Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II
Selectividad 2020
Comunidad autónoma de CANTABRIA

Textos Marea Verde

www.apuntesmareaverde.org.es

Autora: Milagros Latasa Asso

ESCUELA PÚBLICA: DE TOD@S PARA TOD@S

UC UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOMCE – JULIO 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INDICACIONES

1. El estudiante realizará solo **tres ejercicios elegidos entre los seis de que consta el examen.**
2. Una vez elegido un ejercicio ha de hacerlo completo (todos sus apartados).
3. No se admitirá ningún resultado si no está debidamente razonado.
4. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada ejercicio y de cada apartado.
5. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.
6. Si se realizan más de tres ejercicios solo se corregirán los tres primeros, según el orden que aparecen resueltos en el cuadernillo de examen.
7. **La calificación del examen será el resultado de la puntuación obtenida entre 0,75.**

BLOQUE 1

Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS]

Una empresa del sector alimentario lanza al mercado dos nuevas bebidas, A y B, compuestas de zumos de frutas combinados. La composición de cada litro de bebida es la siguiente:

	Zumo de piña	Zumo de mango	Zumo de papaya
A	0,5 litros	0,5 litros	
B	0,4 litros		0,6 litros

El precio de venta fijado es de 1,5 euros por litro de A y de 1,75 euros por litro de B.

Semanalmente se cuenta con 20 000 litros de zumo de piña, con 15 000 de zumo de mango y con 15 000 de zumo de papaya.

Determinar los litros que deben producirse semanalmente de cada bebida para obtener unos ingresos semanales máximos. ¿A cuánto ascienden dichos ingresos?

Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]

Una tienda de electrodomésticos ha vendido 750 televisores de tres modelos diferentes, A, B y C. Los ingresos totales obtenidos han sido de 230 400 euros. El precio de venta del modelo A era de 320 euros; el del modelo B, un 20 % más barato que A; y el del C, un 10 % más caro que A. Además, de A y C se han vendido, en total, el doble de unidades que de B.

A. [0,9 PUNTO] Plantear el sistema de ecuaciones que permite calcular cuántas unidades se han vendido de cada modelo de televisor.

B. [0,8 PUNTO] Analizar la compatibilidad de dicho sistema.

C. [0,8 PUNTOS] Resolverlo.

BLOQUE 2

Ejercicio 3 [2,5 PUNTOS]

A. [2,5 PUNTOS] Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2+x-2}{x-2}$ obtener sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.

Ejercicio 4 [2,5 PUNTOS]

A. [1,25 PUNTOS] Dada la función $f(x)=\dfrac{2x+4}{x^2+5x+6}$

1. [0,25 PUNTOS] ¿En qué puntos es discontinua?
2. [0,5 PUNTOS] ¿Se puede definir de nuevo la función para evitar alguna discontinuidad?
3. [0,5 PUNTOS] Calcular los dos límites laterales en x = –3. Interpretar gráficamente lo que ocurre en torno a dicho valor.

B. [1,25 PUNTOS] Dada la función $f(x)=\begin{cases} ax^2+2x-1 & si \quad x\le -1 \\ x^2-5 & si \quad -1<x\le 3 \\ \dfrac{b+x}{3x-2} & si \quad x>3 \end{cases}$

determinar los valores de a y b para los que la función es continua en x = –1 y en x = 3.

BLOQUE 3

Ejercicio 5 [2,5 PUNTOS]

A. [1,25 PUNTOS] El precio de alquiler de viviendas en un determinado barrio de una gran ciudad sigue una distribución normal con desviación típica 265 euros. Queremos que el error cometido al estimar el precio medio de alquiler con un nivel de confianza del 97 % sea 20,7 euros. ¿Cuántas viviendas hemos de tomar aleatoriamente para calcular la estimación?

B. [1,25 PUNTOS] En el caso de una población de tamaño pequeño, el precio de alquiler sigue una distribución normal con desviación típica 134 euros. Una muestra aleatoria de 357 viviendas da como resultado un alquiler medio de 448 euros. Obtener el intervalo de confianza del 93 % para el precio medio de alquiler.

Ejercicio 6 [2,5 PUNTOS]

Una empresa juguetera lanza al mercado un nuevo modelo de balón de playa, que fabrica en tres plantas, A, B y C, de las que salen respectivamente el 45 %, 21 % y el 34 % de la producción total. Se ha detectado un fallo en la máquina utilizada en cada planta para aplicar los colores. De hecho, sale defectuoso el 1 % de los balones procedentes de la planta A, el 3 % de los provenientes de la B, y el 2 % de los de la C.
Seleccionamos un balón al azar de entre todos los que han salido de las tres plantas:

A. [1,25 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que no sea defectuoso y haya pasado por la máquina de la planta A?

B. [1,25 PUNTOS] Si no es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya salido de la máquina de la planta B?

BLOQUE 1

Ejercicio 1:

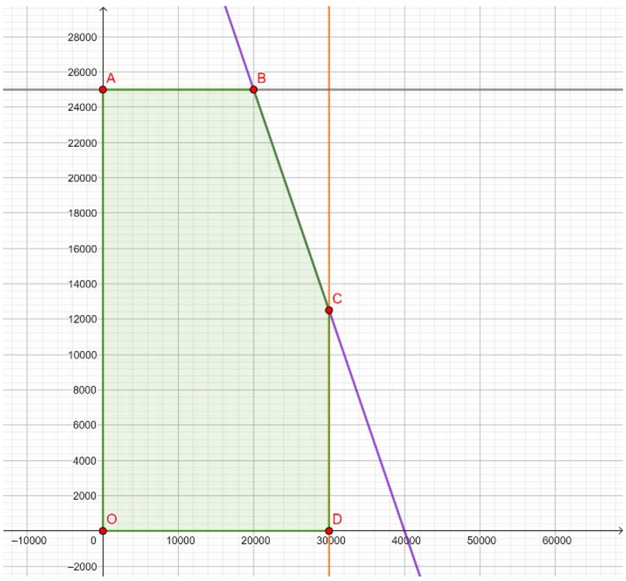
Una empresa del sector alimentario lanza al mercado dos nuevas bebidas, A y B, compuestas de zumos de frutas combinados. La composición de cada litro de bebida es la siguiente:

	Zumo de piña	Zumo de mango	Zumo de papaya
A	0.5 litros	0.5 litros	
B	0.4 litros		0.6 litros

El precio de venta fijado es de 1.5 euros por litro de A y de 1.75 euros por litro de B. Semanalmente se cuenta con 20 000 litros de zumo de piña, con 15 000 litros de zumo de mango y con 15 000 litros de zumo de papaya. Determinar los litros que deben producirse semanalmente de cada bebida para obtener unos ingresos semanales máximos. ¿A cuánto ascienden dichos ingresos?

Solución

Se trata de un problema de programación lineal. Sean: $x =$ nº litros de A $y =$ nº litros de B



Nuestro objetivo es maximizar

$$F(x, y) = z = 1.5x + 1.75y$$

Sometida a las restricciones

$$\begin{cases} I_1: \ 0.5x + 0.4y \le 20000 \\ I_2: 0.5x \le 15000 \\ I_3: \quad 0.6y \le 15000 \\ I_4: x \ge 0 \\ I_5: \quad y \ge 0 \end{cases}$$

La región factible es la solución de este sistema de inecuaciones.

