

**Matemáticas Aplicadas a
las Ciencias Sociales II
Selectividad 2019**

Comunidad autónoma de:

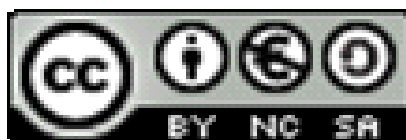
Castilla y León

LibrosMareaVerde.tk

www.apuntesmareaverde.org.es

Autor: Jorge Muñoz Yáñez y

Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo



	Evaluación de Bachillerato para Acceder a Estudios Universitarios Castilla y León	MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES	EXAMEN Nº Páginas: 2 y tabla
---	--	--	---

OPTATIVIDAD: EL ALUMNO DEBERÁ ESCOGER UNA DE LAS DOS OPCIONES Y DESARROLLAR LAS PREGUNTAS DE LA MISMA.

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN

Cada pregunta de la 1 a la 3 se puntuará sobre un máximo de 3 puntos. La pregunta 4 se puntuará sobre un máximo de 1 punto. La calificación final se obtiene sumando las puntuaciones de las cuatro preguntas. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos. Salvo que se especifique lo contrario, los apartados que figuran en los distintos problemas son equipuntuables.

Opción A

1A- Se considera el sistema de ecuaciones lineales, en función del parámetro a :

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y - 4z = 0 \\ 3x + ay + 2z = 2 \end{cases}$$

- a) Clasifica el sistema según sus soluciones para los diferentes valores de a .
b) Resuelve el sistema para $a = -1$.

2A- Un estudio basado en los datos censales sobre la evolución de la población en una ciudad española revela que, en el período 2005-2015, el número de habitantes (en miles) sigue la función

$$p(t) = (t - 2)^2(1 - 2t) + 252t + 116$$

donde t indica el tiempo medido en años, siendo $t = 0$ el tiempo correspondiente al año 2005. Tomando $p(t)$, determina los periodos de crecimiento y decrecimiento del número de habitantes de dicha ciudad. ¿En qué momento del tiempo el número de habitantes es máximo? ¿Qué número de habitantes tiene la ciudad en ese momento?

3A- Las autoridades sanitarias están estudiando los efectos del tabaco en la salud. El tiempo que tarda un fumador en dejar definitivamente de fumar se ajusta a una distribución normal, de media 5 meses y desviación típica 2 meses. Con esta información:

- a) Calcula la probabilidad de que un fumador tarde más de 4 meses en dejar definitivamente de fumar. (1 punto).
b) Si se toman 50 fumadores, calcula la probabilidad de que el tiempo medio que tardan los 50 fumadores en dejar definitivamente de fumar sea inferior a 6 meses. (2 puntos)

4A- La ficha técnica del estudio social “Influencers en redes sociales” indica que se ha encuestado a 1096 individuos de 16 a 55 años de edad residentes en España. La muestra se ha tomado de manera estratificada, con muestreo aleatorio simple en cada estrato. El error de estimación de la proporción de individuos que se declaran seguidores de influencers es de $\pm 3\%$ con un nivel de confianza del 95.5 %.

Para esta ficha técnica, identifica los siguientes elementos: población, diseño muestral, tamaño muestral, parámetro estimado.

Opción B

1B- Una familia de 3 miembros recibe la devolución de los impuestos abonados en la campaña RENTA2017 por un importe total de 3250 €. Sabiendo que la madre recibe el doble que el hijo y que el padre recibe $\frac{2}{3}$ de lo que recibe la madre, calcula el importe de la devolución que recibe cada miembro de la familia.

2B- La producción de petróleo (millones de barriles) de un pozo petrolífero a lo largo del tiempo x (años) se mide según la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} 17x & \text{si } 0 \leq x < 5 \\ -3x^2 + 30x + 10 & \text{si } 5 \leq x < 10 \\ 10 & \text{si } x \geq 10 \end{cases}$$

a) Estudia la continuidad de la función $f(x)$. ¿Cuántos barriles de petróleo produce dicho pozo cuando $x = 8$?

b) Calcula el área limitada por la función $f(x)$ y el eje OX en el intervalo $[2,3]$.

3B- El 15% de los paquetes repartidos por una empresa de transporte llegan defectuosos. Entre los paquetes que llegan defectuosos un 9% llega fuera de plazo, mientras que entre los no defectuosos sólo un 2 % llega fuera de plazo. Se elige un paquete al azar repartido por esta empresa:

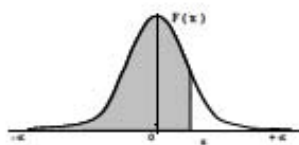
a) Calcula la probabilidad de que el paquete elegido llegue fuera de plazo.

b) Sabiendo que el paquete elegido llega fuera de plazo, ¿qué probabilidad hay de que llegue defectuoso?

4B- En el aeropuerto A, se toma una muestra de 100 días y se observa que en 25 hay saturación aérea. Con esos datos, se calculan dos intervalos de confianza para el parámetro proporción de días con saturación aérea en el aeropuerto A: $[0.122, 0.378]$ y $[0.165, 0.335]$. ¿Cuál es el intervalo de menor confianza? Justifica tu respuesta.

