

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-009031

Fecha y hora de registro: 2013-06-22 11:35:24.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



www.apuntesmareaverde.org.es



Autora: Adela Salvador

Revisors: Nieves Zuasti i Sergio Hernández

Il·lustracions: Banc d'imatges de l'INTEF

**Traducció al valencià: Departament de Matemàtiques de l'Institut
Juan de Garay**

Índex

1. FASES EN LA RESOLUCIÓ D'UN PROBLEMA

2. PRIMERES ESTRATÈGIES

- 2.1. FES UNA ESTIMACIÓ DEL RESULTAT
- 2.2. EXPERIMENTA, JUGA AMB EL PROBLEMA
- 2.3. FES-HO MÉS FÀCIL PER A COMENÇAR
- 2.4. FES UN DIAGRAMA, UN ESQUEMA...
- 2.5. MIRA SI EL TEU PROBLEMA S'ASSEMBLA A ALGUN QUE JA CONEGUES
- 2.6. TRIA UNA BONA NOTACIÓ

3. EMOCIONS I RESOLUCIÓ DE PROBLEMES

- 3.1. EUREKA!
- 3.2. BLOQUEJOS

4. JOCS I PROBLEMES

Resum

Què és un problema? Com enfrontar-se a uns problemes nous que, potser, no siguin fàcils? És possible donar normes, conèixer estratègies, per a resoldre millor qualsevol tipus de problema?

Un **problema** matemàtic és una situació en què hi ha un objectiu que aconseguir superant una sèrie d'obstacles, sempre que el subjecte que afronta la situació no conega procediments o algorismes que li permeten, immediatament, aconseguir l'objectiu.

El que per a una persona és un problema, per a una altra pot ser un simple **exercici**, o molt més que un problema, una **investigació**. La diferència està en els coneixements previs, i si per resoldre-ho ha de fer-se preguntes, afegir hipòtesis a l'enunciat.

Davant d'un autèntic problema moltes vegades no sap un ni tan sols per on començar. Veurem algunes estratègies **de pensament** útils en qualsevol classe de problemes.

Pensem que ensenyar a resoldre problemes és el millor que es pot ensenyar, perquè el món evoluciona ràpidament i el que hui ens pareix imprescindible, demà pot haver quedat obsolet, mentre que resolent problemes es prepara a les persones per a enfrontar-se al que desconeixen i els processos mentals mai envelleixen.

Hi ha estudis que confirmen que l'ensenyança expressa de les etapes, cadències, tècniques i estratègies aconsegueix millors resultats que la mera pràctica espontània.

1. FASES EN LA RESOLUCIÓ D'UN PROBLEMA

Exemple 1:

1. La mare de Maria observa que el comptakilòmetres del seu cotxe marca 24.312 km. Quants quilòmetres li falten per a la pròxima revisió, que ha de ser cada 5.000 km?



Sempre que hages de resoldre un problema és convenient que seguisques els passos següents:

Fase 1: Abans de començar a actuar, intenta entendre bé el problema

Llig amb atenció l'enunciat, i pensa:

- Quins són les dades?
- Què demanen?

Fase 2: Busca una bona estratègia.

És un problema amb operacions amb nombres naturals, després:

- Quines operacions aritmètiques he de fer? Caldrà sumar? Caldrà multiplicar? Caldrà restar? Caldrà dividir?

Fase 3: Porta avant la teua estratègia

Ara sí, ara resolem el problema:

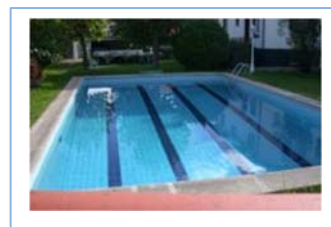
Si multipliques 5.000 per 5 obtens 25.000. Per tant, la pròxima revisió ha de ser als 25.000 km, després a la mare de Maria li falten $25.000 - 24.312 = 688$ km per a fer la revisió.

Fase 4: Comprova el resultat. Pensa si és raonable. Comprova l'estratègia.

Si sumes a 24.312 els 688 km del resultat tenim els 25.000 km de la pròxima revisió.