Las dos últimas inecuaciones restringen esta solución al primer cuadrante.

El semiplano solución de la inecuación I_1 lo define la recta $r_1: 0.5x + 0.4y = 20000$ que pasa por los puntos (40000, 0) y (20000, 25000). El punto O (0, 0) cumple la inecuación I_1 $(0.5.0 + 0.4.0 \le 20000) \Rightarrow$ el semiplano solución de I_1 contiene a O.

El semiplano solución de la inecuación I_2 está definido por la recta $r_2: 0.5x = 15000 \approx x = 30000$ que es la paralela a OY que pasa por (30000,0). El punto O (0, 0) cumple la inecuación I_2 $(0 \le 15000) \Rightarrow$ el semiplano solución de I_2 contiene a O.

El semiplano solución de la inecuación I_3 está definido por la recta $r_3: 0.6y = 15000 \approx y = 25000$ que es la paralela a OX que pasa por (0, 25000). El punto O = (0, 0) cumple la inecuación I_3 $(0 \le 15000) \Rightarrow$ el semiplano solución de I_3 contiene a M.

La región factible es el polígono $OABCD$, intersección de estos cinco semiplanos y la solución óptima se encuentra en uno de sus vértices.

Determinamos sus coordenadas

$$A \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = 25000 \end{cases} \Rightarrow \quad A = (0, 25000)$$

$$B \equiv \begin{cases} y = 25000 \\ 0.5x + 0.4y = 20000 \end{cases} \sim \begin{cases} y = 25000 \\ x = \dfrac{20000 - 0.4 \,.\, 25000}{0.5} \end{cases} \sim \begin{cases} y = 25000 \\ x = 20000 \end{cases} \Rightarrow B = (20000, 25000)$$

$$C \equiv \begin{cases} x = 30000 \\ 0.5x + 0.4y = 20000 \end{cases} \sim \begin{cases} x = 30000 \\ y = \frac{20000 - 0.5 \,.30000}{0.4} = 12500 \end{cases} \Rightarrow \ C = (30000, 12500)$$

$$D \equiv \begin{cases} x = 30000 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow D = (30000, 0)$$

$$O \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow O = (0, 0)$$

Según el teorema fundamental de la programación lineal, la solución óptima se encuentra en uno de los vértices de la región factible. Evaluamos la función objetivo en cada uno de ellos:

$$z(O) \ = F(0,0) = 1.5 \ . \ 0 + 1.75 \ . \ 0 = 0$$

$$z(A) = F(0, 25000) = 1.5 \ . \ 0 + 1.75 \ . \ 25000 = 43750$$

$$z(B) = F(20000, 25000) = 1.5 \ . \ 20000 + 1.75 \ . \ 25000 = 73750$$

$$z(C) = F(30000, 12500) = 1.5 \ . \ 30000 + 1.75 \ . \ 12500 = 66875$$

$$z(D) = F(30000, 0) = 1.5 \ . \ 30000 + 1.75 \ . \ 0 = 45000$$

La solución se alcanza en el vértice B

El máximo beneficio es de **73 750 euros**, que se obtiene haciendo semanalmente **20 000 litros** de la bebida A y **25 000 litros** de la B.

Ejercicio 2:

Una tienda de electrodomésticos ha vendido 750 televisores de tres modelos, A, B y C. Los ingresos totales obtenidos han sido de 230 400 euros. El precio de venta del modelo A era de 320 euros; el del modelo B, un 20 % más barato que A; y el C, un 10 % más caro que A. Además, de A y C se han vendido, en total, el doble de unidades que de B.

a) Plantear el sistema de ecuaciones que permite calcular cuántas unidades se han vendido de cada modelo de televisor.

b) Analizar la compatibilidad de dicho sistema.

c) Resolverlo.

Solución

a) Sean x, y, z el número de televisores que se venden de los modelos A, B y C, respectivamente.

El sistema de ecuaciones lineales que se deduce del enunciado es el siguiente:

$$\left.\begin{aligned} x+y+z&=750\\ 320x+256y+352z&=230400\\ x+z&=2y \end{aligned}\right\}$$

b) Escribamos la matriz de coeficientes y ampliada del sistema:

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\320&256&352\\1&0&1\end{pmatrix} \qquad \bar{A}=\begin{pmatrix}1&1&1&750\\320&256&352&230400\\1&-2&1&0\end{pmatrix}$$

$$rg\begin{pmatrix}1&1&1&750\\320&256&352&230400\\1&-2&1&0\end{pmatrix} \underbrace{=}_{Intercambiamos\ F2\ y\ F3} rg\begin{pmatrix}1&1&1&750\\1&-2&1&0\\320&256&352&230400\end{pmatrix} \underbrace{=}_{\substack{F2'=F2-F1\\F3'=F3-320F1}}$$

$$=rg\begin{pmatrix}1&1&1&750\\0&-3&0&-750\\0&-64&32&-9600\end{pmatrix}$$

Estos tres vectores fila son linealmente independientes, luego la matriz ampliada tiene rango 3.

Las mismas transformaciones realizadas en A nos llevan a que

$rg\ A=rg\begin{pmatrix}1&1&1\\0&-3&0\\0&-64&32\end{pmatrix}$ que tiene también tres vectores fila linealmente independientes.

El rango de la matriz de los coeficientes es 3, igual al rango de la matriz ampliada e igual al número de incógnitas, luego por el Teorema de Rouché – Frobenius,

El sistema es compatible y determinado

c) La matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 750 \\ 0 & -3 & 0 & -750 \\ 0 & -64 & 32 & -9600 \end{pmatrix}$ obtenida en el apartado anterior al estudiar rangos, nos ofrece los coeficientes de un sistema triangular equivalente al planteado en el apartado a):

$$S' \equiv \begin{cases} x + y + z = 750 \\ -3y = -750 \\ -64y + 32z = -9600 \end{cases} \approx \begin{cases} x + z + y = 750 \\ 32z - 64y = -9600 \\ -3y = -9600 \end{cases}$$

$$y = \frac{-750}{-3} = 250 \qquad z = \frac{-9600+64\,.250}{32} = 200 \qquad x = 750 - 250 - 200 = 300$$

$$Se\ han\ vendido\ \mathbf{300}\ televisores\ del\ modelo\ A, \mathbf{250}\ del\ B\ y\ \mathbf{200}\ del\ C$$

BLOQUE 2

Ejercicio 3:

Dada la función $f(x) = \frac{x^2+x-2}{x-2}$ obtener sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.

Solución

La función es continua y derivable en $Dom\ f\ = \mathbb{R} - \{2\}$

$$f(x) = \frac{x^2+x-2}{x-2} \Rightarrow f'(x) = \frac{(2x+1)(x-2)-(x^2+x-2)}{(x-2)^2} = \frac{x^2-4x}{(x-2)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Longrightarrow x = 0\ \ o\ x = 4$$

$(-\infty, 0)$	0	(0,2)	2	(2,4)	4	$(4, \infty)$	
+	0	-	∄	-	0	+	Signo f'
Crece	Máximo relativo	Decrece	∄	Decrece	Mínimo relativo	Crece	Monotonía f

$$Crecimiento: x \in (-\infty, 0) \cup (4, +\infty);\ Decrecimiento: x \in (0, 2) \cup (2, 4)$$

Si $x = 0 \Longrightarrow f(0) = \frac{-2}{-2} = 1$ Si $x = 4 \Longrightarrow f(4) = \frac{16+4-2}{4-2} = 9$

$$Máximo\ relativo: (\mathbf{0}, \mathbf{1});\ Mínimo\ relativo: (\mathbf{4}, \mathbf{9})$$

Ejercicio 4:

$a)$ Dada la función $f(x)=\frac{2x+4}{x^2+5x+6}$:

$a_1)$ ¿En qué puntos es discontinua?

$a_2)$ ¿Se puede definir de nuevo la función para evitar alguna discontinuidad?

$a_3)$ Calcular los dos límites laterales en $x=-3$. Interpretar gráficamente lo que ocurre en torno a dicho valor.

$b)$ Dada la función $f(x)=\begin{cases} ax^2+2x-1 & si\ \ x\le -1 \\ x^2-5 & si\ \ -1<x\le 3 \\ \frac{b+x}{3x-2} & si\ \ x>3 \end{cases}$ determinar los valores de a y b para los que la función es continua en $x=-1$ y en $x=3$.

Solución

$a_1)$ La función es discontinua para $x=-3\ y\ x=-2$

$\lim\limits_{x\to -3^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -3^-}\frac{2x+4}{x^2+5x+6}=\frac{-2}{0}=-\infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to -3^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -3^+}\frac{2x+4}{x^2+5x+6}=\frac{-2}{0}=\infty$

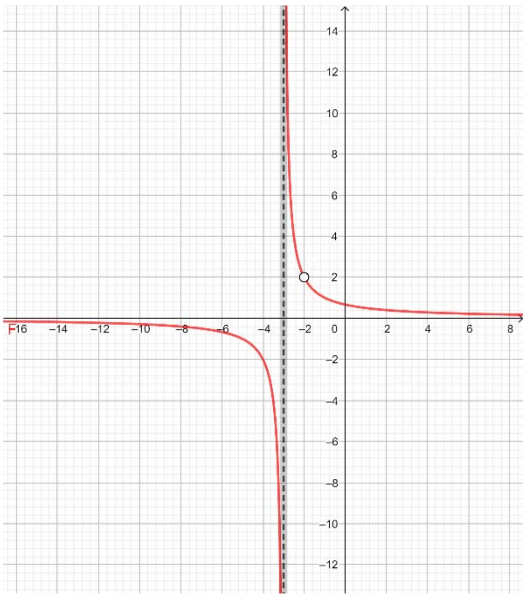
$x=-3$ es una discontinuidad inevitable de salto infinito

$$\lim_{x\to -2^-} f(x)=\lim_{x\to -2^-}\frac{2x+4}{x^2+5x+6}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to -2^-}\frac{2(x+2)}{(x+3)(x+2)}=\lim_{x\to -2^-}\frac{2}{(x+3)}=2$$

$$\lim_{x\to -2^+} f(x)=\lim_{x\to -2^+}\frac{2x+4}{x^2+5x+6}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to -2^+}\frac{2(x+2)}{(x+3)(x+2)}=\lim_{x\to -2^+}\frac{2}{(x+3)}=2$$

$$\lim_{x\to -2^-} f(x)=\lim_{x\to -2^+} f(x) \text{ sin embargo } \nexists f(-2)\Longrightarrow$$

$x=-2$ es una discontinuidad evitable



$a_2)$ Según hemos visto en el apartado anterior, los límites laterales en -2 son iguales, si definimos $f(-2)$ igual a estos límites:

$$f(x)=\begin{cases} \frac{2x+4}{x^2+5x+6} & si\ x\neq -3\ \ x\neq -2 \\ 2 \quad si & x=-2 \end{cases}$$

$\Longrightarrow f$ sería continua en $\mathbb{R}-\{-3\}$

$a_3)$ Hemos visto que $x=-3$ es una discontinuidad de salto infinito de f

En $x=-3$ hay una asíntota vertical, tendiendo a$-\infty$, cuando $x=-3^-$; y $a+\infty$ para $x=-3^+$

b) $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2x - 1 \ \ si \ \ x \leq -1 \\ x^2 - 5 \ \ si \ \ -1 < x \leq 3 \\ \frac{b+x}{3x-2} \ \ si \ \ x > 3 \end{cases}$

Para que f sea continua en $x = -1$, debe cumplir: $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = f(-1)$

$$\left.\begin{array}{r} f(-1) = \lim\limits_{x \to -1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to -1^-} (ax^2 + 2x - 1) = a - 3 \\ \lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to -1^-} (x^2 - 5) = -4 \end{array}\right\} \underbrace{\Longrightarrow}_{f\ continua\ en -1} a - 3 = -4 \Longrightarrow a = -1$$

Para que f sea continua en $x = 3$, debe cumplir: $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = f(3)$

$$\left.\begin{array}{r} f(3) = \lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 3^-} (x^2 - 5) = 4 \\ \lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 3^-} \dfrac{b+x}{3x-2} = \dfrac{b+3}{7} \end{array}\right\} \underbrace{\Longrightarrow}_{f\ continua\ en 3} 4 = \frac{b+3}{7} \Longrightarrow 28 = b + 3 \Longrightarrow b = 25$$

$$\boldsymbol{a = -1;\ b = 25}$$

BLOQUE 3

Ejercicio 5:

$a)$ El precio de alquiler de viviendas en un determinado barrio de una gran ciudad sigue una distribución normal con desviación típica 265 euros. Queremos que el error cometido al estimar el precio medio de alquiler con un nivel de confianza del 97 % sea 20.7 euros. ¿Cuántas viviendas hemos de tomar aleatoriamente para calcula la estimación?

$b)$ En el caso de una población de tamaño pequeño, el precio de alquiler sigue una distribución normal con desviación típica 134 euros. Una muestra aleatoria de 357 viviendas da como resultado un alquiler medio de 448 euros. Obtener el intervalo de confianza del 93 % para el precio medio del alquiler.

Solución

a) Calculemos el valor crítico para un nivel de confianza del 97 %:

$$1-\alpha=0.97 \Rightarrow \alpha=0.03 \Rightarrow 1-\frac{\alpha}{2}=0.985$$

El valor más cercano en la tabla es 0.9850 correspondiente a $z\alpha/_2=2.17$

El error debe ser $E=20.7$

$$E=z\alpha/_2 \ \frac{\sigma}{\sqrt{n}}=20.7 \Rightarrow 2.17 \cdot \frac{265}{\sqrt{n}}=20.7 \Rightarrow 575.05=20.7\sqrt{n},\ \ n\in\mathbb{N} \Rightarrow \frac{575.05}{20.7}=\sqrt{n} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \sqrt{n}=27.78 \Rightarrow n=27.78^2 \Rightarrow n=771.73$$

$$El\ tamaño\ mínimo\ de\ la\ muestra\ tiene\ que\ ser\ de\ \mathbf{772}\ viviendas$$

b) Calculemos el valor crítico para un nivel de confianza del 93 %:

$$1-\alpha=0.93 \Rightarrow \alpha=0.07 \Rightarrow 1-\frac{\alpha}{2}=0.965$$

Los valores más cercanos en la tabla son 0.9641 y 0.9656, más cerca el segundo: $z\alpha/_2 = 1.81$

$$\left(\bar{x}-z\alpha/_2\ \frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x}+z\alpha/_2\ \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=\left(448-1.81\frac{134}{\sqrt{357}},\ \ 448+1.81\frac{134}{\sqrt{357}}\right)=(435.1634, 460.8366)$$

El intervalo de confianza del 93 % para el precio medio del alquiler es de $(\mathbf{435.1634, 460.8366})$

Autora: Milagros Latasa Asso

Ejercicio 6:

Una empresa juguetera lanza al mercado un nuevo modelo de balón de playa, que fabrica en tres plantas, A, B y C, de las que salen respectivamente el 45 %, 21 % y 34 % de la producción total. Se ha detectado un fallo en la máquina utilizada en cada planta para aplicar los colores. De hecho, sale defectuoso el 1 % de los balones procedentes de la planta A, el 3 % de los procedentes de la planta B, y el 2 % de los de la C.

Seleccionamos un balón al azar de entre todos los que han salido de las tres plantas:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que no sea defectuoso y haya pasado por la máquina de la planta A?

b) Si no es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya salido de la máquina de la planta B?

Solución

Nombremos los sucesos:

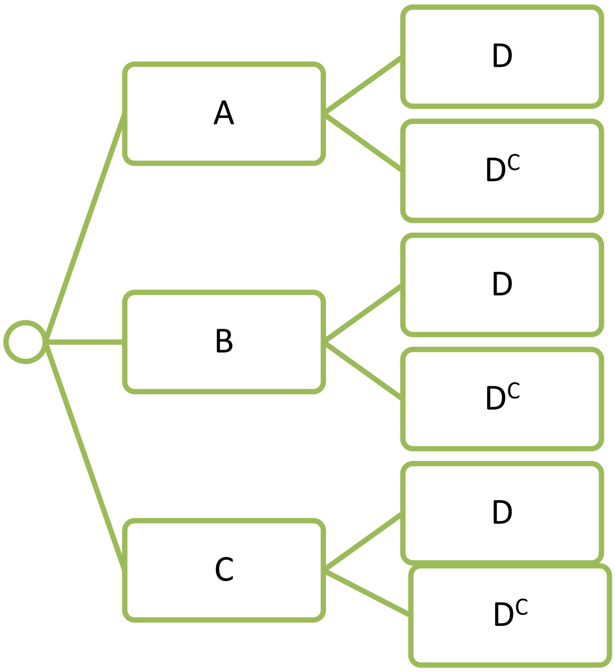
A = *"el balón ha pasado por la máquina de la planta A "*

B = *"el balón ha pasado por la máquina de la planta B"*

C =*" el balón ha pasado por la máquina de la planta C "*

D = *"el balón es defectuoso"*

Utilizamos un diagrama en árbol para describir el espacio muestral



a) P*(que no sea defectuoso y haya pasado por la máquina de la planta A)* $= P(A \cap D^c)$

$$P(A \cap D^c) = P(A) \cdot P(D^c/A) = 0.45 \cdot 0.99 = 0.4455$$

La probabilidad de que no sea defectuoso y haya pasado por la máquina de la planta A es de $\mathbf{0.4455}$

b) P*(si no es defectuoso, haya pasado por B)* $= P(B/D^c)$

$$P(B/D^c) = \frac{P(B\cap D^c)}{P(D^c)} = \frac{P(B)\ .\ P(D^c/B)}{P(B)\ .\ P(D^c/B)+P(B)\ .\ P(D^c/B)+P(B)\ .\ P(D^c/B)} = \frac{0.21\ .0.97}{0.45\ .0.99+0.21\ .0.97+0.34\ .0.98} = 0.2073$$

Si no es defectuoso, la probabilidad de que haya salido de la máquina de la planta B es de $\mathbf{0.2073}$.

UC UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOMCE – SEPTIEMBRE 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INDICACIONES

1. El estudiante realizará solo **tres ejercicios elegidos entre los seis de que consta el examen.**
2. Una vez elegido un ejercicio ha de hacerlo completo (todos sus apartados).
3. No se admitirá ningún resultado si no está debidamente razonado.
4. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada ejercicio y de cada apartado.
5. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.
6. Si se realizan más de tres ejercicios solo se corregirán los tres primeros, según el orden que aparecen resueltos en el cuadernillo de examen.
7. **La calificación del examen será el resultado de la puntuación obtenida entre 0,75.**

BLOQUE 1

Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS]

A. Una oficina necesita adquirir material de papelería. Cuenta con un presupuesto de 600 euros y necesita archivadores, cuadernos y carpetas. Los precios de cada artículo por unidad son de 6, 3 y 2 euros respectivamente. El número de cuadernos va a ser la cuarta parte que el de carpetas y el número total de archivadores y de carpetas será de 165.

1. [0,9 PUNTOS] Plantear el sistema de ecuaciones que permite calcular las unidades que deben comprarse de cada artículo si se pretende agotar el presupuesto disponible.
2. [0,8 PUNTOS] Analizar la compatibilidad de dicho sistema.
3. [0,8 PUNTOS] Resolverlo.

Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]

Un inversor quiere comprar acciones de dos clases, A y B. La suma total de acciones adquiridas será como máximo de 1200. Cada acción del tipo A le reportará un beneficio de 0,2 euros y cada acción del B, uno de 0,08 euros. Tiene claro que no comprará más de 500 acciones del tipo A. Pero sí está dispuesto a adquirir como mínimo 350 del B. Además, no quiere que el número de acciones B adquiridas sea mayor del triple de acciones A. ¿Cuántas acciones debe comprar de cada tipo para obtener los máximos beneficios? ¿A cuánto ascienden dichos beneficios?

BLOQUE 2

Ejercicio 3 [2,5 PUNTOS]

A. [1,25 PUNTOS] Dada la función $f(x)=\dfrac{x+5}{2x^2+4x-30}$

1. [0,25 PUNTOS] ¿En qué puntos es discontinua?
2. [0,5 PUNTOS] ¿Se puede definir de nuevo la función para evitar alguna discontinuidad?
3. [0,5 PUNTOS] Calcular los dos límites laterales en x = 3. Interpretar gráficamente lo que ocurre en torno a dicho valor.

B. [1,25 PUNTOS] Dada la función

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+2a}{x-5} & si \quad x\le 2\\ x^2-5 & si \quad 2<x\le 4\\ x^2+2x-b & si \quad x>4\end{cases}$$

determinar los valores de a y b para los que la función es continua en x = 2 y en x = 4.

Ejercicio 4 [2,5 PUNTOS]

Dadas las funciones $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ y $g(x) = x^2 - x$

A. [0,25 PUNTOS] Obtener sus puntos de corte con los ejes OX y OY.

B. [1 PUNTO] Determinar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.

C. [0,25 PUNTOS] Dibujar las gráficas de ambas funciones indicando la región delimitada por ambas.

D. [1 PUNTO] Calcular el área de la región anterior.

BLOQUE 3

Ejercicio 5 [2,5 PUNTOS]

En una población de 3510 habitantes, se conoce el número, por franjas de edades, de los que colaboran con alguna ONG. Los datos completos aparecen en la siguiente tabla:

	18-35 años	36-55 años	Mayores de 55 años	Total
Colabora con alguna ONG	537	759	463	1759
No colabora con ninguna ONG	115	1034	602	1751
Total	652	1793	1065	3510

Elegido un habitante al azar,

A. [1,25 PUNTOS] Calcular la probabilidad de que su edad esté comprendida entre los 18 y 35 años.

B. [1,25 PUNTOS] Si sabemos que no colabora con ninguna ONG, ¿cuál es la probabilidad de que su edad esté comprendida entre los 36 y 55 años?

Ejercicio 6 [2,5 PUNTOS]

El número de horas semanales que los habitantes de determinada población dedican a la lectura de libros, sigue una distribución normal con desviación típica 2 horas. Una muestra aleatoria de 375 personas da como resultado un tiempo medio de 4 horas.

A. [1,25 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 94 % para el tiempo medio.

B. [1,25 PUNTOS] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 90 % sea un cuarto del obtenido en el apartado anterior?

BLOQUE 1

Ejercicio 1:

Una oficina necesita adquirir material de papelería. Cuenta con un presupuesto de 600 euros y necesita archivadores, cuadernos y carpetas. Los precios de cada artículo por unidad son de 6, 3 y 2 euros, respectivamente. El número de cuadernos va a ser la cuarta parte que el de carpetas y el número total de archivadores y de carpetas será de 165.

a) Plantear el sistema de ecuaciones que permite calcular las unidades que deben comprarse de cada artículo si se pretende agotar el presupuesto disponible.

b) Analizar la compatibilidad de dicho sistema.

c) Resolverlo.

Solución

a) Sean x, y, z el número de archivadores, cuadernos y carpetas que compra la oficina, respectivamente.

$$\left.\begin{aligned} 6x+3y+2z=600 \\ y=\frac{z}{4} \\ x+z=165 \end{aligned}\right\} \sim \left.\begin{aligned} 6x+3y+2z=600 \\ 4y-z=0 \\ x+z=165 \end{aligned}\right\}.$$

Escribamos las matrices de coeficientes y ampliada del sistema:

$$A=\begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad A:B=\begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 & 600 \\ 0 & 4 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 165 \end{pmatrix}$$

$|A|=\begin{vmatrix} 6 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}=24-3-8=13\neq 0 \Longrightarrow |A|$ es un menor de orden 3 (máximo posible) no nulo, tanto de A como de $A:B$. Por tanto:

El rango de la matriz de los coeficientes es 3, igual que el de la matriz ampliada y el número de incógnitas, por lo que el Teorema de Rouché - Frobenius nos dice que

El sistema es compatible y determinado

b) Utilizamos la regla de Cramer para encontrar la solución:

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 600 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 165 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{Det\ A}=\frac{585}{13}=45 \qquad y=\frac{\begin{vmatrix} 6 & 600 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 165 & 1 \end{vmatrix}}{Det\ A}=\frac{390}{13}=30 \qquad z=\frac{\begin{vmatrix} 6 & 3 & 600 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 165 \end{vmatrix}}{Det\ A}=\frac{1560}{13}=120$$

$$Se\ deben\ comprar\ \mathbf{45}\ archivadores, \mathbf{30}\ cuadernos\ y\ \mathbf{120}\ carpetas$$

Ejercicio 2:

Un inversor quiere comprar acciones de dos clases, A y B. La suma total de acciones adquiridas será como máximo de 1 200. Cada acción del tipo A le reportará un beneficio de 0.2 euros y cada acción del B, uno de 0.08 euros. Tiene claro que no comprará más de 500 acciones de tipo A. Pero sí está dispuesto a adquirir como mínimo 350 del B. Además, no quiere que el número de acciones B adquiridas sea mayor del triple de acciones A. ¿Cuántas acciones debe comprar de cada tipo para obtener los máximos beneficios? ¿A cuánto ascienden dichos beneficios?

Solución

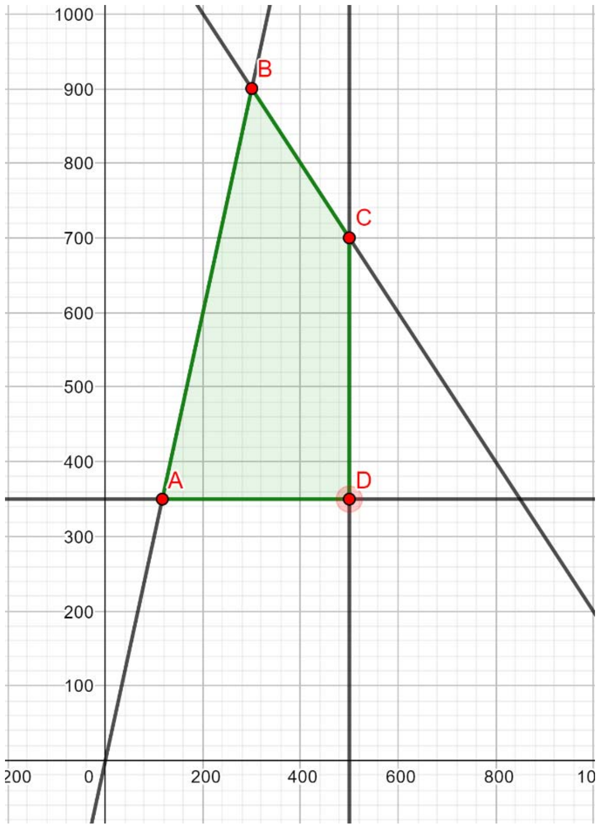
Se trata de un problema de programación lineal.

Sean x, y los números de acciones del tipo A y B compradas, respectivamente.

Debemos maximizar $z = F(x, y) = 0.2x + 0.08y$.

Sometida a las restricciones

$$\begin{cases} I_1: \; x + y \leq 1200 \\ I_2: \quad x \leq 500 \\ I_3: \quad y \geq 350 \\ I_4: \quad y \leq 3x \\ I_5: \quad x \geq 0 \\ I_6: \quad y \geq 0 \end{cases}$$



La región factible es la solución de este sistema de inecuaciones.

Las dos últimas inecuaciones restringen esta solución al primer cuadrante.

El semiplano solución de la inecuación I_1 lo define la recta $r_1: x + y = 1200$ que pasa por los puntos (1200, 0) y (0, 1200). El punto O (0, 0) cumple la inecuación I_1 $(0 + 0 \leq 1200) \Rightarrow$ el semiplano solución de I_1 contiene a O.

El semiplano solución de la inecuación I_2 lo define la recta $r_2: x = 500$, paralela a OY. El conjunto de puntos del plano con una abscisa menor o igual que 500 constituye la solución de I_2.

El semiplano solución de la inecuación I_3 lo define la recta $r_3: y = 350$, paralela a OX. El conjunto de puntos del plano con una ordenada mayor o igual que 350 constituye la solución de I_3.

El semiplano solución de la inecuación I_4 lo define la recta $r_4: y = 3x$ .que pasa por los puntos (0, 0) y (100, 300). El punto P $(500,0)$ cumple la inecuación I_4 $(0 \leq 1500) \Rightarrow$ el semiplano solución de I_4 contiene al punto P $(500,0)$

La intersección de estos 6 semiplanos es el polígono $ABCD$. Sabemos que la solución se encuentra, si existe, en uno de los vértices de este polígono. Determinamos sus coordenadas

Autora: Milagros Latasa Asso

$A \equiv \begin{cases} y = 350 \\ y = 3x \end{cases} \Rightarrow \quad A = \left(\frac{350}{3}, 350\right)$

$B \equiv \begin{cases} y = 3x \\ x + y = 1200 \end{cases} \sim \begin{cases} y = 3x \\ 4x = 1200 \end{cases} \sim \begin{cases} y = 900 \\ x = 300 \end{cases} \Rightarrow B = (300, 900)$

$C \equiv \begin{cases} x + y = 1200 \\ x = 500 \end{cases} \sim \begin{cases} x = 500 \\ y = 1200 - 500 = 700 \end{cases} \Rightarrow \ C = (500, 700\ )$

$D \equiv \begin{cases} x = 500 \\ y = 350 \end{cases} \Rightarrow D = (500, 350\ )$

Evaluamos $z = F(x, y) = 0.2x + 0.08y$ en cada uno de estos puntos

$$z(A) = F\left(\frac{350}{3}, 350\right) = 0.2\frac{350}{3} + 0.08\,.350 = \frac{154}{3}$$

$$z(B) = F(300, 900) = 0.2.300 + 0.08\,.900 = 132$$

$$z(C) = F(500, 700\ ) = 0.2.500 + 0.08\,.700 = 156$$

$$z(D) = F(500, 350\ ) = 0.2.500 + 0.08\,.350 = 128$$

El máximo se alcanza en el punto C. Sus coordenadas nos dan la solución:

$.Para\ obtener\ el\ máximo\ beneficio\ debe\ comprar\ \mathbf{500}\ acciones\ del\ tipo\ A\ y$
$\mathbf{700}\ del\ tipo\ B;\ y\ ese\ beneficio\ es\ de\ \mathbf{156}\ euros$

BLOQUE 2

Ejercicio 3:

a) Dada la función $f(x) = \frac{x+5}{2x^2+4x-30}$:

a_1) ¿En qué puntos es discontinua?

a_2) ¿Se puede definir de nuevo la función para evitar alguna discontinuidad?

a_3) Calcular los dos límites laterales en $x = 3$. Interpretar gráficamente lo que ocurre en torno a dicho valor.

b) Dada la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x+2a}{x-5} \ \ si \ \ x \leq 2 \\ x^2 - 5 \ \ si \ \ 2 < x \leq 4 \\ x^2 + 2x - b \ \ si \ \ x > 4 \end{cases}$, determinar los valores de a y b para los que la función es continua en $x = 2$ y en $x = 4$.

Solución

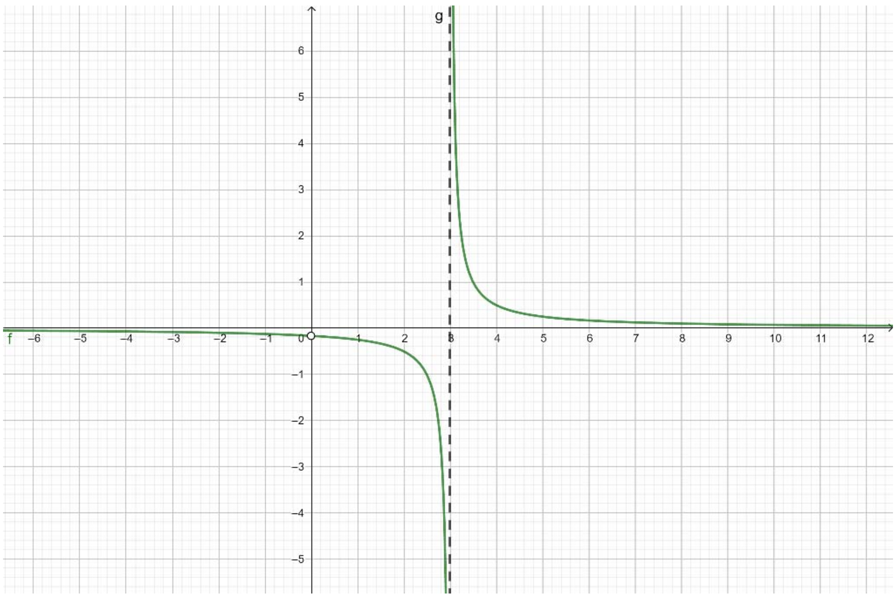
a_1) La función es discontinua para los valores que anulan el denominador de la expresión analítica de f : $2x^2 + 4x - 30 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4\pm\sqrt{16+240}}{4} = \begin{matrix} \nearrow 3 \\ \searrow -5 \end{matrix}$

$$\lim_{x\to -5^-} f(x) = \lim_{x\to -5^-} \frac{x+5}{2x^2+4x-30} = \frac{0}{0} = \lim_{x\to -5^-} \frac{x+5}{2(x+5)(x+3)} = \lim_{x\to -5^-} \frac{1}{2(x+3)} = -\frac{1}{4}$$

$$\lim_{x\to -5^+} f(x) = \lim_{x\to -5^+} \frac{x+5}{2x^2+4x-30} = \frac{0}{0} = \lim_{x\to -5^+} \frac{x+5}{2(x+5)(x+3)} = \lim_{x\to -5^+} \frac{1}{2(x+3)} = -\frac{1}{4}$$

La función no existe en $x = -5$

$x = -5$ es una discontinuidad evitable



$$\lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^-} \frac{x+5}{2x^2+4x-30} = -\infty \qquad \lim_{x\to 3^+} f(x) = \lim_{x\to 3^+} \frac{x+5}{2x^2+4x-30} = +\infty$$

$x=3$ es una discontinuidad inevitable de salto ∞

a_2) Según hemos visto en el apartado anterior, los límites laterales en -5 son iguales, si definimos $f(-5)$ igual a estos límites:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x+5}{2x^2+4x-30} & si\ x\neq-5\ \ x\neq 3\\ -\frac{1}{4} & si\ \ \ \ x=-5\end{cases}\Longrightarrow f \text{ sería continua en } \mathbb{R}-\{3\}$$

a_3) Hemos visto que $x=3$ es una discontinuidad de salto infinito de f. Los límites están calculados en el primer apartado.

En $x=3$ hay una asíntota vertical, tendiendo a $-\infty$, por la izquierda de la asíntota;y hacia $+\infty$ por la derecha

b) $f(x)=\begin{cases}\frac{x+2a}{x-5} & si\ \ x\leq 2\\ x^2-5 & si\ \ 2<x\leq 4\\ x^2+2x-b & si\ \ x>4\end{cases}$

Para que f sea continua en $x=2$, debe cumplir: $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=f(2)$

$$\left.\begin{array}{r}f(2)=\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{x+2a}{x-5}=-\frac{2+2a}{3}\\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}(x^2-5)=-1\end{array}\right\}\underbrace{\Longrightarrow}_{f\ continua\ en\ x=2}-\frac{2+2a}{3}=-1\Longrightarrow 2+2a=3\Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow\ 2a=1\Longrightarrow\ \boxed{a=\frac{1}{2}}$$

Para que f sea continua en $x=4$, debe cumplir: $\lim\limits_{x\to 4^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 4^+} f(x)=f(4)$

$$\left.\begin{array}{r}f(4)=\lim\limits_{x\to 4^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 4^-}(x^2-5)=11\\ \lim\limits_{x\to 4^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 4^+}(x^2+2x-b)=24-b\end{array}\right\}\underbrace{\Longrightarrow}_{f\ continua\ en\ x=4}11=24-b\Longrightarrow b=24-11\Longrightarrow$$

$$b=13$$

$$\boldsymbol{a=\frac{1}{2};\ b=13}$$

Ejercicio 4:

Dadas las funciones $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ y $g(x) = x^2 - x$:

$a)$ Obtener sus puntos de corte con los ejes OX y OY.

$b)$ Determinar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.

$c)$ Dibujar las gráficas de ambas funciones indicando la región que determinan.

$d)$ Calcular el área de la región anterior.

Solución

a) Corte de la gráfica de f con los ejes

$$OX \equiv \begin{cases} y = 0 \\ y = x^3 - 6x^2 + 9x \end{cases} \Rightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 6x + 9) = 0 \Rightarrow x(x-3)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 0 \quad o \quad x = 3$$

$$OY \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = x^3 - 6x^2 + 9x \end{cases} \Rightarrow y = 0$$

La gráfica de f corta a OX en los puntos $(\mathbf{0}, \mathbf{0})$, $(\mathbf{3}, \mathbf{0})$ y al eje OY en **(0, 0).**

Corte de la gráfica de g con los ejes

$$OX \equiv \begin{cases} y = 0 \\ y = x^2 - x \end{cases} \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow x = 0 \ \ o \ x = 1$$

$$OY \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = x^2 - x \end{cases} \Rightarrow y = 0$$

La gráfica de g corta a OX en los puntos $(\mathbf{0}, \mathbf{0})$, $(\mathbf{1}, \mathbf{0})$ y al eje OY en **(0, 0).**

b) Son funciones polinómicas y por tanto continuas y derivables n veces en $\mathbb{R}$. Estudiamos su monotonía a partir del signo de sus derivadas

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x^2 - 4x + 3)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \begin{matrix} \nearrow 3 \\ \searrow 1 \end{matrix}$$

$(-\infty, 1)$	1	$(1,3)$	3	$(3,\infty)$	
+	0	-	0	+	Signo f'
Crece	Máximo relativo	Decrece	Mínimo relativo	Crece	Monotonía f

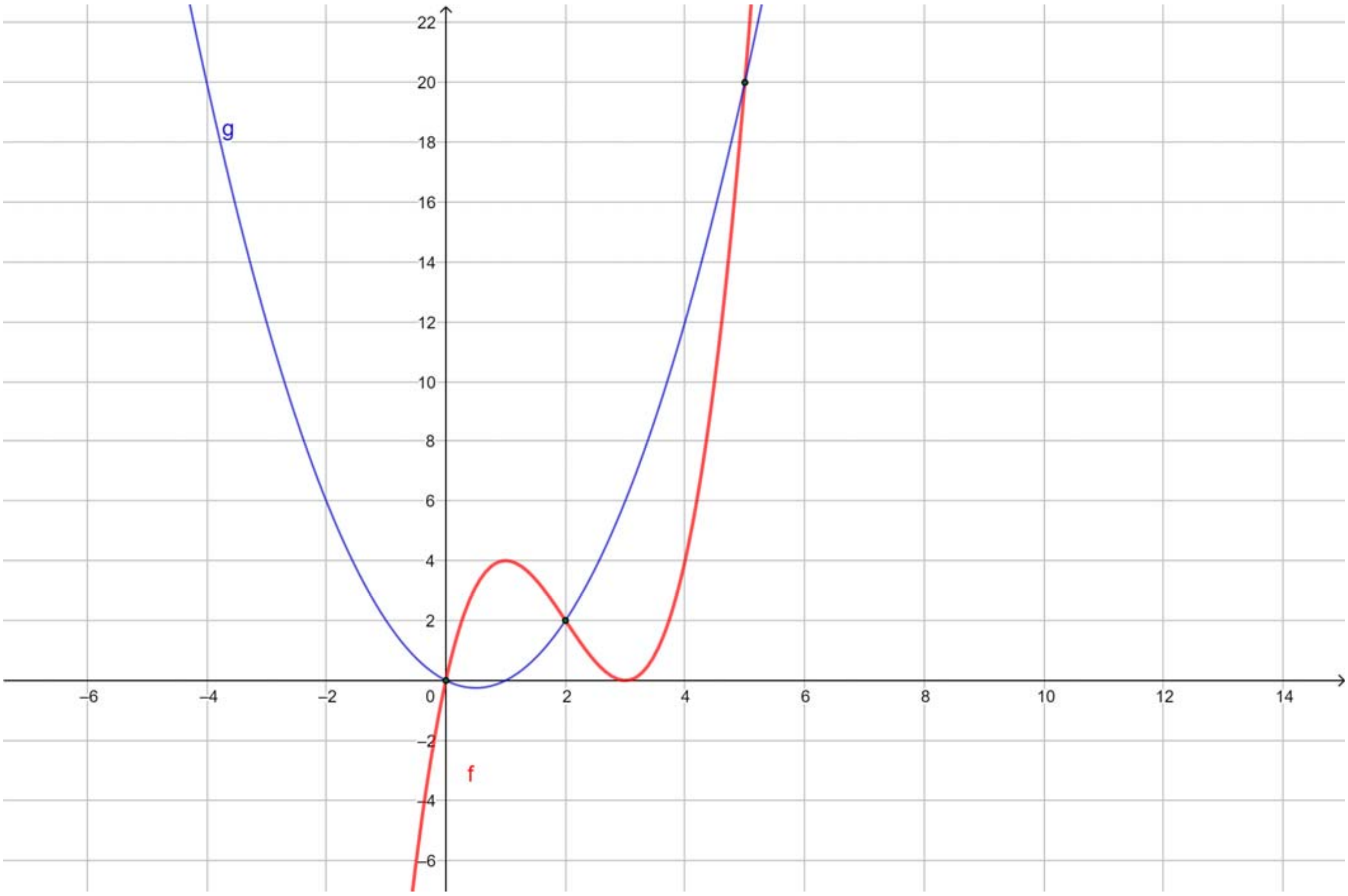
f es creciente en $(-\infty, \mathbf{1}) \cup$ **(3,+∞)** y decreciente en $(\mathbf{1}, \mathbf{3})$. Tiene un máximo relativo en el punto $(\mathbf{1}, \mathbf{4})$ y un mínimo relativo en $(\mathbf{3}, \mathbf{0})$

$g(x) = x^2 - x \Longrightarrow g'(x) = 2x - 1$ $\qquad$ $g'(x) = 0 \Longrightarrow 2x - 1 = 0 \Longrightarrow x = \dfrac{1}{2}$

$(-\infty, 1/2)$	1/2	$(1/2, \infty)$	
+	0	+	Signo g'
Decrece	Mínimo relativo	Crece	Monotonía g

g es creciente en **(1/2, +∞)** y decreciente en $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$. Tiene un mínimo relativo en el punto $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$. Es el vértice de la parábola que es la gráfica de g

c) El estudio realizado en los apartados anteriores nos lleva a la representación con facilidad.

