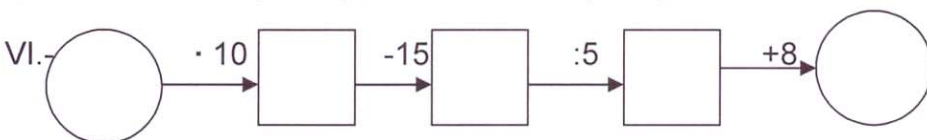
3	
5	
7	
10	

- a) Expresión simbólica:  $((x:2) \cdot 8):2+4$   
b) Simplificación:  $((x:2) \cdot 8):2+4=(4x:2)+4=2x+4$   
c) Calcula el número por el que debes comenzar para que la cadena dé como resultado 9.



3	
5	
7	
10	

- a) Expresión simbólica:  $((x+5)6)-3):4=(6x+30-3):3=2x+9$   
b) Simplificación:  
c) Calcula el número por el que debes comenzar para que la cadena dé como resultado 17.



3	
5	
7	
10	

- a) Expresión simbólica:  
b) Simplificación:  
c) Calcula el número por el que debes comenzar para que la cadena dé como resultado 9.

## 2. ECUACIONES DE PRIMER GRADO

### 2.1. El lenguaje de las ecuaciones

Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas.

**Ejemplo 5:**

- ✚ Si tenemos dos expresiones algebraicas:  $3x$  y  $2x + 1$ , y las unimos con el signo igual obtenemos una ecuación:  $3x = 2x + 1$ .

Las expresiones que hay a cada lado del igual se llaman **miembros** de la ecuación. Todas las ecuaciones tienen dos miembros: la expresión que está a la izquierda del signo igual se llama primer miembro y la que está a la derecha, segundo miembro.

Las letras que contienen las ecuaciones algebraicas (las "partes literales" de sus dos expresiones) se llaman **incógnitas**, que significa literalmente "desconocidas". Si todas las letras son iguales, se dice que la ecuación tiene una sola incógnita.

**Ejemplo 6:**

- ✚  $3x - 2 = 2x + 1$  es una ecuación con una sola incógnita, mientras que:
- ✚  $2x + y = 5$  o  $x - 2 = 3y$  son ecuaciones con dos incógnitas:  $x$  e  $y$ .

$$\begin{aligned} 2X + Y &= 5 \\ X - 2 &= 3Y \end{aligned}$$

El **grado** de una ecuación es el mayor exponente que aparece en alguna de sus incógnitas.

**Ejemplo 7:**

- ✚  $7x - 5 = x + 7$  es una ecuación de primer grado, mientras que  $x + 3y^2 = 9$  es una ecuación de segundo grado.

**Solución de una ecuación:** Una **solución** de una ecuación es un número que, cuando la incógnita toma ese valor, se verifica la igualdad, es decir, los dos términos de la ecuación valen lo mismo. Algunas ecuaciones solo tienen una solución, pero otras pueden tener varias.

**Resolver** una ecuación es encontrar todas sus posibles soluciones numéricas.

### Actividades resueltas

- ✚ Si te fijas en la ecuación:  $3x - 2 = 2x + 1$ , verás que al darle valores a  $x$  la igualdad no siempre se cumple.

Por ejemplo, para  $x = 1$ , el primer miembro vale  $3 \cdot 1 - 2 = +1$ , mientras que el valor del segundo miembro es:  $2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$ . Para  $x = 3$ , el primer miembro toma el valor:  $3 \cdot 3 - 2 = 9 - 2 = 7$ ; y el segundo miembro:  $2 \cdot 3 + 1 = 6 + 1 = 7$ . Por tanto 3 es una **solución** de la ecuación.

### Actividades propuestas

4. Copia en tu cuaderno la siguiente tabla y complétala:

Ecuación	Primer miembro	Segundo miembro	Incógnitas
$7x - 3 = 4x - 5$			
	$6x + 2$	$x - 8$	
$4a + 9 = 23$			
	$x - y$	$5 + y$	

5. Averigua cuál de los números es la solución de la ecuación y escríbelo en tu cuaderno:

Ecuación	Posibles soluciones	Ecuación	Posibles soluciones
$3x + 7 = x - 3$	2, -1, -5	$a^2 - 5 = -1$	-2, -10, 2
$x + 2 = 4x - 1$	1, -2, -3	$b - 3 = 7 - b$	2, 4, 6



## 2.2. Ecuaciones equivalentes. Resolución de ecuaciones

Si se desconoce la solución de una ecuación, resulta muy pesado resolverla probando un número tras otro. Por eso lo que se hace habitualmente es transformarla en otras ecuaciones equivalentes más sencillas.

Ecuaciones equivalentes son las que tienen las mismas soluciones.

### Ejemplo 8:

✚  $2x - 5 = 11$  es equivalente a  $2x = 16$ , puesto que la solución de ambas ecuaciones es  $x = 8$ .

¿Sabías que todas las soluciones de todas las expresiones algebraicas posibles, de cualquier grado, forman lo que se denomina los "números algebraicos"? Por ejemplo, son algebraicos todos estos números: 1, 2,  $1/3$ ,  $7/5$ ,  $\sqrt{2}$ , etc. Aunque la inmensa mayoría de los números que utilizamos en nuestra vida cotidiana son algebraicos, debes saber que realmente hay muchos, muchísimos más números "no algebraicos" que ya irás conociendo, aunque alguno ya conoces como al número  $\pi$ .

Para obtener ecuaciones equivalentes se tienen en cuenta las siguientes propiedades:

Si se **suma** o se **resta** a los dos miembros de una ecuación una misma cantidad, se obtiene una ecuación equivalente.

Si se **multiplican** o **dividen** los dos miembros de una ecuación por una misma cantidad (distinta de cero), se obtiene una ecuación equivalente.

### Actividades resueltas

✚ Resuelve la ecuación  $3x + 7 = x - 3$  transformándola en otra más sencilla equivalente.

Transformar una ecuación hasta que sus soluciones se hagan evidentes se llama "*resolver la ecuación*". Siguiendo estos pasos intentaremos resolver la ecuación:

- 1) Sumamos a los dos miembros  $-x$  y restamos a los dos miembros 7:  $3x - x + 7 - 7 = x - x - 3 - 7$ .
- 2) Hacemos operaciones y conseguimos otra ecuación que tiene en el primer miembro los términos con  $x$  y en el segundo, los términos sin  $x$ :  $3x - x = -3 - 7$ .
- 3) Efectuamos las sumas en el primer miembro y en el segundo:  $2x = -10$ .
- 4) Despejamos  $x$  dividiendo los dos miembros por 2:  $\frac{2x}{2} = \frac{-10}{2}$  de donde  $x = -5$ .
- 5) Comprueba que todas las ecuaciones que hemos obtenido en este proceso son equivalentes y que su solución es  $x = -5$ .

✚ Resuelve la ecuación  $8 - x = 2x - 4$ .

- 1) Sumamos  $x$  y 4 para pasar a un miembro los términos con  $x$  y al otro miembro los términos sin  $x$ :

$$8 - x + x + 4 = 2x + x - 4 + 4,$$

- 2) Hacemos operaciones:  $8 + 4 = 2x + x$
  - 3) Efectuamos las sumas:  $12 = 3x$ .
  - 4) Despejamos  $x$  dividiendo los dos miembros por 3:  $4 = x$ .
- La solución de la ecuación es  $x = 4$ .

El procedimiento utilizado en las actividades 10 y 11 es un método universal para **resolver** cualquier ecuación de grado 1, es decir, donde  $x$  aparece sin elevar a otro exponente como en  $x^2$ . Las ecuaciones de primer grado tienen siempre una única solución, pero en general, las soluciones no tienen por qué ser números enteros como en los ejemplos.