Activitats proposades

1. Inventa problemes semblants!
2. Estima quant mesura la teua aula de llarg i quant d'ample. Es desitja posar un sòcol que val a 6 € el metre. Quants euros costarà posar-lo?
3. El comptakilòmetres del pare de Joan marca 64.731 km. Si les revisions són cada 5.000 km, quants quilòmetres li falten per a la pròxima revisió?
4. La piscina d'Agnès té forma de rectangle. Els seus costats mesuren 10 m de llarg i 7 m d'ample. Desitja rodejar la piscina amb una tanca. El metre de tanca val 12 €. Quant costarà fer la tanca?



2. ESTRATÈGIES EN LA RESOLUCIÓ DE PROBLEMES

2.1. Fes una estimació del resultat

Moltes vegades n'hi ha prou amb fer una estimació del resultat, no amb la solució exacta.

Ja has estimat les dimensions de la teua aula.

A la mare de Maria, per exemple, per estar tranquil·la li basta saber que li falten més de 600 km per a la pròxima revisió. Mentre que el pare de Joan potser no necessita saber que exactament li falten $65.000 - 64.731 = 269$ km per a la pròxima revisió, sinó fer una estimació que li falten menys de 300 km per començar a preocupar-se per fer-la.

Per realitzar bones estimacions és convenient haver practicat molt.

Activitats proposades

Intenta ara tu fer una estimació a les solucions d'aquests problemes:

5. Si la teua paga setmanal és de huit euros, i estalvies tota la paga d'un mes Podries comprar-te un ordinador portàtil (que estimes que val uns 1.500 euros)? I amb totes les pagues d'un any?
6. Un ascensor només pot amb 500 kg, quants dels teus amics penses que podrien pujar-se?
7. Informen que a una manifestació han anat 40.000 persones, com creus que les han comptat?
8. Si tota la població mundial es donara la mà, quina longitud es formaria?
9. Quanta gent cap de peu en la teua aula?
10. Quants quilòmetres camines a l'any?
11. Quants grans d'arròs hi ha en un quilo?



2.2. Experimenta, juga amb el problema

Al experimentar amb les dades del problema és fàcil que se t'ocórrega que has de fer amb ells.

Activitats proposades

12. a) Pensa un nombre de tres xifres.
 - b) Escriu-lo al revés i resta el menor del major.
 - c) Escriu el resultat al revés i suma'l al resultat de la resta.
 - d) Escriu la solució final.
 - e) Prova amb diversos nombres, què observes? Hi ha algun cas en què no s'obtinga la mateixa solució?
 - f) Prova amb quatre xifres. Obtens resultats del mateix tipus que les anteriors?
 - g) T'atreveixes amb cinc xifres?

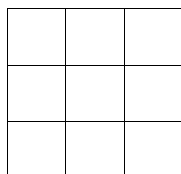
2.3. Fes-ho més fàcil per a començar

13. "Les torres d'Hanoi": Conta la llegenda que en tres agulles d'or hi ha seixanta-quatre discos tots de distinta grandària, col·locats de major a menor. Uns monjos canvien contínuament de lloc aquests discos, un cada segon amb les regles següents: En cada moviment només es pot moure un disc. I no podem col·locar mai un disc damunt d'un altre més xicotet. Quan hagen passat tots els discos d'una de les agulles a una altra s'acabarà el món. Quant falta perquè acabe el món?

Per a enfrontar-te a aquest problema, has de tindre en compte, el primer, les **fases**, intenta entendre bé el problema.

Després, fes-ho **més fàcil per començar**. En compte de amb 64 discos, comença només amb un disc. A continuació, amb dos, amb tres... Manipula els objectes. Fes un esquema.

14. Quadrat Màgic



Amb els nombres del 10 al 18 completa en el teu quadern el quadre de manera que obtingues la mateixa suma en totes direccions, en horitzontal, en vertical, i fins i tot en les dues diagonals.

- Fes-ho més fàcil, comença amb un quadrat màgic amb els nombres de l'1 al 9. Quant ha de sumar cadascuna de les files? Quin ha de ser el nombre de la casella central? La suma d' $1 + 2 + \dots + 9 = \dots$? Quin nombre dividit entre 3 ens dona: ...?

