MATEMÁTICAS II

Selectividad 2019

Comunidad autónoma de

Canarias

LibrosMareaVerde.tk

www.apuntesmareaverde.org.es

Autora: Lidia Esther Fumero Acosta

Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

CC BY NC SA

Distrito Universitario de Canarias

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)

FASE GENERAL

CURSO 2018–2019

MATERIA: MATEMÁTICAS II

Convocatoria: CONVOCATORIA ORDINARIA DE JUNIO

Instrucciones:

. Elija una de las opciones A o B, y conteste a las cuatro cuestiones que componen la opción elegida. Si mezcla preguntas de las dos opciones el tribunal podrá anular su examen.

. En el desarrollo de cada problema, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarlo. Se califica todo.

. Se permite la utilización de calculadora científica, no programable ni con conexión a la red.

OPCIÓN A

1. Se desea vallar un terreno rectangular usando 100 metros de una tela metálica. Se ha decidido dejar una abertura de 20 metros sin vallar en uno de los lados de la parcela para colocar una puerta. Calcular las dimensiones de todos los lados de la parcela rectangular de área máxima que puede vallarse de esa manera. Calcular el valor de dicha área máxima. (2.5 ptos)

2. Dadas las matrices: $A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x+1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y sea I_2 la matriz identidad de orden 2

a) Calcular el valor de x de modo que se verifique la igualdad: $B^2 = A$ (0.5 ptos)

b) Calcular el valor de x para que $A - I_2 = B^{-1}$ (1.5 ptos)

c) Calcular el valor de x para que $A \cdot B = I_2$ (0.5 ptos)

3. Dados los planos $\pi_1 \equiv x - y + 3 = 0$ y $\pi_2 \equiv 2x + y - z = 0$, calcular:

a) La ecuación de la recta s paralela a los planos π_1 y π_2 que pasa por el punto B(2, 2, 3) (1,5 ptos)

b) El ángulo que forman los planos π_1 y π_2 (1 pto)

4. En un banco se sabe que el tiempo de devolución de un préstamo de 18000€ sigue una distribución normal de media 60 meses y desviación típica 8 meses. Se elige al azar un préstamo de 18000€ realizado en dicho banco:

a) Calcular la probabilidad de que dicho préstamo se devuelva como mucho en 70 meses. (0.75 ptos)

b) ¿Cuál es la probabilidad de que fuera devuelto, al menos en 4 años? (0.75 ptos)

c) ¿Qué porcentaje de préstamos de 18000€ del mismo banco se formalizan para ser devueltos entre los 4 y los 6 años? (1 pto)

CC BY NC SA

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO
PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)
FASE GENERAL
CURSO 2018–2019

MATERIA: MATEMÁTICAS II

Convocatoria: CONVOCATORIA ORDINARIA DE JUNIO

Instrucciones:
. Elija una de las opciones A o B, y conteste a las cuatro cuestiones que componen la opción elegida. Si mezcla preguntas de las dos opciones el tribunal podrá anular su examen.
. En el desarrollo de cada problema, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarlo. Se califica todo.
. Se permite la utilización de calculadora científica, no programable ni con conexión a la red.

OPCIÓN B

1. Dada la siguiente expresión de la función f, de la que se desconocen algunos valores:

$$f(x) = \begin{cases} a - x & \text{si } x \leq 1 \\ \dfrac{b}{x} - \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Calcular los valores de a y b para que f sea derivable en todo su dominio.
Escribir la función resultante. (2.5 ptos)

2. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones matriciales: (2.5 ptos)

$$\left.\begin{array}{l} 2X + 3Y = \begin{pmatrix} 8 & -3 & 4 \\ 7 & -1 & 12 \end{pmatrix} \\ X - 2Y = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ -7 & 3 & -1 \end{pmatrix} \end{array}\right\}$$

3. Se consideran los puntos A$(2, -1, 1)$ y B$(-2, 3, 1)$ que determinan la recta r

a) Calcular la recta perpendicular a r que pasa por el punto P$(-4, 17, 0)$ (1.25 ptos)

b) Calcular la ecuación del plano respecto del cual los puntos A y B son simétricos. (1.25 ptos)

4. Una planta ensambladora de circuitos recibe componentes procedentes de tres fabricantes A, B y C. El 50% del total de los componentes se compra al fabricante A, mientras que a los fabricantes B y C se le compra un 25% a cada uno. El porcentaje de componentes defectuosos es de un 5% para el fabricante A, el 10% para el fabricante B y el 12% para el fabricante C.

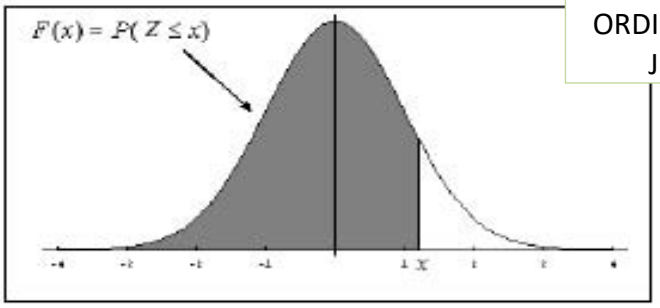
a) Construir el diagrama de árbol con las probabilidades asignadas. (0.5 ptos)

b) El Departamento de Control de la Calidad escoge un circuito al azar en el almacén, hallar la probabilidad de que contenga componentes defectuosos. (1 pto)

c) Escogido al azar un circuito que no tiene componentes defectuosos, ¿qué porcentaje de dichos componentes han sido vendidos por el proveedor B? (1 pto)