### Actividades propuestas

6. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a)  $3x - 5 = 2x - 7$       b)  $6x + 8 = 3x - 4$       c)  $5x + 2 = 12$       d)  $4x - 7 = 3x - 7$

7. Elige entre las siguientes ecuaciones todas las que sean equivalentes a la ecuación  $3x - 6 = 2x + 9$ .

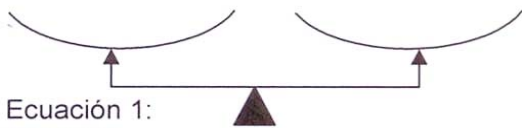
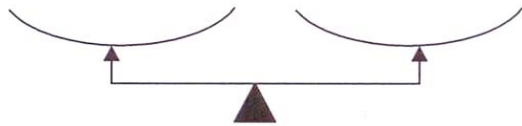
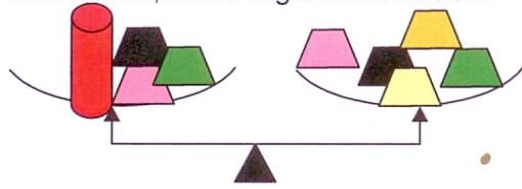
- a)  $x + 10 = 5$     c)  $10 - x = 3x - 5x$       e)  $4x = 30$       e)  $2x = 10 + 20$       g)  $15 = x$

8. Escribe dos ecuaciones equivalentes a cada una de las ecuaciones siguientes:

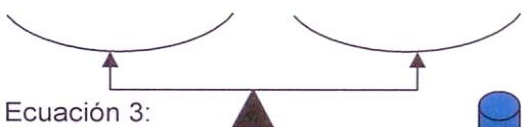
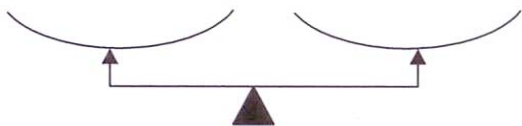
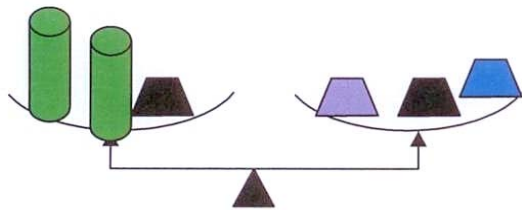
- a)  $2x - 4 = 11$       b)  $3x = 12$       c)  $5x + 11 = 6$       d)  $x = -3$

## Material didáctico fotocopiable: Balanzas

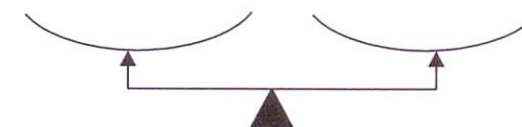
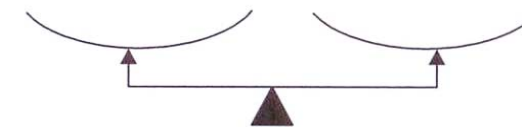
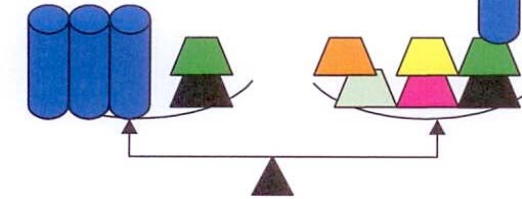
- a) Todas las pesas son iguales a 1. Las balanzas están equilibradas. Mantén siempre equilibradas las balanzas siguientes, hasta conseguir conocer cuanto pesa el objeto cilíndrico.  
 b) Escribe algebraicamente la situación actual de cada balanza, y todas las situaciones intermedias, hasta llegar a la solución.



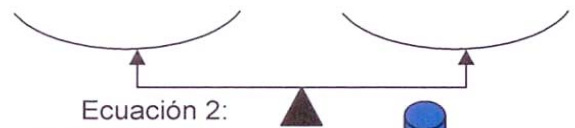
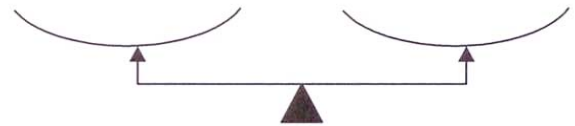
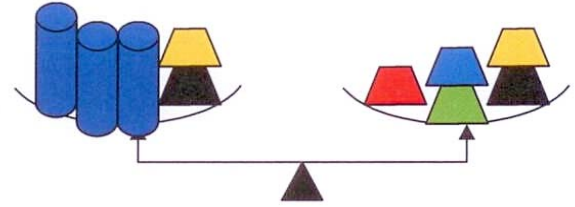
Ecuación 1:  
Solución:



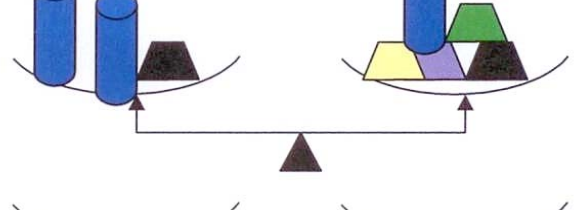
Ecuación 3:  
Solución:



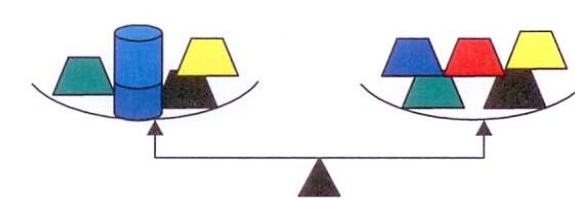
Ecuación 5:  
Solución:



Ecuación 2:  
Solución:



Ecuación 4:  
Solución:



Ecuación 6:  
Solución:

## 3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE ECUACIONES

### 3.1. Procedimiento

Muchos problemas pueden resolverse mediante una ecuación.

#### Actividades resueltas

- ✚ Busca un número que sumado con su siguiente dé como resultado 7.

Para resolverlo, sigue los siguientes pasos:

#### Paso 1: Antes de empezar a actuar, intenta entender bien el problema

Lee con mucho cuidado el enunciado, y pregúntate:

¿Qué te piden? ¿Qué datos tienes?

Nos piden un número. La **incógnita** es ese número. Llama a ese número  $x$ . Su siguiente, será  $x + 1$ . Nos dicen que la suma de ambos es 7.

#### Paso 2: Busca una buena estrategia.

Es un problema que queremos resolver mediante una ecuación. Escribe en lenguaje algebraico el enunciado del problema y plantea una ecuación:

$$x + (x + 1) = 7.$$

Pregúntate si efectivamente resuelve el problema releendo el enunciado.

#### Paso 3: Lleva adelante tu estrategia

Ahora sí, ahora resuelve la ecuación. Para resolver una ecuación conviene seguir un orden de actuación que nos ayude a no cometer errores, para ello seguimos el procedimiento que acabamos de aprender.

Quita, si los hay, paréntesis y denominadores:  $x + x + 1 = 7$

Para poner en el primer miembro los términos con  $x$ , y en el segundo los que no lo tienen, **haz lo mismo a los dos lados**, resta 1 a los dos miembros:  $x + x + 1 - 1 = 7 - 1$ , luego  $x + x = 7 - 1$ . Opera:  $2x = 6$ . Despeja:

Para despejar la  $x$ , se hace lo mismo a los dos lados, se dividen por 2 ambos miembros:  $2x/2 = 6/2$ , por tanto,  $x=3$ .

#### Paso 4: Comprueba el resultado. Piensa si es razonable.

En efecto, comprueba que:  $3 + 4 = 7$ .

#### Actividades propuestas

9. La suma de tres números consecutivos es igual al doble del mayor más 1. Calcula dichos números.
10. La madre de Álvaro tiene el triple de la edad de su hijo, y éste tiene 30 años menos que su madre. ¿Cuántos años tienen cada uno?
11. El perímetro de un triángulo isósceles mide 30 centímetros. El lado desigual mide la mitad de uno de sus lados iguales. ¿Cuánto mide cada lado?
12. Un mago le propone un juego a Adela: Piensa un número, súmale 7, multiplica el resultado por 2, réstale 10 y réstale el número. Dime qué te sale. Adela dijo 9. Y el mago le contestó de inmediato: El número que pensaste es 5. Adivina cómo lo supo el mago.
13. ¿Quieres ser tu ahora el mago? Inventa un juego y escríbelo, para poder adivinar el número pensado.





## 3.2. Problemas numéricos

### Actividades resueltas

- ✚ En un pequeño hotel hay 50 habitaciones simples y dobles. Si en total tiene 87 camas, ¿cuántas habitaciones son simples y cuántas son dobles?

Sigue los pasos para la resolución de problemas.

**Paso 1: Antes de empezar a actuar, intenta entender bien el problema**

Llama  $x$  al número de habitaciones simples. El número de habitaciones dobles es  $34 - x$ . El número de camas es 54.