Després fes-te les mateixes preguntes amb els nombres del problema inicial.

2.4. Fes un diagrama, un esquema...

Moltes vegades fer un diagrama ens resol el problema.

Activitats proposades

1. "Color del cabell": Tres amigues A, B, C, una rossa, una altra morena i una altra pèl-roja, estan jugant a les cartes assentades en una taula circular, cada una passa una carta a la què està a la seua dreta. L'amiga B ha passat una carta a la rossa. L'amiga A ha passat una carta a la què ha passat una carta a la pèl-roja. Quin és el color del cabell de A, B i C?

Al fer un esquema i analitzar les dos configuracions que existixen, s'observa que una d'elles és inconsistent, ja que una de les amigues és al mateix temps rossa i pèl-roja. La solució és l'altra configuració, que és consistent amb l'enunciat.

2. Una persona és 80 cm més alta que la mitat de la seua alçària. Quina estatura té?

Llig i comprén amb atenció l'enunciat, dibuixa un esquema i sabràs la solució.

3. Volen creuar un riu en una barca tres dones i tres marits zelosos, si només caben dos persones en la barca, i mai poden quedar a soles una dona i un marit que no siguin parella, com poden fer-ho?

2.5. Mira si el teu problema s'assembla a algun que ja conegues

És possible que el teu problema tinga el mateix aire que un altre que ja has resolt, la qual cosa pot proporcionar-te pistes útils per a resoldre el nou.

Activitats proposades

4. Observa les ofertes d'una botiga:

	<i>Preu anterior</i>	<i>Oferta</i>
Camisetes	15 euros	12 euros
Jaquetes	40 euros	30 euros
Pantalons	32 euros	28 euros
Camises	25 euros	21 euros



Una persona aprofita aquestes ofertes i compra cinc camises, una jaqueta, dos pantalons i tres camisetes. Esbrina quant es gasta i quant s'estalvia per comprar eixa roba en ofertes.

5. S'han apuntat 25 estudiants a un viatge. Al pagar el bitllet 5 d'ells se n'adonen que no han portat diners. La resta decidix pagar-se'l, i abonen cada un 3 €. Quant costa cada bitllet?

2.6. Tria una bona notació

Activitats proposades

6. Calcula mentalment el producte de dos nombres i després suma un tercer:

$$a) 5 \times 9 + 26 =$$

$$b) 200 \times 7 + 128 =$$

$$c) 60 \times 8 + 321 =$$

Ara al contrari: ens donen el resultat i busquem, de la forma anterior, amb quins nombres pot obtindre's. Per exemple, ens donen 1000 i diem $1000 = 100 \times 7 + 300$.

Segueix eixe model per a expressar els nombres següents: 2000, 4000 i 5500.

7. **Emmy Noether**, una il·lustre dona matemàtica, va nèixer el 23 de març de 1882 i va morir el 14 d'abril de 1935.

a) Quants anys tenia al morir?

b) Quants anys han passat des de l'any de la seua mort?

c) Quants anys falten per a celebrar el centenari de la seua mort? Quants mesos? Quants dies?



3. EMOCIONS I RESOLUCIÓ DE PROBLEMES

3.1. Eureka!

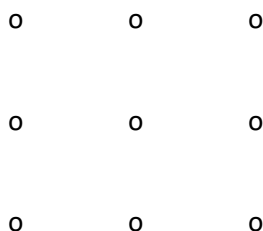
Ja saps que **Arquimedes** estava en la banyera quan va exclamar **Eureka!** perquè havia descobert una important propietat dels cossos submergits. Una cosa pareguda ocorre moltes vegades. Tu mateix, si treballes en un problema, després el teu inconscient continua treballant i, de sobte, sense més, Eureka!, tens la solució. Aquesta situació, aquesta emoció positiva i gratificant, també rep el nom **d'això mateix!** En la Història de la Ciència es coneixen moltes d'aquestes situacions. Troba alguna i reflexiona sobre com et sents al resoldre un problema, que en un primer moment, pareixia impossible.