Autora: Lidia Esther Fumero Acosta
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
LibrosMareaVerde.tk
Textos Marea Verde

CONVOCATORIA ORDINARIA DE JUNIO



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

BY NC SA

Autora: Lidia Esther Fumero Acosta
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
LibrosMareaVerde.tk

PRUEBA A

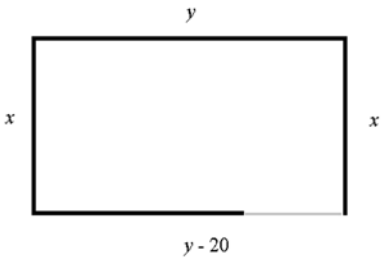
CONVOCATORIA ORDINARIA DE JUNIO

Problema A.1:

1. Se desea vallar un terreno rectangular usando 100 metros de una tela metálica. Se ha decidido dejar una abertura de 20 metros sin vallar en uno de los lados de la parcela para colocar una puerta. Calcular las dimensiones de todos los lados de la parcela rectangular de área máxima que puede vallarse de esa manera. Calcular el valor de dicha área máxima.

Solución:

Construimos el recinto rectangular



El perímetro de la valla viene dado por $P = x + y + x + y - 20 = 100$m.

Siendo el área del terreno a vallar $A = x \cdot y$.

De donde, $2x + 2y - 20 = 100 \rightarrow 2x + 2y = 120 \rightarrow x + y = 60 \rightarrow y = 60 - x$

Sustituyendo en la función del área se obtiene

$$A = x \cdot y = x \cdot (60 - x) = 60x - x^2$$

Hallamos la primera derivada del área para calcular el punto crítico,

$$A'(x) = 60 - 2x$$

Igualamos a cero $60 - 2x = 0 \rightarrow x = 60/2 \rightarrow x = 30$

Comprobamos si es máximo o mínimo mediante el criterio de la segunda derivada,

$A''(x) = -2 < 0$, podemos afirmar que existe un máximo en $x = 30$ m

Las dimensiones del terreno de área máxima son: $x = 30$ m; $y = 30$ m siendo el *área*: 900 m^2

BY NC SA

Problema A.2:

2. Dadas las matrices: $A=\begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x+1 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y sea I_2 la matriz identidad de orden 2

a) Calcular el valor de x de modo que se verifique la igualdad: $B^2 = A$

b) Calcular el valor de x para que $A - I_2 = B^{-1}$

c) Calcular el valor de x para que $A \cdot B = I_2$

Solución:

a) Calcular el valor de x de modo que se verifique la igualdad: $B^2 = A$

$$B^2=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{Entonces si } B^2=A \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x+1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x+1=2 \rightarrow x=1$$

$x = 1$.

b) Calcular el valor de x para que $A-I_2 = B^{-1}$

Calculemos, si es posible, la matriz inversa de B

Comprobamos que es una matriz regular $|B|=\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=-1\neq 0 \Rightarrow \exists\, B^{-1}$

$$\left.\begin{matrix} B_{11}=1; B_{12}=-1 \\ B_{21}=-1; B_{22}=0 \end{matrix}\right| \quad Adj\,(B)=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad [Adj\,(B)]^t=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1}=\frac{1}{|B|}\cdot(Adj\,(B))^t=\frac{1}{-1}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Por otro lado,

$$A-I_2=\begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x+1 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x-1 & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$$

La igualdad se cumple si,

$$A-I_2=B^{-1} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x-1 & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x=0$$

c) Calcular el valor de x para que $A\cdot B=I_2$

$$A\cdot B=I_2 \Leftrightarrow A=B^{-1} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x+1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x=-1$$

***b)* $x = 1$. c) $x = -1$**

BY NC SA

CONVOCATORIA ORDINARIA DE JUNIO

Problema A.3:

3. Dados los planos $\pi_1 \equiv x - y + 3 = 0$ y $\pi_2 \equiv 2x + y - z = 0$, calcular:

a) La ecuación de la recta s paralela a los planos π_1 y π_2 que pasa por el punto B(2, 2, 3)

b) El ángulo que forman los planos π_1 y π_2

Solución:

a) La ecuación de la recta s paralela a los planos π_1 y π_2 que pasa por el punto $B(2, 2, 3)$

Sea la recta t de intersección de los planos π_1 y π_2. Su ecuación se obtiene resolviendo el sistema formado por las ecuaciones de ambos planos,

$$t \equiv \begin{cases} x-y+3=0 \\ 2x+y-z=0 \end{cases}, \text{sea } z=\lambda, \lambda \in R, \text{ entonces haciendo } z=\lambda: \begin{cases} x-y=-3 \\ 2x+y=\lambda \end{cases},$$

Buscamos la ecuación paramétrica, sumando ambas ecuaciones obtenemos:

$3x=-3+\lambda \quad x=-1+\frac{1}{3}\lambda$, luego despejando $y=2+\frac{1}{3}\lambda$, luego la ecuación de t es:

$$t \equiv \begin{cases} x=-1+\frac{1}{3}\lambda \\ y=2+\frac{1}{3}\lambda \\ z=\lambda \end{cases} \lambda \in R$$

La recta s, por ser paralela a los planos π_1 y π_2, será paralela a la recta t de intersección de ambos planos, luego su vector dirección será $\vec{v}_s = (1, 1, 3)$, y como pasa por el punto $B(2, 2, 3)$, sus ecuaciones paramétricas y continuas son:

$$s \equiv \begin{cases} x=2+\mu \\ y=2+\mu \\ z=3+3\mu \end{cases} \mu \in R \quad s \equiv \frac{x-2}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{3}$$

Otra forma:

Sean $\overrightarrow{A_1} = (1, -1, 0)$ y $\overrightarrow{A_2} = (2, 1, -1)$ los vectores normales a los planos π_1 y π_2 respectivamente, entonces el vector dirección de la recta s paralela a ambos planos viene dado por $\overrightarrow{V_s} = \overrightarrow{A_1} x \overrightarrow{A_2} = (1, 1, 3)$

Con vector y punto damos la ecuación de la recta s

$$s \equiv \begin{cases} x=2+\mu \\ y=2+\mu \\ z=3+3\mu \end{cases} \mu \in R \quad s \equiv \frac{x-2}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{3}$$

b) El ángulo que forman los planos π_1 y π_2

El ángulo α formado por los planos π_1 y π_2 es el mismo que forman los vectores perpendiculares a cada uno de ellos. Si observamos las ecuaciones generales de los planos π_1 y π_2, dos vectores perpendiculares a cada uno de ellos serán: $\overrightarrow{A_1} = (1, -1, 0)$ y $\overrightarrow{A_2} = (2, 1, -1)$. Por tanto,

$$cos\alpha = \frac{|\overrightarrow{A_1} \cdot \overrightarrow{A_2}|}{|\overrightarrow{A_1}| \cdot |\overrightarrow{A_2}|}$$

$$cos\alpha = \frac{|1 \cdot 2 + (-1) \cdot 1 + 0 \cdot (-1)|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{2 - 1 + 0}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{12}} \qquad \alpha = 73.22°$$

BY NC SA

CONVOCATORIA ORDINARIA DE JUNIO

Problema A.4:

4. En un banco se sabe que el tiempo de devolución de un préstamo de 18000€ sigue una distribución normal de media 60 meses y desviación típica 8 meses. Se elige al azar un préstamo de 18000€ realizado en dicho banco:

a) Calcular la probabilidad de que dicho préstamo se devuelva como mucho en 70 meses.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que fuera devuelto, al menos en 4 años?

c) ¿Qué porcentaje de préstamos de 18000€ del mismo banco se formalizan para ser devueltos entre los 4 y los 6 años?

Solución:

Definimos la variable X: "tiempo de devolución de un préstamo de 18 000 € en meses"

$$X \sim N(60, 8)$$

a) Calcular la probabilidad de que dicho préstamo se devuelva como mucho en 70 meses.

$$P(X < 70) = P(Z < \frac{70-60}{8}) = PZ < 1.25) = 0.8944$$

$$\boldsymbol{P(X < 70) = 0.8944}$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que fuera devuelto, al menos en 4 años? 4 años = 48 meses

$$P(X > 48) = P(Z > \frac{48-60}{8}) = P(Z > -1.5) = P(Z < 1.5) = 0.9332$$

$$\boldsymbol{P(X > 48) = 0.9332}$$

c) ¿Qué porcentaje de préstamos de 18 000 € del mismo banco se formalizan para ser devueltos entre los 4 y los 6 años? (Entre 48 y 72 meses)

$$P(48 < X < 72) = P(\frac{48-60}{8} < Z < \frac{72-60}{8}) = P(-1.5 < Z < 1.5) = P(Z < 1.5) - P(Z < -1.5) =$$

$$= 0.9332 - (1 - 0.9332) = 0.8644$$

El **86.44 %** de los préstamos se formalizan para ser devueltos entre los 4 y los 6 años

BY NC SA

PRUEBA B

CONVOCATORIA ORDINARIA DE JUNIO

Problema B.1:

1. Dada la siguiente expresión de la función f, de la que se desconocen algunos valores:

$$f(x)=\begin{cases} a-x & \text{si } x\le 1 \\ \dfrac{b}{x}-\ln x & \text{si } x>1 \end{cases}$$

Calcular los valores de a y b para que f sea derivable en todo su dominio.
Escribir la función resultante.

Solución:

La función dada está definida por partes, y es continua tanto para valores de $x < 1$ como $x > 1$.

Para que una función sea derivable en un punto, debe ser continua en ese punto.

Analizamos su continuidad en $x = 1$

f es continua si:

$$1)\ \exists f(1)$$

$$2)\ \exists \lim_{x\to 1} f(x)$$

$$3)\ f(1)=\lim_{x\to 1} f(x)$$

Comprobamos $f(1) = a - 1$

Hallamos $\lim_{x\to 1} f(x)$ comprobando para qué valores de a y b los límites laterales existen y son iguales

$$\lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^-}(a-x)=a-1$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+}\left(\frac{b}{x}-lnx\right)=b$$

Por tanto, los límites laterales son iguales si $b = a - 1$ y la función es continua si se cumple $b = a - 1$

Comprobamos derivabilidad en $x = 1$.

$$f'(x)=\begin{cases} -1 & si\ x<1 \\ \dfrac{-b}{x^2}-\dfrac{1}{x} & si\ x>1 \end{cases}$$

Hallamos los límites laterales

$$\lim_{x\to 1^-} f'(x)=\lim_{x\to 1^-}(-1)=-1 \qquad \lim_{x\to 1^+} f'(x)=\lim_{x\to 1^+}\left(\frac{-b}{x^2}-\frac{1}{x}\right)=-b-1$$

Los límites laterales son iguales si $-b - 1 = -1 \rightarrow b = 0$ y, sustituyendo en $b = a - 1$, se obtiene que $a = 1$

Conclusión: la función es continua y derivable en $x = 1$ para $\boldsymbol{a = 1}$ y $\boldsymbol{b = 0}$.

