Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

Selectividad 2019

Comunidad autónoma de:

Canarias

LibrosMareaVerde.tk

www.apuntesmareaverde.org.es

Autora: Lidia Esther Fumero Acosta

Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

Distrito Universitario de Canarias

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)

FASE GENERAL

CURSO 2018–2019

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	**(1)**
Convocatoria:	**Junio**

- **Cada alumno debe elegir sólo una de las pruebas (A o B).**
- **Cada una de las preguntas tiene una puntuación máxima de 2,5 puntos.**

PRUEBA A

1. A partir de una muestra de 225 parados, se estima que un intervalo de confianza para la prestación social media que reciben está entre 407,72 y 442,28 euros (ambos incluidos). Suponiendo hipótesis de normalidad, con una desviación típica de 90 euros:

a) ¿Cuál es la media muestral obtenida?

b) ¿Cuál es el nivel de confianza utilizado?

c) Usando la estimación puntual de la prestación social media obtenida en el apartado a), ¿cuál es la probabilidad de que la media de la prestación social de 25 parados sea mayor o igual que 430 euros?

2. Una empresa fabrica altavoces para equipos de cine en casa en tres factorías situadas en Japón, Alemania y España. Estos altavoces son de 4 tipos: central, delanteros, efectos y "subwoofer". En Japón se fabrican altavoces de los 4 tipos siendo idéntica la cantidad de cada uno. En Alemania sólo se fabrican los "subwoofer" y de efectos, siendo la producción de los de efectos doble que los otros. En España se fabrican todos menos el "subwoofer", con idéntica producción de cada tipo. Finalmente, también sabemos que la producción de la fábrica de Japón es doble que la de Alemania, y ésta coincide con la española.

a) Construir el árbol de probabilidades.

b) Elegido, al azar un altavoz fabricado por esta empresa, ¿cuál es la probabilidad de que sea un altavoz central?

c) Si compramos un altavoz central de esta empresa, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado en España?

3. Durante los últimos 5 años, el beneficio de una empresa, en cientos de miles de euros, viene dado por la función:

$$b(t)=\left|\begin{array}{c} 2t, t\in[0,3] \\ 6-\dfrac{(t-3)^2}{2}, t\in 3,5 \\ ¿ \end{array}\right] ¿¿¿$$

siendo t el tiempo en años. Justificando la respuesta:

a) ¿Cuándo ha crecido y ha decrecido $b(t)$?

b) En su caso, determinar cuándo se observan los máximos y mínimos locales de $b(t)$, así como los correspondientes valores.

c) ¿Cuándo el beneficio fue igual a 500000 euros?

4. Una guagua de Madrid a París ofrece hasta 90 plazas de dos tipos: A (al precio de 65€ y con 30 kgr. de equipaje), y B (al precio de 95 € y con 50 kgr. de equipaje). Si la guagua admite hasta 3000 Kg. de equipaje y se quiere maximizar el ingreso total por la venta de plazas:

a) Formular el correspondiente problema de programación lineal y representar la región factible.

b) ¿Cuántas plazas de cada tipo determinan la solución óptima? ¿Cuál es el ingreso total óptimo?

Autora: Lidia Esther Fumero Acosta
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

CONVOCATORIA ORDINARIA

PRUEBA B

1. Se desea estimar la proporción p de individuos daltónicos de una población a través del porcentaje observado en una muestra aleatoria de individuos de tamaño n.

a) A partir de estudios realizados en poblaciones similares, se cree que el porcentaje de daltónicos en esta población está en torno al 30%. Utilizando este valor, calcular el tamaño de la muestra para que, con un nivel de confianza del 0,95, el error cometido en la estimación de p sea inferior al 3,1%.

b) Finalmente se toma una muestra de 64 individuos, en la que se observa un 35% de individuos daltónicos. Determinar, usando un nivel de confianza del 99%, el correspondiente intervalo de confianza para la proporción de daltónicos de la población.

2. En cierta región, el peso de los jóvenes que sufren diabetes tipo 2 sigue una distribución normal de media 89 kilogramos y desviación típica igual a 20 kilogramos. Determinar:

a) El porcentaje de jóvenes de esa región, con diabetes tipo 2 que pesa entre 86 y 100 kilogramos.

b) La probabilidad de que el peso medio de un grupo de 25 jóvenes de esa región, con diabetes tipo 2, sea superior a 90 kilogramos.

3. Un rincón de una plaza tiene una superficie limitada por $y=(x-3)^2$ e $y=-3x+9$ $(x\geq 0, y\geq 0)$. Si se mide en metros, se pide:

a) Representar la superficie.

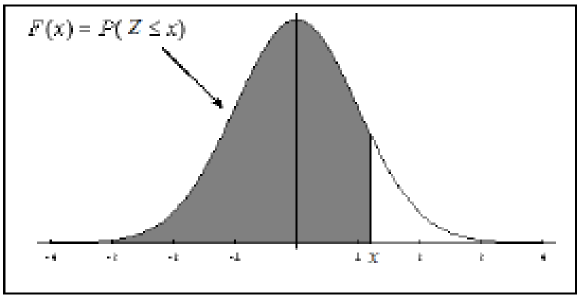
b) Para hacerla transitable, se ha de rellenar de hormigón cuyo coste (incluido trabajo y transporte) es de 70 euros por metro cuadrado. Si se desperdicia las dos novenas partes del hormigón comprado, ¿cuánto costará hacer el relleno?

4. Un alumno paga 3 euros al comprar tres lápices, un impreso y dos carpetas. El doble del precio de un lápiz excede en cinco céntimos de euro a la suma de los precios de un impreso y de una carpeta. Si cada lápiz costara cinco céntimos de euro más, entonces su precio duplicaría al de una carpeta.

a) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.

b) Calcular el precio de cada lápiz, impreso y carpeta.

Distrito Universitario de Canarias



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Autora: Lidia Esther Fumero Acosta
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

CONVOCATORIA ORDINARIA

SOLUCIONES PRUEBA A

Problema A.1:

1. A partir de una muestra de 225 parados, se estima que un intervalo de confianza para la prestación social media que reciben está entre 407,72 y 442,28 euros (ambos incluidos). Suponiendo hipótesis de normalidad, con una desviación típica de 90 euros:

a) ¿Cuál es la media muestral obtenida?

b) ¿Cuál es el nivel de confianza utilizado?

c) Usando la estimación puntual de la prestación social media obtenida en el apartado a), ¿cuál es la probabilidad de que la media de la prestación social de 25 parados sea mayor o igual que 430 euros?