3.2. Bloquejos

Però també poden aparèixer emocions negatives, a les que anomenem **bloquejos**. Moltes vegades, al tractar de resoldre un problema, aquest ens pareix impossible, ens desanimem, ens donen ganes de deixar-ho tot. Açò és un bloqueig. Però això li passa a tot el món. Cal traure forces i continuar. Trobar la causa del bloqueig.

Vegem alguns problemes senzills que resulten complicats perquè en ells sol produir-se un bloqueig. Intenta primer resoldre'ls i després, si no t'ixen, llig l'ajuda.

8. Sense alçar el llapis uneix amb 4 traços rectes estos nou punts.

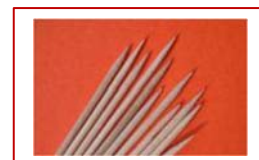


Dibuixa al teu quadern nou punts com els de la figura i intenta unir-los, amb 4 traços sense alçar el llapis.

Recorda, el primer és comprendre l'enunciat. Prova a fer-lo. Ho has aconseguit? Magnífic. No ho aconsegueixes, intenta-ho un poc més.

Bloqueig: Si no ho aconsegueixes és perquè estàs pressuposant alguna cosa que no s'ha dit i és que no pots eixir del recinte limitat pels punts. Fes traços més llargs i ho aconseguiràs de seguida.

9. Amb 3 furgadents, tots iguals, pots construir un triangle equilàter. Amb 5 furgadents pots construir 2 triangles equilàters, com podem construir quatre triangles equilàters iguals amb sis furgadents amb la condició que el costat de cada triangle siga la longitud del furgadents?



➤ Experimenta, juga amb el problema. Ho has aconseguit! Llavors no has tingut un bloqueig.

Bloqueig: Ningú ha dit que no pogueres eixir del pla. Ací està el bloqueig. Ho aconsegueixes amb un tetraedre regular.

4. JOCS I PROBLEMES

T'agrada jugar? Per a ser un bon jugador en jocs d'estratègia pots utilitzar les tècniques que has après amb la resolució de problemes.

Fases: El primer, naturalment, comprendre bé les regles del joc, que és semblant a comprendre l'enunciat. La segona cosa, jugar, fins a trobar una estratègia guanyadora. Després jugar i veure si la teua estratègia és realment bona. Finalment, generalitzar, intentar millorar l'estratègia.



Activitats proposades

Utilitza tot el que has après.

1. I ara un joc! Les tres en ratlla

Es juga de dos en dos. Copia en el quadern la taula següent:

497	315	69	77
115	33	90	22
225	161	46	55
355	142	135	213

Una persona tria dos nombres, un del conjunt $A = \{2, 3, 5, 7\}$ i un altre del conjunt $B = \{11, 45, 71, 23\}$. Els multiplica mentalment, i posa la seua marca (o una fitxa, o una boleta de paper) damunt del nombre resultant. L'altra persona fa el mateix quan li toque el torn. Guanya qui posa tres marques en línia recta.

Ara a jugar!

2. Realitza el mateix joc de l'activitat anterior amb este altre tauler, i amb els grups de números:

$A = \{2, 5, 7, 4\}$ y $B = \{3, 11, 9, 1\}$.

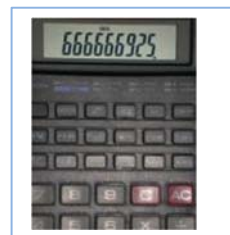
63	7	21	6
22	4	15	5
45	2	55	44
12	36	18	77

➤ Inventa amb altres nombres el teu propi tauler de jocs.

3. Un altre joc

És un joc de **calculadora** i pot ser un joc cooperatiu; un joc en què es posen en comú les diferents estratègies i es discuteix sobre el millor procediment, el més senzill o el més original.

Consta de quatre fitxes com les de la figura, on s'indiquen les tecles que està permès polsar, i el resultat, en roig, a què cal arribar.