La función que resulta es

$$f(x)=\begin{cases} 1-x & si\quad x\le 1 \\ -lnx & si\quad x>1 \end{cases}$$

BY NC SA

CONVOCATORIA ORDINARIA DE JUNIO

Problema B.2:

2. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones matriciales:

$$\left.\begin{array}{l} 2X+3Y=\begin{pmatrix}8 & -3 & 4\\ 7 & -1 & 12\end{pmatrix} \\ X-2Y=\begin{pmatrix}-3 & 2 & 2\\ -7 & 3 & -1\end{pmatrix}\end{array}\right\}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} 2X+3Y=A\,(I) \\ X-2Y=B\,(II)\end{array}\right\} \rightarrow -2(II) \rightarrow \left.\begin{array}{l} 2X+3Y=A \\ -2X+4Y=-2B\end{array}\right\} \rightarrow (I)-2(II) \rightarrow 7Y=A-2B \rightarrow$$

$$Y=\frac{1}{7}(A-2B) \qquad X=\frac{1}{2}(A-3Y)$$

$$Y=\frac{1}{7}(A-2B)=Y=\frac{1}{7}\left(\begin{pmatrix}8 & -3 & 4\\ 7 & -1 & 12\end{pmatrix}-2\begin{pmatrix}-3 & 2 & 2\\ -7 & 3 & -1\end{pmatrix}\right)=\frac{1}{7}\left(\begin{pmatrix}8 & -3 & 4\\ 7 & -1 & 12\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-6 & 4 & 4\\ -14 & 6 & -2\end{pmatrix}\right)$$

$$Y=\begin{pmatrix}2 & -1 & 0\\ 3 & -1 & 2\end{pmatrix}$$

$$X=\frac{1}{2}(A-3Y)=X=\frac{1}{2}\left(\begin{pmatrix}8 & -3 & 4\\ 7 & -1 & 12\end{pmatrix}-3\begin{pmatrix}2 & -1 & 0\\ 3 & -1 & 2\end{pmatrix}\right)=$$

$$\frac{1}{2}\left(\begin{pmatrix}8 & -3 & 4\\ 7 & -1 & 12\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}6 & -3 & 0\\ 9 & -3 & 6\end{pmatrix}\right)=\frac{1}{2}\left(\begin{pmatrix}2 & 0 & 4\\ -2 & 2 & 6\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ -1 & 1 & 3\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{X=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ -1 & 1 & 3\end{pmatrix};\ Y=\begin{pmatrix}2 & -1 & 0\\ 3 & -1 & 2\end{pmatrix}}$$

BY NC SA

Problema B.3:

3. Se consideran los puntos A(2, −1, 1) y B(−2, 3, 1) que determinan la recta r

a) Calcular la recta perpendicular a r que pasa por el punto P(−4, 17, 0)

b) Calcular la ecuación del plano respecto del cual los puntos A y B son simétricos.

Solución:

a) Calcular la recta perpendicular a r que pasa por el punto $P(-4, 17, 0)$

La recta r tiene por vector director $\overrightarrow{AB}$ = (−4, 4, 0)

La ecuación paramétrica (usando A) de la recta es: $r \equiv \begin{cases} x=2-4t \\ y=-1+4t \\ z=1 \end{cases}, t \in R$

La ecuación paramétrica (usando B) de la recta es: $r \equiv \begin{cases} x=-2-4t \\ y=3+4t \\ z=1 \end{cases}, t \in R$

Construimos el vector de un punto cualquiera de la recta r al punto P dado,

$\overrightarrow{PX}$ (6-4t, -18+4t, 1) (usando A); $\overrightarrow{PX}$ (2-4t, -14+4t, 1) (usando B)

El producto escalar tiene que ser cero para que sean perpendiculares:

$\overrightarrow{PX} \cdot \overrightarrow{AB} = -24+16t-72+16t = 0; -96+32t = 0; t = 3$ (usando A)

$\overrightarrow{PX} \cdot \overrightarrow{AB} = -8+16t-56+16t = 0; -64+32t = 0; t = 2$ (usando B)

Por tanto, el vector perpendicular es: $\overrightarrow{PX} = (6, -6, 1)$, la ecuación de la recta buscada es:

$$s \equiv \begin{cases} x=-4-6\mu \\ y=17-6\mu \\ z=\mu \end{cases}, \mu \in R \qquad s \equiv \frac{x+4}{-6} = \frac{y-17}{-6} = z$$

b) El vector $\overrightarrow{AB}$ = (−4, 4, 0) será el vector director de la recta que contiene a los puntos A y B, pero también el vector normal del plano del que son simétricos.

Ecuación general del plano: $-4x + 4y + D = 0$

Buscamos el punto medio M del segmento AB que será el punto que estará en el plano de simetría:

$M = A + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ = (2, −1, 1) + (−2, 2, 0) = (0, 1, 1)

Este punto estará en el plano: $-4 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + D = 4 + D = 0$; luego $D = -4$

Por tanto el plano de simetría es: $-4x + 4y = 4$; o lo que es lo mismo:

$$\mathbf{-x + y = 1}$$

BY NC SA

CONVOCATORIA ORDINARIA DE JUNIO

Problema B.4:

4. Una planta ensambladora de circuitos recibe componentes procedentes de tres fabricantes A, B y C. El 50% del total de los componentes se compra al fabricante A, mientras que a los fabricantes B y C se le compra un 25% a cada uno. El porcentaje de componentes defectuosos es de un 5% para el fabricante A, el 10% para el fabricante B y el 12% para el fabricante C.

a) Construir el diagrama de árbol con las probabilidades asignadas.

b) El Departamento de Control de la Calidad escoge un circuito al azar en el almacén, hallar la probabilidad de que contenga componentes defectuosos.

c) Escogido al azar un circuito que no tiene componentes defectuosos, ¿qué porcentaje de dichos componentes han sido vendidos por el proveedor B?

