Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

Selectividad 2025

Comunidad autónoma de ANDALUCÍA

Textos Marea Verde

www.apuntesmareaverde.org.es

Autor:

Una profesora de matemáticas sevillana sobre el polémico examen de Selectividad: "Por primera vez, los chicos han tenido que pensar de verdad"

¿Por qué ha sido tan difícil el examen de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II en la PAU andaluza? | Sociedad | Cadena SER

ESCUELA PÚBLICA: DE TOD@S PARA TOD@S

	PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBA DE ADMISIÓN ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS CURSO 2024-2025 MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II CURSO: **2024 – 2025** **MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**	CONVOCATORIA: **ORDINARIA** DE JUNIO

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Debe resolver 4 ejercicios, uno de cada bloque. Elija solo un ejercicio en los tres bloques donde tiene posibilidad de elección. En caso de responder a dos ejercicios de un mismo bloque, se corregirá solo el que aparezca en primer lugar.
c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.
d) Todos los resultados deben estar suficientemente justificados.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

BLOQUE A

BLOQUE A

EJERCICIO 1

a) (**1.75 puntos**) Plantee y resuelva el siguiente problema de forma matricial:
El gerente de una empresa de productos hospitalarios desea introducir un nuevo producto en el mercado nacional. Para ello contrata a 3 vendedores que se han encargado de las zonas A, B y C del país, respectivamente. El vendedor de la zona A ha trabajado 40 horas, ha realizado 10 demostraciones y 5 viajes para dicha promoción. El vendedor de la zona B ha trabajado el doble de horas que el de la zona A, realizando 15 demostraciones y 8 viajes. En cuanto al vendedor de la zona C, ha trabajado 100 horas, ha realizado 25 demostraciones y 10 viajes. El gerente debe abonarles 75€ por hora trabajada, 300€ por demostración y 250€ por viaje realizado. Teniendo en cuenta que, además, debe aplicárseles una retención en concepto del impuesto del IRPF del 15% si la cantidad a abonar al vendedor es menor de diez mil euros y del 18% en caso contrario, determine la cantidad final que cobrará cada vendedor.

b) (**0.75 puntos**) Sea $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 3 & a-1 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ ¿Para qué valores de a es la matriz A invertible?

BLOQUE B

BLOQUE B

EJERCICIO 2

Un periódico digital ha publicado una noticia de última hora. El número de personas que han visto la noticia t horas después de su lanzamiento viene modelado por la función:

$$N(t) = 500\,000 \cdot (1 - e^{-0.2t});\;\; t > 0$$

a) (**0.8 puntos**) Estudie la monotonía y curvatura de la función N.
b) (**0.7 puntos**) Represente gráficamente la función N y describa su tendencia a lo largo del tiempo.
c) (**0.5 puntos**) ¿Cuánto tiempo ha debido de pasar para que la noticia haya sido vista por 450 000 personas?
d) (**0.5 puntos**) La velocidad de difusión de la noticia (número de personas por hora que han visto la publicación) es $N'(t)$. ¿Qué conclusión se obtiene al comparar $N'(t)$ en los instantes $t = 1$ y $t = 10$?

EJERCICIO 3

A un paciente con diabetes se le monitoriza durante un día completo, suministrándole un medicamento a mediodía para observar su reacción. La función que aproxima la cantidad de glucosa en sangre (mg/dl) del paciente, en cada instante t (horas), es:

$$f(t) = \begin{cases} \dfrac{5}{6}\left(\dfrac{t^3}{3} - 12t^2 + 108t + 108\right) & 0 \le t \le 12 \\ t^2 - 40t + 546 & 12 < t \le 24 \end{cases}$$

a) (**0.75 puntos**) Halle en qué periodos de tiempo el nivel de glucosa va aumentando.
b) (**1 punto**) ¿En qué momentos del día el paciente tiene los niveles más alto y más bajo de glucosa en sangre y a cuánto ascienden?
c) (**0.75 puntos**) ¿En qué momentos, después del mediodía, el paciente tiene 155 mg/dl?

BLOQUE C

BLOQUE C

EJERCICIO 4

En una casa con trastero viven tres personas y cada una tiene un llavero con las llaves de la casa. El primer llavero contiene 7 llaves, el segundo 8 y el tercero 5. En cada uno de los llaveros hay una única llave que abre el trastero. Otra persona necesita abrir el trastero y, para ello, selecciona un llavero al azar y, de este, elige una llave aleatoriamente e intenta abrirlo. Calcule la probabilidad de que:

a) (**1 punto**) No haya acertado con la llave seleccionada.

b) **(0.5 puntos)** El llavero sea el tercero y la llave abra el trastero.

c) **(0.5 puntos)** Sabiendo que la llave elegida abre el trastero, esta pertenezca al primer o al tercer llavero.

d) **(0.5 puntos)** Si la llave no abre el trastero, esta no pertenezca al primer llavero.

EJERCICIO 5

Una empresa de marketing ha lanzado una campaña publicitaria para promocionar un nuevo servicio de energía solar para hogares. Según estudios previos, se estima que el 20% de las personas que ven el anuncio terminan contratando el servicio. Para analizar más en profundidad la efectividad de la campaña, se seleccionan aleatoriamente a 20 personas que han visto el anuncio.

a) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que exactamente 10 personas contraten el servicio.

b) **(0.75 puntos)** Determine la probabilidad de que al menos 2 personas contraten el servicio.

c) **(0.5 puntos)** Determine el valor esperado del número de personas que contratarán el servicio de entre las seleccionadas.

d) **(0.5 puntos)** ¿Cuántas personas, de entre las que han visto el anuncio, se deberían seleccionar para que el número esperado de personas que contraten el servicio sea mayor o igual a 13?