$\begin{array}{cc} 2 & 4 \\ + & \text{?} \\ / & = \\ \hline 34 \end{array}$	$\begin{array}{cc} 5 & 6 \\ \times & / \\ + & = \\ \hline 147 \end{array}$	$\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ + & \text{?} \\ \times & = \\ \hline 123 \end{array}$	$\begin{array}{cc} 3 & 7 \\ + & \text{?} \\ \times & = \\ \hline 93 \end{array}$
---	--	---	--

- El joc consisteix, en primer lloc, a obtenir el resultat a la calculadora.
- Has d'anotar tots els mètodes trobats. Pensa i anota en el teu quadern quin és el procediment que t'ha resultat més eficaç.
- Escribeu, utilitzant parèntesi, les expressions que ha utilitzat la calculadora.
- Modifica el joc confeccionant noves fitxes, modificant aquestes amb altres tecles i amb altres resultats.

4. Fem màgia!

Digues-li a una persona que pense un nombre de tres xifres, que escriga eixe nombre i, de nou, les tres xifres, per a formar un nombre de sis xifres. Demana-li que el divideisca entre 7, després entre 11 i després entre 13. Es quedarà sorpresa al comprovar que el resultat és el nombre que va escriure. Saps per què?

5. Resol els mots encreuats: **Copia'l** al teu quadern i resol-lo.

	x		x	=	24
x		x		x	
	x		x	=	35
x		x		x	
	x		x	=	30
=		=		=	
6		50		84	

CURIOSITATS. REVISTA

ELLES I ELLS INVESTIGUEN PER A RESOLDRE PROBLEMES

El progrés que ara gaudim ha sigut possible gracies a la iniciativa i al treball de milers d'homes i dones. Van superar reptes i van resoldre problemes pels que necessitàrem molts coneixements matemàtics

VAN CONSTRUIR PONTS QUE ENS COMUNIQUEN



VAN DISENYAR AVIONS QUE SOBREVOLEN OCEANS



VAIXELLS QUE SOLQUEN



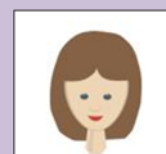
LA INFORMÀTICA QUE ENS INVADEIX



LA REINA DE LES CIÈNCIES DEL S. XIX

Mary Somerville va dedicar la seua vida a l'estudi de les matemàtiques i la física. Va traduir a l'anglès *La Mecànica Celeste* de Laplace, un dels tractats científics més importants de la seua època. Va escriure nombroses obres i articles, va viatjar per Europa i es va relacionar amb els principals científics. La Reina Victoria li va concedir una pensió vitalícia en reconeixement al seu treball. Va ser una dona feliç. Mireu el que va escriure:

"Tinc 92 anys..., la meua memòria per als esdeveniments ordinaris és dèbil però no per als matemàtics o les experiències científiques. Sóc encara capaç de llegir llibres d'àlgebra superior durant quatre o cinc hores pel matí, i fins i tot de resoldre problemes"



L'ELECTRICITAT QUE ARRIBA A TOTS ELS LLOCS



RESUM

Problema	És una situació en què hi ha un objectiu que aconseguir superant una sèrie d'obstacles, sempre que el subjecte que afronta la situació no conega procediments o algorismes que li permeten aconseguir l'objectiu.
Fases en la resolució d'un problema	Fase 1: Abans de començar a actuar, tracta d'entendre bé el problema. Fase 2: Busca una bona estratègia. Fase 3: Porta avant la teua estratègia. Fase 4: Comprova el resultat. Pensa si és raonable. Comprova l'estratègia.
Algunes estratègies	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Fes una estimació del resultat. ➤ Experimenta, juga amb el problema. ➤ Fes-lo més fàcil per a començar. ➤ Fes un diagrama, un esquema... ➤ Mira si el teu problema s'assembla a algun que ja conegues. ➤ Tria una bona notació.
Emocions i resolució de problemes	Emoció positiva: Idea feliç. Això mateix! Eureka! Emoció negativa: Bloqueig
Jocs d'estratègia	Per a ser un bon jugador en jocs d'estratègia pots utilitzar les tècniques que has après en la resolució de problemes.

EXERCICIS I PROBLEMES de 1r d'ESO

1. La Cap d'Estudis d'un col·legi ha anotat en un quadre el nombre d'alumnes que han faltat a classe. En eixe col·legi hi ha huit classes de Secundària.