Distribución Normal

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$



	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9014
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9318
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

SOLUCIONES OPCIÓN A

Problema A.1:

1A- Se considera el sistema de ecuaciones lineales, en función del parámetro a :

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y - 4z = 0 \\ 3x + ay + 2z = 2 \end{cases}$$

a) Clasifica el sistema según sus soluciones para los diferentes valores de a .

b) Resuelve el sistema para $a = -1$.

Solución:

Consideramos las matrices de los coeficientes, C , y ampliada, A :

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & a & 2 \end{pmatrix} \text{ y } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & -4 & 0 \\ 3 & a & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Calculamos el determinante de C , $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & a & 2 \end{vmatrix} = 6 + 2a - 12 - (9 - 4a + 4) = 6a - 19$.

Hallamos los valores de a para los que el determinante vale 0:

$6a - 19 = 0$; $a = \frac{19}{6}$, obtenemos $a = \frac{19}{6}$.

Caso 1. Si $a \neq \frac{19}{6}$, el sistema es **Compatible Determinado** pues el determinante de la matriz de coeficientes es distinto de cero, luego su rango es 3, igual al de la matriz ampliada e igual al número de incógnitas.

Caso 2. Si $a = \frac{19}{6}$, $rg(C) = 2$.

Veamos el rango de la matriz A : $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & -4 & 0 \\ 3 & a & 2 & 2 \end{pmatrix}$

$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -4 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} = -8 + 8 - (-24 + 4) \neq 0$, luego, $rg(A) = 3$, **Sistema Incompatible**

Si $a \neq \frac{19}{6}$	$rg(A) = rg(C) = 3 = \text{número de incógnitas}$	Compatible Determinado
Si $a = \frac{19}{6}$,	$rg(C) = 2$. $rg(A) = 3$	Sistema Incompatible

Resolvemos para $a = -1$, sustituimos en el sistema y nos queda: $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x + 3y - 4z = 0 \\ 3x - y + 2z = 2 \end{cases}$

Resolvemos por Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & -4 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & a & 2 \end{vmatrix}} = \frac{-10}{-25} = \frac{2}{5}; \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -4 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & a & 2 \end{vmatrix}} = \frac{-20}{-25} = \frac{4}{5}; \quad z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & a & 2 \end{vmatrix}} = \frac{-20}{-25} = \frac{4}{5}.$$

De donde $x = 2/5$, $y = 4/5$, $z = 4/5$.

La solución es: $x = \frac{2}{5}$, $y = \frac{4}{5}$, $z = \frac{4}{5}$.

Problema A.2:

2A- Un estudio basado en los datos censales sobre la evolución de la población en una ciudad española revela que, en el periodo 2005-2015, el número de habitantes (en miles) sigue la función

$$p(t) = (t - 2)^2(1 - 2t) + 252t + 116$$

donde t indica el tiempo medido en años, siendo $t = 0$ el tiempo correspondiente al año 2005. Tomando $p(t)$, determina los periodos de crecimiento y decrecimiento del número de habitantes de dicha ciudad. ¿En qué momento del tiempo el número de habitantes es máximo? ¿Qué número de habitantes tiene la ciudad en ese momento?

Solución:

Estudiamos la función:

$$p(t) = (t - 2)^2(1 - 2t) + 252t + 116 = (t^2 - 4t + 4)(1 - 2t) + 252t + 116 = t^2 - 4t + 4 - 2t^3 + 8t^2 - 8t + 252t + 116 = -2t^3 + 9t^2 + 240t + 120.$$

Calculamos la primera derivada:

$$p'(t) = -6t^2 + 18t + 240.$$

Igualamos a 0 y resolvemos: $-6t^2 + 18t + 240 = 0$; $-t^2 + 3t + 40 = 0$; $t = -5$ y $t = 8$.

Calculamos la segunda derivada:

$$p''(t) = -12t + 18; p''(-5) = -12(-5) + 18 = 78 > 0; p''(8) = -12(8) + 18 < 0.$$

El valor negativo no está en el intervalo de definición de la función.

La función es creciente en el intervalo $(0, 8)$ y decreciente en $(8, 10)$. Como el año 2005, es el año 0, el año 2015 corresponde con el año 10. El año 8 corresponde con el 2013.

$$p(8) = -2(8)^3 + 9(8)^2 + 240(8) + 120 = 1\,592.$$

En $(8, 1\,592)$ se alcanza un máximo.

El número de habitantes **crece** hasta 2013, y **decrece** hasta 2015. Alcanza un **máximo** en **2013** de **1 592** habitantes.