BLOQUE D

BLOQUE D

EJERCICIO 6

El tiempo de estudio semanal de los estudiantes andaluces, medido en horas, se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 5 horas. A partir de una muestra de 81 estudiantes se ha obtenido que el intervalo de confianza para la media poblacional es $(10.794, 13.206)$, con un nivel de confianza del 97%.

a) **(0.5 puntos)** Obtenga el tiempo medio de estudio de esa muestra de estudiantes.

b) **(0.5 puntos)** Si se amplía el tamaño de la muestra, razone si manteniendo el nivel de confianza, la amplitud del intervalo de confianza aumenta o disminuye.

c) **(0.75 puntos)** Si se desea reducir la amplitud del intervalo de confianza, razone si manteniendo el tamaño muestral, ha de reducirse o aumentarse el nivel de confianza.

d) **(0.75 puntos)** Si la media de la población es de 10.2 horas y sabiendo que la media muestral es de 12 horas, calcule el tamaño máximo de la muestra para obtener un intervalo de confianza que contenga la media poblacional, manteniendo el 97% de confianza.

EJERCICIO 7

Los desajustes sobre el horario previsto de llegada de los trenes de alta velocidad, medidos en minutos, sigue una ley Normal con media 0 y desviación típica 2.2.

a) **(0.5 puntos)** Calcule el porcentaje de trenes que tienen un desajuste máximo de un minuto.

b) Elegidos al azar 15 trenes de alta velocidad, los desajustes han sido:

$$0, \quad 1.3, \quad -2.1, \quad -1.5, \quad 2, \quad 0.8, \quad 5, \quad 2.1,$$
$$-3, \quad 1.8, \quad 3.1, \quad 4, \quad -0.7, \quad 1.6, \quad -5.4$$

b1) **(1.25 puntos)** Calcule un intervalo de confianza, con un nivel de confianza del 96%, para la media poblacional. ¿Cuál es el error máximo que se comete en la estimación de esta media? Con este nivel de confianza y a partir de los datos obtenidos, ¿puede afirmarse que un tren tenga un retraso de 2 minutos?

b2) **(0.75 puntos)** Con un nivel de confianza del 98%, ¿cuántos trenes de alta velocidad deberían elegirse, como mínimo, para que la diferencia entre la media poblacional y su estimación muestral sea como máximo de 1.1 minutos?

RESPUESTAS CONVOCATORIA ORDINARIA DE JUNIO

BLOQUE A

EJERCICIO 1

EJERCICIO 1

a) (**1.75 puntos**) Plantee y resuelva el siguiente problema de forma matricial:
El gerente de una empresa de productos hospitalarios desea introducir un nuevo producto en el mercado nacional. Para ello contrata a 3 vendedores que se han encargado de las zonas A, B y C del país, respectivamente. El vendedor de la zona A ha trabajado 40 horas, ha realizado 10 demostraciones y 5 viajes para dicha promoción. El vendedor de la zona *B* ha trabajado el doble de horas que el de la zona A, realizando 15 demostraciones y 8 viajes. En cuanto al vendedor de la zona C, ha trabajado 100 horas, ha realizado 25 demostraciones y 10 viajes. El gerente debe abonarles 75€ por hora trabajada, 300€ por demostración y 250€ por viaje realizado. Teniendo en cuenta que, además, debe aplicárseles una retención en concepto del impuesto del IRPF del 15% si la cantidad a abonar al vendedor es menor de diez mil euros y del 18% en caso contrario, determine la cantidad final que cobrará cada vendedor.

b) (**0.75 puntos**) Sea $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 3 & a-1 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ ¿Para qué valores de a es la matriz A invertible?

Solución:

a) Colocamos toda la información del trabajo de cada vendedor en una matriz.

$$\begin{array}{c} \\ \\ Zona\,A \rightarrow \\ Zona\,B \rightarrow \\ Zona\,C \rightarrow \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} horas & demos & viajes \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \\ \begin{pmatrix} 40 & 10 & 5 \\ 80 & 15 & 8 \\ 100 & 25 & 10 \end{pmatrix} \end{array}$$

Expresamos el coste de cada concepto en forma matricial.

$$\begin{array}{r} € / hora \rightarrow \\ € / demostración \rightarrow \\ € / viaje \rightarrow \end{array} \begin{pmatrix} 75 \\ 300 \\ 250 \end{pmatrix}$$

Multiplicamos la matriz de trabajos por la matriz de costes obteniendo lo que cobra cada uno antes de retener el IRPF.

$$\begin{array}{c} \\ \\ Zona\,A \rightarrow \\ Zona\,B \rightarrow \\ Zona\,C \rightarrow \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} horas & demos & viajes \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \\ \begin{pmatrix} 40 & 10 & 5 \\ 80 & 15 & 8 \\ 100 & 25 & 10 \end{pmatrix} \end{array} \cdot \begin{pmatrix} 75 \\ 300 \\ 250 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow € / hora \\ \rightarrow € / demos \\ \rightarrow € / viaje \end{array} = \begin{pmatrix} 40\cdot75+10\cdot300+5\cdot250 \\ 80\cdot75+15\cdot300+8\cdot250 \\ 100\cdot75+25\cdot300+10\cdot250 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 7250 \\ 12500 \\ 17500 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow Zona\,A \\ \leftarrow Zona\,B \\ \leftarrow Zona\,C \end{array}$$

Solo el vendedor de la zona A cobra menos de 10000 €, por lo que se le descuenta un 15% de IRPF y se le debe pagar el 85% → $0.85 \cdot 7250 = 6162.5$ €.