	L	M	X	J	V	TOTAL
1º A	2	3	5	1	3	
1º B	3	4	1	3	2	
2º A	2	6	3	4	3	
2º B	5	1	0	2	1	
3º A	4	2	3	1	0	
3º B	6	3	1	2	3	
4º A	2	3	1	4	0	
4º B	4	2	2	2	0	
TOTAL						



Copia la taula en el teu quadern i resol allí l'exercici.

a) Emplena les últimes fila i columna del quadre.

b) Sabent que el nombre total d'alumnes d'eixe col·legi en Secundària és de 205, esbrina quants hi havia en el col·legi el dijous.

2. "L' extraordinari 37"

$$37 \times 3 = 111$$

$$37 \times 6 = 222$$

$$37 \times 9 = 333$$

Aconsegueix tu ara

444, 555, 666...

3. En una quadrícula de quatre per quatre, col·loca els nombres de l'1 al 16 als quadrats, cada un en u. Multiplica els nombres de cada dos quadrats adjacents i escriu el producte en cada aresta. Suma els nombres que hi ha en cada aresta. Volem que la suma siga el menor possible. Com hem de col·locar els nombres de l'1 al 16?

4. Triangles

$$1 \times 9 + 2 = 11$$

$$12 \times 9 + 3 = 111$$

$$123 \times 9 + 4 = 1111$$

$$1234 \times 9 + 5 = 11111$$

Comprova que el triangle segueix fins a arribar a +10.

5. Estudia les maneres de dividir un quadrat en quatre parts iguals en forma i en àrea.

6. **Números en fuga:** Aquestes operacions s'han quedat sense resoldre per falta d'alguns nombres. Pots completar-les? Copia-ho al teu quadern i resol.

$$\begin{array}{r} \text{a)} \quad 3 \bigcirc 89 \bigcirc \\ +4 \ 6 \ 4 \ 1 \ 0 \\ \hline \bigcirc 2 \ 5 \bigcirc 6 \\ 1 \bigcirc 9 \bigcirc \text{?} \ 5 \ 3 \end{array}$$

$$\text{b)} \quad 4 \bigcirc 2 : \bigcirc 5 = 17 \text{ resto } 07$$

$$\text{c)} \quad 2 \bigcirc 3 \bigcirc \times 75 = 2 \bigcirc 0050$$

7. Dues dones havien anat al mercat a vendre 30 pomes cadascuna. La primera tenia la intenció de vendre cada dues pomes per un €. Quant pensava guanyar? La segona volia vendre cada tres pomes per dos €. Quant guanyaria? Però no volien fer-se la competència per la qual cosa van arribar a l'acord següent: vendre ambdues cada cinc (2 + 3) pomes per tres (1 + 2) €. Ho havien venut tot. Han guanyat 36 €? Els sobra un €! Amb la venda anterior guanyarien 35 €, i han guanyat 36 €. Pots explicar-los què ha ocorregut?



8. Sofia, que és molt sàvia, s'ho ha explicat, i s'han posat tan contentes que han decidit anar a dinar les tres juntes. Van pagar el menjar amb 30 €, i el cambrer els va tornar 5 €. Cadascuna es va quedar amb un €, però sobraven 2 que van deixar de propina. De nou tenien un problema! Ara faltava un €! Han pagat $10 - 1 = 9$ € cadascuna, que per 3 són 27 €, més 2 de propina són $27 + 2 = 29$. I en un principi tenien 30. Els falta un! Explica el que ha passat.

9. **Lletres i nombres:** Si segueixes l'orde alfabètic aquestes quatre operacions donen com resultat lletres amb les què podràs formar una paraula:

$$(8 + 10) : 3 + 7 \times 1 - 5 =$$

$$(23 - 15) + 2 \times 4 =$$

$$1 \times 4 + 6 : 2 + 5 \times 1 =$$

$$45 \times (1 + 0) - 45 + 1 =$$

Copia-ho en el teu quadern i resol.

10. "El llop, la cabra i la col llombarda": Un home ha de creuar un riu en una barca amb un llop, una cabra i una col llombarda, en la que només pot anar ell i una de les tres coses, tenint en compte que si no està l'home davant, el llop es menja la cabra i la cabra es menja la col llombarda. Com aconseguix transportar-los a l'altre costat del riu?



