

# FORMACIÓN PROFESIONAL BÁSICA

## MATEMÁTICAS II

### CAPÍTULO 4: GEOMETRÍA ELEMENTAL DEL PLANO

#### ACTIVIDADES PROPUESTAS

#### 1. ELEMENTOS DEL PLANO

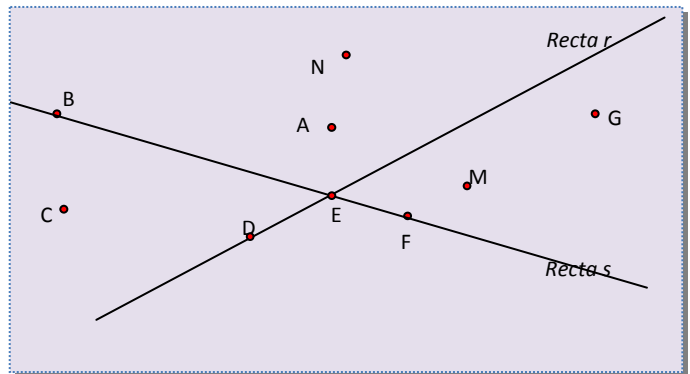
1. Copia en tu cuaderno el siguiente dibujo y realiza las siguientes actividades.

Dibuja tres segmentos que tengan sus extremos fuera de las rectas  $r$  y  $s$ .

¿El punto  $B$  pertenece a la recta  $s$ ? ¿Y a la recta  $r$ ?

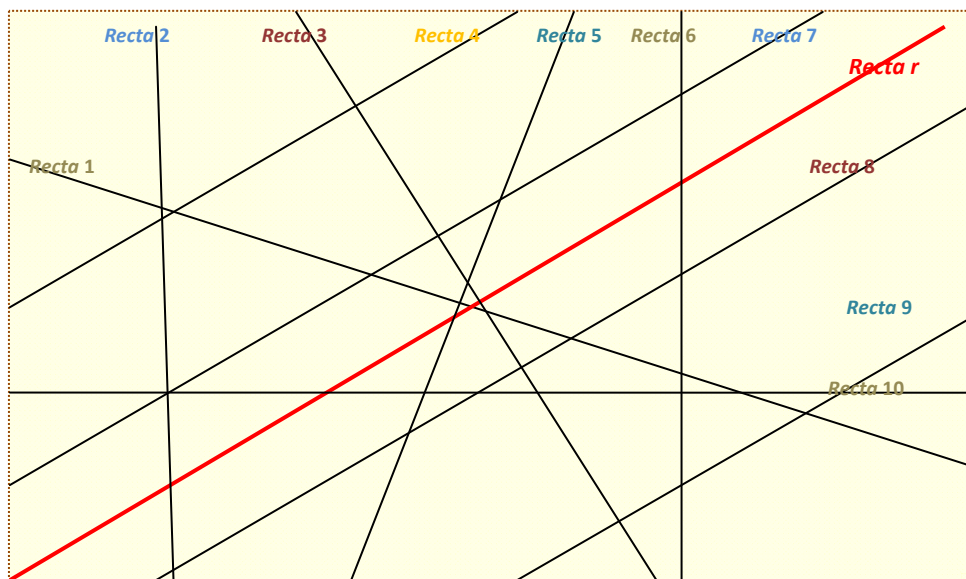
Dibuja un segmento que tenga como extremos  $A$  y un punto que esté en las rectas  $r$  y  $s$

Dibuja una semirrecta de origen  $C$  y que pase por  $B$ .