Los vendedores de las zonas B y C superan los 10000 euros y deben pagar un 18% de IRPF, por lo que cobran el 82%. El vendedor de la zona B cobra 0.82 · 12500 = 10250 € y el vendedor de la zona C cobra 0.82 · 17500 = 14350 €.

El vendedor A cobra 6162.5 €, el B cobra 10250 € y el C cobra 14350 €.

b) Para que la matriz sea invertible su determinante debe ser distinto de cero. Calculamos el determinante de la matriz A y averiguamos cuando se anula.

$$|A| = \begin{vmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 3 & a-1 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \end{vmatrix} = -6(a-1)+16+0-4(a-1)-18-0 =$$

$$= -6a+6+16-4a+4-18 = -10a+8$$

$$|A| = 0 \Rightarrow -10a+8=0 \Rightarrow 10a=8 \Rightarrow \boxed{a=\frac{8}{10}=0.8}$$

El determinante de la matriz A se anula para $a=0.8$.
La matriz A es invertible para cualquier valor de a distinto de 0.8.

BLOQUE B

EJERCICIO 2

BLOQUE B

EJERCICIO 2

Un periódico digital ha publicado una noticia de última hora. El número de personas que han visto la noticia t horas después de su lanzamiento viene modelado por la función:

$$N(t) = 500\,000 \cdot (1 - e^{-0.2t});\ \ t > 0$$

a) **(0.8 puntos)** Estudie la monotonía y curvatura de la función N.

b) **(0.7 puntos)** Represente gráficamente la función N y describa su tendencia a lo largo del tiempo.

c) **(0.5 puntos)** ¿Cuánto tiempo ha debido de pasar para que la noticia haya sido vista por 450 000 personas?

d) **(0.5 puntos)** La velocidad de difusión de la noticia (número de personas por hora que han visto la publicación) es $N'(t)$. ¿Qué conclusión se obtiene al comparar $N'(t)$ en los instantes $t = 1$ y $t = 10$?

Solución:

a) Buscamos los puntos críticos de la función.

$$N(t) = 500000 \cdot \left(1 - e^{-0.2t}\right) \Rightarrow N'(t) = 500000 \cdot \left(-(-0.2)e^{-0.2t}\right) = 100000 \cdot e^{-0.2t} = \frac{10000}{e^{0.2t}}$$

Esta expresión de la derivada $N'(t) = \dfrac{10000}{e^{0.2t}}$ nunca se anula y siempre es positiva, por lo que la función es creciente en su dominio de definición $(0, +\infty)$ y no presenta máximos ni mínimos.

Obtenemos la derivada segunda para analizar la curvatura de la función.

$$N'(t) = 100000 \cdot e^{-0.2t} \Rightarrow N''(t) = 100000 \cdot (-0.2)e^{-0.2t} = -20000e^{-0.2t} = \frac{-20000}{e^{-0.2t}}$$

La segunda derivada es siempre negativa por lo que la función es cóncava (∩) en todo su dominio.

b) Hallamos el límite de la función cuando el valor de t se hace muy grande.

$$\lim_{t\to+\infty} N(t) = \lim_{t\to+\infty} 500000 \cdot \left(1 - e^{-0.2t}\right) = \lim_{t\to+\infty} 500000 \cdot \left(1 - \frac{1}{e^{0.2t}}\right) =$$

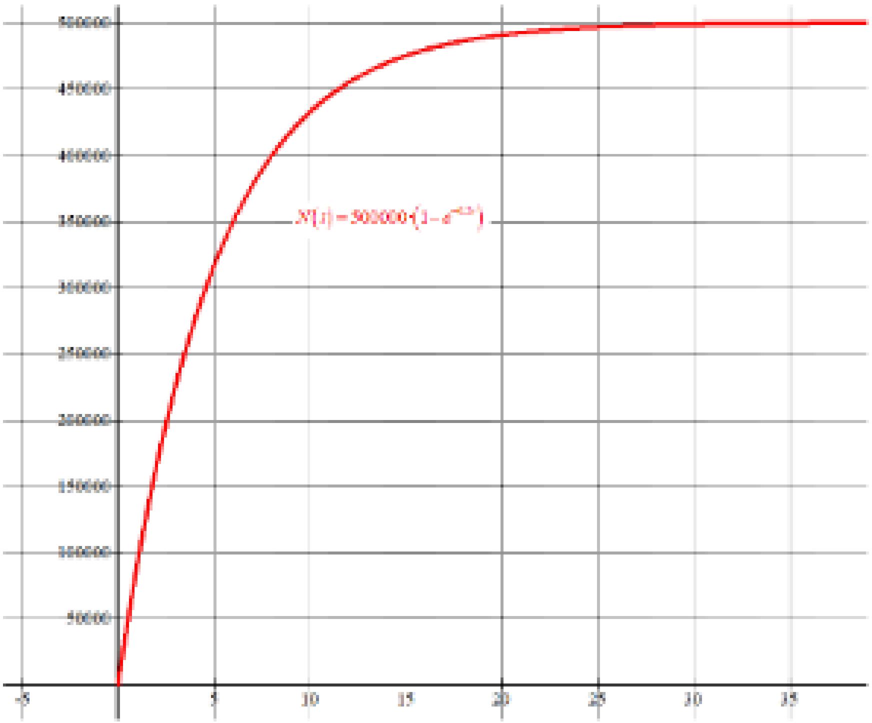
$$= 500000 \cdot \left(1 - \frac{1}{e^{+\infty}}\right) = 500000 \cdot \left(1 - \frac{1}{+\infty}\right) = 500000 \cdot (1 - 0) = \boxed{500000}$$