A. I. Fernández

11. Joan, Jaume i Jordi tenen cadascú dos oficis. Hi ha un barber, un xòfer, un taverner, un músic, un pintor i un jardiner. A què es dedica cada un d'ells? Sabent que:

1: El xòfer es va burlar del músic perquè tenia el cabell llarg

2: El músic i el jardiner pesquen amb Joan

3: El pintor va comprar al taverner vi

4: El xòfer cortejava a la germana del pintor

5: Jaume devia 5 dòlars al jardiner

6: Jordi va veure a la llunyania a Jaume i al pintor.

12. Sorpreses del 8 i el 9:

$$0 \cdot 9 + 8 = 8$$

$$9 \cdot 9 + 7 = 88$$

$$98 \cdot 9 + 6 = 888$$

$$987 \cdot 9 + 6 = 8888$$

$$9876 \cdot 9 + 6 = 88888$$

$$98765 \cdot 9 + 6 = 888888 \quad \text{T'animes a continuar la piràmide?}$$

13. Ens donen 16 boles de la mateixa grandària, però una d'elles pesa un poquet menys que les altres. Per esbrinar quina és disposem d'una balança de dos plats. Quin és el mínim nombre de pesades que necessites efectuar per a, sense tindre en compte la bona sort, determinar la bola? I si són 32 boles? I si són 27? I si 13? Generalitza el problema a qualsevol nombre de boles.

14. Un rajà va deixar les seues filles un cert nombre de perles i va determinar que es fera de la manera següent: La filla major prendria una perla i un sèptim del que quedara. La segona filla rebria dos perles i un sèptim del restant. La tercera jove rebria tres perles i un sèptim del que quedara. I així successivament. Feta la divisió cadascuna de les germanes va rebre el mateix nombre de perles. Quantes perles hi havia? Quantes filles tenia el rajà?

15. Quin és el màxim nombre d'angles rectes que pot haver-hi en un polígon de n costats?

PER AL PROFESSORAT

En l'ensenyança de les matemàtiques és convenient, com afirmava *Hans Freudenthal*, “fer matemàtiques en la classe de matemàtiques” i una forma d'aconseguir-ho, és organitzar classes de resolució de problemes o proposar xicotetes investigacions.

A l'investigar als bons resolutors de problemes s'han obtingut dues conclusions : La primera és que la capacitat **per a resoldre problemes millora amb la pràctica**, la segona és que l'anàlisi dels mètodes matemàtics, així com el de les distintes estratègies que intervenen en la resolució de problemes també millora eixa capacitat. Hi ha estudis que confirmen que l'ensenyança expressa de les etapes, cadències, tècniques i estratègies aconseguix millors resultats que només la pràctica espontània. És precís resoldre molts problemes. Eixa ajuda només pot ser eficaç si s'exerceix sobre problemes concrets i no com prerrequisit teòric.

Treballar en la resolució de problemes és el millor que es pot proporcionar a una persona, ja que ajuda a equipar-la per a la seua activitat integral, no sols pel que fa a les seues capacitats matemàtiques. El món evoluciona ràpidament, i tenim l'obligació de preparar persones que en el futur van a enfrontar-se a situacions desconegudes. Els processos mentals no es fan obsolets.

Un **problema matemàtic** és una situació en què hi ha un objectiu que aconseguir superant una sèrie d'obstacles, sempre que el subjecte que afronta la situació no conega procediments o algorismes que li permeten aconseguir l'objectiu.

Un problema té distinta qualificació en funció de la persona que se'l planteja, i és evident que el que són problemes per a uns, no ho són per a altres. Així quan una persona sap els rudiments del llenguatge algebraic, un problema que puga resoldre's plantejant una equació de primer o segon grau o un sistema d'equacions, no és un problema, sinó un **exercici** a què se li aplica una regla fixa que és la notació algebraica i els algorismes per a resoldre les equacions que resulten. També és diferent un problema d'una **investigació**, que al ser un procés més obert, és la persona qui es planteja l'objectiu que vol aconseguir. Així, quan un estudiant al resoldre un problema es fa preguntes, intentant generalitzar el resultat o modificar les condicions inicials, està realitzant una investigació. Podem per tant distingir entre exercici, problema i investigació.