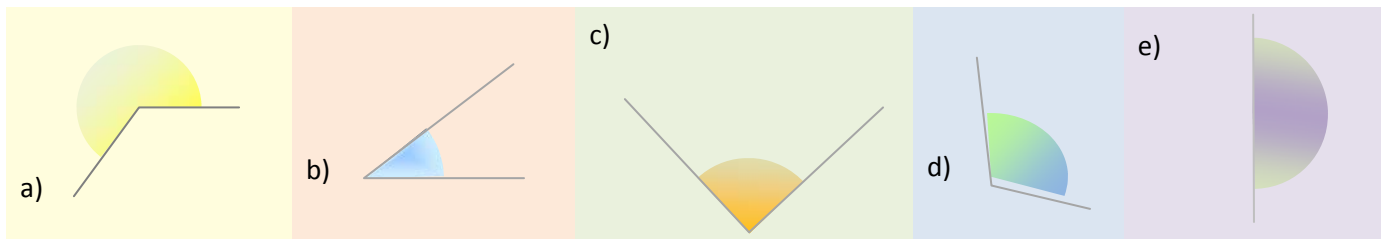


¿Es posible dibujar una recta que pase a la vez por  $M$ ,  $F$  y  $G$ ? ¿Y por  $N$ ,  $A$  y  $E$ ?

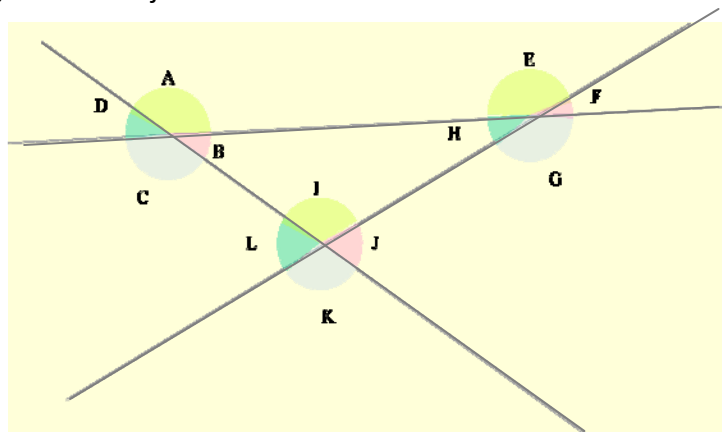
2. Dibuja cuatro rectas de modo que haya dos paralelas, dos perpendiculares y dos secantes no perpendiculares.
3. Observa el siguiente dibujo e indica qué rectas son paralelas a  $r$  y qué rectas son secantes a  $r$ .



4. Nombra cada uno de estos ángulos según su abertura:



5. Indica todas las parejas de ángulos adyacentes, consecutivos y opuestos por el vértice que se encuentran en el siguiente dibujo:



6. Pasa a forma compleja los siguientes ángulos

- a)  $12500''$       b)  $83'$       c)  $230''$       d)  $17600''$

7. Pasa de forma compleja a forma incompleja

- a)  $12^\circ 34' 40''$       b)  $13^\circ 23' 7''$       c)  $49^\circ 56' 32''$       d)  $1^\circ 25' 27''$

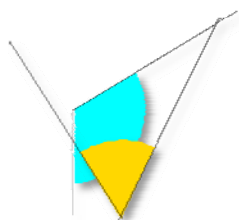
8. Completa la tabla:

EXPRESIÓN EN SEGUNDOS	EXPRESIÓN EN MINUTOS Y SEGUNDOS	EXPRESIÓN EN GRADOS, MINUTOS Y SEGUNDOS
8465''		
	245' 32''	
		$31^\circ 3' 55''$

9. Calcula:

- a)  $34^\circ 45' 30'' + 12^\circ 27' 15''$       b)  $16^\circ 30' 1'' + 12^\circ 13' 12'' + 2^\circ 1'$   
 c)  $16^\circ 45' + 23^\circ 13'' + 30^\circ 20' 30''$       d)  $65^\circ 48' 56'' - 12^\circ 33' 25''$   
 e)  $35^\circ 54' 23'' - 15^\circ 1' 35''$       f)  $43^\circ 32' 1'' - 15^\circ 50' 50''$

10. Copia en tu cuaderno y dibuja el complementario del ángulo      y el suplementario del ángulo      .



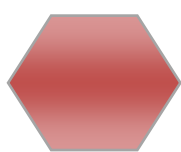
Calcula los ángulos complementario y suplementario de:

- a)  $35^\circ 54' 23''$       b)  $65^\circ 48' 56''$   
 c)  $43^\circ 32' 1''$       d)  $30^\circ 20' 30''$

11. Indica si las siguientes parejas de ángulos son complementarios, suplementarios o ninguna de las dos cosas:
- a)  $15^\circ 34' 20''$  y  $164^\circ 25' 40''$     b)  $65^\circ 48' 56''$  y  $24^\circ 12' 4''$     c)  $43^\circ 32' 1''$  y  $30^\circ 26' 59''$
12. Un ángulo inscrito en la circunferencia que abarca un diámetro es un ángulo recto. ¿Por qué? Razona la respuesta.
13. ¿En qué posiciones tiene un futbolista el mismo ángulo de tiro que desde el punto de penalti?
14. ¿Es posible dibujar tres rectas, secantes dos a dos de modo que haya exactamente: a) Una pareja de rectas perpendiculares? b) ¿Dos parejas de rectas perpendiculares? c) ¿Las tres parejas de rectas sean perpendiculares?
15. Dibuja la mediatriz de un segmento de 6 cm de longitud.
16. Dibuja un segmento de longitud 8 cm, su mediatriz y una recta perpendicular al segmento de partida que esté a una distancia de 5 cm de la mediatriz. ¿Qué posición ocupa esta recta con respecto al segmento de partida?
17. Utilizando un transportador de ángulos, una regla y un compás, dibuja los ángulos que se indican y la bisectriz de cada uno de ellos:
- a)  $45^\circ$     b)  $130^\circ$     c)  $70^\circ$     d)  $45^\circ$
18. Repite la actividad resuelta de elementos geométricos. Colócate encima del segmento  $a$ , aprieta el botón derecho, entra en **Propiedades** y modifica el color, haz que sea rojo. Lo mismo con la recta  $b$ , pero ahora coloréala en azul. Mueve el punto  $B$  para observar cómo se modifican las longitudes y el ángulo.
19. Dibuja con *Geogebra* cuatro rectas de modo que haya dos paralelas, dos perpendiculares y dos secantes no perpendiculares.
20. Dibuja con *Geogebra* dos rectas paralelas cortadas por una secante y mide todos los ángulos que se formen.
21. Dibuja con *Geogebra* dos ángulos con lados paralelos y comprueba que miden lo mismo.
22. Dibuja con *Geogebra* dos ángulos con lados perpendiculares y comprueba que miden lo mismo.
23. Dibuja con *Geogebra* dos ángulos que sean complementarios y dos que sean suplementarios.
24. Dibuja con *Geogebra* un ángulo inscrito en la circunferencia y el central que abarca el mismo arco. Comprueba que el ángulo inscrito mide la mitad del central. Mueve uno de los puntos sobre la circunferencia y comprueba que esa relación permanece.

## 2. POLÍGONOS

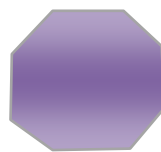
25. Copia los dibujos siguientes y traza todas las diagonales de cada polígono:



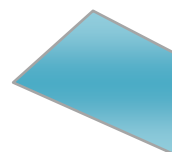
A)



B)



C)



D)

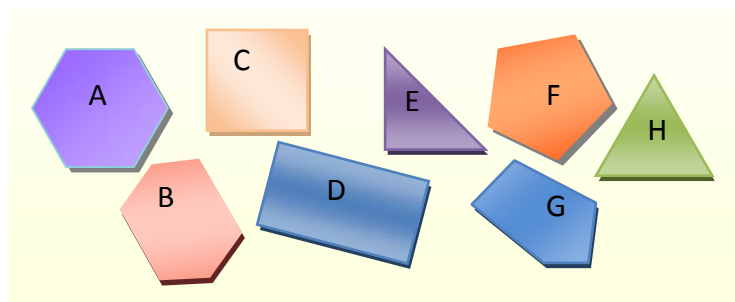
26. Dibuja los polígonos siguientes y traza todas sus diagonales:

- a) Hexágono      b) Pentágono      c) Octógono      d) Trapecioide

27. Dibuja, si es posible, un ejemplo de polígono que sea:

- a) triángulo cóncavo      b) pentágono convexo  
c) hexágono cóncavo      d) cuadrilátero convexo regular.