Hallamos el límite de la función cuando el valor de t se hace muy pequeño.

$$\lim_{t\to 0} N(t) = \lim_{t\to 0} 500000 \cdot \left(1 - e^{-0.2t}\right) = 500000 \cdot \left(1 - e^{0}\right) = 500000 \cdot (1 - 1) = \boxed{0}$$

Cuando la noticia se hace pública el número de personas que ha visto la noticia es 0 y cuando pasa mucho tiempo la tendencia es que vean la noticia 500000 personas.
Hacemos una tabla de valores y dibujamos la gráfica de la función.

t	$N(t)=500000\cdot\left(1-e^{-0.2t}\right)$
0.01	999
0.1	9900
1	90634
10	432332
100	499999



c) Buscamos el valor de t para el que $N(t)=450000$.

$$\left.\begin{array}{l} N(t)=450000 \\ N(t)=500000\cdot\left(1-e^{-0.2t}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow 450000=500000\cdot\left(1-e^{-0.2t}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1-e^{-0.2t}=\frac{450000}{500000}=0.9 \Rightarrow 0.1=e^{-0.2t} \Rightarrow \ln 0.1=-0.2t \Rightarrow \boxed{t=\frac{-\ln 0.1}{0.2}\simeq 11.51}$$

Al cabo de 11 horas y media se alcanzan las 450 000 personas.

d) Calculamos el valor de la derivada de la función en $t=1$ y $t=10$.

$$\left.\begin{array}{l} N'(1)=\dfrac{10000}{e^{0.2}}=8187.3 \\ N'(10)=\dfrac{10000}{e^{2}}\simeq 1353.35 \end{array}\right\} \Rightarrow N'(1)=8187.3<1353.35=N'(10)$$

El número de personas que ven la noticia crece con más rapidez en la primera hora que en la décima.

EJERCICIO 3:

EJERCICIO 3

A un paciente con diabetes se le monitoriza durante un día completo, suministrándole un medicamento a mediodía para observar su reacción. La función que aproxima la cantidad de glucosa en sangre (mg/dl) del paciente, en cada instante t (horas), es:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{5}{6}\left(\frac{t^3}{3} - 12t^2 + 108t + 108\right) & 0 \le t \le 12 \\ t^2 - 40t + 546 & 12 < t \le 24 \end{cases}$$

a) **(0.75 puntos)** Halle en qué periodos de tiempo el nivel de glucosa va aumentando.

b) (**1 punto**) ¿En qué momentos del día el paciente tiene los niveles más alto y más bajo de glucosa en sangre y a cuánto ascienden?

c) **(0.75 puntos)** ¿En qué momentos, después del mediodía, el paciente tiene 155 mg/dl?

Solución:

a) Analizamos lo que ocurre antes del mediodía.

$$f(t) = \frac{5}{6}\left(\frac{t^3}{3} - 12t^2 + 108t + 108\right) \; 0 \le t \le 12 \Rightarrow f'(t) = \frac{5}{6}(t^2 - 24t + 108)$$

$$f'(t) = 0 \Rightarrow \frac{5}{6}(t^2 - 24t + 108) = 0 \Rightarrow t^2 - 24t + 108 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{24 \pm \sqrt{(-24)^2 - 4 \cdot 108}}{2} = \frac{24 \pm 12}{2} = \begin{cases} \frac{24+12}{2} = 18 \notin [0,12] \\ \frac{24-12}{2} = 6 \in [0,12] \end{cases}$$

Estudiamos el signo de la derivada en $[0,6)$ y en $(6,12]$.

- En el intervalo $[0,6)$ tomamos $t = 1$ y la derivada vale

  $f'(1) = \frac{5}{6}(1^2 - 24 + 108) = \frac{425}{6} > 0$. La glucosa aumenta hasta las 6 horas.

- En el intervalo $(6,12]$ tomamos $t = 10$ y la derivada vale

  $f'(10) = \frac{5}{6}(10^2 - 240 + 108) = \frac{-80}{3} < 0$. La glucosa disminuye desde las 6 hasta las 12 horas.

Analizamos lo que ocurre después del mediodía.

$$f(t) = t^2 - 40t + 546 \quad 12 < t \le 24 \Rightarrow f'(t) = 2t - 40$$

$$f'(t) = 0 \Rightarrow 2t - 40 = 0 \Rightarrow 2t = 40 \Rightarrow \boxed{t = 20} \in (12,24]$$

Estudiamos el signo de la derivada en $(12,20)$ y en $(20,24]$.