**Paso 2: Busca una buena estrategia.**

Escribe en forma de ecuación la información del enunciado:

$$x + 2(34 - x) = 54.$$

**Paso 3: Lleva adelante tu estrategia**

Resuelve la ecuación. Quita paréntesis:

$$x + 68 - 2x = 54.$$

Para poner en el primer miembro los términos con  $x$  y en el segundo los términos sin  $x$ , resta 68 a los dos miembros:

$$x + 68 - 2x - 68 = 54 - 68.$$

Opera:

$$-x = -14$$

Para despejar la  $x$  divide los dos miembros por  $-1$ :

$$x = -14 / -1 = 14.$$

**Paso 4: Comprueba el resultado. Piensa si es razonable.**

Hay 14 habitaciones simples. Luego hay  $34 - 14 = 20$  habitaciones dobles. Por tanto el número de camas es 54 pues:

$$14 + 2 \cdot 20 = 54.$$

- ✚ En una granja hay 50 animales entre gallinas y conejos, y entre todos los animales suman 120 patas. ¿Cuántas gallinas hay en la granja?

**Paso 1: Antes de empezar a actuar, intenta entender bien el problema**

Llama  $x$  al número de gallinas, y como hay 50 animales en total, conejos tendremos  $50 - x$ .

Como una gallina tiene 2 patas y un conejo 4, tendremos en total  $2x + 4(50 - x)$  patas.



**Paso 2: Busca una buena estrategia.**

Como sabemos que el número total de patas es 120, podemos escribir esta ecuación:

$$2x + 4(50 - x) = 120$$

**Paso 3: Lleva adelante tu estrategia**

Resuelve la ecuación. Quita paréntesis:

$$2x + 200 - 4x = 120$$

Si restamos 200 en ambos lados obtenemos:

$$2x + 200 - 4x - 200 = 120 - 200$$

Operando obtenemos:

$$-2x = -80$$

Dividiendo por  $-2$  en ambos lados resolvemos la ecuación:

$$-2x/-2 = -80/-2 \text{ luego } x = 40.$$

**Paso 4: Comprueba el resultado. Piensa si es razonable.**

Hay 40 gallinas y 10 conejos pues  $50 - x = 50 - 40 = 10$ .

Las patas de 40 gallinas y 10 conejos suman  $40 \cdot 2 + 10 \cdot 4 = 80 + 40 = 120$



## Actividades propuestas

14. Un mago le dijo: Piensa un número, súmalo 12, multiplica por 2 el resultado, resta 20 y divide por 2. Dime que te sale. Dijo 35. Y el mago le contestó de inmediato: El número que pensaste es 33. Adivina como lo supo el mago. (Sugerencia: escribe previamente la cadena de operaciones).
15. Piensa un número, multiplícalo por 10, réstale el número que has pensado y divide el resultado entre 9. ¡Has obtenido el número que pensaste! Busca el truco: escribe algebraicamente, llamando  $x$  al número, la expresión algebraica de las operaciones realizadas, y adivina como lo supo el mago.
16. Si la suma de tres números consecutivos es 63, ¿de qué números se trata? (Sugerencia: ilustra la situación con una balanza equilibrada. Manténla equilibrada hasta conseguir la ecuación equivalente que nos dé el resultado).
17. Hemos comprado 8 libros iguales y hemos pagado con un billete de 50 €. Si nos han devuelto 10 €, ¿cuánto costaba cada libro?



### 3.3. Problemas de geometría

Muchos problemas de geometría se pueden resolver por métodos algebraicos, utilizando ecuaciones.

#### Actividades resueltas

- ✚ Se quiere dibujar un triángulo de 55 cm de perímetro, de forma que un lado sea el doble de otro, y el tercero sea el triple del menor menos 5 cm.

**Paso 1:** Antes de empezar a actuar, intenta entender bien el problema

Dibuja un triángulo, pensando en los datos del enunciado.

Llamamos  $x$  al lado menor, de esta forma puedes definir los otros dos lados. El lado mediano es  $2x$ . El lado mayor es  $3x - 5$

**Paso 2:** Busca una buena estrategia.

Como el perímetro es 55, se puede plantear la ecuación:  $x + 2x + (3x - 5) = 55$

**Paso 3:** Lleva adelante tu estrategia

Se resuelve la ecuación:  $x + 2x + 3x - 5 + 5 = 55 + 5$ ;  $x + 2x + 3x = 60$ ;  $6x = 60$ .

Luego  $x = 60 / 6 = 10$  es la longitud del lado menor. Los otros dos lados miden  $2x = 20$  y  $3x - 5 = 25$ .

Solución: Los lados del triángulo miden 10 cm, 20 cm y 25 cm.

**Paso 4:** Comprueba el resultado. Piensa si es razonable.

Sumando los tres lados,  $10 + 20 + 25 = 55$ , obtenemos el perímetro del triángulo, 55.

#### Actividades resueltas

- ✚ Tienes un rectángulo de altura  $x$  cm y de base  $2x + 3$ . Si a la base de este rectángulo le quitas 2 cm y a la altura le añaden 5 cm, se convierte en un cuadrado. ¿Qué dimensiones tiene?

**Paso 1:** Antes de empezar a actuar, intenta entender bien el problema

Dibuja un rectángulo con las condiciones del problema. La expresión  $2x + 3 - 2$  expresa los 2 cm que le quita a la base y  $x + 5$  expresa los 5 cm que le añaden a la altura.

**Paso 2:** Busca una buena estrategia.

Si se ha formado un cuadrado como los lados son iguales ambas expresiones deben ser equivalentes:  $2x + 3 - 2 = x + 5$

**Paso 3:** Lleva adelante tu estrategia

Resuelve la ecuación:  $2x + 3 - 2 - x - 3 + 2 = x - x - 3 + 2 + 5$ ;  $2x - x = 4$ ;  $x = 4$

Solución:  $x = 4$  cm es la longitud de la altura del rectángulo. Por tanto,  $2 \cdot 4 + 3 = 11$  cm mide la base del rectángulo.

**Paso 4:** Comprueba el resultado. Piensa si es razonable.

En efecto, a la altura le sumamos 5,  $4 + 5 = 9$ , y a la base le restamos 2,  $11 - 2 = 9$ , se obtiene un cuadrado.



#### Actividades propuestas

18. Cada uno de los lados iguales de un triángulo isósceles es igual al doble del tercer lado menos 3 cm. Calcula su medida si el perímetro del triángulo es 84 cm.

19. Calcula el área de un triángulo rectángulo, sabiendo que sus catetos suman 20 cm y el cateto mayor mide 4 cm más que el menor.

20. Calcula la medida de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo, sabiendo que el ángulo mayor es igual al triple del menor menos  $6^\circ$ .



### 3.4. Otros problemas

#### Actividades resueltas

- ✚ Si tenemos 21 billetes de 5 € y de 10 € que suman en total 170 €, ¿cuántos billetes tenemos de cada clase?

**Paso 1:** Antes de empezar a actuar, intenta entender bien el problema

Llama  $x$  al número de billetes de 5 € y el resto,  $21 - x$ , será el número de billetes de 10 €.

**Paso 2:** Busca una buena estrategia.

Plantea la ecuación que expresa la suma en euros de los dos tipos de billetes:  $5 \cdot x + 10(21 - x) = 170$

**Paso 3:** Lleva adelante tu estrategia

Para resolver la ecuación, lo primero, quita paréntesis:  $5x + 210 - 10x = 170$

Deja en el primer miembro todos los términos con  $x$ , y en el segundo los que no tienen  $x$ :  $5x - 10x + 210 - 210 = -210 + 170$

Haz operaciones:  $-5x = -40$

Despeja la incógnita:  $x = (-40) : (-5) = +8$

Por tanto, tenemos 8 billetes de 5 €, y  $21 - 8 = 13$  es el número de billetes de 10 €.

**Paso 4:** Comprueba el resultado. Piensa si es razonable.

Comprobamos que  $8 \cdot 5 = 40$  € y  $13 \cdot 10 = 130$  €. Y que, en efecto,  $40 + 130 = 170$  €.

Solución: Tenemos 8 billetes de 5 € y 13 billetes de 10 €.



#### Actividades propuestas

- 21.** Dos motocicletas salen al mismo tiempo de dos puntos que distan 420 km, en la misma dirección pero en sentido contrario. La primera lleva una velocidad de 60 km/h y la segunda, de 80 km/h. ¿Cuánto tiempo tardarán en cruzarse?