28. Observa la figura adjunta e indica qué polígonos son equiángulos, equiláteros, regulares e irregulares. Puedes copiar la tabla inferior en tu cuaderno y completarla



	A	B	C	D	E	F	G	H
EQUIÁNGULO								
EQUILÁTERO								
REGULAR								
IRREGULAR								

29. Dibuja en tu cuaderno el apotema de:

- a) un triángulo equilátero, b) un cuadrado, c) un hexágono regular.

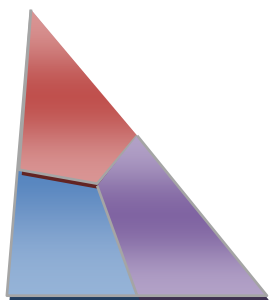
## 3. CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO

30. Dibuja una circunferencia de radio 4 cm y en ella un sector circular de  $30^\circ$  de amplitud.

31. En la circunferencia anterior, indica si es posible trazar una cuerda en cada uno de los casos siguientes y hazlo en caso afirmativo: a) de 4 cm de longitud, b) de 8 cm, c) mayor de 8 cm.

32. Dibuja tres puntos que no estén en línea recta de modo que el primero esté a 2 cm de distancia del segundo y el segundo a 3 cm del tercero. Finalmente traza la circunferencia que pase por los tres.

## 4. TRIÁNGULOS



**33.** Dibuja en un papel un triángulo, divídelo en tres partes y coloréalas con tres colores diferentes. Después recórtalas y forma con ellas un ángulo llano. De esta forma, habrás demostrado que la suma de sus ángulos es  $180^\circ$

**34.** Calcula el valor del tercer ángulo de un triángulo si dos de ellos miden respectivamente:

- a)  $30^\circ$  y  $80^\circ$    b)  $20^\circ$  y  $50^\circ$    c)  $15^\circ$  y  $75^\circ$    d)  $40^\circ 30'$  y  $63^\circ 45'$ .

**35.** Clasifica, según sus ángulos, los triángulos del ejercicio anterior.

**36.** Construye un triángulo rectángulo isósceles.

**37.** Indica razonadamente si es posible construir un triángulo cuyos lados midan:

- a) 5 cm, 4 cm y 3 cm   b) 10cm, 2 cm y 5 cm   c) 2dm, 2dm 4 dm   d) 13 m, 12 m y 5 m

**38.** Dibuja un triángulo equilátero de 10 cm de lado y comprueba que todos los puntos notables coinciden.

**39.** Calcula el circuncentro de un triángulo rectángulo. ¿Dónde se encuentra?

**40.** Calcula el ortocentro de un triángulo obtusángulo.

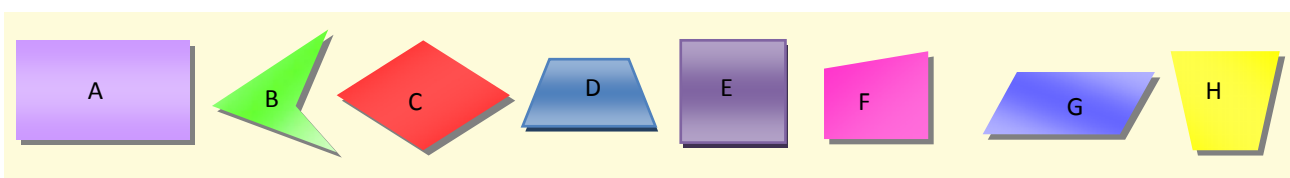
**41.** Dibuja un triángulo en los siguientes casos:

- a) Sus lados miden 12 cm, 10 cm y 8 cm  
 b) Un lado mide 10 cm y sus ángulos adyacentes  $30^\circ$  y  $65^\circ$ .  
 c) Dos lados miden 10 cm y 8 cm y el ángulo comprendido entre ellos  $50^\circ$ .