- En el intervalo $(12,20)$ tomamos $t = 13$ y la derivada vale

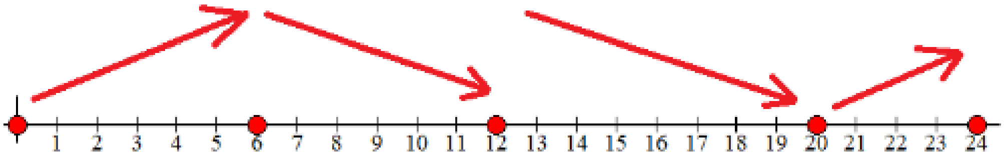
  $f'(13) = 2 \cdot 13 - 40 = -14 < 0$. La glucosa disminuye desde las 12 hasta las 20 horas.

- En el intervalo $(20,24]$ tomamos $t = 21$ y la derivada vale

  $f'(21) = 2 \cdot 21 - 40 = 2 > 0$. La glucosa aumenta desde las 20 hasta las 24 horas.

La glucosa aumenta de las 0 hasta las 6 horas y desde las 20 a las 24 horas.

b) Hemos visto que la glucosa sigue el esquema siguiente.



Valoramos la función en los puntos extremos y en los puntos de cambio.

$$f(0)=\frac{5}{6}\left(\frac{0^3}{3}-12\cdot 0^2+108\cdot 0+108\right)=90 \text{ Nivel bajo}$$

$$f(6)=\frac{5}{6}\left(\frac{6^3}{3}-12\cdot 6^2+108\cdot 6+108\right)=330 \text{ Nivel alto}$$

$$f(12)=\frac{5}{6}\left(\frac{12^3}{3}-12\cdot 12^2+108\cdot 12+108\right)=210$$

$$f(20)=20^2-40\cdot 20+546=146$$

$$f(24)=24^2-40\cdot 24+546=162$$

El nivel más alto es de 330 mg/dl y se produce a las 6 horas.
El nivel más bajo es de 90 mg/dl y se produce a las 0 horas.

c) Después del mediodía la función es $f(t)=t^2-40t+546 \quad 12<t\le 24$.

Buscamos el valor de t para el que $f(t)=155$.

$$\left.\begin{array}{l} f(t)=155 \\ f(t)=t^2-40t+546 \end{array}\right\} \Rightarrow t^2-40t+546=155 \Rightarrow t^2-40t+391=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t=\frac{40\pm\sqrt{(-40)^2-4\cdot 391}}{2}=\frac{40\pm 6}{2}=\begin{cases} \dfrac{40+6}{2}=23\in(12,24] \\ \dfrac{40-6}{2}=17\in(12,24] \end{cases}$$

Después del mediodía, el paciente tiene un nivel de glucosa de 155 *mg/dl* a las 17 y a las 23 horas.

BLOQUE C

EJERCICIO 4

BLOQUE C

EJERCICIO 4

En una casa con trastero viven tres personas y cada una tiene un llavero con las llaves de la casa. El primer llavero contiene 7 llaves, el segundo 8 y el tercero 5. En cada uno de los llaveros hay una única llave que abre el trastero. Otra persona necesita abrir el trastero y, para ello, selecciona un llavero al azar y, de este, elige una llave aleatoriamente e intenta abrirlo. Calcule la probabilidad de que:

a) (**1 punto**) No haya acertado con la llave seleccionada.

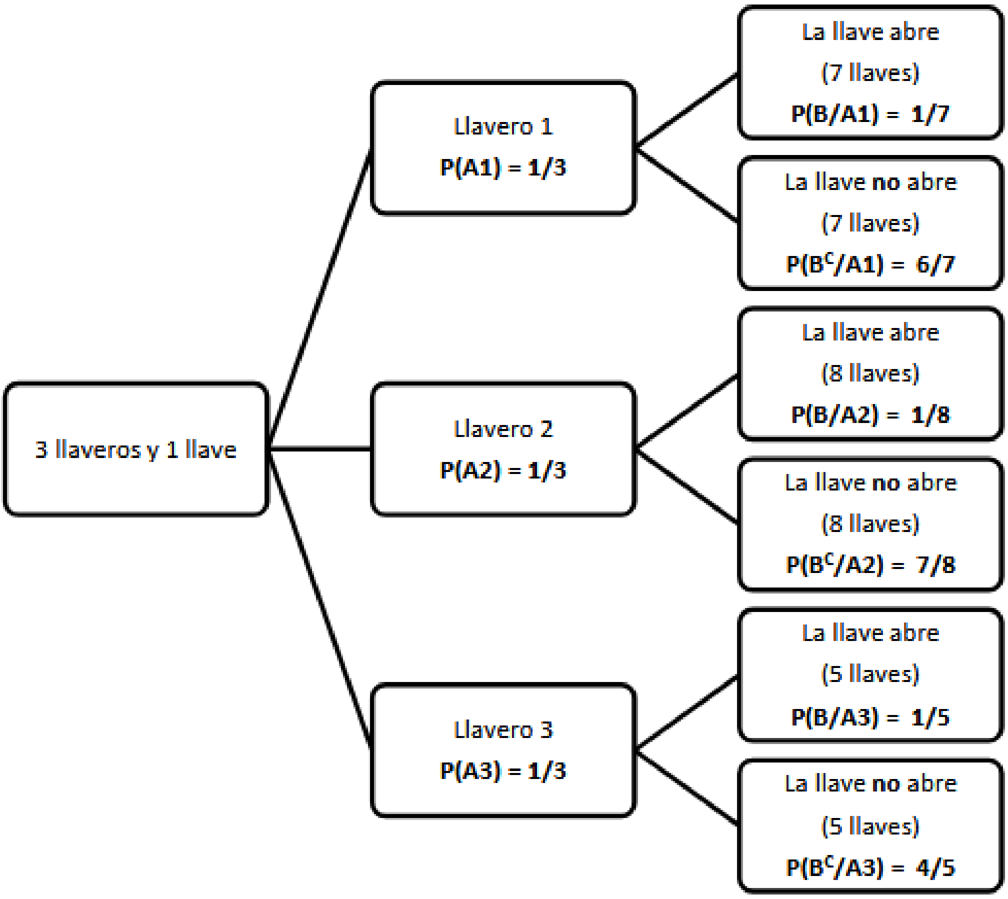
b) (**0.5 puntos**) El llavero sea el tercero y la llave abra el trastero.