**Ayuda:** Haz un diagrama para comprender el enunciado

**Solución:** Tardan 3 horas en cruzarse.



- 22.** Dos coches salen de dos puntos situados a 560 km de distancia, uno al encuentro de otro. El primero lleva una velocidad de 70 km/h y el segundo de 90 km/h. ¿Cuántas horas tardan en cruzarse?



- 23.** Si en el monedero tenemos 16 monedas de 10 cent y de 20 céntimos de euro, y en total reunimos 2 €, ¿cuántas monedas de cada clase tenemos?

- 24.** Si un bolígrafo vale el triple del precio de un lápiz, he comprado un total de 7 lápices y bolígrafos, y he pagado en total 5,50 €, ¿cuántos bolígrafos y cuántos lápices he comprado?

- 25.** Nieves tiene una pareja de hámsteres con una camada de varias crías. Le regala a un amigo la mitad de las crías. A un segundo amigo le regala la mitad de las crías que le quedan más media cría. La única cría que le queda se la regala a un tercer amigo. ¿Cuántas crías formaban la camada?

- 26.** Dos amigas, Maite y Ana, fueron a visitar una granja en la que había gallinas y conejos. Al salir Ana le preguntó a Maite: Sabes cuántas gallinas y cuántos conejos había. No, dijo Maite, pero había en total 72 ojos y 122 patas. Averigua el número de gallinas y de conejos de la granja.

- 27.** De un depósito lleno de líquido se saca la mitad del contenido, después la tercera parte del resto y quedan aún 1600 litros. Calcula la capacidad del depósito.

## CURIOSIDADES. REVISTA

### A) Cuadrados mágicos

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

En el cuadro Melancolía del famoso pintor alemán Alberto Durero (1471-1528) aparece este cuadrado mágico en el que todas las filas, columnas y diagonales suman lo mismo, y además ese mismo resultado se obtiene sumando las cuatro casillas centrales.

Además, las dos casillas del centro de la línea inferior indican el año en el que este cuadrado mágico fue resuelto, 1514.

Confecciona un cuadrado mágico de 3 x 3 casillas, colocando los dígitos del 1 al 9 de forma que todas las filas, todas las columnas, y todas las diagonales sumen lo mismo.

### B) EMMY NOETHER (1882 – 1935)

**Emmy Noether** fue una famosa algebrista. Nació en Alemania, hija de padres judíos. Su padre era catedrático de matemáticas en la Universidad y Emmy heredó de él la pasión por las matemáticas. Sin embargo, por aquella época la Universidad no admitía que las mujeres desarrollasen estudios científicos, así que tuvo que conseguir un permiso especial para que la dejaran asistir a las clases, aunque no tenía derecho a examinarse. Años más tarde, las leyes cambiaron y pudo doctorarse. Trabajó con los matemáticos alemanes más brillantes y desarrolló un teorema esencial para la Teoría de la Relatividad en la que estaba trabajando Albert Einstein. Ante la situación política de Alemania, con la subida al poder de Hitler, tuvo que exiliarse a Estados Unidos.

Allí coincidió con **Einstein** quien le dedicó estas palabras: *“A juicio de los matemáticos más competentes que todavía viven, desde que las mujeres empezaron a recibir enseñanza superior, Emmy Noether ha tenido el genio creativo más destacado que haya surgido hasta la fecha de hoy en el campo de la matemática”*.



Emmy Noether

### C) DIOFANTO

Diofanto fue un famoso matemático griego del siglo III d. C. En el epitafio de su tumba escribió: ¡Caminante! Aquí yacen los restos de Diofanto. Los números pueden mostrar ¡oh maravilla! La duración de su vida, cuya sexta parte constituyó la hermosa infancia.

Había transcurrido además una duodécima parte de su vida cuando se cubrió de vello su barba.

A partir de ahí, la séptima parte de su existencia transcurrió en un matrimonio estéril.

Pasó, además un quinquenio y entonces le hizo dichoso el nacimiento de primogénito.

Este entregó su cuerpo y su hermosa existencia a la tierra habiendo vivido la mitad de lo que su padre llegó a vivir.

Por su parte, Diofanto descendió a la sepultura con profunda pena habiendo sobrevivido cuatro años a su hijo.

Dime, caminante, cuántos años vivió Diofanto.

a) Escribe en lenguaje algebraico el epitafio de la tumba de Diofanto.

b) Resuelve la ecuación. Comprueba que Diofanto vivió 84 años.



RESUMEN

<b>Lenguaje algebraico</b>	Utiliza letras y números para representar una información.	Área de un rectángulo = base por altura: $A = b \cdot a$ .
<b>Expresión algebraica</b>	Expresiones que reflejan una situación mediante letras y números.	$x + 3x$ .
<b>Monomio o término algebraico</b>	Consta de coeficiente y parte literal. Van separados por los signos +, -, =.	$5x^2$ .
<b>Coeficiente</b>	Número que multiplica en un monomio	El coeficiente de $5x^2$ es 5.
<b>Valor numérico de una expresión algebraica</b>	Número que se obtiene al sustituir las letras por números y hacer las operaciones.	El valor numérico de $x + 3x + 5$ para $x = -2$ es: $-2 + 3(-2) + 5 = -2 - 6 + 5 = -3$ .
<b>Ecuación</b>	Igualdad entre dos expresiones algebraicas.	$3x - 1 = 2x + 5$ .
<b>Miembros de una ecuación</b>	Cada una de las dos expresiones algebraicas que forman la ecuación. Van separados por el signo =.	En la ecuación anterior $3x - 1$ es el primer miembro, y $2x + 5$ es el segundo miembro.
<b>Incógnitas</b>	Letras de valor desconocido que contienen una ecuación.	En $3x - 1 = 2x + 5$ la incógnita es $x$ .
<b>Grado de una ecuación</b>	El mayor exponente de la incógnita.	La ecuación $3x - 1 = 2x + 5$ es de primer grado. La ecuación $3x^2 = 27$ es de segundo grado.
<b>Solución de una ecuación</b>	Número por el que se puede sustituir la incógnita para que la igualdad sea cierta.	La solución de $3x - 1 = 2x + 5$ es $x = 6$ .
<b>Resolver una ecuación</b>	Es hallar su solución.	<b><math>3x - 1 = 2x + 5</math></b> $3x - 2x - 1 + 1 = 2x - 2x + 5 + 1$ $x = 6$ .
<b>Ecuaciones equivalentes</b>	Tienen las mismas soluciones.	$2x - 5 = x + 2$ es equivalente a: $2x - x = 2 + 5$ .
<b>Pasos para resolver una ecuación:</b>	Quitar paréntesis. Quitar denominadores. Agrupar los términos con $x$ en un miembro y los términos sin $x$ en el otro. Operar. Despejar la $x$ .	<b><math>(3x - 1) = 7/2</math>.</b> 1. $6x - 2 = 7/2$ . 2. $12x - 4 = 7$ . 3. $12x = 7 + 4$ . 4. $12x = 11$ . 5. $x = 11/12$ .
<b>Pasos para resolver un problema mediante ecuaciones</b>	Leer el enunciado. Escribir la ecuación. Resolver la ecuación. Comprobar la solución.	Hallar un número que sumado a 7. da lo mismo que su doble menos 3. 1) Comprender el enunciado. 2) $x + 7 = 2x - 3$ . 3) $x - 2x = -3 - 7$ ; $-x = -10$ ; $x = 10$ . 4) $10 + 7 = 2 \cdot 10 - 3$ .