## 6. CUADRILÁTEROS

**42.** Fíjate en el dibujo e indica qué cuadriláteros son:

- a) cóncavos   b) paralelogramos   c) isósceles   d) trapecios   e) trapezoides   f) regulares

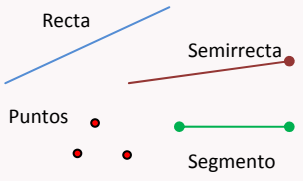
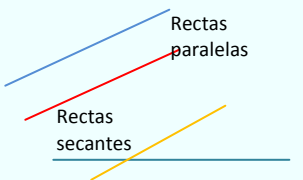
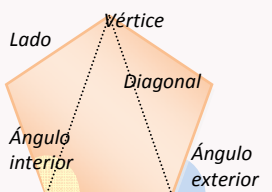
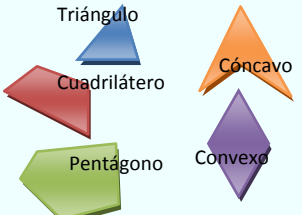
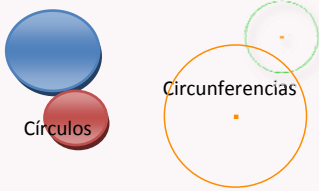



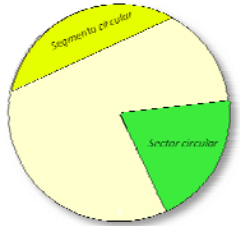
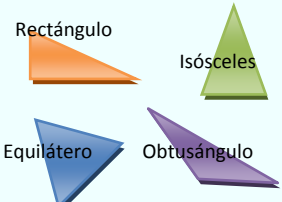
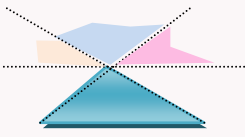
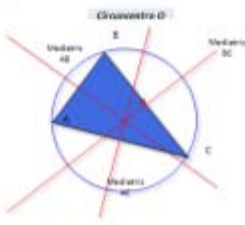
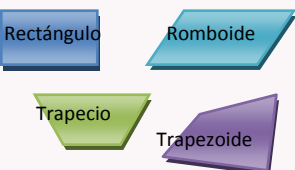
**43.** Averigua qué tipo de paralelogramo aparece si se unen los puntos medios de:

- a) un cuadrado   b) un rombo   c) un rectángulo   d) un trapecio   e) un trapezoide.

**44.** Los dos ángulos agudos de un romboide miden  $32^\circ$ . ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos obtusos?

## RESUMEN

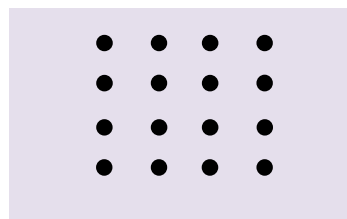
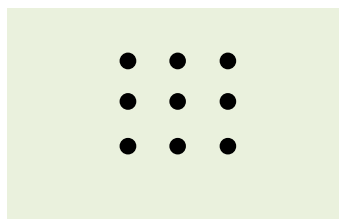
<p><b>Elementos del plano</b></p>	<p>Los elementos fundamentales del plano son: puntos, rectas, semirrectas, segmentos</p>	
<p><b>Posición relativa de dos rectas</b></p>	<p>Dos rectas distintas pueden ser paralelas o secantes</p>	
<p><b>Polígonos. Elementos de un polígono</b></p>	<p>Un polígono es una línea poligonal cerrada. Los elementos de un polígono son lados, vértices, diagonales, ángulos interiores y exteriores</p>	
<p><b>Clasificación de los polígonos</b></p>	<p>Por el tipo de ángulos cóncavos y convexos. Regulares o irregulares según tengan todos sus lados y ángulos iguales o no. Por el número de lados: triángulos, cuadriláteros, pentágonos, hexágonos,...</p>	
<p><b>Circunferencia y círculo</b></p>	<p>Una circunferencia es una línea cerrada que cumple que todos sus puntos están a la misma distancia de un punto fijo llamado centro. Un círculo es la parte de plano que encierra una circunferencia.</p>	
<p><b>Elementos de una circunferencia</b></p>	<p>Centro, radio, diámetro, cuerda, arco.</p>	