c) (**0.5 puntos**) Sabiendo que la llave elegida abre el trastero, esta pertenezca al primer o al tercer llavero.

d) (**0.5 puntos**) Si la llave no abre el trastero, esta no pertenezca al primer llavero.

Solución:

Realizamos un diagrama de árbol.



a) Nos piden hallar $P\left(B^c\right)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P\left(B^c\right) = P(A1)P\left(B^c / A1\right) + P(A2)P\left(B^c / A2\right) + P(A3)P\left(B^c / A3\right) =$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\frac{6}{7} + \frac{1}{3}\cdot\frac{7}{8} + \frac{1}{3}\cdot\frac{4}{5} = \boxed{\frac{709}{840} = 0.844}$$

b) Nos piden hallar $P(A3 \cap B)$.

$$P(A3 \cap B) = P(A3)P(B/A3) = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5} = \boxed{\frac{1}{15} = 0.0667}$$

c) Hallamos la probabilidad de $P(A2/B)$ que es el suceso contrario del que nos hablan en el enunciado. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(A2/B) = \frac{P(A2 \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A2)P(B/A2)}{1-P(B^c)} = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{8}}{1-\frac{709}{840}} = \frac{35}{131} \simeq 0.2672$$

Sabiendo que si la llave elegida abre el trastero, la probabilidad de que esta pertenezca al primer o al tercer llavero vale $1-\frac{35}{131} = \frac{96}{131} \simeq 0.7328$.

d) Hallamos la probabilidad del suceso contrario al que nos piden: $P(A1/B^c)$.

$$P(A1/B^c) = \frac{P(A1 \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{P(A1)P(B^c/A1)}{P(B^c)} = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{7}}{\frac{709}{840}} = \frac{240}{709} \simeq 0.3385$$

Sabiendo que la llave elegida no abre el trastero, la probabilidad de que esta **no** pertenezca al primer llavero vale $1-\frac{240}{709} = \frac{469}{709} \simeq 0.6615$.

EJERCICIO 5

EJERCICIO 5

Una empresa de marketing ha lanzado una campaña publicitaria para promocionar un nuevo servicio de energía solar para hogares. Según estudios previos, se estima que el 20% de las personas que ven el anuncio terminan contratando el servicio. Para analizar más en profundidad la efectividad de la campaña, se seleccionan aleatoriamente a 20 personas que han visto el anuncio.

a) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que exactamente 10 personas contraten el servicio.

b) **(0.75 puntos)** Determine la probabilidad de que al menos 2 personas contraten el servicio.

c) **(0.5 puntos)** Determine el valor esperado del número de personas que contratarán el servicio de entre las seleccionadas.

d) **(0.5 puntos)** ¿Cuántas personas, de entre las que han visto el anuncio, se deberían seleccionar para que el número esperado de personas que contraten el servicio sea mayor o igual a 13?

Solución:

Sea X = Número de personas que contratan el servicio de una muestra de 20 personas.
Esta variable aleatoria sigue una ley binomial siendo el tamaño de la muestra $n = 20$ y la probabilidad de que una persona contrate el servicio vale $p = 0.20$. X = B(20, 0.2).

a) Nos piden calcular $P(X=10)$.

$$P(X=10)=\binom{20}{10}0.2^{10}\cdot 0.8^{10}=\frac{\cancel{20}\cdot 19\cdot 18\cdot 17\cdot 16\cdot 15\cdot 14\cdot 13\cdot \cancel{12}\cdot 11}{\cancel{10}\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot \cancel{4}\cdot \cancel{3}\cdot \cancel{2}}0.2^{10}\cdot 0.8^{10}=$$

$$=184756\cdot 0.2^{10}\cdot 0.8^{10}\simeq \boxed{0.002}$$

b) Calculamos la probabilidad pedida haciendo uso del suceso contrario.

$$P(X\geq 2)=1-\left[P(X=0)+P(X=1)\right]=1-\left[\binom{20}{0}0.2^{0}\cdot 0.8^{20}+\binom{20}{1}0.2^{1}\cdot 0.8^{19}\right]=$$

$$=1-\left[0.8^{20}+20\cdot 0.2\cdot 0.8^{19}\right]\simeq \boxed{0.9308}$$

c) El valor esperado del número de personas que contratarán el servicio de entre las seleccionadas es el valor de la media de la distribución binomial.

$$Media=np=20\cdot 0.2=4$$

Del grupo de 20 personas se espera que hayan 4 que contraten el servicio.

d) Hallamos el valor de n necesario para que la media sea mayor o igual a 13.

$$Media=np\Rightarrow 13=n\cdot 0.2\Rightarrow n=\frac{13}{0.2}=65$$

Con una muestra de 65 personas el número de personas que se espera contraten el servicio es de 13. Si tomamos una muestra mayor de 65 personas el número de personas que se espera contraten el servicio será mayor de 13.