**EJERCICIOS Y PROBLEMAS****Lenguaje algebraico**

- Expresa en tu cuaderno en lenguaje algebraico
  - El triple de un número es igual a 21.
  - A un cierto número se le suma 2, se multiplica el resultado por 3, y se divide entre 4.
  - El doble de un número más 6.
  - Un número más su anterior.
- Si llamamos  $x$  a la edad de Luis, expresa algebraicamente:
  - Lola tiene la edad que Luis tenía hace 11 años.
  - Jordi tiene la edad que Luis tendrá dentro de 2 años.
  - Los años que faltan para que Luis cumpla 30 años.
  - Carmen tiene la mitad de la edad de Luis.
- Copia en tu cuaderno y relaciona:

a) El doble de un número	1) $x - 17$
b) La diferencia entre un número y 17	2) $x^2/3$
c) El producto de un número por $-3$	3) $2(x + 5)$
d) La quinta parte de un número	4) $2x^2$
e) El doble del cuadrado de un número	5) $x + y$
f) El número siguiente a $x$	6) $2x$
g) La suma de dos números	7) $x + 1$
h) El doble de la suma de un número y 5	8) $x/5$
i) La tercera parte del cuadrado de un número	9) $-3x$

- Copia en tu cuaderno y relaciona cada enunciado verbal con su expresión algebraica:
  - Sumar 9 al triple de un cierto número
  - Restamos 7 a la mitad de un número
  - El triple de un número más el doble del siguiente
  - Lo que nos devuelven si pagamos 20 € por una cierta compra
  - El perímetro de un octógono regular.
  - La edad de hace 3 años
  - $3x + 2(x + 1)$
  - $3x + 9$
  - $8x$
  - $x/2 - 7$
  - $x - 3$
  - $20 - x$

5. Si llamamos  $x$  a los ahorros que tiene Laura, expresa algebraicamente:
- A María le faltan 7 € para tener los mismos ahorros que Laura.
  - Alfonso tiene 14 € más que Laura.
  - Martín tiene 3 € menos que el doble de Laura.
  - Fátima tiene igual que Laura y Rosa.
6. He aquí lo que sabemos de las edades de un grupo de amigos:
- Juan tiene 3 años más que Antonio;
  - Elena tiene el doble que Juan;
  - Félix tiene 5 años menos que Elena y Laura tiene la mitad que Antonio.
  - Si la edad de Antonio es  $x$ , indica, mediante expresiones algebraicas, las edades de los otros amigos.
7. Escribe en lenguaje algebraico
- La edad de Cristina es doble que la que tendrá su hermano dentro de 5 años
  - La edad de Rafa es la tercera parte que la que tenía su hermana hace 3 años.
8. Escribe en lenguaje algebraico las siguientes informaciones relativas a la base  $x$  y la altura  $y$  de un rectángulo:
- La base es doble que la altura
  - La base excede en 5 unidades a la altura
  - La altura es  $\frac{3}{7}$  de la base
  - El área del rectángulo vale  $20 \text{ cm}^2$ .
  - La diferencia entre la altura y la base es de 10 unidades.
9. Completa en tu cuaderno las frases siguientes:
- En una expresión ... .. puede haber números, letras y signos de operación.
  - Un número cualquiera se indica en álgebra mediante una ... .., por ejemplo, la  $x$ .
  - En la expresión  $-3x$  el número  $-3$  es el ... ..
  - La ecuación  $x^2 = 25$  es de ... .. grado.
  - El primer miembro de la ecuación  $3x + 1 = 2x - 7$  es ... ..
  - Dos ecuaciones que tienen las mismas soluciones se llaman ... ..
  - Una ... .. es una igualdad entre dos expresiones algebraicas.
  - El número por el que se sustituye la incógnita de una ecuación de manera que la igualdad sea cierta se llama ... .. de la ecuación.
  - ... .. una ecuación es hallar el valor de la incógnita.
  - Si el mayor exponente de la incógnita de una ecuación es 1, entonces la ecuación es de ... .. grado.

- 10.** En una granja hay un número de ovejas desconocido. Indica en lenguaje algebraico el número de patas y de orejas que hay.
- 11.** Escribe las siguientes operaciones en lenguaje ordinario  
 a)  $x + 5$       b)  $a - 4$       c)  $2x$       d)  $y^2$
- 12.** Escribe en tu cuaderno utilizando expresiones algebraicas:  
 a) Raquel tiene  $x$  cuadernos  
 b) Pepe tiene 10 cuadernos más que Raquel.  
 c) Teresa tiene el triple de cuadernos que Pepe.  
 d) Carmela tiene el mismo número de cuadernos que Raquel y Pepe juntos.  
 e) Marta tiene la mitad de cuadernos que Teresa.
- 13.** El kilo de melocotones cuesta  $x$  euros. Indica en lenguaje algebraico el precio de:  
 a) El cuarto de kilo de melocotones  
 b) Tres kilos de melocotones  
 c) El kilo de mandarinas sabiendo que es 75 céntimos más barato que el kilo de melocotones.
- 14.** Llamamos  $x$  a una cantidad. Escribe en lenguaje algebraico:  
 a) El doble de esa cantidad más 9.  
 b) Esa cantidad más 5.  
 c) 20 menos esa cantidad.  
 d) Cuatro veces esa cantidad menos 7.  
 e) La mitad de esa cantidad más 8.  
 f) Siete veces esa cantidad menos la tercera parte de la cantidad.
- 15.** Calcula el valor numérico de las expresiones siguientes para  $x = 2$ .  
 a)  $5x - 3$       b)  $2(x + 5)$       c)  $(x - 4)/2$       d)  $7(2 - x^2)$
- 16.** Simplifica las siguientes expresiones:  
 a)  $x + x + x - x$       b)  $2x + 3x + 5x - x$       c)  $x/2 + x/2$       d)  $2(x + 3x - 2x)$
- 17.** Calcula el valor numérico de las siguientes igualdades para el valor indicado de  $x$ :  
 a)  $y = 0,5 + 3x$  para  $x = 3$       b)  $y = 1,6x$  para  $x = 0,75$       c)  $y = 4 + 1,5x$  para  $x = 2,1$
- 18.** Simplifica las siguientes expresiones:  
 a)  $3a^2b - 2a^2b + 7a^2b$       b)  $5xy + 7xy - 2xy$       c)  $6x + 9x - 3x$   
 d)  $2x + 7x - 2y$       e)  $3ab + 8ab - 6ab$
- 19.** Realiza las operaciones siguientes  
 a)  $3x + 5x - 2y + 9y - 4x - 3y$       b)  $(2x - 5x^2) - (3x^2 + 5x)$   
 c)  $3(7x - 3) - 2(2x + 5)$       d)  $2a - 5a + 7a - 8a + b$

20. Escribe en tu cuaderno el valor numérico de cada expresión para el valor de  $x$  que se indica en cada caso:

	Expresión	Valor de $x$	Valor numérico
a)	$5x - 4 + x$	$-1$	
b)	$x - 3 + 7x$	$-2$	
c)	$x + 3 + 2x$	$-3$	
d)	$3x - x$	$-4$	
e)	$2x - 3$	$2$	

21. Realiza las operaciones siguientes

a)  $3x + 5x - 2y + 9y - 4x - 3y$       b)  $(2x - 5x^2) - (3x^2 + 5x)$   
 c)  $3(7x - 3) - 2(2x + 5)$       d)  $2a - 5a + 7a - 8a + b$

## Ecuaciones

22. Copia en tu cuaderno la siguiente tabla y complétala:

Ecuación	Primer miembro	Segundo miembro	Incógnitas
$8x - 5 = 2x - 1$			
	$7x + 3$	$2x - 8$	
$4x + 3 = 6x + 9$			
$4a + 11 = 23$			
	$x - y$	$5 + y$	

23. Calcula mentalmente el valor que se debe asignar a cada círculo:

a)  $2 \cdot 0 = 30$       b)  $10 = 0 : 5$       c)  $3 \cdot 0 = 27$       d)  $5 = 0 : 3$

24. Encuentra el número que falta:

a)  $0 + 2 = 5$       b)  $0 + 3 = 1$       c)  $0 - 4 = 6$       d)  $0 - 4 = -1$

25. Si Clara tiene  $x$  años y sabemos que aún no ha cumplido los 5, indica quién de las siguientes personas puede ser la madre de Clara:

Persona	Edad en años
Julia	$3x - 9$
María	$x^2 - 17$
Federica	$3x + 5 + 7x + 6$
Elisa	$x - 2x + 9$



26. Resuelve **mentalmente** las siguientes ecuaciones y escribe la solución en tu cuaderno:

a)  $x + 3 = 2$                       b)  $x - 2 = 3$                       c)  $x/5 = 1$                       d)  $x/3 + 2/3 = 4/3$

27. Escribe dos ecuaciones equivalentes a cada una de las ecuaciones siguientes:

a)  $3x - 4 = 11$                       b)  $2x = 9$                       c)  $x + 11 = 6$                       d)  $x = -3$