L'heurística, **terme** introduït per por **George Polya** al seu llibre *Com plantejar i resoldre problemes*, és "l'art de resoldre problemes" i tracta de desvelar el conjunt d'actituds, processos generals, estratègies i pautes que afavoreixen la resolució de problemes en general i en particular dels problemes matemàtics. Deia Polya: “*El professor de matemàtiques no hauria d'acontegar-se de dispensar el saber, sinó que també hauria d'intentar desenrotllar als estudiants la capacitat d'utilitzar eixe saber; hauria d'insistir en el saber – fer, en les actituds adequades, en els hàbits intel·lectuals desitjables*”.

Polya considera la resolució de problemes com un procés lineal en què estableix quatre fases:

1. Comprendre el problema,
2. Concebre un pla,
3. Executar un pla, i
4. Examinar la solució obtinguda.

En cadascuna d'aquestes fases hi ha una sèrie de pautes o suggeriments heurístics que pretenen fixar l'atenció sobre aspectes concrets del problema, per a suggerir idees que permeten avançar en la seua resolució.

A Espanya en 1991 es publica *Per a pensar millor* de *Miguel de Guzmán* en el que es destaca la identificació

dels distints tipus de bloquejos, la importància de l'activitat subconscient en el procés de resolució de problemes, el desenrotllament de la creativitat, i la importància de realitzar un protocol en el procés de resolució. Aconsellava “ensenyar matemàtiques basant-se fonamentalment en l'ocupació activa amb problemes al voltant dels continguts que es pretén impartir”. En *Com parlar, demostrar i resoldre en Matemàtiques* (2003) reflexiona sobre l'organització d'una classe de problemes i les tècniques que la faciliten, com el remolí d'idees o el treball en grup.

Una forma aconsellable per a les classes de resolució de problemes és organitzar el treball **en grups**. Hi ha moltes formes d'organitzar el treball en grup, per la qual cosa abans de proposar qualsevol activitat de grup hem d'assegurar-nos que l'alumnat coneix algunes tècniques bàsiques. Si no és així gran part de la rendibilitat esperada es perd davant d'un mal repartiment de responsabilitats, una deficient organització, una incorrecta administració del temps, etc.

Els grups, ni massa grans, ni massa xicotets, podrien estar formats per unes sis o set persones. En un grup ha d'haver-hi una persona responsable i una persona secretària:

- La **persona responsable** té dos funcions, **dinamitzadora** per a mantindre l'interès del grup i cuidar que ningú es quedi sense participar i **organitzadora** preocupant-se de planificar els temps i les tasques assignades a cada fase del treball.
- La persona **secretària** s'ocupa d'anotar totes les idees que vagen sorgint i sistematitzar les tasques que es vagen desenrotllant i és portaveu, encarregant-se d'exposar les conclusions del seu equip a tota la classe.

Cadascuna de les funcions descrites no han d'associar-se sempre a una mateixa persona sinó que és recomanable un sistema d'alternança.

Paper del professorat: En una classe de resolució de problemes, la nostra labor és dinamitzar als diferents equips, suplint les deficiències i ajudant als primers moments a les persones responsable i secretària en les seues funcions.

Quan un professor o una professora planteja un treball en grup per a resoldre problemes ha de:

- Triar problemes amb un enunciat atractiu i motivador.
- Graduar de manera convenient la dificultat del problema.
- Analitzar detingudament els bloquejos que puguem sorgir en la resolució del problema i utilitzar els mètodes adequats per a superar-los.
- Percebre les dificultats que el treball en grup planteja com a tal i comptar amb recursos per a actuar enfront dels obstacles que pertorben el seu bon funcionament.
- Procurar establir un ambient adequat dins de l'aula que afavorisca actituds positives cap a l'aprenentatge.

Però l'aprenentatge de la resolució de problemes és un procés a llarg termini. No és un objectiu operatiu avaluable per mitjà d'un examen.

Per saber més entra en:

<http://innovacioneducativa.upm.es/pensamientomatematico/node/91>