BLOQUE D

EJERCICIO 6:

EJERCICIO 6

El tiempo de estudio semanal de los estudiantes andaluces, medido en horas, se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 5 horas. A partir de una muestra de 81 estudiantes se ha obtenido que el intervalo de confianza para la media poblacional es $(10.794, 13.206)$, con un nivel de confianza del 97%.

a) **(0.5 puntos)** Obtenga el tiempo medio de estudio de esa muestra de estudiantes.

b) **(0.5 puntos)** Si se amplía el tamaño de la muestra, razone si manteniendo el nivel de confianza, la amplitud del intervalo de confianza aumenta o disminuye.

c) **(0.75 puntos)** Si se desea reducir la amplitud del intervalo de confianza, razone si manteniendo el tamaño muestral, ha de reducirse o aumentarse el nivel de confianza.

d) **(0.75 puntos)** Si la media de la población es de 10.2 horas y sabiendo que la media muestral es de 12 horas, calcule el tamaño máximo de la muestra para obtener un intervalo de confianza que contenga la media poblacional, manteniendo el 97% de confianza.

Solución:

Sea X = El tiempo de estudio semanal de los estudiantes andaluces, medido en horas.
$X = N(\mu, 5)$.

a) El tiempo medio de la muestra es el valor central del intervalo de confianza.

$$\bar{x} = \frac{10.794 + 13.206}{2} = 12$$

El tiempo medio de estudio de esa muestra de estudiantes es de 12 horas de estudio semanal.

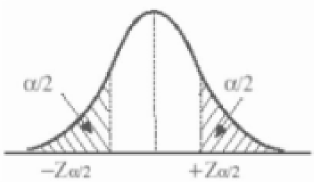
b) El error es la medida de la amplitud del intervalo de confianza. Este valor del error se obtiene con la fórmula $Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Si no cambiamos el nivel de confianza no cambia el valor de $z_{\alpha/2}$ y si aumentamos el tamaño de la muestra (n está en el denominador) disminuye el error = amplitud del intervalo de confianza.

c) En la fórmula del error si mantenemos el tamaño muestral (n) y deseamos reducir dicho error se debe disminuir el nivel de confianza, pues esto acarrea una disminución del valor de $z_{\alpha/2}$

c) La diferencia entre la media muestral y la media de la población es 12 – 10.2 = 1.8 horas.
El error del intervalo de confianza debe ser mayor de 1.8 para que dicho intervalo contenga la media poblacional.
Con un nivel de confianza del 97 % tenemos

$$1 - \alpha = 0{,}97 \rightarrow \alpha = 0{,}03 \rightarrow \alpha/2 = 0{,}015 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0{,}985 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{2{,}17}$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	[illegible]
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	[illegible]
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	[illegible]
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	[illegible]
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	[illegible]
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	[illegible]
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	[illegible]
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	[illegible]
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	[illegible]
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	[illegible]
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	[illegible]
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	[illegible]
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	[illegible]
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	[illegible]
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	[illegible]
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	[illegible]
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	[illegible]
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	[illegible]
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	[illegible]
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	[illegible]
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	[illegible]
2.1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.9850



Hallamos el tamaño de la muestra máximo para que el error sea superior a 1.8 horas.

$$Error > 1.8 \Rightarrow z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} > 1.8 \Rightarrow 2.17 \cdot \frac{5}{\sqrt{n}} > 1.8 \Rightarrow 2.17 \cdot 5 > 1.8\sqrt{n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2.17 \cdot 5}{1.8} > \sqrt{n} \Rightarrow n < \left(\frac{2.17 \cdot 5}{1.8}\right)^2 = 36.33$$

El tamaño de la muestra debe ser inferior o igual a 36 estudiantes.

EJERCICIO 7:

EJERCICIO 7

Los desajustes sobre el horario previsto de llegada de los trenes de alta velocidad, medidos en minutos, sigue una ley Normal con media 0 y desviación típica 2.2.

a) **(0.5 puntos)** Calcule el porcentaje de trenes que tienen un desajuste máximo de un minuto.

b) Elegidos al azar 15 trenes de alta velocidad, los desajustes han sido:

$$0,\quad 1.3,\quad -2.1,\quad -1.5,\quad 2,\quad 0.8,\quad 5,\quad 2.1,$$
$$-3,\quad 1.8,\quad 3.1,\quad 4,\quad -0.7,\quad 1.6,\quad -5.4$$

b1) **(1.25 puntos)** Calcule un intervalo de confianza, con un nivel de confianza del 96%, para la media poblacional. ¿Cuál es el error máximo que se comete en la estimación de esta media? Con este nivel de confianza y a partir de los datos obtenidos, ¿puede afirmarse que un tren tenga un retraso de 2 minutos?

b2) **(0.75 puntos)** Con un nivel de confianza del 98%, ¿cuántos trenes de alta velocidad deberían elegirse, como mínimo, para que la diferencia entre la media poblacional y su estimación muestral sea como máximo de 1.1 minutos?