Solución:

Se definen los eventos:

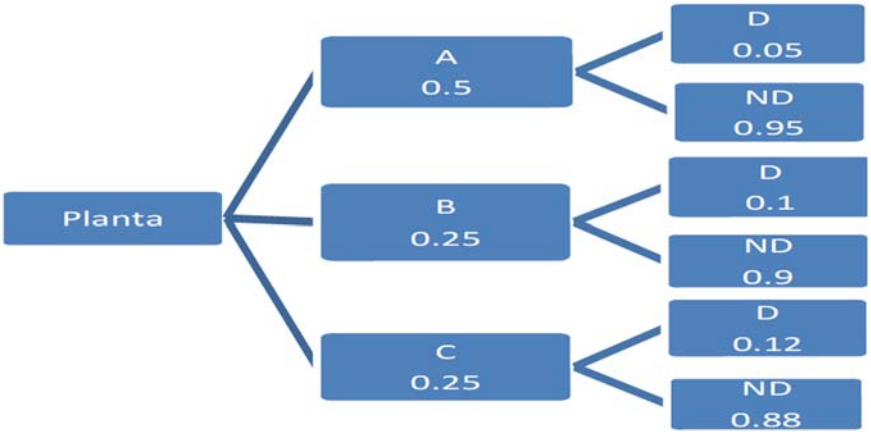
A: componentes fabricados por el fabricante A

B: componentes fabricados por el fabricante B

C: componentes fabricados por el fabricante C

D: circuito con componentes defectuosos

a) Construir el diagrama de árbol con las probabilidades asignadas.



b) Aplicando el Teorema de la Probabilidad Total,

$P(D) = P(A)\cdot P(D/A) + P(B)\cdot P(D/B) + P(C)\cdot P(D/C)$ = 0.5 · 0.05 + 0.25 · 0.1 + 0.25 · 0.12 = 0.08

Existe un **0.08**, (8 %) de probabilidad de que un circuito ensamblado en la planta contenga componentes defectuosos.

c) Por el Teorema de Bayes:

$$P(B/ND) = \frac{P(B)\cdot P(ND/B)}{P(ND)} = \frac{0.25\cdot 0.9}{1-0.08} = 0.2446$$

Existe un **0.2446** (24.6 %) de probabilidad de que un circuito que no tiene componentes defectuosos haya sido vendido por el proveedor B.

BY NC SA

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)

FASE GENERAL

CURSO 2018–2019

MATERIA: MATEMÁTICAS II (3)

Convocatoria: CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Instrucciones:

. Elija una de las opciones A o B, y conteste a las cuatro cuestiones que componen la opción elegida. Si mezcla preguntas de las dos opciones el tribunal podrá anular su examen.

. En el desarrollo de cada problema, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarlo. Se califica todo.

. Se permite la utilización de calculadora científica, no programable ni con conexión a la red.

OPCIÓN A

1. Dada la función $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 7$

Calcular los valores de a, b y c sabiendo que se cumplen las condiciones siguientes:

- Dos de sus extremos relativos se encuentran en los puntos de abcisa $x = 0$ y $x = -2$
- La función corta el eje OX en el punto $x = 1$

Dar la expresión de la función resultante. (2.5 ptos)

2. Dado el sistema:

$$\left.\begin{array}{r} 2x + y + 3z = 2 \\ 5x + 2y + 4z = -1 \\ 3x + y + k^2 z = 3k \end{array}\right\}$$

a) Discutirlo para los distintos valores del parámetro k (1.5 ptos)

b) Resolverlo para $k = 2$ (1 pto)

3. Hallar la ecuación de la recta que verifica simultáneamente las siguientes condiciones:

- es paralela a los planos de ecuaciones: $\pi_1 \equiv x - 3y + z = 0$ y $\pi_2 \equiv 2x - y + 3z = 5$
- pasa por el punto $P(2, -1.5)$ (2.5 ptos)

4. En un supermercado se sabe que el 55% de los clientes traen su propia bolsa. El 30% de los que traen su propia bolsa son hombres y el 40% de los que notraen su propia bolsa son mujeres.

a) Construir el árbol de probabilidades descrito en el enunciado. (0.5 ptos)

b) ¿Qué proporción de clientes son mujeres? (1 pto)

c) Si un cliente elegido al azar es hombre, ¿qué probabilidad hay de que haya traído su propia bolsa? (1 pto)

CC BY NC SA

Autora: Lidia Esther Fumero Acosta
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
LibrosMareaVerde.tk

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)

FASE GENERAL

CURSO 2018–2019

MATERIA: MATEMÁTICAS II (3)

Convocatoria: CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Instrucciones:

. Elija una de las opciones A o B, y conteste a las cuatro cuestiones que componen la opción elegida. Si mezcla preguntas de las dos opciones el tribunal podrá anular su examen.
. En el desarrollo de cada problema, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarlo. Se califica todo.
. Se permite la utilización de calculadora científica, no programable ni con conexión a la red.