28. Elige entre las siguientes ecuaciones todas las que sean equivalentes a la ecuación  $3x - 6 = x + 9$ .

a)  $x + 10 = 17,5$                       c)  $8 - x = 3x - 5x$                       e)  $4x = 30$                       g)  $2x = 9 + 6$                       i)  $10 - 2,5 = x$

b)  $6x + 2x = 60$                       d)  $5x - 6 = 3x + 9$                       f)  $-6 - 9 = x - 3x$                       h)  $3x = 15$                       j)  $x = 7,5$

29. Escribe tres ecuaciones equivalentes a  $2x - 3 = 5$ .

30. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a)  $2x + 4 = 7$                       b)  $4x + 3 = 15$                       c)  $5x - 2 = 37$                       d)  $-2x - 3x = -55$

31. Relaciona cada ecuación con su solución:

a)  $x + 5 = 7x - 1$                       b)  $3x - 2 = 4 - x$                       c)  $x - 9 = 3 - 2x$                       d)  $5 = x + 9$                       e)  $8 - 2x = 5 - 3x$

f)  $9x - 2 = 5x$                       g)  $3 + 2x = 1$                       h)  $6 - x = 5 + 9x$                       i)  $x = 6 - 2x$                       j)  $2x + 4 = x + 7$

Soluciones:

1)  $x = 4$                       2)  $x = -4$                       3)  $x = -3$                       4)  $x = 1,5$                       5)  $x = 0,5$

6)  $x = 1$                       7)  $x = 0,1$                       8)  $x = -1$                       9)  $x = 3$                       10)  $x = 2$ .

32. Di si las siguientes frases son verdaderas o falsas. Razona la respuesta.

a) La ecuación  $x + 3 = 5$  es equivalente a  $x + 5 = 3$ .

b) La ecuación  $2x + 3 = 7x - 1$  tiene dos incógnitas.

c) La ecuación  $x^3 + 5 = 2x^2$  es de tercer grado

d) El valor numérico de  $5x - 2$  para  $x = -1$  es  $-7$ .

e) La solución de la ecuación  $6x = 3$  es 2.

33. Encuentra los números que faltan:

a)  $15 = 25 - 2 \cdot 0$                       b)  $100 = 25 - 0$                       c)  $200 = 0 - (-25)$                       d)  $40 = 0 - (-20)$

34. Resuelve en tu cuaderno las siguientes ecuaciones:

a)  $x + 3 = 9$                       b)  $x + 5 = 4$                       c)  $x + 1 = 78$                       d)  $x + 7 = 46$

35. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $2x - 5 = 4x - 7$                       d)  $x + 9 = 3x - 3$                       g)  $4x + 2 = 14$                       i)  $3x - 5 = 2x - 5$

b)  $x - 12 = 7x + 6$                       e)  $5x - x + 7 = 2x + 15$                       h)  $3x - 4 = x + 18$                       k)  $3x - 4 + x = 8$

c)  $x - 1 = x + 5x + 9$                       f)  $2x - 27 = x$                       i)  $4x - 6 = x + 9$                       l)  $3 - 10 = x + 1$

36. Escribe tres ecuaciones que tengan como solución  $x = 7$ .

37. Resuelve las ecuaciones siguientes: (Sugerencia: ilustra las ecuaciones mediante balanzas).

a)  $x - 5 = 9$                       b)  $x - 8 = 2$                       c)  $x - 3 = 4$                       d)  $x - 9 = 6$

38. Resuelve en tu cuaderno las siguientes ecuaciones:

a)  $2x + 4x = 54$       b)  $4x - 3x = 16$       c)  $5(x - 2) = 70$       d)  $-5x - 2x = -49$

39. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a.  $2x + 3 = 5$       b.  $4x - 5 = x + 4$       c.  $x/3 = -2$       d.  $-2(3x - 4) = 2x + 5$

40. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a)  $4x - 4 = 2x$       b)  $2(x + 7) = x$       c)  $x/3 + 2 = x$       d)  $3(x + 3x) = x + 50$

41. Resuelve las ecuaciones:

a)  $x/2 - 2(x - 3x) = 27$       b)  $2x - (2x - 3) + x = 4$       c)  $7 = 1 + x/2$       d)  $4 - x = 2 + x/2$

42. Resuelve:

a)  $x / 3 = 7$ ;      b)  $3x = 9$ ;      c)  $x + 4 = 12$ ;      d)  $x - 7 = 1$

43. En el tren se puede transportar un perrito siempre que su peso no exceda de 6 kg. Averigua a cuál de mis perritos podría llevarme de viaje en el tren sabiendo que Eder pesa 8 kilos y que el valor de  $x$  es el mismo en todos los casos:

Nombre	Peso en kg
Eder	$2x$
Peque	$-3(x - 7)$
Gosca	$3x - 5 + 6x$
Atila	$4x + 6 - 5x$
Clea	$1 - 2x + 9x$

44. Encuentra los números que faltan:

a)  $0 + 3 = 8$       b)  $0 + 7 = 3$       c)  $0 - 6 = 10$       d)  $0 - 8 = -2$

45. Resuelve las siguientes ecuaciones: (Sugerencia: ilustra las ecuaciones mediante balanzas equilibradas. Mantenlas equilibradas hasta conseguir la ecuación equivalente que nos dé el resultado).

a)  $x + 5 = 10$       b)  $x + 7 = 4$       c)  $x + 3 = 8$       d)  $x + 7 = 12$

46. Resuelve en tu cuaderno las siguientes ecuaciones:

a)  $x - 4 = -7$       b)  $x - 34 = 12$       c)  $x - 21 = 84$       d)  $x - 28 = 7$

47. Practica en tu cuaderno resolviendo las siguientes series de ecuaciones:

1ª serie

1)  $x + 4 = 6$       2)  $x + 6 = 3$       3)  $15 = 11 + x$       4)  $7 = x + 3$       5)  $x + 8 = 4$   
 6)  $x + 6 = 8$       7)  $x + 7 = 3$       8)  $8 + x = 16$       9)  $3 = 7 + x$       10)  $2 = x + 4$

2ª serie

11)  $x - 3 = 6$       12)  $x - 4 = 2$       13)  $4 = x - 1$       14)  $7 - x = 2$       15)  $6 - x = 4$   
 16)  $3 = 9 - x$       17)  $x - 4 = 7$       18)  $x - 2 = 0$       19)  $8 - x = 3$       20)  $9 - x = 5$

**3ª serie**

$$21) 3x = 6 \quad 22) 4x = 16 \quad 23) 6x = 18 \quad 24) 8 = 2x \quad 25) -12 = 3x$$

$$26) 2x = -6 \quad 27) 4x = 11 \quad 28) 3x = 6 \quad 29) 9 = 3x \quad 30) 18 = 6x$$

**4ª serie**

$$31) x/5 = 1 \quad 32) x/3 = 7 \quad 33) x/-2 = 3 \quad 34) x/5 = 2/3 \quad 35) x/10 = 3/2$$

$$36) x/7 = 2 \quad 37) x/12 = 3/4 \quad 38) x/3 = -2/9 \quad 39) x/5 = -2 \quad 40) x/7 = 3/14$$

**5ª serie**

$$41) x + 3x = 16 \quad 42) 4x + 2x = 6 \quad 43) 6x = 8 + 10 \quad 44) 3x + 7 = 4$$

$$45) 2x + 7 = 11 + 4x \quad 46) x + 1 = 2x - 5 + 2x \quad 47) 3x - 2 + 4x = 3 - 3x + 1$$

$$48) 4x - 3 + x = 3x + 7 \quad 49) x + 4 + 4x = 2 - 2x + 5 \quad 50) 6x + 4 - 2x = 3 + 2x - 7$$