Problema A.3:

3A- Las autoridades sanitarias están estudiando los efectos del tabaco en la salud. El tiempo que tarda un fumador en dejar definitivamente de fumar se ajusta a una distribución normal, de media 5 meses y desviación típica 2 meses. Con esta información:

- a) Calcula la probabilidad de que un fumador tarde más de 4 meses en dejar definitivamente de fumar? (1 punto).
 b) Si se toman 50 fumadores, calcula la probabilidad de que el tiempo medio que tardan los 50 fumadores en dejar definitivamente de fumar sea inferior a 6 meses. (2 puntos)

Solución:

Los datos que nos dan son: $\mu = 5$; $\sigma = 2$; $n = 50$;

- a) Queremos calcular $P(X > 4)$, tipificamos y buscamos en la tabla:

$$P(X > 4) = P\left(Z > \frac{4 - 5}{2}\right) = P\left(Z > -\frac{1}{2}\right) = 0.6815.$$

La probabilidad de que un fumador tarde más de 4 meses en dejar de fumar es de **0.68**.

- b) La distribución de la media poblacional es una normal: $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(5, \frac{2}{\sqrt{50}}\right)$

Por tanto:

$$P(\bar{X} < 6) = P\left(Z < \frac{6 - 5}{\frac{2}{\sqrt{50}}}\right) = P\left(Z < \frac{\sqrt{50}}{2}\right) = P(Z < 3.54) = 0.9998.$$

La probabilidad de que el tiempo medio de que 50 fumadores dejen de fumar en menos de 6 meses es muy alta, de **0.9998**.

Problema A.4:

4A- La ficha técnica del estudio social “*Influencers* en redes sociales” indica que se ha encuestado a 1096 individuos de 16 a 55 años de edad residentes en España. La muestra se ha tomado de manera estratificada, con muestreo aleatorio simple en cada estrato. El error de estimación de la proporción de individuos que se declaran seguidores de *influencers* es de $\pm 3\%$ con un nivel de confianza del 95.5 %.

Para esta ficha técnica, identifica los siguientes elementos: población, diseño muestral, tamaño muestral, parámetro estimado.

Solución:

Los datos que nos dan son: $E = \pm 3$; Nivel de confianza = 95.5; $n = 1\,096$;

Población: La población que se desea estudiar es la de las personas residentes en España con una edad comprendida entre 16 y 55 años.

Diseño muestral: Se ha tomado una muestra de manera estratificada con muestreo aleatorio simple en cada estrato:

Muestreo aleatorio estratificado

Se divide la población en grupos homogéneos de una determinada característica, *estratos*, por ejemplo, edad, y se toma una muestra aleatoria simple en cada estrato. No dice si, por ejemplo, cada estrato se forma con edades de 5 años.

Tamaño muestral: 1 096 individuos.

Parámetro estimado: Se pregunta a cada individuo si son, o no, seguidores de *influencers*.

Se llama error máximo admisible al valor $E = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Conocemos E , n , $z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, Pero no conocemos σ ni nos piden calcular nada.

SOLUCIONES OPCIÓN B

Problema B.1:

1B- Una familia de 3 miembros recibe la devolución de los impuestos abonados en la campaña RENTA2017 por un importe total de 3250 €. Sabiendo que la madre recibe el doble que el hijo y que el padre recibe $\frac{2}{3}$ de lo que recibe la madre, calcula el importe de la devolución que recibe cada miembro de la familia.

Solución:

Planteamos un sistema de ecuaciones. Llamamos x a lo que recibe la madre, y a lo que recibe el hijo, y z a lo que recibe el padre.

Nos dicen que:

$$\begin{cases} x + y + z = 3\,250 \\ x = 2y \\ z = (2/3)x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 3\,250 \\ x = 2y \\ z = (2/3)2y = (4/3)y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2y + y + (4/3)y = 3\,250 = (13/3)y \\ x = 2y \\ z = (2/3)x \end{cases}$$

Por lo que:

$$y = (3250)3/13 = 750$$

$$x = 2y = 1500$$

$$z = (4/3)y = 1000$$

La madre recibe **1500** euros, el hijo, **750** euros, y el padre **1000** euros.

Problema B.2:

2B- La producción de petróleo (millones de barriles) de un pozo petrolífero a lo largo del tiempo x (años) se mide según la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} 17x & \text{si } 0 \leq x < 5 \\ -3x^2 + 30x + 10 & \text{si } 5 \leq x < 10 \\ 10 & \text{si } x \geq 10 \end{cases}$$

- a) Estudia la continuidad de la función $f(x)$. ¿Cuántos barriles de petróleo produce dicho pozo cuando $x = 8$?
 b) Calcula el área limitada por la función $f(x)$ y el eje OX en el intervalo $[2,3]$.

Solución:

- a) Estudiamos la función:

$$f(x) = \begin{cases} 17x & \text{si } 0 \leq x \leq 5 \\ -3x^2 + 30x + 10 & \text{si } 5 \leq x < 10 \\ 10 & \text{si } x \geq 10 \end{cases}$$

Está definida sólo para valores positivos de x . Su dominio es la recta real positiva más el cero.

Está formada a trozos por 3 funciones polinómicas, que son siempre continuas. Sólo puede no ser continua en los puntos de unión de los trozos.