<p><b>Sector circular, segmento circular y corona circular</b></p>	<p>Un sector circular es la porción de círculo comprendida entre dos radios.</p> <p>Un segmento circular es la porción de círculo comprendido entre una cuerda y el arco que tiene sus mismos extremos.</p> <p>Una corona circular es la superficie comprendida entre dos círculos concéntricos.</p>	
<p><b>Clasificación de triángulos</b></p>	<p>Según los ángulos: acutángulos, rectángulos y obtusángulos.</p> <p>Según los lados: equiláteros, isósceles y escalenos,</p>	
<p><b>Propiedades</b></p>	<p>La suma de los ángulos de un triángulo es <math>180^\circ</math>.</p> <p>En todo triángulo, cualquier lado es menor que la suma de los otros dos.</p>	
<p><b>Rectas y puntos notables en un triángulo</b></p>	<p>Las mediatrices concurren en el circuncentro, las bisectrices en el incentro, las alturas en el ortocentro y las medianas en el baricentro.</p>	
<p><b>Clasificación de los cuadriláteros</b></p>	<p>Paralelogramos si sus lados son paralelos e iguales dos a dos y no paralelogramos.</p> <p>Los paralelogramos se dividen en cuadrados, rectángulos, rombos y romboides.</p> <p>Los no paralelogramos pueden ser trapecios o trapezoides.</p>	


## EJERCICIOS Y PROBLEMAS

- Dibuja una recta horizontal y otra que forme un ángulo de  $60^\circ$  con ella.
- Dibuja cuatro rectas de modo que tres de ellas pasen por un mismo punto y la cuarta sea paralela a una de ellas.
- Dibuja dos rectas secantes y un segmento que tenga un extremo en cada una de ellas.
- Si dos rectas  $r$  y  $s$  son perpendiculares y trazas una tercera recta  $p$  paralela a una de ellas, por ejemplo a  $r$ , ¿cómo son las rectas  $s$  y  $p$ ? Haz un dibujo.
- Un ángulo mide  $\frac{3}{4}$  de recto. Expresa esta medida en grados, minutos y segundos.
- Calcula :
 

a) $54^\circ 25' 10'' + 32^\circ 17' 14''$	b) $14^\circ 30' 15'' + 62^\circ 1' 16'' + 42^\circ 1''$
c) $15^\circ 23' + 73^\circ 10'' + 70^\circ 28' 38''$	d) $45^\circ 45' 45'' - 12^\circ 48' 85''$
e) $67^\circ 4' 23'' - 15^\circ 4' 37''$	f) $33^\circ 32' 1'' - 15^\circ 35' 20''$
- La suma de dos ángulos es  $125^\circ 46' 35''$ . Si uno de ellos mide  $57^\circ 55' 47''$ , ¿cuánto mide el otro?
- Cinco guardas de seguridad deben repartirse por igual un servicio de vigilancia de 24 horas. Expresa en horas y minutos el tiempo que debe permanecer vigilando cada uno de ellos
- En un tablero de  $3 \times 3$ , ¿cuál es el mayor número de lados que puede tener un polígono? ¿Y en uno de  $4 \times 4$ ?

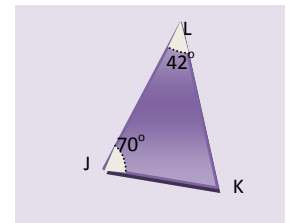
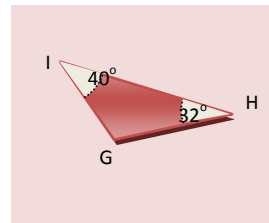
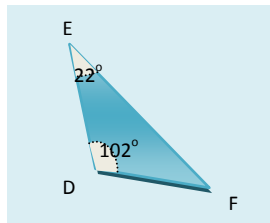
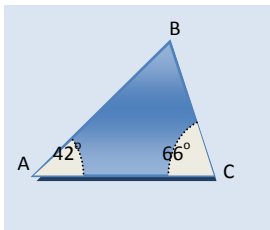


- La fotografía representa un mosaico de La Alhambra de Granada. Observa que está constituido por motivos geométricos.
 