**6ª serie**

$$51) x/3 - 2 = 4 \quad 52) 3x/5 + 4 = 3 \quad 53) x/3 + 2x/3 = 7 \quad 54) x/5 + 3x/5 = 9$$

$$55) x/2 + x/2 + 3 = 5 \quad 56) 3x/7 + 2x/7 + 3 = 6 \quad 57) x + x/5 = 7 \quad 58) x/2 + 5x/2 + 3 = 5$$

$$59) 5 + x/7 = 21 \quad 60) 3 + x/3 = 9$$

**7ª serie**

$$61) 3 + 4(2 - x) = 9 - 2x \quad 62) 5 - 2(x + 2) = x - 5$$

$$63) 13 + 3(2x + 5) = 2(x + 3) - 1 \quad 64) 7 - 2(3x - 5) = 13 - 2(4x - 7)$$

$$65) 5x - 3(2x - 4) = 36 - 3(4x + 6) \quad 66) 2(3x - 5) - (2x + 1) = 17 - 3x$$

$$67) 2(x + 4) + 3x = -34 - 3(5x + 6) \quad 68) 5 - 2(7 - 2x) = x - 6$$

$$69) 3x - 4(x - 1) = 8 - 5x \quad 70) 5x - (2x + 3) = 2x - 5$$

**8ª serie**

$$71) x/3 + x/6 = 12 \quad 72) x/6 + x/3 + x/2 = 5 \quad 73) (x - 3)/5 = 1 \quad 74) x/2 - 3 = 4$$

$$75) (2x + 9)/3 = 7 \quad 76) (2x + 9)/3 = x \quad 77) (x - 3)/5 = x \quad 78) 5 + x/4 = 6$$

$$79) 4x/3 + 5x/6 = x/3 + 2 \quad 80) 2x/3 + 7x/2 + 5x = 8 + x/6$$

**9ª serie**

$$81) 3(x - 1) = (1 + 3x)/2 \quad 82) (7 + 3x)/4 + (1 + 5x)/2 = 3 \quad 83) (4 + 5x)/3 = (7 + 2x)/6$$

$$84) 3(2 + 5x)/2 = x/4 + 5 \quad 85) (2x + 3)/3 + (5 + 3x)/6 = (9x + 2)/2 \quad 86) (3x + 2)/5 + 3 = (2x + 1)/3$$

$$87) (x + 1)/2 + (x + 1)/3 = x + 1 \quad 88) 4(1 - x)/3 + x = 7(3x + 1)/15$$

$$89) 2(x + 3)/5 - (1 - 5x)/3 = 2x + 1 \quad 90) (4x - 1)/3 - (7x + 2)/15 = (3x + 3)/5$$

**10ª serie**

$$91) 7x + 8 - x = 6x - 4 \quad 92) 5x + (-7 - x) = 4(5x - 8) - 2$$

$$93) 5(x - 7) + (8x - 15x) = 45 \quad 94) 9x - 21 + 5 + 3x = 4x + 6 + 3x$$

$$95) 8x - 4(5x - 7) + 1 = 6x - (8x - 3) + (7x + 1) - 9 \quad 96) -6(-3x + 5) = 32x - (4x - 8) + 2$$

$$97) 5x - 5 + 6 - 4x = 8 - 3x + 1 \quad 98) 2 + (-5x - 9) = 4(3x - 8) - 22$$

$$99) 4(6x - 9) - 12 = 21 - (5x + 8) + 32 \quad 100) 5x + (6x - 2) = 7x - (-3x - 8) + 1$$

## Problemas

48. Si el doble de un número menos 3 es igual a 7, ¿cuál es el número?
49. Un rectángulo tiene 7 cm de base y su área es de  $21 \text{ cm}^2$ , ¿qué altura tiene?
50. La suma de tres números consecutivos es 48. ¿Cuánto vale cada número?
51. Si en una familia la suma de las edades de los tres hijos es de 37 años, Ana es 2 años menor que Antonio, y este es 3 años menor que Maite, ¿qué edad tiene cada hijo?
52. Si una parcela rectangular tiene 4 m menos de ancho que de largo, y la valla que lo rodea mide 88 m, ¿qué dimensiones tiene la parcela?
53. Para cada uno de los siguientes enunciados, dibuja la figura que corresponda, escribe una ecuación y resuélvela:
- Halla las dimensiones de un rectángulo si la base mide 3 cm más que la altura y el perímetro es 22 cm.
  - El perímetro de un cuadrado es 28 mm. ¿Cuánto mide su lado?
  - El lado desigual de un triángulo isósceles mide 7 cm y su perímetro mide 35 cm. ¿Cuánto mide cada uno de los lados iguales?
  - El perímetro de un octógono regular es 28 cm mayor que el de un cuadrado de  $36 \text{ cm}^2$  de área. Averigua el lado del octógono.
  - Cada uno de los ángulos de un cuadrilátero irregular mide  $30^\circ$  más que el ángulo anterior. ¿Cuánto mide cada uno de los cuatro ángulos del cuadrilátero? (Ayuda: recuerda que la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es  $360^\circ$ ).
  - Las medidas de los lados de un triángulo escaleno son números consecutivos y el perímetro es 33 cm. ¿Cuánto mide cada lado?
  - Dos ángulos son complementarios y se diferencian en  $18^\circ$ . ¿Cuánto miden?
  - Dos ángulos suplementarios se diferencian en  $25^\circ$ . ¿Cuánto mide cada uno?
54. Escribe en lenguaje algebraico: "La suma de los ángulos interiores de un polígono es tantas veces  $180^\circ$ , como lados tenga menos 2". ¿Cuántos lados tiene un polígono si la suma de sus ángulos interiores es  $720^\circ$ ?
55. Si un triángulo isósceles tiene un perímetro de 36 cm, y su lado desigual mide 5 cm menos que sus lados iguales, ¿cuánto miden sus lados?
56. Halla las edades de tres hermanos sabiendo que suman 52 años, que los dos pequeños se llevan dos años, y que el mayor tiene tantos años como los otros dos juntos.
57. Un montañero hace una ruta de 48 km en tres etapas. El segundo día recorre 10 km más que el primero y el tercer día recorre 7 km más que el segundo. ¿Cuánto recorre cada día?
58. Tengo 26 monedas de 1 € y de 2 €, que valen en total 37 €. ¿Cuántas monedas tengo de cada clase?
59. Mario estudia lo que más le gusta las  $\frac{2}{5}$  partes del tiempo diario que dedica al estudio, y le sobran 72 minutos para el resto de materias. ¿Cuánto estudia cada día?

60. Alfonso quiere saber cuánto pesa la compota de moras que ha hecho, pero solo tiene pesas de 1 kg y de 200 gr. Comprueba que si pone los dos botes iguales de compota, junto con la pesa de 200 gr en un plato de la balanza, y en el otro plato la pesa de 1 kg, la balanza queda equilibrada. ¿Cuánto pesa cada bote?
61. Si multiplicas a un número por 5 y luego le sumas 12, obtienes 62, ¿de qué número se trata?
62. El patio de un colegio es rectangular, el doble de largo que de ancho, y su perímetro es de 600 m. Si se quiere poner una valla que cuesta a 3 € el metro en el lado más largo. ¿Cuánto habrá que pagar?
63. Alberto ha sacado un 8 en un examen de 10 preguntas. En la primera pregunta sacó un punto, y en la última, que dejó en blanco por falta de tiempo, un cero. La profesora le ha dicho que en todas las preguntas centrales ha obtenido la misma puntuación. ¿Cuál ha sido esa nota?
64. Si Cristina tiene 12 años y su madre, 36, ¿cuántos años deben pasar para que la edad de la madre sea el doble de la de su hija?
65. Miriam le dice al mago, piensa un número, multiplícalo por 2, ahora súmale 10, divide el resultado entre 2 y resta el número que has pensado. ¿Tienes un 5?
- a) Escribe en forma algebraica el juego de magia de Miriam, y descubre su truco.
- b) Inventa un nuevo juego de magia.
66. Carlos ha comprado 25 cuadernos, los ha pagado con un billete de 20 €, y le han devuelto 12 €. Escribe una ecuación que permita calcular el precio de cada cuaderno.
67. Un triángulo equilátero tiene un perímetro de 36 cm, ¿cuánto mide su lado?
68. Braulio, Rosa y Guillermo han ganado 1200 € en la lotería. Si Braulio había pagado la tercera parte del décimo, Rosa, la mitad, y Guillermo, el resto, ¿cómo deben repartir lo que han ganado.
69. Si un repartidor de pedidos ha dejado los  $\frac{2}{5}$  de los paquetes que llevaba en la primera casa, y aún le quedan 100 kg por repartir, ¿cuántos kilos tenía en un principio?
70. Resuelve mentalmente los siguientes problemas:
- a) ¿Cuántos bolígrafos tengo si el doble de los que poseo es 20?
- b) ¿Cuántas monedas tengo si al darme 7 tendré 37?
- c) ¿Cuántos discos tengo si al regalar 5 me queda una docena?
- d) Manuel, dentro de 6 años tendrá 18. ¿Cuántos años tiene ahora?
71. En una granja hay 70 animales entre gallinas y conejos, y entre los dos, suman 180 patas. ¿Cuántas gallinas hay en la granja?
72. Halla el número tal que su doble más tres sea igual que su triple menos dos.
73. Repartimos 150 € entre tres personas de forma que la primera recibe el doble que la segunda y ésta el triple que la tercera. ¿Cuánto le corresponde a cada una?
74. Si al quíntuplo de un número le restas tres obtienes 27. ¿Cuál es el número?
75. Un bolígrafo cuesta el triple que un lápiz. He comprado cinco lápices y cuatro bolígrafos y me han costado 2,40 €. ¿Cuánto cuesta un lápiz? ¿Y un bolígrafo?