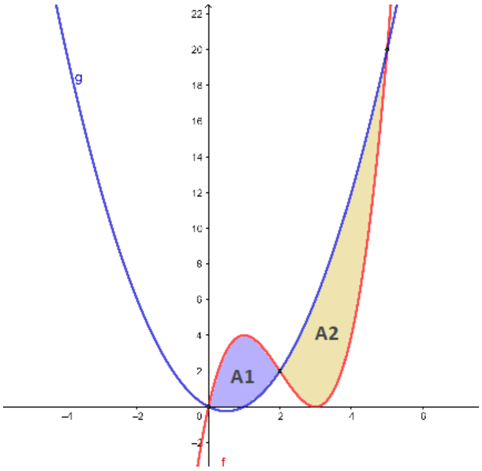


d) El área comprendida entre las gráficas de f y g está definida por los puntos de intersección de ambas gráficas. Debemos calcular las abscisas de estos puntos:

$$\left.\begin{array}{r} y = x^3 - 6x^2 + 9x \\ y = x^2 - x \end{array}\right\} \Longrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = x^2 - x \Longrightarrow x^3 - 7x^2 + 10x = 0 \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow x(x^2 - 7x + 10) = 0 \Longrightarrow x = 0 \quad o\; x^2 - 7x + 10 = 0 \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow x = 0 \quad o \quad x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \begin{array}{l} \nearrow 5 \\ \searrow 2 \end{array}$$



Área comprendida entre las gráficas de f y $g = A$

$$A = A_1 + A_2$$

$$A_1 = \int_0^2 [(x^3 - 6x^2 + 9x) - (x^2 - x)]dx$$

$$A_2 = \int_2^5 [(x^2 - x) - (x^3 - 6x^2 + 9x)]$$

$$A_1 + A_2 = \int_0^2 (x^3 - 7x^2 + 10x)dx + \int_2^5 (-x^3 + 7x^2 - 10x)\,dx$$

Aplicamos la regla de Barrow a estas dos integrales:

$$A = A_1 + A_2 = \left[\frac{x^4}{4} - 7\frac{x^3}{3} + 5x^2\right]_0^2 + \left[-\frac{x^4}{4} + 7\frac{x^3}{3} - 5x^2\right]_2^5 =$$

$$= \left[\frac{16}{4} - \frac{56}{3} + 20 - 0\right] + \left[\left(-\frac{625}{4} + \frac{875}{3} - 125\right) - \left(-\frac{16}{4} + \frac{56}{3} - 20\right)\right] =$$

$$= \; 2.\frac{16}{4} - 2.\frac{56}{3} - \frac{625}{4} + \frac{875}{3} - 85 = \frac{96 - 448 - 1875 + 3500 - 1020}{12} = \frac{253}{12}$$

El área del recinto comprendido entre las gráficas de f y g es $\boldsymbol{\frac{253}{12}\,u^2}$

BLOQUE 3

Ejercicio 5:

En una población de 3 510 habitantes, se conoce el número, por franjas de edades, de los que colaboran con alguna ONG. Los datos completos aparecen en la siguiente tabla:

	18 – 35 años	36 – 55 años	Mayores de 55 años	Total
Colabora con alguna ONG	537	759	463	1 759
No colabora con ninguna ONG	115	1 034	602	1 751
Total	652	1 793	1 065	3 510

Elegido un habitante al azar:

$a)$ Calcular la probabilidad de que su edad esté comprendida entre los 18 y 35 años.

$b)$ Si sabemos que no colabora con ninguna ONG, ¿cuál es la probabilidad de que su edad esté comprendida entre los 36 y 55 años?

Solución

Nombramos los sucesos A = *" la edad del habitante elegido al azar está comprendida entre 18 y 35 años"*

B = *"el habitante elegido al azar no colabora con ninguna ONG"*

C = *"la edad del habitante elegido al azar está comprendida entre 36 y 55 años"*

Con estas identificaciones la solución del apartado a) es $P(A)$ y la del apartado b) $P(C/B)$:

a) Con los datos del enunciado, podemos aplicar directamente la regla de Laplace:

$$P(A) = \frac{652}{3510} = 0.1858$$

La probabilidad de que la edad del habitante elegido esté comprendida entre los 18 y 35 años es 0.1858

b) $P(C/B) = \frac{P(C \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1034}{3510}}{\frac{1751}{3510}} = \frac{1034}{1751} = 0.5905$

La probabilidad de que la edad del habitante elegido esté comprendida entre los 36 y 55 años, si no colabora con ninguna ONG es 0.5905

Ejercicio 6:

En número de horas semanales que los habitantes de determinada población dedican a la lectura de libros, sigue una distribución normal con desviación típica 2 horas. Una muestra aleatoria de 375 personas da como resultado un tiempo medio de 4 horas.

$a)$ Obtener el intervalo de confianza del 94 % para el tiempo medio.

$b)$ ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 90 % sea un cuarto del obtenido en el apartado anterior?

Solución

a) Calculemos el valor crítico para un nivel de confianza del 94 %:

$$1-\alpha = 0.94 \Rightarrow \alpha = 0.06 \Rightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0.97$$

El valor más cercano a 0.97 en la tabla es 0.9699 correspondiente a $z\alpha/_2 = 1.88$

$$\left(\bar{x} - z\alpha/_2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z\alpha/_2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(4 - 1.88\frac{2}{\sqrt{375}}, 4 + 1.88\frac{2}{\sqrt{375}}\right) = (3.8058,\ \ 4.1942)$$

$$\textit{El intervalo de confianza para la media de las horas de lectura es}$$
$$\mathbf{(3.8058,\ \ 4.1942)}$$

b) Calculemos el valor crítico para un nivel de confianza del 90 %:

$$1-\alpha = 0.90 \Rightarrow \alpha = 0.10 \Rightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0.95$$

Los valores más cercanos en la tabla son 0.9495 y 0.9505 que corresponden respectivamente a 1.64 y 1.65. Tomamos entonces la media de ambos $z\alpha/_2 = \frac{164+1.65}{2} = 1.645$

El error del apartado anterior es $1.88\frac{2}{\sqrt{375}} = 0.1942 \Longrightarrow$ en este apartado $E = \frac{0.1942}{4} = 0.04855$

$$E = z\alpha/_2\ \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.04855 \Rightarrow 1.645 \cdot \frac{2}{\sqrt{n}} = 0.04855 \Rightarrow \frac{3.29}{0.04855} = \sqrt{n} \Rightarrow 67.7651 = \sqrt{n} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow n = 67.7651^2 \Rightarrow n = 4592.12$$

$$\textit{El tamaño de la muestra debe ser de } \mathbf{4\ 593\ personas}$$