Solución:

a) Nos dice que el número de parados es: n = 225 parados; desviación típica = 90 €; X = prestación social en €.

$$I.C. = \left[\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

$I.C. = [407.72, 442.28]$ la media muestral es $\bar{x} = \frac{407.72+442.28}{2} = 425$ €

La media muestral es $\boldsymbol{\bar{x} = 425}$ **€**

b) Nivel de confianza = $1 - \alpha$

$$\bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 442.28 \Rightarrow 425 + z_{\alpha/2} \cdot \frac{90}{\sqrt{225}} = 442.28 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.88$$

$P(Z \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$ $\quad y\ como \quad$ $P(Z \leq 2.88) = 0.998$, entonces $1 - \frac{\alpha}{2} = 0.998 \Rightarrow \alpha = 0.004$

$1 - \alpha = 0.996$

El nivel de confianza es **99.6 %**

c) n = 25 parados

Distribución de las medias muestrales: $\bar{\boldsymbol{X}} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \to \bar{\boldsymbol{X}} \sim N\left(425, \frac{90}{\sqrt{25}}\right) = N(425, 18)$

$P(\bar{\boldsymbol{X}} \geq 430) = P\left(Z \geq \frac{430-425}{18}\right) = P(Z \geq 0.28) = 1 - P(Z < 0.28) = 1 - 0.6103 = 0.3897.$

La probabilidad de que la prestación social media sea mayor o igual a 430 es de **0.3897 ≅ 0.39.**

Autora: Lidia Esther Fumero Acosta
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

Problema A.2:

2. Una empresa fabrica altavoces para equipos de cine en casa en tres factorías situadas en Japón, Alemania y España. Estos altavoces son de 4 tipos: central, delanteros, efectos y "subwoofer". En Japón se fabrican altavoces de los 4 tipos siendo idéntica la cantidad de cada uno. En Alemania sólo se fabrican los "subwoofer" y de efectos, siendo la producción de los de efectos doble que los otros. En España se fabrican todos menos el "subwoofer", con idéntica producción de cada tipo. Finalmente, también sabemos que la producción de la fábrica de Japón es doble que la de Alemania, y ésta coincide con la española.

a) Construir el árbol de probabilidades.

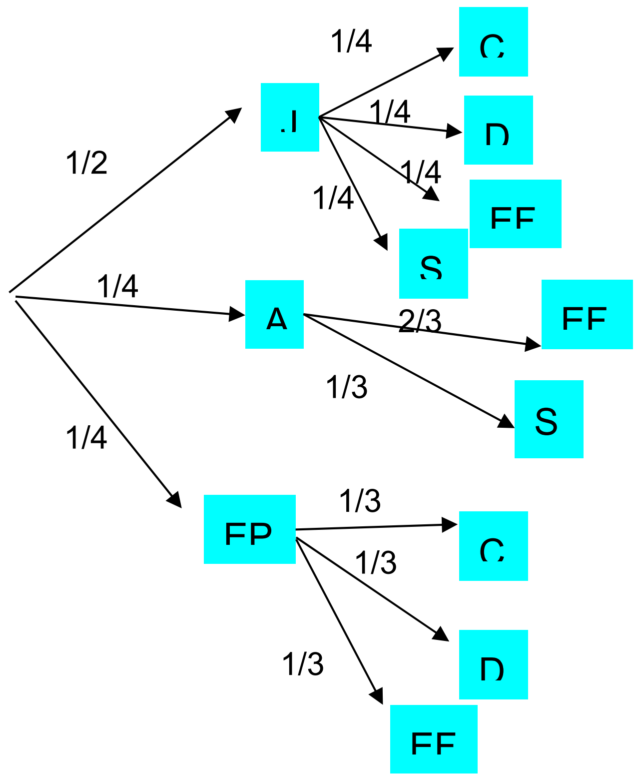
b) Elegido, al azar un altavoz fabricado por esta empresa, ¿cuál es la probabilidad de que sea un altavoz central?

c) Si compramos un altavoz central de esta empresa, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado en España?

Solución:

Se definen los sucesos: J = el altavoz se fabrica en Japón, A = el altavoz se fabrica en Alemania, EP = el altavoz se fabrica en España. C = el altavoz es central, D = el altavoz es delantero, EF = el altavoz es de efectos, S = el altavoz es subwoofer.

a) El árbol de probabilidades es



b) Por el Teorema de la probabilidad total

$$P(C) = P(J) \cdot P(C/J) + P(A) \cdot P(C/A) + P(EP) \cdot P(C/EP)$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot 0 + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{24} = \mathbf{0.2083}$$

c) Por el teorema de Bayes

$$P(EP/C) = \frac{P(EP) \cdot P(C/EP)}{P(C)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{5}{24}} = \frac{2}{5} = \mathbf{0.4}$$

Problema A.3:

3. Durante los últimos 5 años, el beneficio de una empresa, en cientos de miles de euros, viene dado por la función:

$$b(t) = \left| \begin{matrix} 2t, t \in [0,3] \\ 6 - \frac{(t-3)^2}{2}, t \in 3,5 \\ ¿ \end{matrix} \right| ¿¿¿$$

siendo t el tiempo en años. Justificando la respuesta:

a) ¿Cuándo ha crecido y ha decrecido $b(t)$?

b) En su caso, determinar cuándo se observan los máximos y mínimos locales de $b(t)$, así como los correspondientes valores.

c) ¿Cuándo el beneficio fue igual a 500000 euros?

Solución:

a) *b(t)* es continua en (0, 3) y en (3, 5) por ser polinómica en ambos casos. También es continua en *t* = 3 porque los límites laterales coinciden con *b*(3) = 6.

$\lim_{t \to 3^-} 2t = 6 = b(3)$ $\lim_{t \to 3^+} [6 - \frac{(t-3)^2}{2}] = 6$

Para estudiar el crecimiento y decrecimiento de *b(t)* hallamos su derivada:

$$b'(t) = 2 \quad si\ t \in (0,3) \qquad b'(t) = \frac{-2(t-3)}{2} = -t + 3$$

b'(t) es positiva en (0, 3), por tanto, *b* es creciente en (0, 3), es decir, durante los tres primeros años. *b'(t)* es negativa en (3, 5), por tanto, *b* es decreciente en ese intervalo, es decir entre los tres y los 5 años.

Crece durante los tres primeros años y decrece entre los 3 y los 5 años.

b) El máximo de la función se obtiene para *t* = 3 y *b*(3) = 6. A los tres años los beneficios son máximos y ascienden a 600000 €. Los mínimos de la función *b(t)* son *t* = 0 y *t* = 5, ya que la función crece en (0, 3) y decrece en (3, 5). *b*(0) = 0 y *b*(5) = 4, lo que significa que los beneficios mínimos son 0 € al inicio y 400000 € a los 5 años.