76. El ángulo mayor de un triángulo mide el doble que el menor y éste 20 grados menos que el mediano. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos del triángulo? (Recuerda que los tres ángulos de un triángulo suman 180 grados)
77. Un número y su siguiente suman 87. ¿Cuáles son esos números?
78. En mi monedero llevo diez monedas, unas de 50 céntimos y otras de 20 céntimos. Si tengo 2,90 € en total, ¿Cuántas monedas de cada tipo tengo?
79. El perímetro de un rectángulo es de 120 metros y la altura es 25 centímetros más larga que la base. ¿Cuánto miden la base y la altura del rectángulo?
80. Laura dice que si al triple de la edad que tiene le restas la mitad, el resultado es 30. ¿Qué edad tiene Laura?
81. Un hijo tiene 12 años y su padre 35. ¿Cuántos años deben de pasar para que la edad del padre sea el doble que la del hijo?
82. Calcula la longitud del lado de un triángulo equilátero sabiendo que su perímetro es de 18 cm.
83. Calcula la longitud de los lados de un triángulo isósceles sabiendo que el perímetro es 18 m y cada lado igual mide 3 cm más que el lado desigual.
84. Si a la tercera parte de un número le sumas dos, obtienes el mismo resultado que si al número le sumas uno y divides entre dos.
85. Hemos comprado 12 artículos entre mesas y sillas. ¿Cuántas hemos comprado de cada si cada mesa cuesta 130 € y cada silla 60 € y en total nos ha costado 750 €?

86. **Cuadrados mágicos:** En el cuadro Melancolía del famoso pintor alemán Alberto Durero (1471-1528) aparece este cuadrado mágico en el que todas las filas, columnas y diagonales suman lo mismo, y además ese mismo resultado se obtiene sumando las cuatro casillas centrales. Además, las dos casillas del centro de la línea inferior indican el año en el que este cuadrado mágico fue resuelto, 1514. Confecciona un cuadrado mágico de 3 x 3 casillas, colocando los dígitos del 1 al 9 de forma que todas las filas, todas las columnas, y todas las diagonales sumen lo mismo.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

87. **DIOFANTO:** Diofanto fue un famoso matemático griego del siglo III d. C. En el epitafio de su tumba escribió:
- ¡Caminante! Aquí yacen los restos de Diofanto. Los números pueden mostrar ¡oh maravilla! La duración de su vida, cuya sexta parte constituyó la hermosa infancia.
  - Había transcurrido además una duodécima parte de su vida cuando se cubrió de vello su barba.
  - A partir de ahí, la séptima parte de su existencia transcurrió en un matrimonio estéril.
  - Pasó, además un quinquenio y entonces le hizo dichoso el nacimiento de primogénito.
  - Este entregó su cuerpo y su hermosa existencia a la tierra habiendo vivido la mitad de lo que su padre llegó a vivir.
  - Por su parte, Diofanto descendió a la sepultura con profunda pena habiendo sobrevivido cuatro años a su hijo.
- Dime, caminante, cuántos años vivió Diofanto.

AUTOEVALUACIÓN del bloque 1º

1. Los coeficientes de la expresión algebraica  $5x - 7 + y$ , son:  
a) 5, 7 y 1      b) +5, -7 y +1      c) +5 y -7
2. El valor numérico de la expresión algebraica  $2a + 6b$ , cuando  $a = 2$  y  $b = -1$ , es:  
a) 2                  b) -2                  c) -4
3. La solución de la ecuación  $3 + x - 4x = 8 + 2x$  es:  
a) +5                  b) +1                  c) -1
4. El doble de un número más 2, equivale a su triple menos 10. El número es:  
a) 5                  b) 11                  c) 12
5. La suma de las edades de dos personas es de 48 años y su diferencia, 14 años. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones nos permite calcular sus edades?  
a)  $x + x + 14 = 48$       b)  $x - 14 = 48$       c)  $48 + x = 14 - x$
6. El perímetro de un rectángulo es 72 cm. Si la base es el doble de la altura menos 9 cm, las dimensiones del rectángulo son:  
a) 21 y 15      b) 20 y 16      c) 30 y 6
7. Tres números suman 77. El mediano es el doble del menor, y el mayor es triple del menor menos 7. ¿Cuál de estas ecuaciones nos permite hallar los números?  
a)  $2x + x + 3x = 77$       b)  $x + 3x + 2x = 77 + 7$       c)  $x + 2x + 3x = 77 - 7$
8. Tenemos 12 monedas de 2 € y 1 €. Si en total tenemos 19 €, de cada clase de monedas, tenemos:  
a) 6 y 6                  b) 7 y 5                  c) 8 y 4
9. La madre de Juan tiene el doble de la edad de este más 5 años. La suma de sus edades es 38 años. La ecuación que planteamos para saber sus edades es:  
a)  $x + 2x + 5 = 38$       b)  $x + 5 = 2x$       c)  $x + 2x = 38$
10. Con 24 € hemos comprado 5 objetos iguales y nos han sobrado 6 €. El precio de cada objeto podemos conocerlo al resolver la ecuación:  
a)  $5x = 24 + 6$       b)  $x + 5 = 24$       c)  $5x + 6 = 24$

**AUTOEVALUACIÓN del bloque 2º**

- Los coeficientes de la expresión algebraica  $8,3x - 2,5 + y$ , son:  
a) 8,3, 2,5 y 1    b) +8,3, -2,5 y +1    c) + 8,3 y - 2,5
- El valor numérico de la expresión algebraica  $4a + 3b$ , cuando  $a = 5$  y  $b = -2$ , es:  
a) 14    b) -14    c) 26
- La solución de la ecuación  $3,4 + 5,2x - 8,1x = 9,4 + 7,3x$  es:  
a) -10/17    b) +6/10,2    c) - 10/1,7
- La ecuación  $x^2 = 4$  tiene de soluciones:  
a) 2    b) -2    c) 2 y -2
- La suma de las edades de dos personas es de 50 años y su diferencia, 8 años. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones nos permite calcular sus edades?  
a)  $x + x + 8 = 50$     b)  $x - 8 = 50$     c)  $50 + x = 8 - x$
- El perímetro de un rectángulo es 70 cm. Si la base es el triple de la altura menos 5 cm, las dimensiones del rectángulo son:  
a) 30 y 11    b) 20 y 9    c) 25 y 10
- Tres números suman 142. El mediano es el doble del menor, y el mayor es triple del menor menos 8. ¿Cuál de estas ecuaciones nos permite hallar los números?  
a)  $2x + x + 3x = 142$     b)  $x + 3x + 2x = 142 + 8$     c)  $x + 2x + 3x = 142 - 8$
- Tenemos 20 monedas de 2 € y 1 €. Si en total tenemos 30 €, de cada clase de monedas, tenemos:  
a) 9 y 12    b) 10 y 10    c) 12 y 6
- Tres personas se reparten una cantidad de dinero: la primera se queda con 250 € más que la segunda y la tercera se lleva tanto como la primera y la segunda juntas menos 100 €. Si la cantidad a repartir es 2000 €, el resultado del reparto es, respectivamente:  
a) 950 €, 400 € y 650 €    b) 450 €, 650 € y 950 €
- ¿A qué distancia de sus respectivos puntos de salida se cruzarán dos coches que salen en sentido contrario desde dos ciudades que distan 540 km, si el primero va a 100 km/h y el segundo a 80 km/h?  
a) 340 km y 200 km    b) 300 km y 240 km    c) 420 km y 120 km