Para $x = 5$, $17x = 17(5) = 85$; $-3x^2 + 30x + 10 = -3(25) + 30(5) + 10 = 85$.

Luego es continua en $x = 5$.

Para $x = 10$, $-3x^2 + 30x + 10 = -3(100) + 30(10) + 10 = 10$; que coincide con el valor, 10.

Luego es continua en $x = 10$.

La función es continua en todo su dominio de definición.

Para $x = 8$; $-3x^2 + 30x + 10 = -3(64) + 30(8) + 10 = 58$.

La función es continua en todo su dominio.

Produce **58** barriles de petróleo.

- b) En el intervalo $[2, 3]$ la función es una recta, luego no es necesario calcular una integral (aunque se puede hacer así. Es el área de un trapecio de altura 1, y bases $17(2) = 34$ y $17(3) = 51$.

$$\text{Área} = (34 + 51)/2 = 42.5$$

O bien, el área pedida la calculamos con la integral definida:

$$\int_2^3 [17x] dx = \left[\frac{17x^2}{2} \right]_2^3 = \left(\frac{17(9)}{2} - \frac{17(4)}{2} \right) = \frac{17}{2} (9 - 4) = 42.5$$

El área vale **42.5** u².

Problema B.3:

3B- El 15% de los paquetes repartidos por una empresa de transporte llegan defectuosos. Entre los paquetes que llegan defectuosos un 9% llega fuera de plazo, mientras que entre los no defectuosos sólo un 2 % llega fuera de plazo. Se elige un paquete al azar repartido por esta empresa:

- Calcula la probabilidad de que el paquete elegido llegue fuera de plazo.
- Sabiendo que el paquete elegido llega fuera de plazo, ¿qué probabilidad hay de que llegue defectuoso?

Solución:

- a) Nombramos los sucesos: D = El paquete llega defectuoso; P = El paquete llega fuera de plazo.

Los datos que nos dan son:

$$P(D) = 0.15; \quad P(P/D) = 0.09; \quad P(P/\bar{D}) = 0.02.$$

Calculamos $P(\bar{D}) = 1 - 0.15 = 0.85$.

Usamos el teorema de la probabilidad total:

$$P(P) = P(D) \cdot P(P/D) + P(\bar{D}) \cdot P(P/\bar{D}) = 0.15 \cdot 0.09 + 0.85 \cdot 0.02 = 0.0305.$$

La probabilidad de que el paquete llegue fuera de plazo es del **0.0305**.

- b) Mediante el teorema de Bayes, nos piden ahora:

$$P(D/P) = \frac{P(D \cap P)}{P(P)} = \frac{P(D) \cdot P(P/D)}{P(P)} = \frac{0.15 \cdot 0.09}{0.0305} = 0.44262295,$$

es decir, hay una probabilidad del **0.44** de que, si llega fuera de plazo, además llegue defectuoso.

Sabiendo que llega fuera de plazo, la probabilidad de que llegue defectuoso es de **0.44**.

Problema B.4:

4B- En el aeropuerto A, se toma una muestra de 100 días y se observa que en 25 hay saturación aérea. Con esos datos, se calculan dos intervalos de confianza para el parámetro proporción de días con saturación aérea en el aeropuerto A: [0.122, 0.378] y [0.165, 0.335] ¿Cuál es el intervalo de menor confianza? Justifica tu respuesta.

Solución:

Considerando X = número de días con saturación aérea.

El intervalo de confianza es de una distribución binomial con valores p , q , n :

$$\left(p - Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sqrt{pq}}{\sqrt{n}}, p + Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sqrt{pq}}{\sqrt{n}} \right)$$

En el enunciado nos dicen, $p = \frac{25}{100}$, $q = \frac{25}{100}$, $n = 100$, tenemos

Para los dos supuestos, los valores de p , q y n coinciden, sólo cambia α

$$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = (0.122, 0.378)$$

La amplitud del intervalo es: $(0.378 - 0.122) / 2 = (0.256) / 2 = 0.128$.

El error máximo cometido es de: $(0.128) / 2 = 0.064$.

$$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha'}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha'}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = (0.165, 0.335)$$

La amplitud del intervalo es: $(0.335 - 0.165) / 2 = (0.17) / 2 = 0.085$.

El error máximo cometido es de: $(0.085) / 2 = 0.0425$.

A mayor amplitud del intervalo, mayor nivel de confianza. Y viceversa. Por tanto:

El intervalo de menor confianza es (0.165, 0.335).

	Evaluación de Bachillerato para Acceder a Estudios Universitarios Castilla y León	MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES	EXAMEN Nº Páginas: 2 y tabla
---	--	--	---

OPTATIVIDAD: EL ALUMNO DEBERÁ ESCOGER UNA DE LAS DOS OPCIONES Y DESARROLLAR LAS PREGUNTAS DE LA MISMA.

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN

Cada pregunta de la 1 a la 3 se puntuará sobre un máximo de 3 puntos. La pregunta 4 se puntuará sobre un máximo de 1 punto. La calificación final se obtiene sumando las puntuaciones de las cuatro preguntas. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos. Salvo que se especifique lo contrario, los apartados que figuran en los distintos problemas son equipuntuables.