Solución:

Sea X = El desajuste sobre el horario previsto de llegada de los trenes de alta velocidad, medidos en minutos. X = N(0. 2.2)

a) Nos piden calcular $P(X<1)$.

$$P(X<1)=\{Tipificamos\}=P\left(Z<\frac{1-0}{2.2}\right)=P(Z<0.45)=\left\{\begin{matrix}\text{Miramos en la}\\ \text{tabla N(0,1)}\end{matrix}\right\}=\boxed{0.6736}$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.0
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	[illegible]	0.52
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	[illegible]	0.56
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	[illegible]	0.60
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	[illegible]	0.64
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.67

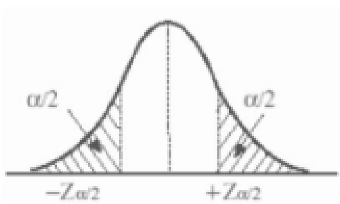
b1) Hallamos la media muestral.

$$\bar{x}=\frac{0+1.3-2.1-1.5+2+0.8+5+2.1-3+1.8+3.1+4-0.7+1.6-5.4}{15}=0.6\,\text{minutos}$$

Con un nivel de confianza del 96 % tenemos

$$1-\alpha=0{,}96\rightarrow\alpha=0{,}04\rightarrow\alpha/2=0{,}02\rightarrow 1-\alpha/2=0{,}98\rightarrow z_{\alpha/2}=\frac{2.05+2.06}{2}=2.055$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	[illegible]	[illegible]
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	[illegible]	[illegible]
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	[illegible]	[illegible]
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	[illegible]	[illegible]
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	[illegible]	[illegible]
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	[illegible]	[illegible]
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	[illegible]	[illegible]
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	[illegible]	[illegible]
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	[illegible]	[illegible]
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	[illegible]	[illegible]
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	[illegible]	[illegible]
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	[illegible]	[illegible]
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	[illegible]	[illegible]
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	[illegible]	[illegible]
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	[illegible]	[illegible]
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	[illegible]	[illegible]
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	[illegible]	[illegible]
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	[illegible]	[illegible]
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	[illegible]	[illegible]
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	[illegible]	[illegible]
2.0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.9798	0.9803
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	[illegible]	[illegible]



Determinamos el error del intervalo de confianza.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.055 \cdot \frac{2.2}{\sqrt{15}} = 1.17$$

Determinamos el intervalo de confianza.

$$\left(\bar{x} - Error,\ \bar{x} + Error\right) = (0.6 - 1.17,\ 0.6 + 1.17) = (-0.57,\ 1.77)$$

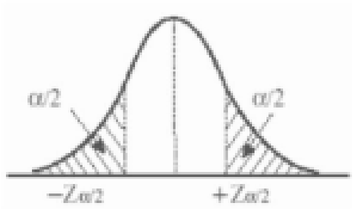
El error máximo que se comete es de 1.17 minutos.

¿puede afirmarse que un tren tenga un retraso de 2 minutos?
2 minutos de desajuste horario es mayor de 1.77 minutos y por lo tanto no entra dentro del intervalo de confianza por lo que no se puede afirmar dicho retraso.

b2) Con un nivel de confianza del 98 % tenemos

$$1 - \alpha = 0{,}98 \rightarrow \alpha = 0{,}02 \rightarrow \alpha/2 = 0{,}01 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0{,}99 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2.33$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	[illegible]
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.[illegible]517
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.[illegible]910
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.[illegible]293
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.[illegible]664
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.[illegible]019
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.[illegible]357
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.[illegible]673
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.[illegible]967
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.[illegible]238
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.[illegible]485
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.[illegible]708
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.[illegible]907
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.[illegible]082
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.[illegible]236
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.[illegible]370
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.[illegible]484
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.[illegible]582
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.[illegible]664
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.[illegible]732
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.[illegible]788
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.[illegible]834
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.[illegible]871
2.3	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.9901
[illegible]	0.9918	0.9920	0.9922	[illegible]



El error debe ser menor de 1.1 minutos.

$$Error < 1.1 \Rightarrow z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 1.1 \Rightarrow 2.33 \cdot \frac{2.2}{\sqrt{n}} < 1.1 \Rightarrow 2.33 \cdot 2.2 < 1.1\sqrt{n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2.33 \cdot 2.2}{1.1} < \sqrt{n} \Rightarrow \left(\frac{2.33 \cdot 2.2}{1.1}\right)^2 < n \Rightarrow n > 21.71$$

El tamaño mínimo de la muestra debe ser de 22 trenes de alta velocidad.

	PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBA DE ADMISIÓN ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS CURSO 2024-2025 MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II CURSO: **2024 – 2025** MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	CONVOCATORIA: **EXTRAORDINARIA**

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Debe resolver 4 ejercicios, uno de cada bloque. Elija solo un ejercicio en los tres bloques donde tiene posibilidad de elección. En caso de responder a dos ejercicios de un mismo bloque, se corregirá solo el que aparezca en primer lugar.

c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.

d) Todos los resultados deben estar suficientemente justificados.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

BLOQUE A

EJERCICIO 1

EJERCICIO 2

BLOQUE B

EJERCICIO 3

EJERCICIO 4

BLOQUE C

EJERCICIO 5

EJERCICIO 6

BLOQUE D

EJERCICIO 7

EJERCICIO 8

RESPUESTAS CONVOCATORIA DE JULIO

BLOQUE A

EJERCICIO 1

Solución:

EJERCICIO 2

Solución:

BLOQUE B

EJERCICIO 3

Solución:

EJERCICIO 4

Solución:

BLOQUE C

EJERCICIO 5

Solución:

EJERCICIO 6

Solución:

BLOQUE D

EJERCICIO 7

Solución:

EJERCICIO 8

Solución: