

Apuntes de Procesos e Instrumentos Matemáticos. Unidad 4

Profesora Ana María Zarco García

Unidad Didáctica 4. Ecuaciones de primer grado

- 1 Introducción
- 2 Resolución de ecuaciones de primer grado
- 3 Ejercicios finales
- 4 Ejercicios de pruebas libres
- 5 Ejercicios de refuerzo

1 Introducción

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que es cierta para ciertos valores de las variables. Si es cierta para cualquier valor que pongamos en las variables o incógnitas entonces se dice que es una identidad.

Por lo tanto, una ecuación consta de dos lados o miembros separados por el signo de igualdad.

Ejemplo:

$$3xy^2 + \sqrt[3]{x+5} - 5 = 8xz + 9$$

Es una ecuación de varias variables.

2 Definiciones:**Solución de una ecuación:**

Es un número tal que al sustituir en la ecuación la variable x por dicho valor y realizar las operaciones indicadas nos queda en ambos lados de la igualdad el mismo número.

Ecuaciones equivalentes:

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen las mismas soluciones.

Operaciones elementales en una ecuación:

Son aquellas operaciones que transforman una ecuación en otra equivalente.

1. Sumar (o restar) a ambos lados de la igualdad un mismo número.
2. Multiplicar (o dividir) a ambos lados de la igualdad por un número distinto de cero.

Términos de una ecuación.

Son las expresiones de cada miembro que están separadas por los signos más y menos.

Ecuaciones de primer grado

Una ecuación de primer grado con una incógnita en su forma reducida es una ecuación de la forma

$$ax + b = 0$$

siendo a y b números reales con $a \neq 0$, es decir, tenemos en el primer lado de la igualdad un polinomio de grado 1.

Ejemplo:

$$5x + 15 = 0$$

2 Resolución de ecuaciones de primer grado

La solución de la ecuación

$$ax + b = 0$$

es

$$x = \frac{-b}{a}.$$

Por lo tanto la solución de la ecuación $5x + 15 = 0$ es $x = -3$.

Ejercicios 1

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x + 6 = 0$	b) $5x - 10 = 0$
c) $-3x + 9 = 0$	d) $-x + 8 = 0$

e) $-2x = -14$	f) $-2x = 14$
----------------	---------------

Ejemplo: Ecuaciones con paréntesis**Resuelve:** $3 \cdot (x - 2) + 4 \cdot (x - 1) = 2x - (x - 3) + 11$

$3x - 6 + 4x - 4 = 2x - x + 3 + 11$	<i>Aplicamos la propiedad distributiva</i>
$3x + 4x - 2x + x = 3 + 11 + 4 + 6$	<i>Colocamos los términos con x en el primer lado de la igualdad, teniendo en cuenta que cambiamos el signo si hacemos un cambio de lado. Este procedimiento se llama <u>trasposición de términos</u>.</i>
$6x = 24$	<i>Simplificamos en los dos lados de la igualdad</i>
$x = \frac{24}{6}$	<i>Despejamos la x.</i>
$x = 4$	<i>Simplificamos</i>

Ejercicios 2

Resuelve las siguientes ecuaciones siguiendo las instrucciones del ejemplo:

1) $2 \cdot (x + 1) - 3 \cdot (x - 2) = x + 4$

Sol: $x = 2$

2) $3 \cdot (x - 5) = 4 \cdot (2x - 3) + 7$

Sol: $x = -2$

Recuerda que el cálculo del opuesto de un polinomio es equivalente a multiplicar por -1 :

$$-(3x - 6) = -3x + 6$$

$$3) \quad 7x - 3 \cdot (2x + 4) = 5x - 8 \cdot (3x - 1)$$

$$\text{Sol: } x = 1$$

Ejemplo: Ecuaciones con denominadores.

La estrategia consiste en multiplicar todos los términos por el mínimo común múltiplo de los denominadores y a continuación simplificar.

Resuelve:

$$x - \frac{13x}{12} = \frac{5x}{18} + \frac{13}{12}$$

Calculamos el mínimo común múltiplo de 1, 12, 18 y 12.

$$\text{m.c.m.}=36$$

Multiplicamos por el mínimo común múltiplo y simplificamos.

Observa que $36/1 \cdot 1=36$, $36/12 \cdot 13=39$, $36/18 \cdot 5=10$, $36/12 \cdot 13=39$

$$36x - 39x = 10x + 39$$

Colocamos en un lado de la igualdad los términos con la variable y en otro lado los términos independientes, cambiando de signo los términos que cambiamos de lado, es decir realizamos el procedimiento llamado *trasposición de términos*.

$$-13x = 39$$

$$x = -3$$

Ejercicios 3

Resuelve las siguientes ecuaciones, simplificando la solución cuando sea posible:

$$1) \quad \frac{x+1}{6} - \frac{x+3}{4} = -1$$

$$\text{Sol: } x = 5$$

$$2) \quad \frac{x+11}{2} - \frac{2x+3}{5} = 5$$

$$\text{Sol: } x = 1$$

$$3) \quad \frac{3x+5}{2} - \frac{7x+1}{6} = \frac{4x-5}{3} - 5$$

$$\text{Sol: } x = 9$$

4) $\frac{x+5}{2} = \frac{2x+3}{3}$

$Sol: x = 9$

5) $x - \frac{x+1}{5} = \frac{x+3}{2} - 2$

$Sol: x = -1$

Ejemplo: Ecuaciones con denominadores y paréntesis en los numeradores

En primer lugar simplificamos los numeradores para que nos quede una ecuación como la del caso anterior. A continuación procedemos de la misma forma que antes, calculando el mínimo común múltiplo.

Resuelve:

$$\frac{10x - 2}{12} - \frac{2 \cdot (x + 5)}{8} = \frac{2 \cdot (11 - x)}{9} + x - 6$$

$\frac{10x - 2}{12} - \frac{2x + 10}{8} = \frac{22 - 2x}{9} + x - 6$	<i>Simplificamos los numeradores</i>
$m.c.m. = 2^3 \cdot 3^2 = 72$	<i>Calculamos el mínimo común múltiplo de los denominadores</i>
$6 \cdot (10x - 2) - 9 \cdot (2x + 10) = 8 \cdot (22 - 2x) + 72x - 432$	<i>Multiplicamos por 72 y simplificamos</i>
$60x - 12 - 18x - 90 = 176 - 16x + 72x - 432$	<i>Aplicamos la propiedad distributiva en los paréntesis</i>
$60x - 18x + 16x - 72x = 176 - 432 + 12 + 90$	<i>Trasposición de términos</i>
$-14x = -154$	<i>Simplificamos</i>
$x = \frac{-154}{-14}$	<i>Despejamos x (Fíjate en el signo)</i>
$x = 11$	<i>Simplificamos</i>
Ejercicios 4	

Resuelve las siguientes ecuaciones, simplificando la solución cuando sea posible:

1) $\frac{2 \cdot (2-x)}{3} - \frac{4 \cdot (2x+3)}{9} = \frac{-4 \cdot (3x-2)}{6}$

$$2) \frac{3x-1}{20} - \frac{2 \cdot (x+3)}{5} = \frac{4x+2}{15} - 5$$

$$\text{Sol: } x = 3$$

$$\text{Sol: } x = 7$$

Ejercicios Finales

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$1) \frac{x}{15} + x = \frac{2x}{5} + 10$$

$$\text{Sol: } x = 15$$

$$2) \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} = \frac{3x}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\text{Sol: } x = 2$$

$$3) \frac{3x+3}{4} - \frac{3x-2}{3} = \frac{1}{6} + \frac{x+3}{12}$$

$$\text{Sol: } x = 3$$

$$4) \frac{3 \cdot (x+3)}{2} - 2 \cdot (2 - 3x) = 8x - 1 - 2 \cdot (x + 3)$$

$$\text{Sol: } x = -5$$

$$5) \frac{2}{3} \cdot (x + 3) - \frac{1}{2} \cdot (x + 1) = 1 - \frac{3}{4} \cdot (x + 3)$$

$$\text{Sol: } x = -3$$

$$6) \frac{5}{2x+1} = \frac{3}{3x-3}$$

Indicación: Producto de medios = Producto de extremos; Sol: x = 2

$$7) \frac{44}{9} - \frac{7}{6} \cdot \left(\frac{x}{5} - \frac{1}{7} \right) = \frac{5}{6} \cdot \left(x - \frac{1}{3} \right)$$

$$\text{Sol: } x = 5$$

- 8) Laura tiene 5 años más que su hermano Antonio, y su padre tiene 41 años. Dentro de 6 años, entre los dos hermanos igualarán la edad del padre. ¿Qué edad tiene cada uno?

Sol: Laura tiene 20 años y Antonio tiene 15 años.

- 9) La suma de tres números naturales consecutivos es igual al cuádruple del menor. ¿De qué números se trata?

Sol: 3, 4 y 5.

- 10) Se han mezclado 30 litros de aceite barato con 25 litros de aceite caro, resultando la mezcla a 3,2 €/L. Calcula el precio del litro de cada clase, sabiendo que el de más calidad es el doble de caro que el otro.

Sol: El barato a $2,2 \frac{\text{€}}{\text{L}}$ y el caro a $4,4 \frac{\text{€}}{\text{L}}$.

- 11) Inventa una ecuación de primer grado que no tenga solución.
 12) Inventa una ecuación de primer grado que tenga infinitas soluciones, es decir una igualdad que sea una identidad.

Ejercicios de pruebas libres

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1) $9 \cdot (x + 4) = 5 \cdot (4x - 4) + 1$

Sol: $x = 5$

2) $\frac{5}{x+5} = \frac{15}{x+7}$

Sol: $x = -4$

3) $\frac{x-1}{2} - 3 \cdot (-x - 2) = \frac{x}{5} + 22$

Sol: $x = 5$

4) $\frac{3x-1}{4} - \frac{2 \cdot (x+3)}{2} = \frac{4x+2}{3} - 15$

Sol: $x = 7$

Ejercicios de refuerzo

1) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $5x + 9 = 44$

b) $\frac{4x+1}{3} = \frac{12x-3}{7}$

c) $\frac{2x-5}{3} - \frac{x+3}{2} = -3$

d) $\frac{2x-5}{12} = -\frac{x}{4} - \frac{5}{3}$

e) $\frac{x}{5} + \frac{x}{3} - 1 = \frac{x}{2}$

f) $9 \cdot (x - 1) = 81$

g) $3 \cdot (x + 7) = 240$

h) $5 \cdot (3x - 1) = 2 \cdot (4x - 3) + 15$

Sol: $x = 2$

i) $\frac{3x+17}{8} - \frac{1-4x}{13} = \frac{1-x}{4} - \frac{9+x}{6}$

Sol: $x = -3$

j) $\frac{2 \cdot (3x-4)}{3} - \frac{3 \cdot (x+1)}{4} - \frac{5-2x}{2} = 5 + \frac{1}{3}$

Sol: $x = 5$

- 2) Comprueba si $x = 8$ es solución de la ecuación $3x - 22 = 2$.
 3) La suma de tres números consecutivos es igual a 60. Calcula dichos números.
 4) La suma de las edades de los cuatro miembros de una familia es 104 años. El padre tiene 6 años más que la madre, que tuvo a los dos hijos gemelos a los 27 años. ¿Qué edad tiene cada uno?