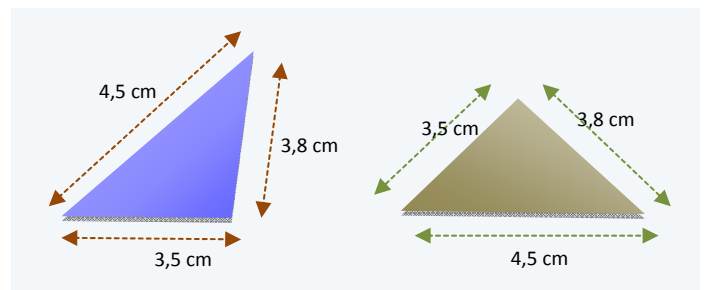
<ol style="list-style-type: none"> <li>Este mosaico tiene dos tipos de polígonos regulares: ¿Cuáles son?</li> <li>Describe el polígono blanco. ¿Es cóncavo o convexo?</li> <li>El mosaico de la fotografía no es un mosaico regular. Si lo fuera estaría formado únicamente por polígono regulares todos iguales.</li> <li>Describe un octógono regular: número de lados, cuánto mide su ángulo central, cuánto mide sus ángulos interiores...</li> </ol>	
---	--



11. Calcula el número de diagonales que tienen los siguientes polígonos:
- a) Rombo    b) trapecio    c) trapecoide    d) cuadrado    e) rectángulo    f) hexágono.
12. Dibuja un hexágono regular y un cuadrado. Marca el centro y sitúa en cada uno de ellos dos apotemas y dos radios.
13. Dibuja un decágono y todas sus diagonales.
14. Completa:
- a. Un triángulo rectángulo tiene un ángulo .....
- b. Un triángulo..... tiene un ángulo obtuso.
- c. Un triángulo..... tiene los tres ángulos agudos.
15. Construye un triángulo sabiendo que  $a = 9 \text{ cm}$ ,  $b = 7 \text{ cm}$  y el ángulo  $C = 50^\circ$ .
16. ¿Se puede construir un triángulo de modo que sus ángulos midan  $105^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $35^\circ$ . Razona tu respuesta.
17. Dibuja un triángulo obtusángulo. ¿Crees que las tres alturas son iguales?
18. Observa las figuras y calcula los ángulos que faltan



19. Dados tres segmentos de cualquier medida, ¿es siempre posible construir un triángulo? ¿Por qué? Recorta tiritas de papel de longitudes de 10 cm, 8 cm y 6 cm, ¿puedes construir un triángulo con ellas?
20. ¿Puedes asegurar que son iguales los triángulos de la figura derecha?
21. Si uno de los ángulos de un triángulo rectángulo es de  $50^\circ$ , indica el valor de los demás. Dibuja un triángulo rectángulo con estos ángulos y un cateto de 5 cm.
22. Si dos de los ángulos de un triángulo miden  $30^\circ$  y  $70^\circ$ , ¿cuánto mide el menor de los ángulos que forman las bisectrices correspondientes?



23. Construye un triángulo sabiendo que  $a = 10 \text{ cm}$ , los ángulos  $B = 45^\circ$   $C = 50^\circ$

24. Calcula el incentro del triángulo anterior y dibuja la circunferencia inscrita al triángulo.

25. ¿En qué punto colocarías un pozo para que tres casas de campo no alineadas, estén a la misma distancia del mismo? Haz un gráfico esquemático en tu cuaderno y calcula el punto en tu dibujo.



26. Desde uno de los vértices de un hexágono se trazan tres diagonales que dividen al polígono en cuatro triángulos.

- Calcula la suma de los ángulos del hexágono.
- Si el hexágono es regular, calcula el valor de cada uno de sus ángulos interiores.
- En el mismo supuesto, calcula el valor del ángulo central.