Opción A

1A- Un comerciante dispone de 350000 € para comprar dos modelos de lámparas. El modelo A tiene un coste de 150 € y produce, por cada unidad que se vende, un beneficio de 15 €. El modelo B tiene un coste de 100 € y produce, por cada unidad que se vende, un beneficio de 11 €. Por experiencia sabe que sólo puede almacenar 3000 lámparas como máximo y que puede vender como máximo 2000 lámparas del modelo A. Determina, utilizando técnicas de programación lineal, cuántas lámparas de cada modelo debe comprar para maximizar el beneficio conseguido en las ventas. Calcula ese beneficio máximo.

2A- Representa gráficamente la función $y = -ax^3 - bx + c$, sabiendo que pasa por el origen de coordenadas y que tiene un mínimo relativo en el punto $(x, y) = (1, -1)$. Justifica brevemente la representación gráfica obtenida.

3A- Una multinacional farmacéutica elabora un test para la detección precoz de la enfermedad producida por el virus del Ébola. El test da positivo en el 86% de las personas que son portadoras del virus y da negativo en el 92% de las personas que no son portadoras del virus. Además, en una cierta zona geográfica el 2% de la población es portadora del virus. Se elige al azar una persona de esa zona geográfica y se la somete al test. Calcula razonadamente la probabilidad de que sea portadora del virus sabiendo que el test ha dado positivo.

4A- Supongamos que tenemos una moneda de 2 euros trucada de manera que la probabilidad de que al lanzarla al aire salga cara es el triple de que salga cruz. Calcula razonadamente la probabilidad de que al lanzarla una vez al aire salga cruz.

Opción B

1B- Se considera el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y - (1 - a^2)z = 0 \\ 2x + 4y + 6z = 0 \\ 2x + 5y + z = 0 \end{cases}$$

Calcula razonadamente los valores del parámetro a para que el sistema tenga soluciones distintas de la solución trivial $(0, 0, 0)$.

2B- Un alumno asiste a una clase que dura 60 minutos. Se estima que la capacidad de atención de un alumno en cada instante de tiempo t viene dada por la función $f(t) = -2t^2 + 120t + 5$, con $t \in [0, 60]$.

- a) Calcula la capacidad de atención cuando lleva una hora de clase. (1 punto)
b) Halla el instante de tiempo t (en minutos) en el que la capacidad de atención es máxima. ¿Cuál es la capacidad de atención máxima? (2 puntos)

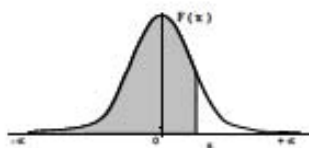
3B- Se sabe que el tiempo de resolución de los exámenes propuestos por un profesor universitario sigue una distribución normal de media 74 minutos.

- a) Si en el primer examen de este curso la desviación típica poblacional σ del tiempo de resolución fue 8 minutos, ¿cuál es la probabilidad de haber necesitado para resolver el examen más de los 90 minutos disponibles?
b) En el segundo examen la desviación típica poblacional σ del tiempo de resolución fue de 9 minutos. Si se presentaron 36 alumnos a este segundo examen, determina la probabilidad de que el tiempo medio de resolución de esos alumnos fuera inferior a 77 minutos.

4B- Se consideran dos sucesos independientes A y B . Si la probabilidad de que ocurra A es $\frac{1}{2}$ y la probabilidad de que ocurran ambos a la vez es $\frac{1}{3}$, calcula la probabilidad de que no ocurra A y no ocurra B .

Distribución Normal

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$



	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9014
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9318
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

SOLUCIONES OPCIÓN A

Problema A.1:

1A.- Un comerciante dispone de 350000 € para comprar dos modelos de lámparas. El modelo A tiene un coste de 150 € y produce, por cada unidad que se vende, un beneficio de 15 €. El modelo B tiene un coste de 100 € y produce, por cada unidad que se vende, un beneficio de 11 €. Por experiencia sabe que sólo puede almacenar 3000 lámparas como máximo y que puede vender como máximo 2000 lámparas del modelo A. Determina, utilizando técnicas de programación lineal, cuántas lámparas de cada modelo debe comprar para maximizar el beneficio conseguido en las ventas. Calcula ese beneficio máximo.

Solución:

Se trata de un problema de programación lineal con dos variables, los dos modelos de lámpara.

Si traducimos a ecuaciones las restricciones obtenemos este sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x \geq 0, & y \geq 0, & x \leq 2\,000 \\ & x + y \leq 3\,000 \\ 150x + 100y \leq 350\,000 \end{cases} \quad \text{simplificamos:} \quad \begin{cases} x \geq 0, & y \geq 0, & x \leq 2\,000 \\ & x + y \leq 3\,000 \\ 3x + 2y \leq 7\,000 \end{cases}$$

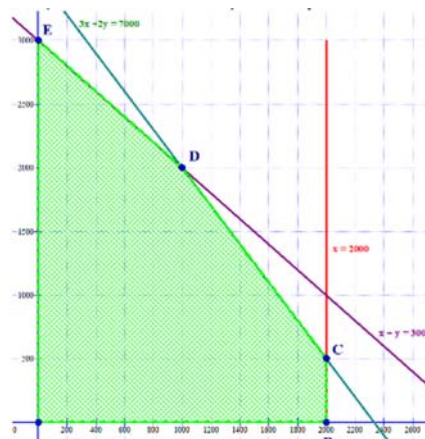
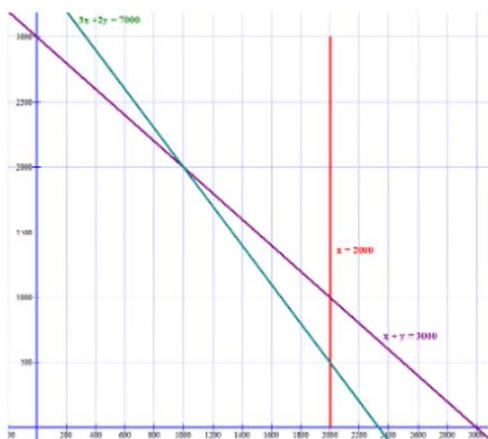
Por otro lado, la función objetivo es la siguiente: $15x + 11y = B(x, y)$

Para obtener los puntos de intersección resolvemos los siguientes sistemas de ecuaciones:

- A) $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow A(0, 0)$
- B) $\begin{cases} y = 0 \\ x = 2000 \end{cases} \rightarrow B(2000, 0)$
- C) $\begin{cases} 3x + 2y = 7000 \\ x = 2000 \end{cases} \rightarrow C(2000, 500)$
- D) $\begin{cases} x + y = 3000 \\ 3x + 2y = 7000 \end{cases} \rightarrow D(1000, 2000)$
- E) $\begin{cases} x + y = 3000 \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow E(0, 3000)$
- F) $\begin{cases} x + y = 3000 \\ x = 2000 \end{cases} \rightarrow F(2000, 1000)$ No pertenece a la región
- G) $\begin{cases} 3x + 2y = 7000 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow G(7000/3, 0)$, No pertenece a la región
- H) $\begin{cases} x + y = 3000 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow H(3000, 0)$, No pertenece a la región
- I) $\begin{cases} 3x + 2y = 7000 \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow I(0, 3500)$, No pertenece a la región

Los puntos de intersección son: $A(0, 0)$, $B(2000, 0)$, $C(2000, 500)$, $D(1000, 2000)$, $E(0, 3000)$, $F(2000, 1000)$, $G(7000/3, 0)$, $H(3000, 0)$, $I(0, 3500)$.

Pero no todos verifican todas las restricciones. Dibujamos la región:



Los vértices de la región son: $A(0, 0)$, $B(2000, 0)$, $C(2000, 500)$, $D(1000, 2000)$, $E(0, 3000)$

Calculemos para cada vértice el valor del beneficio: $B(x, y) = 15x + 11y$

$$B(0, 0) = 15 \cdot 0 + 11 \cdot 0 = 0$$

$$B(2000, 0) = 2000 \cdot 15 + 11 \cdot 0 = 30000$$

$$B(2000, 500) = 1000 \cdot 15 + 11 \cdot 2000 = 35500$$

$$B(1000, 2000) = 15 \cdot 1000 + 11 \cdot 2000 = 37000$$

$$B(0, 3000) = 2000 \cdot 12 + 11 \cdot 1000 = 33000.$$

Por tanto, para obtener el máximo ingreso deberá comprar **1000** lámparas del modelo A y **2000** lámparas del modelo B, siendo entonces el beneficio de **37 000 euros**.

Problema A.2:

2A- Representa gráficamente la función $y = -ax^3 - bx + c$, sabiendo que pasa por el origen de coordenadas y que tiene un mínimo relativo en el punto $(x, y) = (1, -1)$. Justifica brevemente la representación gráfica obtenida.

Solución:

Como pasa por el punto $(0, 0)$, $f(0) = 0$, luego, $0 = -a \cdot 0^3 - b \cdot 0 + c = c$.

Pasa también por el punto $(1, -1)$, luego $-1 = -a \cdot 1^3 - b \cdot 1 = -a \cdot 1^3 - b \cdot 1$, por lo que $1 = a + b$.

Además, en dicho punto hay un extremo relativo, luego su derivada vale 0. $f'(x) = -3ax^2 - b$, por tanto $f'(1) = 0 = -3a - b$, resolvemos el sistema: .

$$a = -0.5, b = 1.5, c = 0.$$

La función pedida es: $y = 0.5x^3 - 1.5x = x(0.5x^2 - 1.5)$

$$a = -0.5, b = 1.5, c = 0. y = 0.5x^3 - 1.5x$$

Estudiamos la función:

Es una función polinómica continua en toda la recta real. No tiene asíntotas verticales.

Corta al eje de abscisas en $x = 0$ y en $x^2 = 1.5/0.5 = 3$, luego $x = \pm\sqrt{3} \cong \pm 1.73$

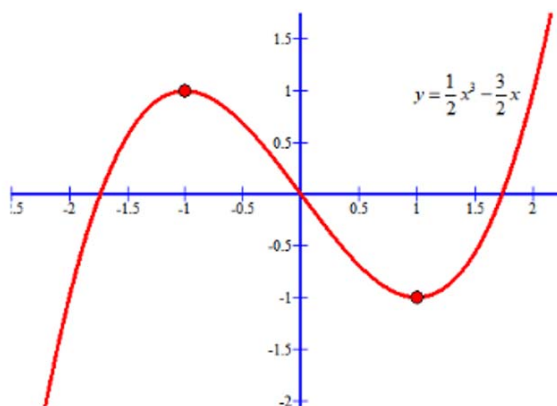
Corta al eje de ordenadas en $(0, 0)$

Comportamiento en el infinito: Cuando x tiende a $-\infty$, la función tiende a $-\infty$. Cuando x tiende a $+\infty$, la función tiende a $+\infty$.

Calculamos los extremos relativos:

$$y' = 1.5x^2 - 1.5 = 0 = (x^2 - 1)$$

Se anula en $x = 1$, y en $x = -1$. $f'(0) = -1.5 < 0$, por lo que en ese punto es decreciente. Es creciente para $x < -1$, decreciente en el intervalo $(-1, 1)$ y creciente para $x > 1$. $f(-1) = -(0.5 - 1.5) = 1$. Tiene un máximo en $(-1, 1)$ y un mínimo en $(1, -1)$.



Problema A.3:

3A- Una multinacional farmacéutica elabora un test para la detección precoz de la enfermedad producida por el virus del Ébola. El test da positivo en el 86% de las personas que son portadoras del virus y da negativo en el 92% de las personas que no son portadoras del virus. Además, en una cierta zona geográfica el 2% de la población es portadora del virus. Se elige al azar una persona de esa zona geográfica y se la somete al test. Calcula razonadamente la probabilidad de que sea portadora del virus sabiendo que el test ha dado positivo.

Solución:

Nombramos los sucesos: P = El test da positivo; V = Persona portadora del virus.

Los datos que nos dan son:

$$P(P/V) = 0.86; P(\bar{P}/\bar{V}) = 0.92; \quad P(V) = 0.02.$$

$$\text{Calculamos } P(\bar{V}) = 1 - 0.02 = 0.98 \text{ y } P(P/\bar{V}) = 1 - 0.92 = 0.08.$$

Nos piden $P(V/P)$

Usamos el teorema de la probabilidad total:

Enunciado del teorema de la probabilidad total

$$P(P) = P(P/V) \cdot P(V) + P(P/\bar{V}) \cdot P(\bar{V})$$

$$P(P) = P(V) \cdot P(P/V) + P(\bar{V}) \cdot P(P/\bar{V}) = 0.02 \cdot 0.86 + 0.98 \cdot 0.08 = 0.0956.$$

Mediante el teorema de Bayes calculamos $P(V/P)$

Enunciado del teorema de Bayes

$$P(V/P) = \frac{P(P/V) \cdot P(V)}{P(P)}$$

$$P(V/P) = \frac{P(P/V) \cdot P(V)}{P(P)} = \frac{0.86 \cdot 0.02}{0.0956} = 0.17991632$$

La probabilidad de que una persona elegida al azar en esa zona geográfica, sea portadora del virus, sabiendo que ha dado positivo es: $P(V/P) = 0.1799163 \cong \mathbf{0.18}$.

Problema A.4:

4.A- Supongamos que tenemos una moneda de 2 euros trucada de manera que la probabilidad de que al lanzarla al aire salga cara es el triple de que salga cruz. Calcula razonadamente la probabilidad de que al lanzarla una vez al aire salga cruz.

Solución:

Nombramos al suceso: P = Probabilidad de cruz.

Los datos que nos dan son:

$$P(C) + P(P) = 1; P(C) = 3 P(P)$$

$$\text{Luego } P(P) = 1/4.$$

La probabilidad de que salga cruz es $1/4$.

SOLUCIONES OPCIÓN B

Problema B.1:

1B- Se considera el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y - (1 - a^2)z = 0 \\ 2x + 4y + 6z = 0 \\ 2x + 5y + z = 0 \end{cases}$$

Calcula razonadamente los valores del parámetro a para que el sistema tenga soluciones distintas de la solución trivial $(0, 0, 0)$.

Solución:

En un sistema homogéneo. Para que tenga soluciones distintas de la trivial el rango de la matriz de los coeficientes debe ser 2, o lo que es lo mismo, el determinante de la matriz de los coeficientes debe ser cero.

Consideramos la matriz: $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -(1 - a^2) \\ 2 & 4 & 6 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

Calculamos el determinante de C , y hallamos los valores de a para los que el determinante vale 0:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -(1 - a^2) \\ 2 & 4 & 6 \\ 2 & 5 & 1 \end{vmatrix} = 4 - 10(1 - a^2) + 12 - (8(-(1 - a^2) + 2 + 30)) = 4 - 10 + 10a^2 + 12 + 8 - 8a^2 - 2 - 30 = 2a^2 - 18 = 0 \rightarrow a^2 = 9 \rightarrow a = \pm 3.$$

Como tiene menores de orden 2 de determinante distinto de cero, sabemos que si a es distinto de 3 y de -3 el sistema homogéneo sólo tiene la solución trivial, y que si $a = \pm 3$, entonces sólo tiene la solución trivial.

El sistema tiene soluciones distintas de la trivial si $a = 3$ o si $a = -3$.

Problema B.2:

2B- Un alumno asiste a una clase que dura 60 minutos. Se estima que la capacidad de atención de un alumno en cada instante de tiempo t viene dada por la función $f(t) = -2t^2 + 120t + 5$, con $t \in [0, 60]$.

- a) Calcula la capacidad de atención cuando lleva una hora de clase. (1 punto)
 b) Halla el instante de tiempo t (en minutos) en el que la capacidad de atención es máxima. ¿Cuál es la capacidad de atención máxima? (2 puntos)

Solución:

La función capacidad de atención es:

$$f(t) = -2t^2 + 120t + 5, t \in [0, 60].$$

- a) Cuando lleva una hora de clase, $t = 60$:

$$f(60) = -2(60)^2 + 120(60) + 5 = 5 \text{ minutos.}$$

Al cabo de una hora de clase tiene una capacidad de atención de **5** minutos.

- b) Para calcular la capacidad de atención máxima calculamos la derivada e igualamos a cero:

$$f'(t) = -4t + 120 = 0; t = 120/4 = 30.$$

Comprobamos con la derivada segunda si se trata de un máximo, un mínimo...

$$f''(t) = -4 < 0$$

por lo que, en efecto, es un máximo:

$$f(30) = -2(30)^2 + 120(30) + 5 = 1\,805 \text{ minutos} = 30 \text{ horas y } 5 \text{ minutos.}$$

La capacidad de atención a los 0 minutos y a los 60 minutos es de 5 minutos. La función es una parábola que crece y tiene su vértice en 30 minutos. Luego el punto (30, 1 805) es un máximo absoluto.

La capacidad de atención es máxima a los **30** minutos, siendo entonces de **1 805** minutos.

Problema B.3:

3B- Se sabe que el tiempo de resolución de los exámenes propuestos por un profesor universitario sigue una distribución normal de media 74 minutos.

a) Si en el primer examen de este curso la desviación típica poblacional σ del tiempo de resolución fue 8 minutos, ¿cuál es la probabilidad de haber necesitado para resolver el examen más de los 90 minutos disponibles?

b) En el segundo examen la desviación típica poblacional σ del tiempo de resolución fue de 9 minutos. Si se presentaron 36 alumnos a este segundo examen, determina la probabilidad de que el tiempo medio de resolución de esos alumnos fuera inferior a 77 minutos.

Solución:

Considerando X = tiempo de resolución de exámenes

Los datos del enunciado son: La distribución es normal, de media $\mu = 74$.

$$a) \sigma = 8; X = N(74, 8).$$

Queremos calcular $P(X > 90)$, tipificamos y buscamos en la tabla:

$$P(X > 90) = P\left(Z > \frac{90 - 74}{8}\right) = P(Z > 2) = 1 - P(Z < 2) = 1 - 0.9772 = 0.0228.$$

La probabilidad de haber necesitado más de 90 minutos es de **0.0228**.

$$b) \sigma = 9; n = 36.$$

La distribución de la media poblacional es una normal: $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = N(74, \frac{9}{\sqrt{36}})$

Por tanto:

$$P(\bar{X} < 77) = P\left(Z < \frac{77 - 74}{\frac{9}{\sqrt{36}}} = \frac{(3) \cdot 6}{9}\right) = P(Z < 2) = 0.9772.$$

La probabilidad de que el tiempo medio sea inferior a 77 minutos es de **0.9772**.

Problema B.4:

4B- Se consideran dos sucesos independientes A y B . Si la probabilidad de que ocurra A es $\frac{1}{2}$ y la probabilidad de que ocurran ambos a la vez es $\frac{1}{3}$, calcula la probabilidad de que no ocurra A y no ocurra B .

Solución:

Los datos que nos dan son:

- 1) Los sucesos A y B son independientes.
- 2) $P(A) = 1/2$.
- 3) $P(A \cap B) = 1/3$.

Nos piden $P(\bar{A} \cap \bar{B})$.

Sabemos que:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))$$

Calculamos los datos que nos faltan:

Sabemos que los sucesos son independientes, luego:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot P(B) \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \cdot P(B) \rightarrow P(B) = \frac{2}{3}.$$

Sustituimos:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

La probabilidad de que no ocurra A y no ocurra B es $\frac{1}{6}$.