OPCIÓN B

1. Dada la parábola de ecuación $y = 4 - x^2$ y la recta de ecuación $y = x + 2$

   a) Hallar los puntos intersección entre las curvas anteriores. (0.5 ptos)

   b) Esbozar el gráfico señalando el recinto limitado por ambas curvas. (0.5 ptos)

   c) Calcular el área del recinto limitado por ambas curvas. (1.5 ptos)

2. Sea la matriz $C = A \cdot B$, donde:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & m \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ m & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

   a) Encontrar los valores de m para los que existe inversa de la matriz C (1.25 ptos)

   b) Calcular la matriz inversa de C en el caso de $m = 2$ (1.25 ptos)

3. Hallar el ángulo que forman el plano $\pi \equiv 2x - y + z = 0$ y el plano que contiene a las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = t \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{0} = z - 1 \qquad (2{,}5 \text{ ptos})$$

4. Una compañía que fabrica ventiladores de CPU sabe que el tiempo de vida (en meses) de sus ventiladores se distribuye según una normal, de media igual a 18 meses y desviación típica 3.6 meses. Elegido un ventilador al azar:

   a) Calcular la probabilidad de que funcione como mucho 16 meses. (0.75 ptos)

   b) Calcular la probabilidad de que funcione al menos 1año. (0.75 ptos)

   c) Calcular la probabilidad de que funcione entre 1 y 2 años. (1 pto)

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

OPCIÓN A

Problema A.1:

1. Dada la función $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 7$

Calcular los valores de a, b y c sabiendo que se cumplen las condiciones siguientes:

- Dos de sus extremos relativos se encuentran en los puntos de abcisa $x = 0$ y $x = -2$
- La función corta el eje OX en el punto $x = 1$

Dar la expresión de la función resultante.

Solución:

Dos de sus extremos relativos se encuentran en los puntos de abscisa $x = 0$ y $x = -2 \rightarrow f'(0) = 0$ y $f'(-2) = 0$

Hallamos la primera derivada de la función $f'(x) = 4x^3 + 3ax^2 + 2bx + c$

Evaluamos,

$$f'(0) = c = 0$$

$$f'(-2) = -32 + 12a - 4b = 0 \rightarrow 3a - b = 8 \qquad \text{(I)}$$

- La función corta el eje OX en el punto $x = 1 \rightarrow f(1) = 1 + a + b + 7 = 0 \rightarrow a + b = -8$ (II)

Resolvemos el sistema de ecuaciones,

$$\left.\begin{matrix} 3a - b = 8 \\ a + b = -8 \end{matrix}\right\}$$

$$\rightarrow a = 0 \text{ y } b = -8$$

Siendo la función:

$$\boldsymbol{f(x) = x^4 - 8x^2 + 7.}$$

BY NC SA

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Problema A.2:

2. Dado el sistema:

$$\left.\begin{array}{r} 2x+y+3z=2 \\ 5x+2y+4z=-1 \\ 3x+y+k^2z=3k \end{array}\right\}$$

a) Discutirlo para los distintos valores del parámetro k

b) Resolverlo para $k=2$

Solución:

a) La matriz de los coeficientes y la matriz ampliada son:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & k^2 \end{pmatrix}; \qquad A^*=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 4 & -1 \\ 1 & 1 & k & 3k \end{pmatrix}$$

Calculemos el determinante de A y los valores de a que lo anulan.

$$|A|=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & k^2 \end{vmatrix}=1-k^2, \text{ entonces: } |A|=0 \Longrightarrow k=\pm 1$$

Por otro lado: $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 3k \end{vmatrix}=-3k-3$ que será 0 para $k=-1$

Por otro lado el menor $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}=-1\neq 0$

Si $\boldsymbol{k\neq \pm 1}$, entonces Rang (A) = 3 = Rang($A*$) = número de incógnitas = 3

Entonces, por el Teorema de Rouché-Frobenius, el sistema es **compatible determinado** y tiene una única solución.

Si $\boldsymbol{k=1}$, entonces: Rang(A) = 2 ≠ Rang($A*$) = 3, entonces por el Teorema de Rouché-Frobenius, el sistema es **incompatible** y, por tanto, no tiene solución.

Si $\boldsymbol{k=-1}$, Rang (A) = 2 = Rang($A*$) < nº de incógnitas,
Entonces, por el Teorema de Rouché-Frobenius, el sistema es **compatible indeterminado** y tendrá infinitas soluciones.

b) Para $k=2$ tenemos el sistema $\left.\begin{array}{l} 2x+y+3z=25 \\ x+2y+4z=-13 \\ x+y+4z=6 \end{array}\right\}$

Como $|A|=1-a2=1-4=-3$, el sistema es compatible determinado

Resolviendo por la Regla de Cramer (o cualquier otro método)

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 6 & 1 & 4 \end{vmatrix}}{-3}=\frac{-3}{-3}=1; \quad y=\frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 5 & -1 & 4 \\ 3 & 6 & 4 \end{vmatrix}}{-3}=\frac{27}{-3}=-9 \; ; z=\frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 6 \end{vmatrix}}{-3}=\frac{-9}{-3}=3$$

Y la solución es **(1, –9, 3)**

BY NC SA

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Problema A.3:

3. Hallar la ecuación de la recta que verifica simultáneamente las siguientes condiciones:

- es paralela a los planos de ecuaciones: $\pi_1 \equiv x - 3y + z = 0$ y $\pi_2 \equiv 2x - y + 3z = 5$
- pasa por el punto $P(2, -1, 5)$

Solución:

Vector normal al plano π_1 $\quad \vec{n}_{\pi_1} = (1, -3, 1)$

Vector normal al plano π_2 $\quad \vec{n}_{\pi_2} = (2, -1, 3)$

$$\text{Si } r \,//\, \pi_1 \text{ y } r \,//\, \pi_2 \rightarrow \vec{v}_r = \vec{n}_{\pi_1} \times \vec{n}_{\pi_2}$$

$$\vec{v}_r = \vec{n}_{\pi_1} \times \vec{n}_{\pi_2} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -3 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = -8i - j + 5k \rightarrow \vec{v}_r = (-8, -1, 5)$$

La ecuación de la recta que pasa por $P(2, -1, 5)$ con dirección $\vec{v}_r = (-8, -1, 5)$ es:

$$r \equiv (x, y, z) = (2, -1, 5) + t(-8, -1, 5) \text{ o } r \equiv \frac{x-2}{-8} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-5}{5}$$

$$\boldsymbol{r \equiv (2, -1, 5) + t(-8, -1, 5)}$$

CC BY NC SA

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Problema A.4:

4. En un supermercado se sabe que el 55% de los clientes traen su propia bolsa. El 30% de los que traen su propia bolsa son hombres y el 40% de los que notraen su propia bolsa son mujeres.

a) Construir el árbol de probabilidades descrito en el enunciado.

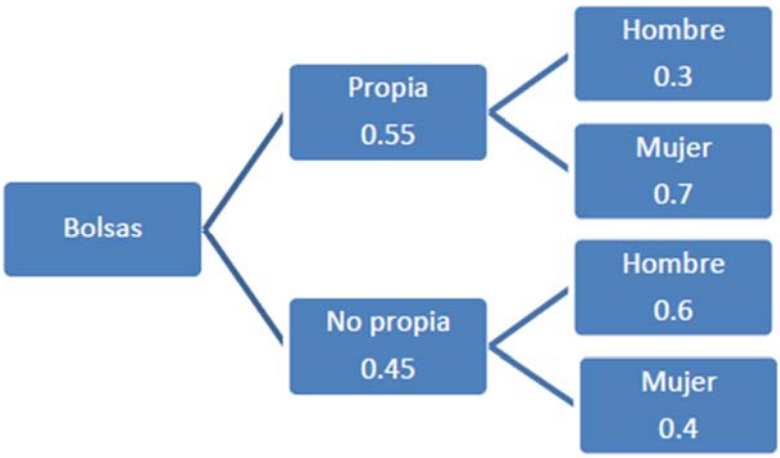
b) ¿Qué proporción de clientes son mujeres?

c) Si un cliente elegido al azar es hombre, ¿qué probabilidad hay de que haya traído su propia bolsa?

Solución:

Definimos los eventos:
P: Que la bolsa de los clientes es propia
NP: Que la bolsa de los clientes no es propia
M: Que el cliente es mujer
H: Que el cliente es hombre

a) Construir el árbol de probabilidades descrito en el enunciado.



b) ¿Qué proporción de clientes son mujeres?

Por el Teorema de la probabilidad total

$$P(M) = P(P)\cdot P(M/P) + P(NP)\cdot P(M/NP)$$

$$P(M) = 0.55\cdot 0.7 + 0.45\cdot 0.4 = 0.565$$

El **56.5 %** de los clientes que entran al supermercado, traigan o no su propia bolsa, son mujeres.

c) Si un cliente elegido al azar es hombre, ¿qué probabilidad hay de que haya traído su propia bolsa?

Aplicando el Teorema de Bayes:

$$P(P/H) = \frac{P(P)\cdot P(H/P)}{P(H)} = \frac{0.55\cdot 0.3}{1-0.565} = 0.379$$

Existe un **0.379** (38 %) de probabilidades de que un cliente elegido al azar, siendo hombre, haya traído su propia bolsa.

CC BY NC SA

OPCIÓN B

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Problema B.1:

1. Dada la parábola de ecuación $y = 4 - x^2$ y la recta de ecuación $y = x + 2$

a) Hallar los puntos intersección entre las curvas anteriores.

b) Esbozar el gráfico señalando el recinto limitado por ambas curvas.

c) Calcular el área del recinto limitado por ambas curvas.

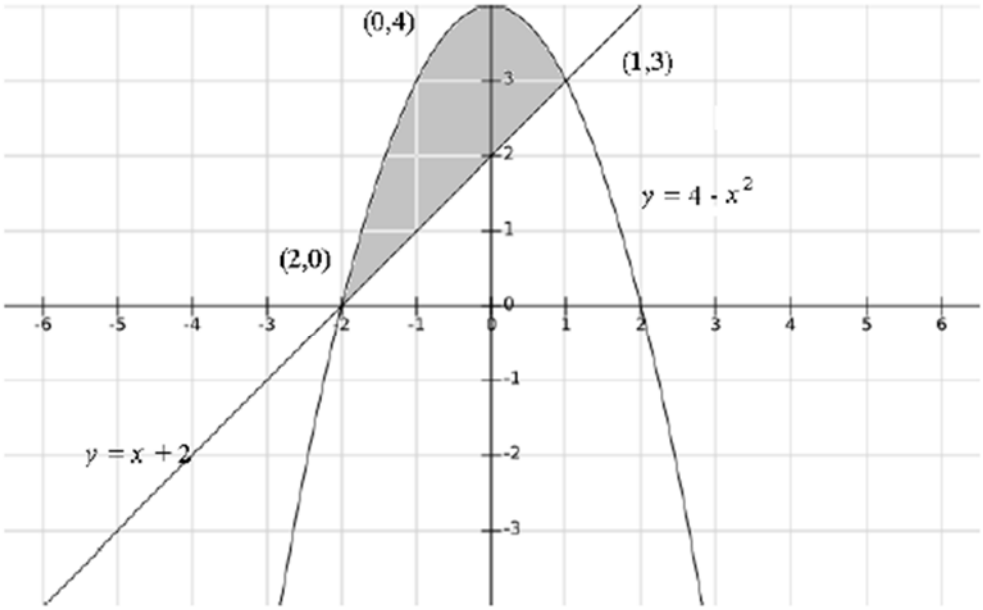
Solución:

a) Hallar los puntos intersección entre las curvas anteriores

$4 - x^2 = x + 2 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = 1$ o $x = -2$

Siendo los puntos de intersección (−2, 0) y (1, 3)

b) Esbozar el gráfico de ambas.



c) Calcular el área del recinto limitado por ambas curvas

$$\int_{-2}^{1}[(4-x^2)-(x+2)]dx = \int_{-2}^{1}(-x^2-x+2)dx = \left[-\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+2x\right]_{-2}^{1} = \frac{9}{2}u^2$$

***Área* = $\frac{9}{2}u^2$**

BY NC SA

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Problema B.2:

2. Sea la matriz $C = A \cdot B$, donde:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & m \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ m & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Encontrar los valores de m para los que existe inversa de la matriz C

b) Calcular la matriz inversa de C en el caso de $m = 2$

Solución:

a) Encontrar los valores de m para los que C tenga inversa.

$$C = A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & m \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ m & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2m+1 & 2+2m \\ 1-m & 0 \end{pmatrix}$$

$\exists C \Leftrightarrow |C| \neq 0$ hallamos el determinante de la matriz C

$$|C| = \begin{vmatrix} 2m+1 & 2+2m \\ 1-m & 0 \end{vmatrix} = 2m^2 - 2$$

$|C| = 2m^2 - 2 = 0$ si $m \neq \pm 1$

Por tanto, $\exists C^{-1} \forall\, m \in \mathbb{R} - \{-1,1\}$

Para ***m*** distinto de **1** y de **-1** existe la **inversa** de C.

b) Calcular la matriz inversa de C para $m = 2$

Para $m = 2 \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $|C| = 6$

$$C^{-1} = \frac{Adj(C)^t}{|C|} Adj(C) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -6 & 5 \end{pmatrix} Adj(C)^t = \begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$C^{-1} = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1/6 & 5/6 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{C^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1/6 & 5/6 \end{pmatrix}}$$

BY NC SA

Problema B.3:

3. Hallar el ángulo que forman el plano $\pi \equiv 2x - y + z = 0$ y el plano que contiene a las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = t \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{0} = z - 1$$

Solución:

Vector normal al plano $\pi \equiv 2x - y + z = 0$ $\quad \vec{n}_\pi = (2,-1,1)$

Vector dirección de la recta r $\quad \vec{v}_r = (-1,1,1)$

Vector dirección de la recta s $\quad \vec{v}_s = (-2,0,1)$

Ecuaciones de las rectas r y s como intersección de dos planos

$$r \equiv \begin{cases} x + y = 1 \\ x + z = 1 \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} y = 0 \\ x + 2z = 1 \end{cases} \quad r \cap s \equiv \begin{cases} x + y = 1 \\ x + z = 1 \\ y = 0 \\ x + 2z = 1 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -1 \neq 0 \rightarrow \text{Rang}(A) = 3$$

$$A^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{col}1 = \text{col}4 \rightarrow |A^*| = 0 \rightarrow \text{Rang}(A^*) = 3$$

Como Rang(A) = Rang(A*) = número de incógnitas, es un sistema compatible determinado, las rectas se cortan.

Sea π' el plano que contiene a las rectas r y s, el vector normal a dicho plano viene dado por,

$$\vec{n}_{\pi'} = \vec{v}_r \times \vec{v}_s = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = i - j + 2k \rightarrow \vec{n}_{\pi'} = (1,-1,2)$$

El ángulo que forman los planos π y π' es

$$\cos\alpha = \frac{\vec{n}_\pi \cdot \vec{n}_{\pi'}}{\|\vec{n}_\pi\|\|\vec{n}_{\pi'}\|} = \frac{5}{(\sqrt{6})(\sqrt{6})} = \frac{5}{6} \rightarrow \alpha = 33.5^o$$

cos α = 33.5 °.

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Problema B.4:

4. Una compañía que fabrica ventiladores de CPU sabe que el tiempo de vida (en meses) de sus ventiladores se distribuye según una normal, de media igual a 18 meses y desviación típica 3,6 meses. Elegido un ventilador al azar:

a) Calcular la probabilidad de que funcione como mucho 16 meses.

b) Calcular la probabilidad de que funcione al menos 1año.

c) Calcular la probabilidad de que funcione entre 1 y 2 años.

Solución:

Se define la variable normal X: "periodo de vida en meses de ventiladores de CPU"

$$X \sim N(18, 3.6)$$

a) Calcular la probabilidad de que funcione como mucho 16 meses.

$$P(X < 16) = P(Z < \tfrac{16-18}{3.6}) = P(Z < -0.56) = 1 - P(Z < 0.56) = 1 - 0.7123 = 0.2877.$$

Existe una probabilidad de **0.2877** (un 28.77 %) de que un ventilador funcione como mucho 16 meses.

b) Calcular la probabilidad de que funcione al menos 1 año. (1 año = 12 meses)

$$P(X > 12) = P(Z > -1.67) = P(Z < 1.67) = 0.9525.$$

Existe una probabilidad de **0.9525** (95.25 %) de que un ventilador funcione al menos un año.

c) Calcular la probabilidad de que funcione entre 1 y 2 años. (entre 12 y 24 meses)

$$P(12 < X < 24) = P(-1.66 < Z < 1.66) = 0.9515 - (1 - 0.9515) = 0.903.$$

Existe una probabilidad de **0.903** (90 %) de que un ventilador funcione entre 1 y 2 años.

Textos Marea Verde

Autora: Lidia Esther Fumero Acosta
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
LibrosMareaVerde.tk