El máximo se alcanza a los 3 años y es de **600 000 €**. Los beneficios son mínimos al inicio, **0** euros y a los 5 años, **400 000** euros.

c) Los beneficios son de 500000 € cuando *b(t)* = 5. En el intervalo (0, 3):

$$b(t) = 5 \Rightarrow 2t = 5 \Rightarrow t = \frac{5}{2} = 2.5$$

En el intervalo (3, 5):

$$b(t) = 5 \Rightarrow 6 - \frac{(t-3)^2}{2} = 5 \Rightarrow \frac{(t-3)^2}{2} = 1 \Rightarrow t - 3 = \pm\sqrt{2} \Rightarrow t = 3 + \sqrt{2} = 4.4$$

Que es la única solución válida en este intervalo.

Los beneficios fueron de **500 000 €** a los 2.5 años y a los 4.4 años.

Problema A.4:

4. Una guagua de Madrid a París ofrece hasta 90 plazas de dos tipos: A (al precio de 65€ y con 30 kgr. de equipaje), y B (al precio de 95 € y con 50 kgr. de equipaje). Si la guagua admite hasta 3000 Kg. de equipaje y se quiere maximizar el ingreso total por la venta de plazas:
a) Formular el correspondiente problema de programación lineal y representar la región factible.
b) ¿Cuántas plazas de cada tipo determinan la solución óptima? ¿Cuál es el ingreso total óptimo?

Solución:

x = número de plazas de tipo A precio: 65 € 30 kg equipaje

y = número de plazas de tipo B precio: 95 € 50 kg equipaje

90 plazas en total y 3000 kg de equipaje como máximo:

$max\ z = 65x + 95y$		$max\ z = 65x + 95y$
s.a: $30x + 50y \le 3000$	simplificando:	s.a: $3x + 5y \le 300$
$x + y \le 90$		$x + y \le 90$
$x \ge 0, y \ge 0$		$x \ge 0, y \ge 0$

Hallamos los puntos de corte de cada recta con los ejes de coordenadas.

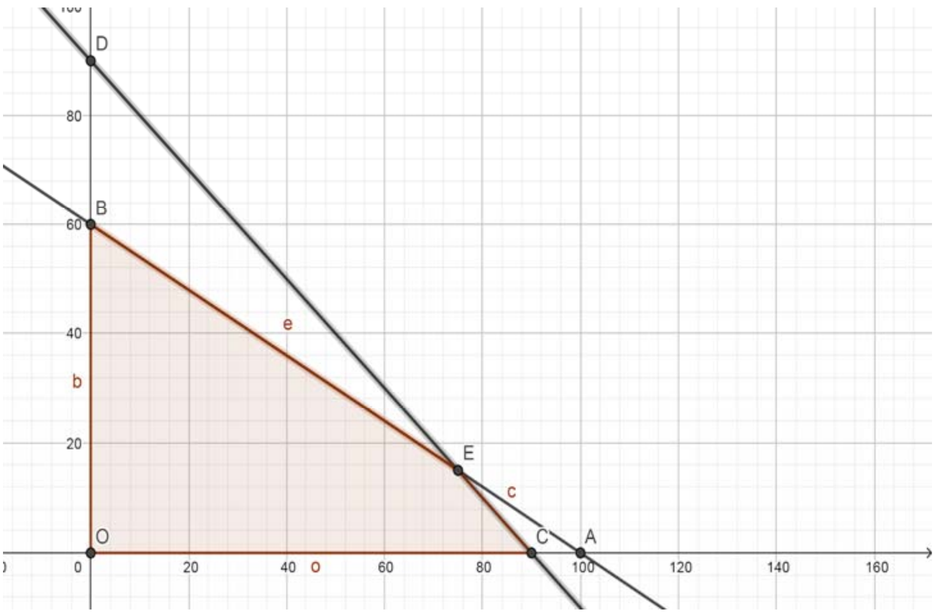
$$y = \frac{300 - 3x}{5}\ corta\ al\ eje\ X\ en\ A(100,0)\ \ y\ al\ eje\ X\ en\ B(0,60)\ y$$
$$= 90 - x\ \ corta\ al\ eje\ X\ en\ C(90,0)\ \ y\ al\ eje\ Y\ en\ D(0,90)$$

Hallamos los puntos de corte de las rectas $y = 90 - x$ $\quad y = \frac{300-3x}{5}$

$90 - x\ = \frac{300-3x}{5} \Rightarrow 450 - 5x = 300 - 3x \Rightarrow 150 = 2x \Rightarrow x = 75 \qquad y = 90 - 75 = 15$

El punto de corte es E(75, 15)

Representamos gráficamente las rectas y la región factible:



Hallamos los valores de la función objetivo en los vértices de la región factible:

$z(B)$ = 65·0 + 95·60 = 5700 €

$z(E)$ = 65·75 + 95·15 = 6300 €

$z(C)$ = 65·90 + 95·0 = 5850 €

$z(O)$ = 65·0 +95·0 = 0 €

La solución óptima es, por tanto, el punto E, es decir, vender 75 plazas de tipo A y 15 de tipo B. El ingreso total óptimo sería **6 300 €.**

SOLUCIONES PRUEBA B

CONVOCATORIA ORDINARIA

Problema B.1:

1. Se desea estimar la proporción p de individuos daltónicos de una población a través del porcentaje observado en una muestra aleatoria de individuos de tamaño n.

a) A partir de estudios realizados en poblaciones similares, se cree que el porcentaje de daltónicos en esta población está en torno al 30%. Utilizando este valor, calcular el tamaño de la muestra para que, con un nivel de confianza del 0,95, el error cometido en la estimación de p sea inferior al 3,1%.

b) Finalmente se toma una muestra de 64 individuos, en la que se observa un 35% de individuos daltónicos. Determinar, usando un nivel de confianza del 99%, el correspondiente intervalo de confianza para la proporción de daltónicos de la población.

Solución:

a) p = 0.30 proporción de daltónicos

Error menor que 3.1 % n= ?

$$1-\alpha = 0.95 \Rightarrow P(Z \le z_{\alpha/2}) = 1-\frac{\alpha}{2} = 1-\frac{0.05}{2} = 0.975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$E = z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} < 0.031 \Rightarrow 1.96\cdot\sqrt{\frac{0.3\cdot 0.7}{n}} < 0.031 \Rightarrow \sqrt{\frac{0.21}{n}} < \frac{0.031}{1.96} \Rightarrow \frac{0.21}{n} < \left(\frac{0.031}{1.96}\right)^2$$

$$n > \frac{0.21}{\left(\frac{0.031}{1.96}\right)^2} \Rightarrow n > 839.48$$

El tamaño de la muestra debe ser de 840 personas, como mínimo, para que el error cometido en la estimación de p sea inferior al $3.1\ \%$

b) n = 64

$$\hat{p} = 0.35\ proporción\ muestral\ de\ daltónicos$$

$$1-\alpha = 0.99 \Rightarrow P(Z \le z_{\alpha/2}) = 1-\frac{\alpha}{2} = 1-\frac{0.01}{2} = 0.995 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.575$$

$$I.C. = \left[\hat{p} - z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot(1-\hat{p})}{n}}\right]$$

$$= \left[0.35 - 2.575\cdot\sqrt{\frac{0.35\cdot 0.65}{64}}, \quad 0.35 + 2.575\cdot\sqrt{\frac{0.35\cdot 0.65}{64}},\right]$$

$$\boldsymbol{I.C.} = [\mathbf{0.1965, 0.5035}]$$

El porcentaje de daltónicos está entre el 19.65 % y el 50.35 % con un nivel de confianza del 99 %.

Problema B.2:

2. En cierta región, el peso de los jóvenes que sufren diabetes tipo 2 sigue una distribución normal de media 89 kilogramos y desviación típica igual a 20 kilogramos. Determinar:

a) El porcentaje de jóvenes de esa región, con diabetes tipo 2 que pesa entre 86 y 100 kilogramos.

b) La probabilidad de que el peso medio de un grupo de 25 jóvenes de esa región, con diabetes tipo 2, sea superior a 90 kilogramos.

Solución:

X = peso de jóvenes con diabetes tipo 2

$$X \sim N(89, 20)$$

a) $P(86 \leq X \leq 100) = P\left(\frac{86-89}{20} \leq Z \leq \frac{100-89}{20}\right) = P(-0.15 \leq Z \leq 0.55) = P(Z \leq 0.55) - P(Z \leq -0.15) = 0.7088 - (1 - 0.5596) = 0.2684.$

El **26.84 %** de los jóvenes con diabetes tipo 2 pesan entre 86 y 100 Kg.

b) n = 25 jóvenes

distribución de las medias muestrales $\overline{\boldsymbol{X}} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{n}\right) \Rightarrow \overline{\boldsymbol{X}} \sim N(89, 4)$

$P(\overline{\boldsymbol{X}} > 90) = P\left(Z > \frac{90-89}{4}\right) = P(Z > 0.25) = 1 - 0.5987 = 0.4013.$

La probabilidad de que el peso medio de un grupo de 25 jóvenes, con diabetes tipo 2, se superior a 90 kg es de **0.4013.**

Autora: Lidia Esther Fumero Acosta
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
LibrosMareaVerde.tk

Problema B.3:

3. Un rincón de una plaza tiene una superficie limitada por $y=(x-3)^2$ e $y=-3x+9$ $(x\geq 0, y\geq 0)$. Si se mide en metros, se pide:

a) Representar la superficie.

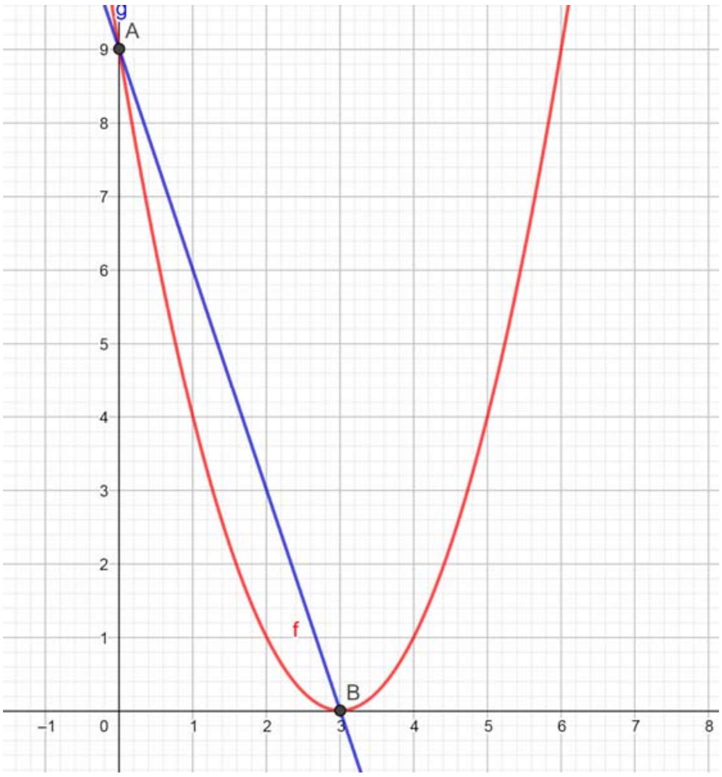
b) Para hacerla transitable, se ha de rellenar de hormigón cuyo coste (incluido trabajo y transporte) es de 70 euros por metro cuadrado. Si se desperdicia las dos novenas partes del hormigón comprado, ¿cuánto costará hacer el relleno?

Solución:

a) Hallamos los puntos de corte de ambas funciones:

$$(x-3)^2 = -3x+9 \Rightarrow x^2-6x+9 = -3x+9 \Rightarrow x^2-3x=0 \Rightarrow x_1=0; x_2=3$$

$$y_1 = 9; y_2 = 0$$



b) Calculamos el área entre las curvas:

$$\int_0^3 [(-3x+9)-(x-3)^2]dx = \int_0^3 (-x^2+3x)dx = \left[\frac{-x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}\right]_0^3 = -\frac{3^3}{3}+\frac{3\cdot 3^2}{2} = \frac{9}{2} = 4.5\ m^2$$

Si se desperdician 2/9 del hormigón comprado, entonces 7/9 partes de la cantidad comprada x serán 4.5 metros cuadrados.

$\frac{7}{9}\cdot x = 4.5 \Rightarrow x = \frac{4.5\cdot 9}{7} = 5.79\ m^2$ El precio será $\frac{70\cdot 4.5\cdot 9}{7} = 405$ €.

Costará hacer el relleno **405 euros**.

Autora: Lidia Esther Fumero Acosta
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
LibrosMareaVerde.tk

Problema B.4:

4. Un alumno paga 3 euros al comprar tres lápices, un impreso y dos carpetas. El doble del precio de un lápiz excede en cinco céntimos de euro a la suma de los precios de un impreso y de una carpeta. Si cada lápiz costara cinco céntimos de euro más, entonces su precio duplicaría al de una carpeta.

a) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.

b) Calcular el precio de cada lápiz, impreso y carpeta.

Solución:

a) L = precio del lápiz (en euros) $3L + I + 2C = 3$

I = precio del impreso (en euros) $2L = I + C + 0.05$

C = precio de la carpeta (en euros) $L + 0.05 = 2C$

b) $L \quad - 2C = -0.05$

$3L + I + 2C = 3$

$2L - I - C = 0.05$

Resolviendo por el método de Gauss:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -0.05 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -1 & 0.05 \end{pmatrix} \xrightarrow[F3-2F1]{F2-3F1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -0.05 \\ 0 & 1 & 8 & 3.15 \\ 0 & -1 & 3 & 0.15 \end{pmatrix} \xrightarrow{F3+F2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -0.05 \\ 0 & 1 & 8 & 3.15 \\ 0 & 0 & 11 & 3.3 \end{pmatrix}$$

$$11C = 3.3 \Rightarrow C = 0.3\ €$$

$$I + 8C = 3.15 \Rightarrow I = 3.15 - 8 \cdot 0.3 \Rightarrow I = 0.75\ €$$

$3L + I + 2C = 3 \Rightarrow 3L + 0.75 + 2 \cdot 0.3 = 3 \Rightarrow L = 0.55\ €.$

Solución: el lápiz cuesta **0.55 €**, el impreso **0.75 €** y la carpeta **0.3 €**.

Autora: Lidia Esther Fumero Acosta
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
LibrosMareaVerde.tk

Distrito Universitario de Canarias

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)

FASE GENERAL

CURSO 2018–2019

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	(3)
Convocatoria:	JULIO

- Cada alumno debe elegir sólo una de las pruebas (A o B).
- Cada una de las preguntas tiene una puntuación máxima de 2,5 puntos.

PRUEBA A

1. Una empresa informática comercializa un programa de retoque fotográfico. Un 50% de las licencias de este programa se han vendido para sistemas Windows, un 40% para MacOS y un 10% para Linux. Transcurrido un año de la compra, renuevan la licencia un 90% de los usuarios de Windows, un 60% de los de Linux y un 75% de los de MacOS.

a) Construir el árbol de probabilidades.

b) Se recibe una llamada de un usuario que ha renovado la licencia. ¿Cuál es la probabilidad de que sea un usuario Linux?

c) Se eligen al azar 10 propietarios de licencias de este programa para una encuesta de opinion. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos sea usuario Linux?

2. Un estudio sobre la proporción de habitantes mayores de 60 años, sin dispositivos móviles, de una determinada ciudad, ha dado el intervalo de confianza [0,1804, 0,2196], con un nivel de confianza del 95%. Suponiendo que dicha proporción se puede aproximar por una distribución normal:

a) ¿Cuál es la proporción muestral de habitantes sin dispositivos móviles?

b) ¿Cuál es el tamaño de la muestra utilizado?

c) Con un nivel de confianza del 99% y con la misma información muestral, ¿cuál sería el correspondiente intervalo?

3. El beneficio de un parque acuático depende, principalmente, de la estación del año. La función que representa el beneficio, expresado en millones de euros, durante el último año fraccionado en meses es:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+8}{2}, & 0 \le x \le 4 \\ -x^2 + 12x - 26, & 4 < x \le 8 \\ 6, & 8 < x \le 12 \end{cases}$$

Justificando las respuestas:

a) Representar gráficamente la función. ¿Cuándo ha crecido y decrecido el beneficio?

b) Calcular en qué momentos se obtuvieron los beneficios máximo y mínimo y a cuánto ascendían estas cantidades.

c) ¿Cuándo fue el beneficio igual a 6.000.000 €?

4. Una carpintería construye mesas y armarios de oficina utilizando tableros de aglomerado de idéntica medida. Para construir una mesa se requieren 2.5 tableros, y para construir una estantería se necesitan 6 tableros. Para ensamblar las piezas se utilizan 10 tornillos en cada mesa y 60 tornillos en cada estantería. El almacén dispone de 740 tableros y 6200 tornillos. Por cada mesa se obtiene un beneficio de 80€, por cada estantería un beneficio de 120€ y se tiene que satisfacer una demanda mínima de 50 mesas y 60 estanterías. Suponiendo que siempre se vende toda la producción, si se quiere maximizar los beneficios:

a) Formular el correspondiente problema de programación lineal y representar la región factible.

b) ¿Cuántas mesas y estanterías se deben fabricar con los tableros y tornillos disponibles en el almacén? ¿Cuál es el valor del beneficio óptimo?

Autora: Lidia Esther Fumero Acosta
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

PRUEBA B

1. Debido a la problemática de tráfico por las mañanas en el acceso a las principales ciudades, una empresa quiere estudiar el tiempo empleado en llegar al puesto de trabajo de sus trabajadores. Para una muestra de 100 empleados, se ha obtenido un tiempo medio de 40 minutos. Si la variable sigue una distribución normal cuya desviación típica es de 12 minutos,

a) Determinar el intervalo de confianza para la media con un nivel de confianza del 88%.

b) ¿Qué tamaño muestral se necesita para estimar el tiempo en llegar al trabajo, con un error menor de 4 minutos y con un nivel de confianza del 95%?

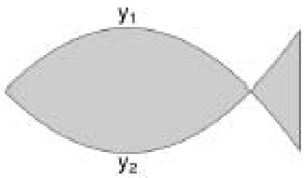
2. En una empresa hay 250 empleados. Su edad sigue una distribución normal de media 44 años y de desviación típica 18 años.

a) ¿Cuántos empleados se espera que haya con más de 62 años?

b) ¿Cuántos empleados se espera que haya con menos de 40 años?

c) Halla el número de empleados que podría conseguir el carnet joven de transporte que promociona el Ayuntamiento si el requisito es ser mayor de edad y no haber cumplido los 30 años.

3. En una pared, a la entrada de un puerto pesquero, se va construir un mosaico de piedra en forma de pez como indica la figura adjunta, definida por las parábolas $y_1 = -\frac{1}{10}x^2 + x + 5$ e $y_2 = \frac{1}{10}x^2 - x + 5$, entre $x = 0$ y $x = 12$. Los valores de x e y se expresan en metros.



a) Determinar la superficie total de la figura.

b) Para construir el mosaico, la empresa A asegura que es capaz de recubrir de piedra 1 m^2 de superficie en 1.5 horas de trabajo, y cobra cada hora a 120€. La empresa B afirma que tarda 2 horas en recubrir 1 m^2 de superficie y cobra la hora a 85€. Asimismo, la empresa A cobra 10€ por m^2 de piedra, mientras que la empresa B cobra 12€/m^2 por el mismo tipo de piedra. ¿Qué empresa hará el trabajo con un menor coste?

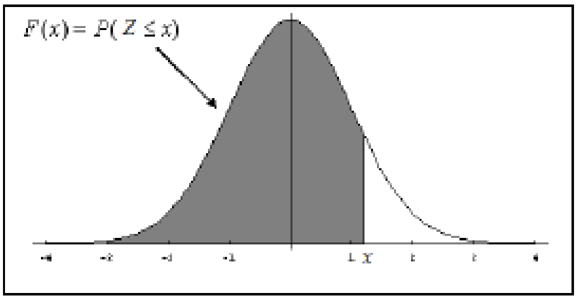
4. En un centro educativo se imparten enseñanzas de ESO, Bachillerato y Ciclos Formativos. Si sumamos el 20% del alumnado de ESO, con el 20% del alumnado de Bachillerato y el 40% del alumnado de Ciclos Formativos se obtienen 42 alumnos más que el 20% del alumnado total del centro. Asimismo si sumamos el número de alumnos de ESO más la mitad de los de Ciclos Formativos obtenemos 40 alumnos menos que el total de matriculados en Bachillerato. Si el centro tiene en total 1115 alumnos,

a) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.

b) Hallar el número de matriculados en cada tipo de enseñanza.

Autora: Lidia Esther Fumero Acosta
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

Distrito Universitario de Canarias



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

SOLUCIONES PRUEBA A

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Problema A.1:

1. Una empresa informática comercializa un programa de retoque fotográfico. Un 50% de las licencias de este programa se han vendido para sistemas Windows, un 40% para MacOS y un 10% para Linux. Transcurrido un año de la compra, renuevan la licencia un 90% de los usuarios de Windows, un 60% de los de Linux y un 75% de los de MacOS.

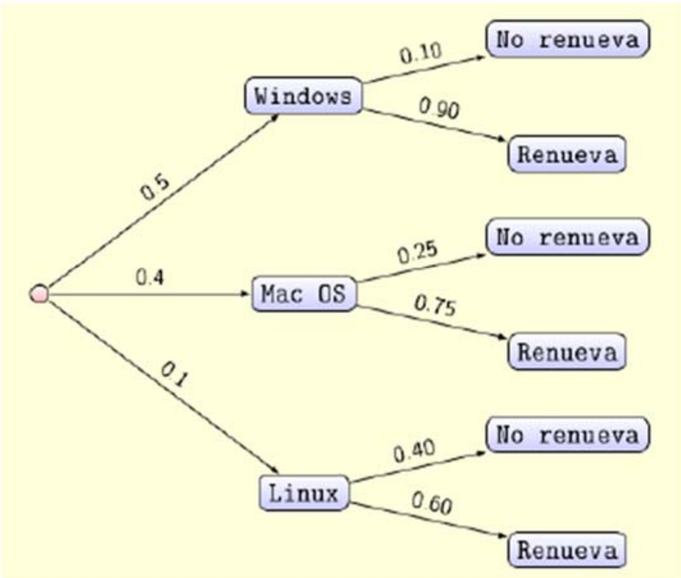
a) Construir el árbol de probabilidades.

b) Se recibe una llamada de un usuario que ha renovado la licencia. ¿Cuál es la probabilidad de que sea un usuario Linux?

c) Se eligen al azar 10 propietarios de licencias de este programa para una encuesta de opinion. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos sea usuario Linux?

Solución:

a)



b)

$$P(L/R) = \frac{P(R/L)\cdot P(L)}{P(R/W)\cdot P(W) + P(R/M)\cdot P(M) + P(R/L)\cdot P(L))} =$$

$$= \frac{0.60\cdot 0.1}{0.90\cdot 0.5 + 0.75\cdot 0.4 + 0.60\cdot 0.1} = 0.074$$

La probabilidad de que sea de Linux es de **0.074.**

c) El número X de usuarios Linux entre los 10 elegidos sigue una distribución binomial B(10, 0.1)

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{10}{0} 0.1^0 (1 - 0.10)^{10} = 1 - 0.9^{10} = 0.6513$$

Problema A.2:

2. Un estudio sobre la proporción de habitantes mayores de 60 años, sin dispositivos móviles, de una determinada ciudad, ha dado el intervalo de confianza [0,1804, 0,2196], con un nivel de confianza del 95%. Suponiendo que dicha proporción se puede aproximar por una distribución normal:

a) ¿Cuál es la proporción muestral de habitantes sin dispositivos móviles?
b) ¿Cuál es el tamaño de la muestra utilizado?
c) Con un nivel de confianza del 99% y con la misma información muestral, ¿cuál sería el correspondiente intervalo?

Solución:

a) $\hat{p} = \frac{0{,}1804+0{,}2196}{2} = 0.2$

La proporción muestral de habitantes in dispositivos móviles es de 0.2.

b) $\left[\hat{p} - z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}}\right] = [\mathbf{0,1804}\,,\mathbf{0,2196}]$ $\quad$ 95% -> $z_{\alpha/2} = 1.96$

$\hat{p} - z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}} = 0.1804 \Longrightarrow 0.2 - 1.96\cdot\sqrt{\frac{0.2\cdot 0.8}{n}} = 0.1804 \Longrightarrow$

$0.2 - 0.1804 = 1.96\cdot\frac{\sqrt{0.16}}{\sqrt{n}} \Longrightarrow 0.0196 = 1.96\cdot\frac{0.4}{\sqrt{n}} \Longrightarrow \sqrt{n} = \frac{1.96\cdot 0.4}{0.0196} \Longrightarrow$

$\sqrt{n} = 40 \Longrightarrow n = 1600$

El tamaño de la muestra utilizado en el estudio es de $1\,600$ habitantes.

c) 99% -> $z_{\alpha/2} = 2.575$

$\left(\hat{p} - z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}}\right) = \left(0.2 - 2.575\cdot\sqrt{\frac{0.2\cdot 0.8}{1600}}, 0.2 + 2.575\cdot\sqrt{\frac{0.2\cdot 0.8}{1600}}\right) =$

$= (0.17425, 0.22575)$

El intervalo sería de $(0.17425, 0.22575)$

Problema A.3:

3. El beneficio de un parque acuático depende, principalmente, de la estación del año. La función que representa el beneficio, expresado en millones de euros, durante el último año fraccionado en meses es:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+8}{2}, & 0\le x\le 4\\ -x^2+12x-26, & 4<x\le 8\\ 6, & 8<x\le 12\end{cases}$$

Justificando las respuestas:

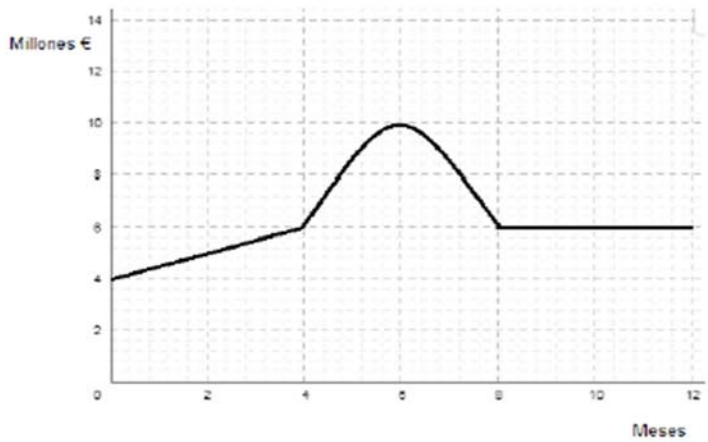
a) Representar gráficamente la función. ¿Cuándo ha crecido y decrecido el beneficio?

b) Calcular en qué momentos se obtuvieron los beneficios máximo y mínimo y a cuánto ascendían estas cantidades.

c) ¿Cuándo fue el beneficio igual a 6.000.000 €?