27. Dibuja un polígono de 9 lados. ¿Cómo se llama?

- ¿Cuántos triángulos puedes formar al trazar todas las diagonales que parten de un vértice?
- ¿Cuánto vale la suma de los ángulos del polígono inicial?

28. Señala si las siguientes afirmaciones son verdaderas:

*“Si las diagonales de un cuadrilátero son perpendiculares, se trata de un rombo”*

*“Los trapecios rectángulos tienen todos sus ángulos iguales”*

*“Los rectángulos son polígonos equiángulos”.*

*“Las diagonales de un paralelogramo se cortan en el punto medio”*

Justifica tus respuestas y haz un dibujo que acompañe a cada una.

29. Consigue un hilo grueso y un trozo de papel de color. Recorta el hilo o el trozo de papel, según proceda y construye:

- Una circunferencia, b) un círculo, c) un radio, d) un segmento circular, e) un sector circular.

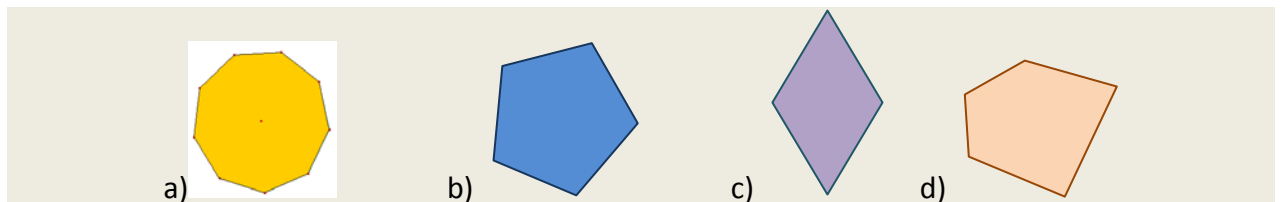
30. Dibuja una circunferencia de 3 cm de radio y dos arcos iguales así como las cuerdas que tienen sus mismos extremos. Comprueba que las cuerdas también son iguales.

31. En el dibujo hecho para dar respuesta al ejercicio anterior, traza dos diámetros perpendiculares a las cuerdas. Mide después la distancia de cada cuerda al centro. ¿Qué observas?

32. Dibuja dos rectas paralelas de modo que la distancia entre ellas sea de 5 cm. Dibuja después una circunferencia tangente a ambas.

## AUTOEVALUACIÓN

- Dibuja tres puntos A, B, C que no estén alineados y :
  - Las rectas  $r$  que pasa por A y B y  $s$  que pasa por B y C.
  - La recta perpendicular a  $r$  y que pasa por el punto C.
  - La recta perpendicular a  $s$  que pasa por B.
  - La recta paralela a  $s$  que pasa por A.
- Calcula el complementario y suplementario de los ángulos siguientes:
  - $54^\circ$
  - $73^\circ 40' 56''$
- ¿Cuánto valen los ángulos interior y exterior de un pentágono regular?
- Dibuja un hexágono y todas sus diagonales.
- Clasifica los siguiente polígonos, completando la tabla:



POLÍGONO	CÓNCAVO	REGULAR	EQUIÁNGULO	EQUILÁTERO	POR EL NÚMERO DE LADOS ES UN
a)	NO	SÍ	SI	SI	ENEÁGONO
b)					
c)					
d)					
e)			SI	NO	CUADRILÁTERO

- Dibuja un triángulo cuyos lados miden 3 cm, 6 cm y 5 cm y traza sus tres alturas.
- a) Dibuja un sector circular de radio 4 cm de modo que su amplitud sea de  $82^\circ$ . b) Dibuja una corona circular definida por dos círculos de radios 4 cm y 2 cm.
- Dibuja un triángulo en el que  $a = 6$  cm,  $\gamma = 45^\circ$ . Calcula después su circuncentro.
- Dibuja un trapecio isósceles, un trapecio rectángulo, un romboide, traza sus diagonales y estudia si se cortan en el punto medio.
- Calcula el valor del ángulo  $\hat{B}$  en las siguientes figuras:

