

Matemàtiques orientades a les ensenyances aplicades:

# 4tA ESO

## Capítol 2:

# Proporcionalitat

### Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-039136

Fecha y hora de registro: 2014-04-07 18:20:55.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



[www.apuntesmareaverde.org.es](http://www.apuntesmareaverde.org.es)



**Autora: Nieves Zuasti**

**Revisors: Javier Rodrigo i María Molero**

**Il·lustracions: Banc d'imatges d'INTEF**

**Traducció al valencià: Pedro Podadera IES Juan de Garay**

## Índex

### 1. PROPORCIONALITAT DIRECTA

- 1.1. MAGNITUDS DIRECTAMENT PROPORCIONALS
- 1.2. PROPORCIONALITAT SIMPLE DIRECTA
- 1.3. PERCENTATGES
- 1.4. INCREMENT PERCENTUAL. DESCOMPTE PERCENTUAL. PERCENTATGES ENCADENATS
- 1.5. ESCALES

### 2. PROPORCIONALITAT INVERSA

- 2.1. MAGNITUDS INVERSAMENT PROPORCIONALS
- 2.2. PROPORCIONALITAT SIMPLE INVERSA
- 2.3. PROPORCIONALITAT COMPOSTA

### 3. REPARTIMENTS PROPORCIONALS

- 3.1. REPARTIMENT PROPORCIONAL DIRECTE
- 3.2. REPARTIMENT PROPORCIONAL INVERS
- 3.3. MESCLES I ALIATGES

### 4. INTERÉS

- 4.1. CÀLCUL D'INTERÉS SIMPLE
- 4.2. INTERÉS COMPOST

## Resum

En la vida quotidiana és interessant saber manejar la proporcionalitat, per exemple per a calcular el descompte d'unes rebaixes, o l'interès que s'ha de pagar per un préstec. En multitud d'ocasions hem d'efectuar repartiments proporcionals, directes o inversos: premis de loteria, herències, mescles, aliatges...

El tant per cent i l'interès és un concepte que apareix constantment als Mitjans de comunicació i en la nostra pròpia economia. En aquest capítol farem una primera aproximació a la denominada "economia financera".

La proporcionalitat és una realitat amb què convivim al nostre voltant. Per a comprendre-la i utilitzar-la correctament, necessitem conèixer les seues regles. Reconeixem la proporcionalitat directa o inversa, simple i composta, i realitzarem exercicis i problemes d'aplicació.



## INTRODUCCIÓ

A Esther li agrada anar amb bicicleta a l'escola i ha comprovat que a fer aqueix recorregut tarda caminant quatre vegades més. Tenim ací tres magnituds: temps, distància i velocitat.

*Recorda que:*

Una **magnitud** és una propietat física que es pot mesurar.

A més velocitat es recorre més distància.

Són **magnituds directament proporcionals**.

A més velocitat es tarda menys temps.

Són **magnituds inversament proporcionals**.

Però, atenció, no totes les magnituds són proporcionals. Açò és una confusió molt freqüent. Perquè en créixer una magnitud, l'altra també creix, encara no es pot assegurar que siguin directament proporcionals. Per exemple, Esther recorda que fa uns anys tardava més a recórrer el mateix camí, però l'edat no és directament proporcional al temps que es tarda. Anem a estudiar-lo amb detall per a aprendre a reconèixer-lo bé.



## 1. PROPORCIONALITAT DIRECTA

### 1.1. Magnituds directament proporcionals

*Recorda que:*

Dues magnituds són **directament proporcionals** quan en multiplicar o dividir la primera per un nombre, la segona queda multiplicada o dividida pel mateix nombre.

*Exemple:*

- Si tres bosses contenen 15 caramels, set bosses (iguals a les primeres) contindran 35 caramels, perquè:

$$3 \cdot 5 = 15 \quad 7 \cdot 5 = 35$$

La **raó de proporcionalitat directa**  $k$  és el quocient de qualsevol dels valors d'una variable i els corresponents de l'altra:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'} = k$$

*Exemple:*

- A l'exemple anterior la raó de proporcionalitat és 5, perquè:  $\frac{15}{3} = \frac{35}{7} = 5$

*Exemple:*

- Copia al teu quadern la següent taula, calcula la raó de proporcionalitat i completa els buits que falten sabent que és una taula de proporcionalitat directa:

|            |    |     |    |     |      |
|------------|----|-----|----|-----|------|
| Magnitud A | 18 | 1,5 | 60 | 2,7 | 0,21 |
| Magnitud B | 6  | 0,5 | 20 | 0,9 | 0,07 |

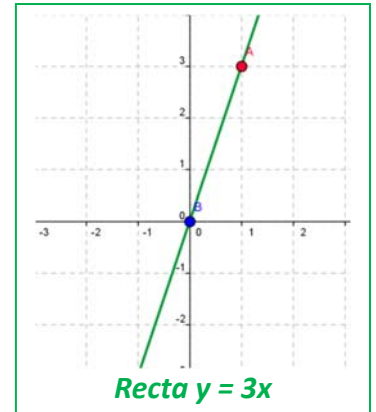
$$\frac{18}{6} = 3$$

La raó de proporcionalitat és  $k = \frac{18}{6} = 3$ . Per tant tots els valors de la magnitud B són tres vegades menors que els de la magnitud A:

$$\frac{18}{6} = \frac{1,5}{0,5} = \frac{60}{20} = \frac{2,7}{0,9} = \frac{0,21}{0,07} = 3$$

### Observa que:

Si es representen gràficament els punts d'una proporcionalitat directa, tots ells estan sobre una **recta** que passa per l'origen de coordenades. La raó de proporcionalitat és el **pendent** de la recta. La funció lineal  $y = kx$  es denomina també **funció de proporcionalitat directa**.



### Exemple:

- Equació de la recta de l'exemple anterior:

L'equació de la recta és  $y = 3x$ . Comprovem que tots els punts la verifiquen:

$$18 = 3 \cdot 6; \quad 1,5 = 3 \cdot 0,5; \quad 60 = 3 \cdot 20; \quad 2,7 = 3 \cdot 0,9; \quad 0,21 = 3 \cdot 0,07.$$

## Reducció a la unitat

Si hem d'usar la mateixa equació de la recta en distintes ocasions el problema pot simplificar-se amb la **reducció a la unitat**. Si  $x = 1$  llavors  $y = k$ .

### Exemple:

- Per a celebrar el seu aniversari Josep ha comprat 3 botelles de refresc que li han costat 4,5 €. Pensa que no seran suficients i decideix comprar 2 més. Calcula el preu de les 2 botelles utilitzant la reducció a la unitat.

$k = 1,5 \Rightarrow y = 1,5x$ . Ara podem calcular el preu de qualsevol nombre de botelles. Al nostre cas

$x = 2$ , doncs  $y = 1,5 \cdot 2 = 3$  €.

## Activitats proposades

- Copia al teu quadern i completa la taula de proporció directa. Calcula la raó de proporcionalitat. Representa gràficament els punts. Determina l'equació de la recta.

|        |    |      |      |   |    |    |
|--------|----|------|------|---|----|----|
| Litres | 12 | 7,82 |      | 1 |    | 50 |
| Euros  | 36 |      | 9,27 |   | 10 |    |

- Calcula els termes que falten per a completar les proporcions:

$$\text{a) } \frac{24}{100} = \frac{30}{x} \quad \text{b) } \frac{x}{80} = \frac{46}{12} \quad \text{c) } \frac{3'6}{12'8} = \frac{x}{60}$$

- Si l'AVE tarda una hora i trenta-cinc minuts a arribar des de Madrid a València, que disten 350 quilòmetres, quant tardarà a recórrer 420 km?

## 1.2. Proporcionalitat simple directa

Acabem de veure que la proporcionalitat simple directa consisteix a trobar l'equació d'una recta que passa per l'origen:  $y = kx$ .

**Exemple:**

- Vint caixes pesen 400 kg, quants kg pesen 7 caixes?

Busquem l'equació de la recta:  $y = kx \Rightarrow 400 = k20 \Rightarrow k = 400/20 = 20 \Rightarrow y = 20x$  Equació de la recta

Si  $x = 7$  doncs  $y = 20 \cdot 7 = 140$  kg.

### Activitats proposades

4. En una recepta ens diuen que per a fer una mermelada de fruites del bosc necessitem un quilogram de sucre per cada dos quilograms de fruita. Volem fer 7 quilograms de mermelada, quants quilograms de sucre i quants de fruita hem de posar?
5. L'altura d'una torre és proporcional a la seua ombra (a una mateixa hora). Una torre que mesura 12 m té una ombra de 25 m. Quina altura tindrà una altra torre l'ombra de la qual mesure 43 m?
6. Una font ompli una garrafa de 12 litres en 8 minuts. Quant temps tardarà a omplir un bidó de 135 litres?
7. Hem gastat 12 litres de gasolina per a recórrer 100 km. Quants litres necessitem per a una distància de 1374 km?



8. El meu cotxe hi ha gasta 67 litres de gasolina a recórrer 1250 km, quants litres gastarà en un viatge de 5823 km?
9. Un llibre de 300 pàgines pesa 127 g. Quant pesarà un llibre de la mateixa col·lecció de 420 pàgines?



10. Dos pantalons ens van costar 28 €, quant pagarem per 7 pantalons?

## 1.3. Percentatges

El percentatge o tant per cent és la raó de proporcionalitat de major ús a la vida quotidiana.

El **tant per cent** és una raó amb denominador 100.

**Exemple:**

- $37\% = \frac{37}{100}$ . L'equació de la recta és:  $y = \frac{37}{100}x$ .

Els percentatges són proporcions directes.

**Exemple:**

- La població de Zarzalejo era en 2013 de 7380 habitants. En 2014 s'ha incrementat en un 5 %. Quina és la seua població a final de 2014?

$y = \frac{7380}{100} x$ , pel que el 5 % de 7392 és  $y = \frac{7380}{100} \cdot 5 = 369$  habitants. La població s'ha incrementat en 369 habitants, per tant al final de 2014 la població serà de:  $7380 + 369 = 7749$  habitants.

## Activitats proposades

11. Expressa en tant per cent les proporcions següents:

a)  $\frac{27}{100}$

b) "1 de cada 2"

c)  $\frac{52}{90}$

12. Si sabem que els alumnes rossos d'una classe són el 16 % i hi ha 4 alumnes rossos, quants alumnes hi ha en total?

13. Un dipòsit de 2000 litres de capacitat conté en aquest moment 1036 litres. Què tant per cent representa?

14. La proporció dels alumnes d'una classe de 4t d'ESO que han aprovat Matemàtiques va ser del 70 %. Sabent que en la classe hi ha 30 alumnes, quants han suspès?

## 1.4. Increment percentual. Descompte percentual. Percentatges encadenats

### Increment percentual

*Exemple:*

- L'exemple anterior pot resoldre's mitjançant **increment percentual**:  $100 + 5 = 105$  %

$y = \frac{7380}{100} x$ , pel que el 105 % de 7392 és  $y = \frac{7380}{100} \cdot 105 = 7749$  habitants.

### Descompte percentual

- A les rebaixes a tots els articles a la venda els apliquen un 30 % de descompte. Calcula el preu dels que apareixen a la taula:

|                      |         |         |        |        |
|----------------------|---------|---------|--------|--------|
| Preu sense descompte | 75 €    | 159 €   | 96 €   | 53 €   |
| Preu en rebaixes     | 52,50 € | 111,3 € | 67,2 € | 37,1 € |

Ja que ens descomptem el 30 %, pagarem el 70 %. Per tant:  $k = \frac{70}{100} = 0,7$  és la raó directa de proporcionalitat que aplicarem als preus sense descompte per a calcular el preu rebaixat. Per tant:  $y=0,7x$ .

### Percentatges encadenats

Moltes vegades cal calcular diversos increments percentuals i descomptes percentuals. Podem **encadenar-los**. En aquests casos el més senzill és calcular, per a cada cas, el tant per u, i anar-los multiplicant.

*Exemple:*

- En unes rebaixes s'aplica un descompte del 30 %, i l'IVA del 21 %. Quant ens costarà un article que sense rebaixar i sense aplicar-li l'IVA costava 159 euros? Quin és el verdader descompte?

En un descompte del 30 % hem de pagar un 70 % ((100 - 30) %), pel que el tant per u és de 0,7. Per l'increment del preu per l'IVA del 21 % ((100 + 21) %) el tant per u és de 1,21. Encadenant el descompte amb l'increment tindrem un índex o tant per u de  $0,7 \cdot 1,21 = 0,847$ , que apliquem al preu de l'article, 159 €,  $0,847 \cdot 159 = 134,673 \text{ €} \approx 134,67 \text{ €}$ . Per tant ens han descomptat 24,33 euros.

Si estem pagant el 84,7 % el verdader descompte és el 15,3 %.

### Exemple:

- Calcula el preu inicial d'un televisor, que després de pujar-lo un 20 % i rebaixar-lo un 20 % ens ha costat 432 €. Quin ha sigut el percentatge de variació?

En pujar el preu un 20 % estem pagant el 120 % i el tant per u és 1,2. En el descompte del 20 % estem pagant el 80 % i el tant per u és 0,8. En total amb les dues variacions successives el tant per u és de  $0,8 \cdot 1,2 = 0,96$ , i el preu inicial és  $432 : 0,96 = 450 \text{ €}$ . Preu inicial = 450 €.

El tant per u 0,96 és menor que 1 per tant hi ha hagut un descompte perquè hem pagat el 96 % del valor inicial i aquest descompte ha sigut del 4 %.

## Activitats proposades

**15.** Una fàbrica ha passat de tindre 130 obrers a tindre 90. Expressa la disminució en percentatge.

**16.** Calcula el preu final d'un llavaplats que costava 520 € més un 21 % d'IVA, a què se li ha aplicat un descompte sobre el cost total del 18 %.

**17.** Copia al teu quadern i completa:

- D'una factura de 1340 € he pagat 1200 €. M'han aplicat un ..... % de descompte
- M'han descomptat el 9 % d'una factura de ..... € i he pagat 280 €.
- Per pagar al comptat un moble m'han descomptat el 20 % i m'he estalviat 100 €. Quin era el preu del moble sense descompte?

**18.** El preu inicial d'un electrodomèstic era 500 euros. Primer va pujar un 10 % i després va abaixar un 30 %. Quin és el seu preu actual? Quin és el percentatge d'increment o descompte?

**19.** Una persona ha comprat accions de borsa al mes de gener per un valor de 10 000 €. De gener a febrer aquestes accions han augmentat un 8 %, però al mes de febrer han disminuït un 16 % Quin és el seu valor a finals de febrer? En quin percentatge han augmentat o disminuït?

**20.** El preu inicial d'una enciclopèdia era de 300 € i al llarg del temps ha patit variacions. Va pujar un 10 %, després un 25 % i després va abaixar un 30 %. Quin és el seu preu actual? Calcula la variació percentual.

**21.** En una botiga de venda per Internet s'anuncien rebaixes del 25 %, però després carreguen en la factura un 20 % de gasto d'enviament. Quin és el percentatge d'increment o descompte? Quant haurem de pagar per un article que costava 30 euros? Quant costava un article pel qual hem pagat 36 euros?



## 1.7. Escales

En plans i mapes trobem anotades en la seua part inferior l'escala a la què estan dibuixats.

L'**escala** és la proporció entre les mesures del dibuix i les mesures en la realitat.

**Exemple:**

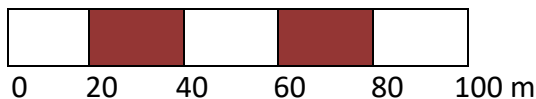
- S'expressa de la forma  $1 : 2000$  que significa que 1 cm del pla correspon a 2000 cm = 20 m a la realitat.

Per tant si "y" són les mesures en la realitat, i "x" ho són al pla, aquesta escala es pot escriure amb l'equació de la recta:

$$y = 2000x.$$

Les escales també es representen en forma gràfica, mitjançant una barra dividida en segments d'1 cm de longitud

**Exemple:**



Aquesta escala identifica cada centímetre del mapa amb 20 m a la realitat és a dir  $1 : 2000$ ,  $y = 2000x$ .

En estudiar la semblança tornarem a insistir en les escales.

Un instrument senzill per a realitzar treballs a escala és el **pantògraf** que facilita copiar una imatge o reproduir-la a escala.



El pantògraf és un paral·lelogram articulat que, en variar la distància entre els punts d'articulació, permet obtindre diferents grandàries de dibuix sobre un model donat.

## Activitats proposades

22. La distància real entre dos pobles és 28,6 km. Si al mapa estan a 7 cm de distància. A quina escala està dibuixat?
23. Quina altura té un edifici si la seua maqueta construïda a escala  $1 : 200$  presenta una altura de 8 cm?
24. Dibuixa l'escala gràfica corresponent a l'escala  $1 : 60000$ .
25. Les dimensions d'una superfície rectangular al pla són 7 cm i 23 cm. Si està dibuixat a escala  $1 : 50$ , calcula les seues mesures reals.



Principals calçades romanes



Escalímetre



## 2. PROPORCIONALITAT INVERSA

### 2.1. Magnituds inversament proporcionals

*Recorda que:*

Dues magnituds són **inversament proporcionals** quan en multiplicar o dividir la primera per un nombre, la segona queda dividida o multiplicada pel mateix nombre.

*Exemple:*

- Quan un automòbil va a 90 km/h, tarda quatre hores a arribar al seu destí. Si fóra a 120 km/h tardaria 3 hores a fer el mateix recorregut.

$$90 \cdot 4 = 120 \cdot 3$$

La velocitat i el temps són magnituds inversament proporcionals.

La **raó de proporcionalitat inversa**  $k'$  és el producte de cada parell de magnituds:  $k' = a \cdot b = a' \cdot b'$

*Exemple:*

- Copia la taula al teu quadern, calcula la raó de proporcionalitat inversa i completa la taula de proporcionalitat inversa:

|          |    |     |     |      |     |
|----------|----|-----|-----|------|-----|
| <b>a</b> | 18 | 150 | 1,5 | 3600 | 100 |
| <b>b</b> | 50 | 6   | 600 | 0,25 | 9   |

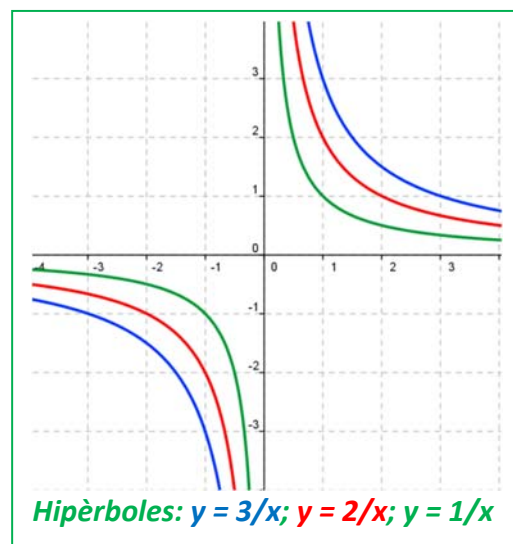
$k' = 18 \cdot 50 = 900$ . Comprova que totes les columnes donen aquest resultat.

*Observa que:*

Si es representen gràficament els punts d'una proporcionalitat inversa, tots ells estan sobre la gràfica d'una **hipèrbola**

d'equació  $y = \frac{k'}{x}$ . La raó de proporcionalitat inversa és la

constant  $k'$ . A aquesta hipèrbola  $y = \frac{k'}{x}$  també se la denomina **funció de proporcionalitat inversa**.



*Exemple:*

- Equació de la hipèrbola de l'exemple anterior

La hipèrbola és  $y = \frac{900}{x}$ . Comprovem que tots els punts verifiquen l'equació de la dita hipèrbola:

$$y = \frac{900}{18} = 50; \quad y = \frac{900}{150} = 6; \quad y = \frac{900}{1,5} = 600; \quad y = \frac{900}{3600} = 0,25; \quad y = \frac{900}{100} = 9.$$

## Activitats proposades

26. Per a enrajolar un recinte, 7 obrers han dedicat 80 hores de treball. Completa al teu quadern la següent taula i determina la constant de proporcionalitat. Escriu l'equació de la hipèrbola.

|                         |   |   |    |    |    |    |    |
|-------------------------|---|---|----|----|----|----|----|
| <b>Nombre d'obers</b>   | 1 | 5 | 7  | 12 |    |    | 60 |
| <b>Hores de treball</b> |   |   | 80 |    | 28 | 10 |    |

## 2.2. Proporcionalitat simple inversa

Per a calcular el quart terme entre dues magnituds inversament proporcionals calculem la constant de proporcionalitat i escrivim l'equació de la hipèrbola

*Exemple:*

- Quatre persones realitzen un treball en 18 dies, quantes persones necessitarem per a realitzar el mateix treball en 8 dies?

$$k' = 4 \cdot 18 = 8 \cdot y \Rightarrow y = \frac{18}{8} \cdot 4 = 9 \text{ persones.}$$

## Activitats proposades

27. En tallar una quantitat de fusta hem aconseguit 5 panells de 1,25 m de llarg. Quants panells aconseguirem si ara tenen 3 m de llarg?
28. En un hort ecològic s'utilitzen 5000 kg d'un tipus d'adob d'origen animal que se sap que té un 12 % de nitrats. Es canvia el tipus d'adob, que ara té un 15 % de nitrats, quants quilograms es necessitaran del nou adob perquè les plantes reben la mateixa quantitat de nitrats?
29. Aqueix mateix hort necessita 200 caixes per a envasar les seues albergínies en caixes d'un quilogram. Quantes caixes necessitaria per a envasar-les en caixes de 1,7 quilograms? I per a envasar-les en caixes de 2,3 quilograms?
30. Per a envasar una certa quantitat de llet es necessiten 8 recipients de 100 litres de capacitat cada u. Volem envasar la mateixa quantitat de llet emprant 20 recipients. Quin haurà de ser la capacitat d'aqueixos recipients?
31. Copia al teu quadern la taula següent, calcula la raó de proporcionalitat i completa la taula de proporcionalitat inversa. Escriu l'equació de la hipèrbola.



|                   |      |      |   |   |     |
|-------------------|------|------|---|---|-----|
| <b>Magnitud A</b> | 40   | 0,07 |   | 8 |     |
| <b>Magnitud B</b> | 0,25 |      | 5 |   | 6,4 |

## 2.3. Proporcionalitat composta

Una proporció en la que intervenen més de dues magnituds lligades entre si per relacions de proporcionalitat directa o inversa es denomina **proporció composta**.

Per a resoldre-la, la reduïrem a un problema simple de proporcionalitat directa o inversa.

### Exemple:

- A l'institut 30 alumnes de 4t A d'ESO han anat a esquiar i han pagat 2700 € per 4 nits d'hotel; 25 alumnes de 4t B d'ESO han guanyat en la loteria 3375 € i decideixen anar al mateix hotel. Quantes nits d'allotjament poden pagar?

Tenim tres magnituds: el nombre d'alumnes, la quantitat en € que paguen per l'hotel i el nombre de nits d'hotel. Observa que a més alumnes es paga més diners, per tant aquestes magnituds són directament proporcionals. A més nits d'hotel es paga més diners, per tant aquestes altres dues magnituds són també directament proporcionals. Però per a una quantitat de diners fixa, a més alumnes poden anar menys nits, per tant el nombre d'alumnes és inversament proporcional al nombre de nits d'hotel.

El millor mètode és reduir-lo a un problema de proporcionalitat simple, per a això obtenim el preu del viatge per alumne.

Cada alumne de 4t A ha pagat  $2700 : 30 = 90$  € per 4 nits d'hotel. Per tant ha pagat per una nit  $90/4 = 22,5$  €. L'equació de proporcionalitat directa és:  $y = 22,5x$ , on "y" és el que paga cada alumne i "x" el nombre de nits.

Cada alumne de 4t B compta amb  $3375 : 25 = 135$  € per a passar x nits d'hotel, per la qual cosa  $135 = 22,5x$ , per tant poden estar 6 nits.

## Activitats proposades

32. Sis persones realitzen un viatge de 12 dies i paguen en total 40800 €. Quant pagaran 15 persones si el seu viatge dura 4 dies?
33. Si 16 peretes originen un gasto de 4500 €, estant enceses durant 30 dies, 5 hores diàries, quin gasto originarien 38 peretes en 45 dies, enceses durant 8 hores diàries?
34. Per a alimentar 6 vaques durant 17 dies es necessiten 240 quilos d'aliment. Quants quilos d'aliment es necessiten per a mantindre 29 vaques durant 53 dies?
35. Si 12 hòmens construeixen 40 m de tàpia en 4 dies treballant 8 hores diàries, quantes hores diàries han de treballar 20 hòmens per a construir 180 m en 15 dies?
36. Amb una quantitat de pinso podem donar de menjar a 24 animals durant 50 dies amb una ració d'1 kg per a cada u. Quants dies podem alimentar a 100 animals si la ració és de 800 g?
37. Per a omplir un dipòsit s'obren 5 aixetes que llancen 8 litres per minut i tarden 10 hores. Quant temps tardaran 7 aixetes semblants que llancen 10 litres per minut?



38. Si 4 màquines fabriquen 2400 peces funcionant 8 hores diàries. Quantes màquines s'han de posar a funcionar per a aconseguir 7000 peces durant 10 hores diàries?



## 3. REPARTIMENTS PROPORCIONALS

Quan es realitza un repartiment en parts desiguals s'ha d'establir prèviament si es tracta d'un repartiment proporcional directe o invers.

### 3.1. Repartiment proporcional directe

En un repartiment proporcional directe li correspondrà més a qui té més parts.

#### Activitat resolta

- Tres amics han de repartir-se els 400 € que han guanyat en una competició d'acord amb els punts que cada un ha obtingut. El primer va obtindre 10 punts, el segon 7 i el tercer 3 punts.

El repartiment directament proporcional s'inicia sumant els punts:  $10 + 7 + 3 = 20$  punts.

Calculem el premi per punt:  $400 : 20 = 20$  €.

El primer obtindrà  $20 \cdot 10 = 200$  €.

El segon:  $20 \cdot 7 = 140$  €.

El tercer:  $20 \cdot 3 = 60$  €.

La suma de les tres quantitats és  $200 + 140 + 60 = 400$  €, la quantitat total a repartir.

Com es tracta d'una proporció, s'ha d'establir la regla següent:

Siga  $N$  (a l'exemple anterior 400) la quantitat a repartir entre quatre persones, a qui els correspondrà  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  de manera que  $N = A + B + C + D$ . Aquestes quantitats són proporcionals a la seua participació en el repartiment:  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ .

$a + b + c + d = n$  és el nombre total de parts en què ha de distribuir-se  $N$ .

$N : n = k$  que és la quantitat que correspon a cada part. A l'exemple anterior:  $k = 400 : 20 = 20$ .

El repartiment finalitza multiplicant  $k$  per  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$ , obtenint-se així les quantitats corresponents  $A$ ,  $B$ ,  $C$  i  $D$ .

És a dir, ara l'equació de la recta és: 
$$y = \frac{A + B + C + D}{a + b + c + d} x = \frac{N}{n} x$$

#### Activitats proposades

- Cinc persones comparteixen loteria, amb 10, 6, 12, 7 i 5 participacions respectivament. Si han obtingut un premi de 18000 € Quant correspon a cada un?
- Tres socis han invertit 20000 €, 34000 € i 51000 € enguany en la seua empresa. Si els beneficis a repartir a final d'any ascendeixen a 31500€, quant correspon a cada un?
- L'Unió Europea ha concedit una subvenció de 48.000.000 € per a tres estats de 1.500, 900 i 600 milions d'habitants, com ha de repartir-se els diners, sabent que és directament proporcional al nombre d'habitants?
- Es reparteix una quantitat de diners, entre tres persones, directament proporcional a 2, 5 i 8. Sabent que a la segona li correspon 675 €. Trobar el que li correspon a la primera i tercera.
- Una iaia reparteix 100 € entre els seus tres néts de 12, 14 i 16 anys d'edat; proporcionalment a les seues edats. Quant correspon a cada un?

## 3.2. Repartiment proporcional invers

En un repartiment proporcional invers rep més qui menys parts té.

Siga  $N$  la quantitat a repartir i  $a$ ,  $b$  i  $c$  les parts. En ser una proporció inversa, el repartiment es realitza als seus inversos  $1/a$ ,  $1/b$ ,  $1/c$ .

Per a calcular les parts totals, reduïm les fraccions a comú denominador, per a tindre un patró comú, i prenem els numeradors que són les parts que corresponen a cada u.

### Activitat resolta

- Repartir 4000 € de forma inversament proporcional a 12 i 20.

Calculem el total de les parts:  $1/12 + 1/20 = 5/60 + 3/60 = 8/60$ .

$$4000 : 8 = 500 \text{ € cada part.}$$

$$500 \cdot 5 = 2500 \text{ €.}$$

$$500 \cdot 3 = 1500 \text{ €.}$$

$$\text{En efecte, } 2500 + 1500 = 4000.$$

### Activitats proposades

44. En un concurs s'acumula puntuació de forma inversament proporcional al nombre d'errors. Els quatre finalistes, amb 10, 5, 2 i 1 error, han de repartir-se els 2500 punts. Quants punts rebrà cada un?
45. Al testament, el iaio estableix que vol repartir entre els seus néts 4500 €, de manera proporcional a les seues edats, 12, 15 i 18 anys, cuidant que la major quantitat siga per als néts menors, quant rebrà cada un?
46. Es reparteix diners inversament proporcionals a 5, 10 i 15; al menor li corresponen 3000 €. Quant correspon als altres dos?
47. Tres germans ajuden al manteniment familiar entregant anualment 6000 €. Si les seues edats són de 18, 20 i 25 anys i les aportacions són inversament proporcionals a l'edat, quant aporta cada un?
48. Un pare va amb els seus dos fills a una fira i a la tómbola guanya 50 € que els reparteix de forma inversament proporcional a les seues edats, que són 15 i 10 anys. Quants euros ha de donar a cada un?



## 3.3. Mescla i aliatges

Les **mescles** que estudiarem són el resultat final de combinar distintes quantitats de productes, de distintes preus.

### Activitat resolta

- Calcula el preu final del litre d'oli si mesquem 13 litres a 3,5 € el litre, 6 litres a 3,02 €/l i 1 litre a 3,9 €/l.

Calculem el cost total dels diferents olis:

$$13 \cdot 3,5 + 6 \cdot 3,02 + 1 \cdot 3,9 = 67,52 \text{ €}.$$

I el nombre total de litres:  $13 + 6 + 1 = 20 \text{ l}.$

El preu del litre de mescla valdrà  $67,52 : 20 = 3,376 \text{ €/l}$ , que arrodonint a cèntims són 3,38 €/l.



### Activitats proposades



49. Calcula el preu del quilo de mescla de dos tipus de cafè: 3,5 kg a 4,8 €/kg i 5,20 kg a 6 €/kg.

50. Quants litres de suc de pomelo de 2,40 €/l han de mesclar-se amb 4 litres de suc de taronja a 1,80 €/l per a obtenir una mescla a 2,13 €/l?



Grans de cafè

Un **aliatge** és una mescla de metalls per a aconseguir un determinat producte final amb millors propietats o aspecte.

Els aliatges es realitzen en joieria mesclant metalls preciosos, or, plata, platí, amb coure o rodi. Segons la proporció de metall preciós, es diu que una joia té més o menys **lleï**.

La **lleï** d'un aliatge és la relació entre el pes del metall més valuós i el pes total.



#### Exemple:

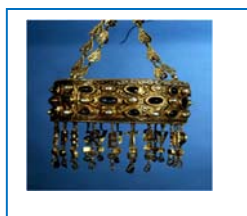
- Una joia de plata de 50 g de pes conté 36 g de plata pura. Quina és la seua lleï?

$$\text{Lleï} = \frac{\text{pesmetallpur}}{\text{pestotal}} = \frac{36}{50} = 0,72$$

Una altra forma de mesurar el grau de puresa d'una joia és el **quirat**.

Un quirat d'un metall preciós és 1/24 de la massa total de l'aliatge.

Perquè una joia siga d'or pur ha de tindre 24 quirats.



#### Exemple:

Una joia d'or de 18 quirats pesa 62 g. Quina quantitat del seu pes és d'or pur?

$$\text{Pes en or} = \frac{62 \cdot 18}{24} = 46,5 \text{ g}.$$

El terme **quirat** ve de la paraula grega "keration" (garrofa). Aquesta planta, de llavors molt uniformes, s'utilitzava per a pesar joies i gemmes a l'antiguitat.

### Activitats proposades

51. Calcula la lleï d'una joia sabent que pesa 87 g i conté 69 g d'or pur.  
52. Quants quirats té, aproximadament, la joia anterior?

## 4. INTERÉS

### 4.1. Càlcul d'interès simple

L'interès és el benefici que s'obté en dipositar un capital en una entitat financera a un determinat tant per cent durant un temps.

A l'interès simple, al capital  $C$  dipositat se li aplica un tant per cent o rèdit  $r$  anualment.

El càlcul de l'interès obtingut al cap de diversos anys es realitza mitjançant la fórmula:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$

Si el temps que es diposita el capital són mesos o dies, l'interès es calcula dividint l'expressió anterior entre 12 mesos o 360 dies (any comercial).

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1200} \quad \text{temps en mesos} \qquad I = \frac{C \cdot r \cdot t}{36000} \quad \text{temps en dies}$$

### Activitats resoltes

- Dipositem 4000 € al 2 % anual. Quants diners tindrem al cap de 30 mesos?

Calculem l'interès simple:

$$I = \frac{4000 \cdot 2 \cdot 30}{1200} = 200 \text{ €}$$

Sumem capital i interessos:

$$4000 + 200 = 4200 \text{ €}$$



### Activitats proposades

53. Calcula l'interès simple que produeixen 10.000 € al 3 % durant 750 dies.

54. Quin capital cal dipositar al 1,80 % durant 6 anys per a obtenir un interès simple de 777,6 €?

### 4.2. Interès compost

Des d'un altre punt de vista, l'interès és el percentatge que s'aplica a un préstec al llarg d'un temps, incrementant la seua quantia a l'hora de tornar-lo.

Aquest tipus d'interès no es calcula com l'interès simple sinó que s'estableix el que s'anomena "capitalització".

L'interès compost s'aplica tant per a calcular el capital final d'una inversió, com la quantitat a tornar per a amortitzar un préstec.

Normalment els préstecs es tornen mitjançant quotes mensuals que s'han calculat a partir dels interessos generats pel préstec al tipus d'interès convingut.

La capitalització composta planteja que, a mesura que es van generant interessos, passen a formar part del capital inicial, i aqueix nou capital produirà interessos en els períodes successius.

Si es tracta d'un dipòsit bancari, el capital final es calcularà seguint el procediment següent:

|                         |          |                                     |                             |
|-------------------------|----------|-------------------------------------|-----------------------------|
| $C_i$ (capital inicial) | 1 any    | $i$ (tant per u)                    | $C_f = C_i \cdot (1 + i)$   |
| $C_i \cdot (1 + i)$     | 2 anys   | $C_i \cdot (1 + i) \cdot (1 + i)$   | $C_f = C_i \cdot (1 + i)^2$ |
| $C_i \cdot (1 + i)^2$   | 3 anys   | $C_i \cdot (1 + i)^2 \cdot (1 + i)$ | $C_f = C_i \cdot (1 + i)^3$ |
| .....                   | .....    | .....                               | .....                       |
|                         | $n$ anys |                                     | $C_f = C_i \cdot (1 + i)^n$ |

Al cap de  $n$  anys, el capital final serà  $C_f = C_i \cdot (1 + i)^n$ .

Per a fer els càlculs pots utilitzar un “[Full de càlcul](#)”. Basta que al full de càlcul adjunt modifiques les dades de les caselles B5 on està el “Capital inicial”, casella B6 on està el “Tant per u” i de la casella B7 on apareix el nombre de “Anys”, i arrossegues a la columna B fins que el nombre final d’anys coincidisca amb la dita casella.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following content:

**1 Interés compuesto**  
**2 Problema:**  
 3 El capital inicial de un depósito asciende a 82000 €. El tanto aplicado es el 3 % a interés compuesto durante 5 años. Calcula el capital final.  
 4  
 5 Capital inicial: 82000  
 6 Tanto por ciento o rédito: 3  
 7 Número de años: 5  
 8  
 9

| Capital inicial: $C_i$ | Años | $r$ (tanto por uno) | $(1+r)^n$   | Capital final: $C_f$ | Interés total |
|------------------------|------|---------------------|-------------|----------------------|---------------|
| 82000,00               | 1    | 0,03                | 1,03        | 84460,00             | 2460,00       |
| 84460,00               | 2    | 0,03                | 1,0609      | 86993,80             | 4993,80       |
| 86993,80               | 3    | 0,03                | 1,092727    | 89603,61             | 7603,61       |
| 89603,61               | 4    | 0,03                | 1,12550881  | 92291,72             | 10291,72      |
| 92291,72               | 5    | 0,03                | 1,159274074 | 95060,47             | 13060,47      |

## Activitats resoltes

- El capital inicial d'un dipòsit ascendeix a 82000 €. El tant per cent aplicat és el 3 % a interès compost durant 5 anys. Calcula el capital final.

$$C_f = C_i \cdot (1 + i)^n = 82000 \cdot (1 + 0,03)^5 = 82000 \cdot 1,159... = 95060 \text{ €}$$

## Activitats proposades

55. Al 5 % d'interès compost durant 12 anys, quin serà el capital final que obtindrem en dipositar 39500 €?



## CURIOSITATS. REVISTA

### Confecciona el teu propi full de càlcul

Resoldrem el problema “El capital inicial d’un dipòsit ascendeix a 82000 €. El tant aplicat és el 3 % a interès compost durant 5 anys. Calcula el capital final” confeccionant un full de càlcul.

Obri Excel o qualsevol altre full de càlcul. Veuràs que els fulls estan formades per quadrícules, amb lletres en l’horitzontal i nombres en la vertical. Així cada quadrícula del full es pot designar per una lletra i un nombre: A1, B7, ...

Deixarem les primeres 9 files per a posar títols, anotacions...

A la fila 10 escriurem els títols de les caselles. A la casella A10 escriu: Capital inicial. A la B10: Anys. A la C10: Tant per u. A la D10:  $(1 + r)^n$ . A l’E10: capital final. A la F10: Interès total.

|    | A   | B           | C                        | D                           | E                                      | F                    | G |
|----|---|-------------|--------------------------|-----------------------------|--|----------------------|---|
| 1  | <b>Interés compuesto</b>  |             |                          |                             |  |                      |   |
| 2  | <b>Problema:</b>  |             |                          |                             |  |                      |   |
| 3  | El capital inicial de un depósito asciende a 82000 €. El tanto aplicado es el 3 % a interés compuesto durante 5 años. Calcula el capital final. |             |                          |                             |  |                      |   |
| 4  |   |             |                          |                             |  |                      |   |
| 5  | Capital inicial:  | 82000       |                          |                             |  |                      |   |
| 6  | Tanto por ciento o rédito:  | 3           |                          |                             |  |                      |   |
| 7  | Número de años:   | 5           |                          |                             |  |                      |   |
| 8  |   |             |                          |                             |  |                      |   |
| 9  |   |             |                          |                             |  |                      |   |
| 10 | <b>Capital inicial: <math>C_i</math></b>  | <b>Años</b> | <b>r (tanto por uno)</b> | <b><math>(1+r)^n</math></b> | <b>Capital final: <math>C_f</math></b> | <b>Interés total</b> |   |
| 11 | 82000,00  | 1           | 0,03                     | 1,03                        | 84460,00                               | 2460,00              |   |
| 12 | 84460,00  | 2           | 0,03                     | 1,0609                      | 86993,80                               | 4993,80              |   |
| 13 | 86993,80  | 3           | 0,03                     | 1,092727                    | 89603,61                               | 7603,61              |   |
| 14 | 89603,61  | 4           | 0,03                     | 1,12550881                  | 92291,72                               | 10291,72             |   |
| 15 | 92291,72  | 5           | 0,03                     | 1,159274074                 | 95060,47                               | 13060,47             |   |
| 16 |   |             |                          |                             |  |                      |   |

A la fila 11 comencem els càlculs. A A11 anotem 82000, que és el capital inicial.

A B11, escrivim 1, perquè estem l’any primer; a B12, escrivim 2, i seleccionant les caselles B11 i B12 arrosseguem fins a B15, perquè ens demanen 5 anys.

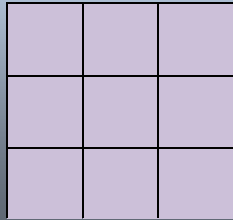
Com s’ha posat el capital al 3 %, el tant per u és 0,03, quantitat que copièm en C11 i arrosseguem fins a C15.

Per a calcular  $(1 + r)^n$ , podem fer-lo usant la funció POTÈNCIA. Per a això escrivim un signe = a la casella D11 i busquem la funció POTÈNCIA, a nombre escrivem  $1+C11$  i a exponent B11. T’haurà quedat: =POTÈNCIA( $1+C11$ ;B11). Ara, ho assenyaless i ho arrossegues fins a D15.

Per a calcular  $C \cdot (1 + r)^n$ , a la columna E, només hem de multiplicar  $A11 \cdot D11$ . Volem deixar invariant el capital inicial, per a dir-se’l a Excel, que no ens el canvie, escrivim: =\$A\$11\*D11 i arrosseguem fins a la fila E15.

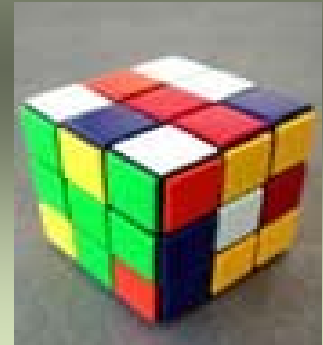
## Proporcionalitat en àrees i volums

En augmentar el costat d'un quadrat al doble, la seua superfície queda multiplicada per 4. Al multiplicar per 3 el costat, l'àrea es multiplica per 9.



En general, si fem un canvi d'escala de factor de proporcionalitat  $k$ , l'àrea té un factor de proporcionalitat  $k^2$ , i el volum  $k^3$ .

En augmentar el costat d'un cub al doble, el seu volum queda multiplicat per 8. En multiplicar per 3 el costat, el volum es multiplica per 27.



Utilitza aquesta observació per a resoldre els problemes següents:

La torre Eiffel de París medeix 300 metres d'altura i pesa uns 8 milions de quilos. Està construïda de ferro. Si encarreguem un model a escala de la dita torre, també de ferro, que pese només un quilo, quina altura tindrà? Serà major o menor que un llapis?

Abans de començar a calcular, dóna la teua opinió.



*Ajuda:*  $k^3 = 8\ 000\ 000/1$  doncs  $k = 200$ . Si la Torre Eiffel medeix 300 metres d'altura, la nostra torre mesurarà  $300/200 = 1,5$  m. Metre i mig! Molt més que un llapis!



1. A una pizzeria la pizza de 20 cm de diàmetre val 3 euros i la de 40 cm val 6 euros. Quina té millor preu?
2. Veiem al mercat un lluç de 40 cm que pesa un quilo. Ens pareix un poc xicotet i demanem un altre un poc major, que resulta pesar 2 quilos. Quant mesurarà?
3. En un dia va fred un pare i un fill xicotet van exactament igual abrigats, Quin dels dos tindrà més fred?

## RESUM

|   |  | <i>Exemples</i>  |
|---|--|--|
| <b>Proporcionalitat directa</b>   | <p>Dues magnituds són <b>directament</b> proporcionals quan en multiplicar o dividir a la primera per un nombre, la segona queda multiplicada o dividida pel mateix nombre.</p> <p>La funció de proporcionalitat directa és una recta que passa per l'origen: <math>y = kx</math>. El pendent de la recta, <math>k</math>, és la <b>raó de proporcionalitat directa</b>.</p>   | <p>Per a empaperar <math>300 \text{ m}^2</math> hem utilitzat 24 rotllos de paper, si ara la superfície és de <math>104 \text{ m}^2</math>, necessitarem 8,32 rotllos, perquè <math>k = 300/24 = 12,5</math>, <math>y = 12,5x</math>, per la qual cosa <math>x = 104/12,5 = 8,32</math> rotllos.</p> |
| <b>Proporcionalitat inversa</b>   | <p>Dues magnituds són <b>inversament proporcionals</b> quan en multiplicar o dividir a la primera per un nombre, la segona queda dividida o multiplicada pel mateix nombre.</p> <p>La funció de proporcionalitat inversa és la hipèrbola <math>y = k'/x</math>. Per tant la <b>raó de proporcionalitat inversa</b> <math>k'</math> és el producte de cada parella de magnituds: <math>k' = a \cdot b = a' \cdot b'</math>.</p> | <p>Dues persones pinten un habitatge en 4 dies. Per a pintar el mateix habitatge, 4 persones tardaran: <math>k' = 8</math>, <math>y = 8/x</math>, per la qual cosa tardaran 2 dies.</p>  |
| <b>Percentatges</b>   | Raó amb denominador 100.   | El 87 % de 2400 és $\frac{87 \cdot 2400}{100} = 2088$  |
| <b>Escales</b>  | L'escala és la proporció entre les mesures del dibuix i les mesures a la realitat.   | A escala 1:50000, 35 cm són 17,5 km a la realitat.   |
| <b>Repartiment proporcional directe</b><br>Repartir directament a 6,10 i 14, 105000 €<br>$6 + 10 + 14 = 30$<br>$105000 : 30 = 3500$<br>$6 \cdot 3500 = 21000 \text{ €}$<br>$10 \cdot 3500 = 35000 \text{ €}$<br>$14 \cdot 3500 = 49000 \text{ €}$ |  | <b>Repartiment proporcional invers</b><br>Repartir 5670 inversament a 3,5 i 6<br>$\frac{10 + 6 + 5}{30} = \frac{21}{30}$<br>$1/3 + 1/5 + 1/6 = \frac{21}{30}$<br>$5670 : 21 = 270$<br>$270 \cdot 10 = \mathbf{2700}$<br>$270 \cdot 6 = \mathbf{1620}$<br>$270 \cdot 5 = \mathbf{1350}$               |
| <b>Mescles i aliatges</b>   | <p>Mesclar distintes quantitats de productes, de distintes preus.</p> <p>La <b>lleï</b> d'un <b>aliatge</b> és la relació entre el pes del metall més valuós i el pes total.</p>   | <p>Una joia que pesa 245 g i conté 195 g de plata, la seua</p> $\frac{195}{245} = 0,795$ <p>lleï és: <math>\frac{195}{245} = 0,795</math></p>  |
| <b>Interès simple i compost</b>   | L'interès és el benefici que s'obté en disposar un capital en una entitat financera a un determinat tant per cent durant un temps  | $C = 3600$ ; $r = 4,3 \%$ ; $t = 8$ anys<br>$I = \frac{3600 \cdot 4,3 \cdot 8}{100} = 1238,4 \text{ €}$  |

## EXERCICIS I PROBLEMES

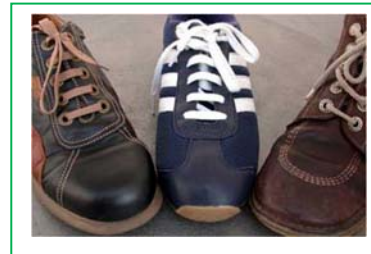
1. Copia al teu quadern, calcula la raó de proporcionalitat i completa la taula de proporcionalitat directa:

|        |      |    |      |     |   |
|--------|------|----|------|-----|---|
| litres | 8,35 |    | 0,75 | 1,5 |   |
| euros  |      | 14 | 2,25 |     | 8 |

2. Estima quantes persones caben de peu en un metre quadrat. Hi ha hagut una festa i s'ha omplit completament un local de 400 m<sup>2</sup>, quantes persones estimes que han anat a aqueixa festa?
3. Cada setmana paguem 48 € en transport. Quant gastarem durant el mes de febrer?
4. Amb 85 € hem pagat 15 m de tela, quant ens costaran 23 m de la mateixa tela?
5. Per a entapissar cinc cadires he utilitzat 0,6 m de tela, quantes cadires podré entapissar amb la peça completa de 10 m?
6. Un camió ha transportat en 2 viatges 300 sacs de creïlles de 25 kg cada u. Quants viatges seran necessaris per a transportar 950 sacs de 30 kg cada un?
7. Una edició de 400 llibres de 300 pàgines cada un aconseguix un pes total de 100 kg. Quants kg pesarà una altra edició de 700 llibres de 140 pàgines cada un?
8. Sabent que la raó de proporcionalitat directa és  $k = 1,8$ , copia al teu quadern i completa la taula següent:

|            |      |   |     |      |    |
|------------|------|---|-----|------|----|
| Magnitud A | 15,9 |   |     | 0,01 |    |
| Magnitud B |      | 6 | 0,1 |      | 10 |

9. El model de telèfon mòbil que costava 285 € + IVA està ara amb un 15 % de descompte. Quin és el seu preu rebaixat? (IVA 21 %)
10. Per retardar-se en el pagament d'un deute de 1500 €, una persona ha de pagar un recàrrec del 12 %. Quant ha de tornar en total?
11. Si un litre de llet de 0,85 € augmenta el seu preu en un 12 %, quant val ara?
12. Què tant per cent de descompte s'ha aplicat en una factura de 1900 € si finalment es van pagar 1200 €?
13. Si unes sabatilles de 60 € es rebaixen un 15 %, quin és el valor final?
14. En comprar un televisor he obtingut un 22 % de descompte, per la qual cosa al final he pagat 483,60 €, quin era el preu del televisor sense descompte?
15. Lluís va comprar una camiseta que estava rebaixada un 20 % i va pagar per ella 20 €. Quin era el seu preu original?



16. Per liquidar un deute de 35000 € abans d'allò que s'ha previst, una persona paga finalment 30800 €, quin percentatge del seu deute s'ha estalviat?
17. El preu d'un viatge s'anuncia a 500 € IVA inclòs. Quin era el preu sense IVA? (IVA 21 %)
18. Què increment percentual s'ha efectuat sobre un article que abans valia 25 € i ara es paga a 29 €?
19. Un balneari va rebre 10 mil clients al mes de juliol i 12 mil a l'agost. Quin és l'increment percentual de clients de juliol a agost?
20. Un mapa està dibuixat a escala 1 : 800000. La distància real entre dues ciutats és 200 km. Quina és la seua distància al mapa?
21. La distància entre Oviedo i Corunya és de 340 km. Si al mapa estan a 12 cm, quina és l'escala a la què està dibuixat?
22. Interpreta la següent escala gràfica i calcula la distància a la realitat per a 21 cm.



23. Copia al teu quadern i completa la taula següent:

| Grandària al dibuix        | Grandària real | Escala    |
|----------------------------|----------------|-----------|
| 20 cm llarg i 5 cm d'ample |                | 1 : 25000 |
| 10 cm                      | 15 km          |           |
|                            | 450 m          | 1 : 30000 |

24. Copia al teu quadern, calcula la raó de proporcionalitat inversa i completa la taula:

|                   |   |     |      |     |    |
|-------------------|---|-----|------|-----|----|
| <b>Magnitud A</b> | 8 | 7,5 |      | 3,5 |    |
| <b>Magnitud B</b> |   | 12  | 0,15 |     | 10 |

25. Determina si les següents magnituds es troben en proporció directa, inversa o en cap d'elles:
- Velocitat a què circula un cotxe i espai que recorre
  - Diners que tens per a gastar i bosses d'ametles que pots comprar
  - Talla de sabates i preu de les mateixes
  - Nombre de membres d'una família i litres de llet que consumixen
  - Nombre d'entrades venudes per a un concert i diners recaptats.
  - Nombres d'aixetes que omplim una piscina i temps que aquesta tarda a omplir-se
  - Edat d'una persona i estatura que té
  - Nombre de treballadors i temps que tarden a fer una tanca
  - Edat d'una persona i nombre d'amics que té

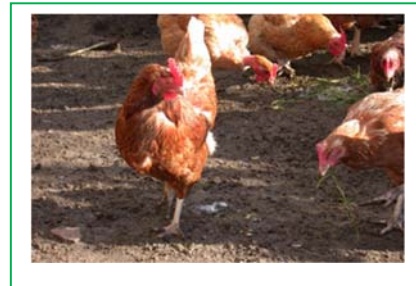


26. Quina velocitat hauria de portar un automòbil per a recórrer en 4 hores una certa distància, si a 80 km/h ha tardat 5 hores i 15 minuts?

27. La raó de proporcionalitat inversa entre A i B és 5. Copia al teu quadern i completa la taula següent:

|          |    |      |   |     |      |
|----------|----|------|---|-----|------|
| <b>A</b> | 20 |      | 7 |     | 10,8 |
| <b>B</b> |    | 0,05 |   | 0,3 |      |

28. En la granja es fa la comanda de farratge per a alimentar a 240 porcs durant 9 setmanes. Si ven 60 porcs, quantes setmanes li durarà el farratge? I si en compte de vendre, compra trenta porcs? I si decideix rebaixar la ració una quarta part amb els 240 porcs?



29. Un granger amb 65 gallines té dacsca per a alimentar-les 25 dies. Si ven 20 gallines, Quants dies podrà alimentar a les restants?

30. Amb 15 paquets de 4 kg cada un poden menjar 150 gallines diàriament. Si els paquets foren de 2,7 kg, quants necessitaríem per a donar de menjar a les mateixes gallines?

31. Determina si les dues magnituds són directa o inversament proporcionals i completa la taula al teu quadern:

|          |    |   |     |   |    |    |
|----------|----|---|-----|---|----|----|
| <b>A</b> | 24 | 8 | 0,4 | 6 |    | 50 |
| <b>B</b> | 3  | 9 | 180 |   | 20 |    |

32. Si la jornada laboral és de 8 hores necessitem a 20 operaris per a realitzar un treball. Si rebaixem la jornada en mitja hora diària, quants operaris seran necessaris per a realitzar el mateix treball?

33. En un magatzem es guarden reserves de menjar per a 100 persones durant 20 dies amb 3 racions diàries, quants dies duraria el mateix menjar per a 75 persones amb 2 racions diàries?

34. Si 15 operaris instal·len 2500 m de tanca en 7 dies. Quants dies tardaran 12 operaris a instal·lar 5250 m de tanca?

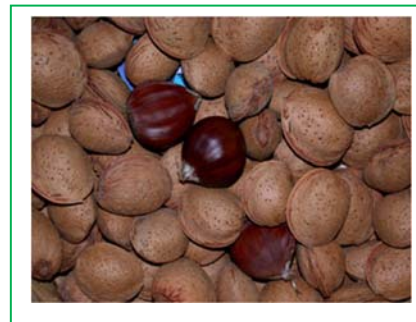
35. En un concurs el premi de 168000 € es reparteix de forma directament proporcional als punts aconseguits. Els tres finalistes van aconseguir 120, 78 i 42 punts. Quants euros rebran cada un?

36. Repartir 336 en parts directament proporcionals a 160, 140, 120.

37. Un treball es paga a 3120 €. Tres operaris el realitzen aportant el primer 22 jornades, el segon 16 jornades i el tercer 14 jornades. Quant rebrà cada un?

38. Repartir 4350 en parts inversament proporcionals a 18, 30, 45.

39. Mescler 3 kg d'ametles a 14 €/kg, 1,5 kg d'anous a 6 €/kg, 1,75 kg de castanyes 8 €/kg. Calcula el preu final del paquet de 250 g de mescla de fruits secs.



40. Calcula el preu del litre de suc que s'aconsegueix mesclant 8 litres de suc de pinya a 2,5 €/l, 15 litres de suc de taronja a 1,6 €/l i 5 litres de suc de raïm a 1,2 €/l. A quant ha de vendre's una botella de litre i mig si se li aplica un augment del 40 % sobre el preu de cost?

41. Per a aconseguir un tipus de pintura es mesclen tres productes 5 kg del producte X a 18 €/kg, 19 kg del producte I a 4,2 €/kg i 12 kg del producte Z a 8 €/kg. Calcula el preu del kg de mescla.
42. Cinc persones comparteixen un microbús per a realitzar distints trajectes. El cost total és de 157,5 € més 20 € de suplement per servei nocturn. Els quilòmetres recorreguts per cada passatger van ser 3, 5, 7, 8 i 12 respectivament. Quant ha d'abonar cada un?
43. S'ha decidit penalitzar a les empreses que més contaminen. Per a això es reparteixen 2350000 € per a subvencionar a tres empreses que presenten un 12 %, 9 % i 15 % de grau de contaminació. Quant rebrà cada una?
44. Un lingot d'or pesa 340 g i conté 280,5 g d'or pur. Quina és la seua llei?
45. Quants grams d'or conté una joia de 0,900 de llei, que s'ha format amb un aliatge de 60 g de 0,950 de llei i 20 g de 0,750 de llei?
46. Quin capital cal dipositar al 3,5 % de rèdit en 5 anys per a obtindre un interès simple de 810 €?
47. Quin és el capital final que es rebrà per dipositar 25400 € al 1,4 % en 10 anys?
48. Quants mesos ha de dipositar-se un capital de 74500 € al 3 % per a obtindre un interès de 2980 €?
49. Al 3 % d'interès compost, un capital s'ha convertit en 63338,5 €. De quin capital es tracta?
50. En la construcció d'un pont de 850 m s'han utilitzat 150 bigues, però l'enginyer no està molt segur i decideix reforçar l'obra afegint 50 bigues més. Si les bigues es col·loquen uniformement al llarg de tot el pont, a quina distància es col·locaran les bigues?
51. En un col·legi de primària es convoca un concurs d'ortografia en què es donen diversos premis. El total que es reparteix entre els premiats és 500 €. Els alumnes que no han comés cap falta reben 150 €, i la resta es distribueix de manera inversament proporcional al nombre de faltes. Hi ha dos alumnes que no han tingut cap falta, un ha tingut una falta, un altre dues faltes i l'últim ha tingut quatre faltes, quant rebrà cada un?



## AUTOAVALUACIÓ

1. Els valors que completen la taula de proporcionalitat directa són:

|          |    |      |   |     |     |
|----------|----|------|---|-----|-----|
| <b>A</b> | 10 | 0,25 |   | 0,1 | 100 |
| <b>B</b> |    | 50   | 5 |     |     |

- a) 2000; 0,025; 20; 20000      b) 2000; 0,25; 2; 20000      c) 1000; 0,025; 10; 10000

2. Amb 500 € paguem els gastos de gas durant 10 mesos. En 36 mesos pagarem:

- a) 2000 €      b) 1900 €      c) 1800 €      d) 1500 €.

3. Un article que costava 2000 € s'ha rebaixat a 1750 €. El percentatge de rebaixa aplicat és:

- a) 10 %      b) 12,5 %      c) 15,625 %      d) 11,75 %

4. Per a envasar 510 litres d'aigua utilitzem botelles de litre i mig. Quantes botelles necessitem si volem utilitzar envasos de tres quarts de litre?

- a) 590 botelles      b) 700 botelles      c) 650 botelles      d) 680 botelles

5. Els valors que completen la taula de proporcionalitat inversa són:

|          |     |    |     |    |     |
|----------|-----|----|-----|----|-----|
| <b>A</b> | 5,5 | 10 |     | 11 |     |
| <b>B</b> | 20  |    | 0,5 |    | 0,1 |

- a) 40; 200; 11,5; 1000      b) 11; 200; 20; 300      c) 11; 220; 10; 1100      d) 40; 220; 10; 500

6. Tres agricultors es reparteixen els quilograms de la collita de forma proporcional a la grandària de les seues parcel·les. La major, que mesura 15 ha rebut 30 tones, la segona és de 12 ha i la tercera de 10 ha rebran:

- a) 24 t i 20 t      b) 20 t i 24 t      c) 24 t i 18 t      d) 25 t i 20 t

7. L'escala a la que s'ha dibuixat un mapa en què 2,7 cm equivalen a 0,81 km és:

- a) 1 : 34000      b) 1 : 3000      c) 1 : 30000      d) 1 : 300

8. Amb 4 rotllos de paper de 5 m de llarg, puc forrar 32 llibres. Quants rotllos necessitem per a forrar 16 llibres si ara els rotllos de paper són de 2 m de llarg?

- a) 3 rotllos      b) 5 rotllos      c) 4 rotllos      d) 2 rotllos

9. El preu final del kg de mescla de 5 kg de farina classe A, a 1,2 €/kg, 2,8 kg classe B a 0,85 €/kg i 4 kg classe C a 1 €/kg és:

- a) 1,12 €      b) 0,98 €      c) 1,03 €      d) 1,05 €

10. La llei d'un aliatge és 0,855. Si el pes de la joia és 304 g, la quantitat de metall preciós és:

- a) 259,92 g      b) 255,4 g      c) 248,9 g      d) 306 g