Solución:

a)



Los beneficios han crecido desde el inicio del año hasta el mes de junio. Han decrecido desde junio al mes de agosto y se han mantenido constantes desde agosto hasta final de año.

b) $f'(x) = -2x + 12$; $-2x + 12 = 0$; $x = 6$

$f''(x) = -2$; $f''(6) < 0$; Se produce un máximo en el mes 6 (junio)

El mínimo se produce al inicio del año (enero)

$f(6) = -6^2 + 12\cdot 6 - 26 = 10$ $\qquad$ $f(0) = \dfrac{0+8}{2} = 4$

El máximo se alcanza en el mes de junio con un beneficio de 10 millones de euros y el mínimo se alcanzó en el mes de enero con un beneficio de 4 millones de euros.

El beneficio máximo se alcanza en el mes de junio y es de 10 millones de euros, y el mínimo, en enero, de 4 millones de euros.

c) $-x^2 + 12x - 26 = 6$; $-x^2 + 12x - 32 = 0$; $X_1 = 4$ y $X_2 = 8$

El beneficio es igual a 6 **millones de €** en los meses 4 (abril) y 8 (agosto). También desde agosto hasta final de año.

Problema A.4:

4. Una carpintería construye mesas y armarios de oficina utilizando tableros de aglomerado de idéntica medida. Para construir una mesa se requieren 2.5 tableros, y para construir una estantería se necesitan 6 tableros. Para ensamblar las piezas se utilizan 10 tornillos en cada mesa y 60 tornillos en cada estantería. El almacén dispone de 740 tableros y 6200 tornillos. Por cada mesa se obtiene un beneficio de 80€, por cada estantería un beneficio de 120€ y se tiene que satisfacer una demanda mínima de 50 mesas y 60 estanterías. Suponiendo que siempre se vende toda la producción, si se quiere maximizar los beneficios:

a) Formular el correspondiente problema de programación lineal y representar la región factible.

b) ¿Cuántas mesas y estanterías se deben fabricar con los tableros y tornillos disponibles en el almacén? ¿Cuál es el valor del beneficio óptimo?

Solución:

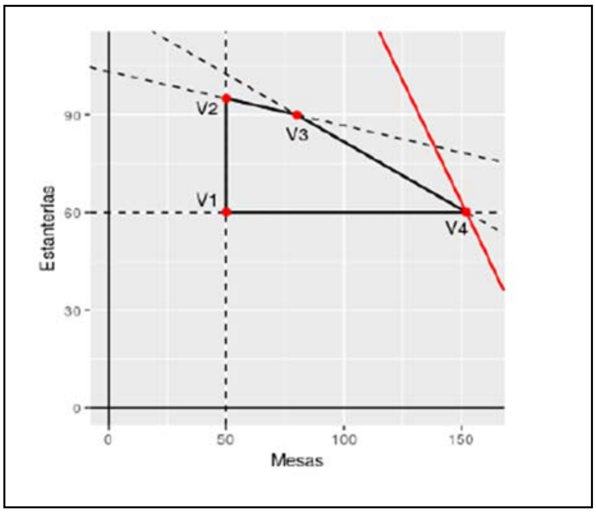
Si llamamos M al número de mesas y E al número de estanterías construidas, tenemos que la función a maximizar es:

$$f(M,E) = 80M + 120E$$

sujeta a las restricciones:

$$\begin{gathered} 2.5M + 6E \leq 740 \\ 10M + 60E \leq 6200 \\ M \geq 50 \\ E \geq 60 \end{gathered}$$

Gráficamente:



Los vértices de la región factible son:

- $V_1 = (50,60)$
- $\left.\begin{matrix} 10M + 60E & = 6200 \\ M & = 50 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 60E = 6200 - 500 = 5700 :$
  $= 95 \Rightarrow V_2 = (50,95)$
- $\left.\begin{matrix} 2.5M + 6E & = 740 \\ 10M + 60E & = 6200 \end{matrix}\right\} \Rightarrow -15M = -1200 \Rightarrow M = 80 :$
  $= (740 - 2.5 \cdot 80)/6 = 90 =$
- $\left.\begin{matrix} 2.5M + 6E & = 740 \\ E & = 60 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 2.5M = 740 - 360 \Rightarrow M = \frac{740-}{2}$
  $V_4 = (152,60)$

Evaluamos la función objetivo en los vértices:

$f(V_1) = 11200$, $f(V_2) = 15400$, $f(V_3) = 17200$, $f(V_4) = 19360$

Por tanto, la solución *óptima* se encuentra en V_4 y consiste en fabricar **152** mesas y **60** estanterías. El beneficio será **19 360 €.**

SOLUCIONES PRUEBA B

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Problema B.1:

1. Debido a la problemática de tráfico por las mañanas en el acceso a las principales ciudades, una empresa quiere estudiar el tiempo empleado en llegar al puesto de trabajo de sus trabajadores. Para una muestra de 100 empleados, se ha obtenido un tiempo medio de 40 minutos. Si la variable sigue una distribución normal cuya desviación típica es de 12 minutos,

a) Determinar el intervalo de confianza para la media con un nivel de confianza del 88%.

b) ¿Qué tamaño muestral se necesita para estimar el tiempo en llegar al trabajo, con un error menor de 4 minutos y con un nivel de confianza del 95%?

Solución:

a) $\left[\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \ \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = \left[40 - 1.555 \cdot \frac{12}{\sqrt{100}}, \ 40 + 1.555 \cdot \frac{12}{\sqrt{100}}\right] = [38.134, 41.866]$

$88\% \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.555$

El intervalo de confianza para la media con un nivel de confianza del 88 % es de $(38.134, 41.866)$.

b) $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \rightarrow \quad 4 = 1.96 \cdot \frac{12}{\sqrt{n}} \quad \rightarrow \quad \sqrt{n} = \frac{1.96 \cdot 12}{4} \quad \rightarrow \quad \sqrt{n} = 5.88 \quad \rightarrow \quad n = 34.57$

$95\% \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$

Como *n* tiene que ser un entero, el tamaño muestral debe ser mayor o igual a 35 empleados.

Autora: Lidia Esther Fumero Acosta
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

Problema B.2:

2. En una empresa hay 250 empleados. Su edad sigue una distribución normal de media 44 años y de desviación típica 18 años.

a) ¿Cuántos empleados se espera que haya con más de 62 años?
b) ¿Cuántos empleados se espera que haya con menos de 40 años?
c) Halla el número de empleados que podría conseguir el carnet joven de transporte que promociona el Ayuntamiento si el requisito es ser mayor de edad y no haber cumplido los 30 años.

Solución:

a) X= "Número de empleados de cierta empresa" ~ N(44, 18)

$P(X > 62) = P(Z > 1) = 1 - P(Z < 1) = 1 - 0.8413 = 0.1587$

$250 \cdot 0.1587 = 39.675$

Se espera que 40 empleados tengan más de 62 años.

b) $P(X < 40) = P(Z < -0.22) = P(Z > 0.22) = 1 - P(Z < 0.22) = 1 - 0.5871 = 0.4129$

$250 \cdot 0.4129 = 103.225$

Se espera que 103 empleados tengan menos de 40 años.

c) $P(18 \leq X \leq 30) = P(-1.44 \leq Z \leq -0.78) = P(0.78 \leq Z \leq 1.44) = P(Z \leq 1.44) - P(Z \leq 0.78) = 0.9251 - 0.7823 = 0.1428$

$250 \cdot 0.1428 = 35.7$

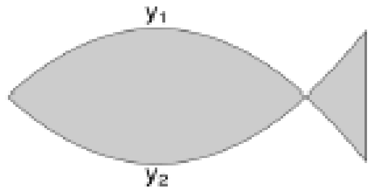
Se espera que 36 empleados tengan entre 18 y 30 años.

a) Se espera que 40 empleados tengan más de 40 años.
b) Se espera que 103 empleados tengan menos de 62 años.
c) Se espera que 36 empleados tengan entre 18 y 30 años.

Autora: Lidia Esther Fumero Acosta
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

Problema B.3:

3. En una pared, a la entrada de un puerto pesquero, se va construir un mosaico de piedra en forma de pez como indica la figura adjunta, definida por las parábolas $y_1 = -\frac{1}{10}x^2 + x + 5$ e $y_2 = \frac{1}{10}x^2 - x + 5$, entre $x = 0$ y $x = 12$. Los valores de x e y se expresan en metros.



a) Determinar la superficie total de la figura.

b) Para construir el mosaico, la empresa A asegura que es capaz de recubrir de piedra 1 m^2 de superficie en 1.5 horas de trabajo, y cobra cada hora a 120€. La empresa B afirma que tarda 2 horas en recubrir 1 m^2 de superficie y cobra la hora a 85€. Asimismo, la empresa A cobra 10€ por m^2 de piedra, mientras que la empresa B cobra 12€/m^2 por el mismo tipo de piedra. ¿Qué empresa hará el trabajo con un menor coste?

Solución:

a) Determinamos los puntos de corte de las parábolas:

$$-\frac{1}{10}x^2 + x + 5 = \frac{1}{10}x^2 - x + 5 \Rightarrow \frac{2}{10}x^2 - 2x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x = 0 \Rightarrow x(x-10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 10 \end{cases}$$

La superficie total es entonces:

$$\int_0^{10} \big(y_1(x) - y_2(x)\big)\,dx + \int_{10}^{12} \big(y_2(x) - y_1(x)\big)\,dx =$$

$$\int_0^{10} \left(-\frac{2}{20}x^2 + 2x\right)dx + \int_{10}^{12} \left(\frac{2}{20}x^2 - 2x\right)dx =$$

$$\left[-\frac{2}{20}\frac{x^3}{3} + x^2\right]_0^{10} + \left[\frac{2}{20}\frac{x^3}{3} - x^2\right]_{10}^{12} =$$

$$-\frac{2000}{60} + 100 + \left(\frac{3456}{60} - 144 - \frac{2000}{60} + 100\right) = -\frac{544}{60} + 56 = 46.9333m^2$$

La superficie total es de aproximadamente $47\ \mathrm{m}^2$.

b)

Empresa A:

- Tiempo empleado: $46.9333 \cdot 1.5 = 70.3999$ horas
- Coste mano de obra: $70.3999 \cdot 120 = 8447.994$€
- Coste de la piedra: $46.9333 \cdot 10 = 469.333$ €
- Coste total: $8447.994 + 469.333 = 8917.327$ €

Empresa B:

- Tiempo empleado: $46.9333 \cdot 2 = 93.8666$ horas
- Coste mano de obra: $93.8666 \cdot 85 = 7978.661$€
- Coste de la piedra: $46.9333 \cdot 12 = 563.1996$ €
- Coste total: $7978.661 + 563.1996 = 8541.861$ €

Por tanto resulta más barata la empresa B.

Problema B.4:

4. En un centro educativo se imparten enseñanzas de ESO, Bachillerato y Ciclos Formativos. Si sumamos el 20% del alumnado de ESO, con el 20% del alumnado de Bachillerato y el 40% del alumnado de Ciclos Formativos se obtienen 42 alumnos más que el 20% del alumnado total del centro. Asimismo si sumamos el número de alumnos de ESO más la mitad de los de Ciclos Formativos obtenemos 40 alumnos menos que el total de matriculados en Bachillerato. Si el centro tiene en total 1115 alumnos,

a) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.

b) Hallar el número de matriculados en cada tipo de enseñanza.

Solución:

x = número de alumnos de ESO $\quad x + y + z = 1115$

y = número de alumnos de ESO $\quad 0.2x + 0.2y + 0.4z = 42 + 0.2\cdot 1115$

z = número de alumnos de ESO $\quad x + \frac{z}{2} + 40 = y$

Simplificando las ecuaciones:

$$x + y + z = 1115$$
$$x + y + 2z = 1325$$
$$2x - 2y + z = -80$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1115 \\ 1 & 1 & 2 & 1325 \\ 2 & -2 & 1 & -80 \end{array}\right) \xrightarrow[F3-2F1]{F2-F1} \left(\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1115 \\ 0 & 0 & 1 & 210 \\ 0 & -4 & -1 & -2310 \end{array}\right)$$

De la segunda ecuación: $z = 210$

De la tercera ecuación: $-4y - z = -2310 \Rightarrow -4y = -2310 + 210 \Rightarrow y = \frac{-2100}{-4} = 525$

De la primera ecuación: $x + y + z = 1115 \Rightarrow x + 525 + 210 = 1115 \Rightarrow x = 380$

En el centro hay matriculados **380** alumnos de ESO, **525** de Bachillerato y **210** de Ciclos Formativos.

Autora: Lidia Esther Fumero Acosta
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo