# Matemáticas orientadas ás ensinanzas aplicadas

# 4º A de ESO

# Actividades e exercicios

ÍNDICE:




www.apuntesmareaverde.org.es



Autores de Libros Marea Verde de Matemáticas (VVAA).

Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez

Revisora da tradución ao galego: Fernanda Ramos Rodríguez

Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF e VVAA (anteriores).


# CAPÍTULO 1: NÚMEROS REAIS

## ACTIVIDADES PROPOSTAS

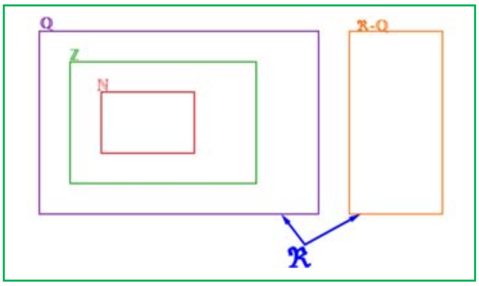
1. *As perlas do raxá*: Un raxá deixoulles á súas fillas certo número de perlas e determinou que o reparto se fixera do seguinte modo. A filla maior tomaría unha perla e un sétimo do que quedara. A segunda filla recibiría dúas perlas e un sétimo do restante. A terceira moza recibiría tres perlas e un sétimo do que quedara. E así sucesivamente. Feita a división cada unha das irmás recibiu o mesmo número de perlas. Cantas perlas había? Cantas fillas tiña o raxá?

## 1. DISTINTOS TIPOS DE NÚMEROS

2. Realiza as seguintes operacións:
   a) +8 + (–1) · (+6) b) –6 + (–7) : (+7) c) +28 – (–36) : (–9 – 9)
   d) +11*ab* + (+7) · (+6*ab*– 8*ab*) e) $-7a^2b - [+4a^2b - (-6a^2b) : (+6)]$ f) +9 + [+5 + (–8) · (–1)]
3. Utiliza a xerarquía de operacións para calcular no teu caderno:
   a. 6 · (– 5) – 3 · (–7) + 20 b. –8 · (+5) + (–4) · 9 + 50
   c. (–3) · (+9) – (–6) · (–7) + (–2) · (+5) d. –(–1) · (+6) · (–9) · (+8) – (+5) · (–7)
4. Efectúa as seguintes operacións con fraccións:
   a) $-\frac{5}{3}-\frac{7}{2}$ b) $\frac{4}{7}+\frac{(-7)}{9}$ c) $\frac{(-9)}{5}+\frac{(-1)}{8}$ d) $\frac{7}{2}+\left(\frac{5}{3}\cdot\frac{9}{8}\right)$
   e) $\left(\frac{7}{2}+\frac{5}{3}\right)\cdot\frac{9}{8}$ f) $\frac{7}{2}\cdot\left(\frac{5}{3}+\frac{9}{8}\right)$ g) $\frac{15}{2}:\frac{5}{4}$ h) $\frac{6}{5}:\frac{1}{5}$ i) $15:\frac{3}{5}$
5. Simplifica as seguintes fraccións:
   a) $\left(\frac{x-1}{2}+\frac{x+2}{3}\right)\cdot\frac{9}{x}$ b) $\frac{x+1}{x^2-1}$ c) $\frac{x^2-6x+9}{x-3}:\frac{x-3}{x+2}$ d) $\frac{a^2-4}{a^2}\cdot\left(\frac{1}{a+2}+\frac{1}{a-2}\right)$
6. Realiza as operacións:
   a) $31.3+5.97$ b) $3.52\cdot 6.7$ c) $11.51-4.8$ d) $19.1-7.35$
   e) $4.32+32.8+8.224$ f) $46.77-15.6+2.3$ g) $1.16\cdot 3.52$ h) $3.2\cdot 5.1\cdot 1.4$
   i) $2.3\cdot 4.11\cdot 3.5$ j) $4\cdot(3.01+2.4)$ k) $5.3\cdot(12+3.14)$ l) $3.9\cdot(25.8-21.97)$
7. Escribe en forma de fracción as seguintes expresións decimais e redúceas. Comproba coa calculadora que está ben:
   a) 7.92835; b) 291.291835; c) 0.23; d) 2.353535…..
   e) 87.2365656565….; f) 0.9999…..; g) 26.5735735735…..
8. Mentalmente decide cales das seguintes fraccións ten unha expresión decimal exacta e cales a teñen periódica.
   a) 1/3 b) 7/5 c) 11/30 d) 3/25 e) 9/8 f) 7/11
9. Calcula a expresión decimal das fraccións do exercicio anterior e comproba se a túa dedución era correcta.
10. Debuxa un segmento de lonxitude $\sqrt{2}$. O Teorema de *Pitágoras* pode axudarte, é a hipotenusa dun triángulo rectángulo isósceles de catetos 1. Mídeo cunha regra. A súa lonxitude non é 1.4, pois $(1.4)^2$ é distinto de 2; non é 1.41 pois $(1.41)^2$ é distinto de 2; nin 1.414, pois $(1.414)^2$ é distinto de 2; e porén $(\sqrt{2})^2 = 2$.
11. Calcula a expresión decimal de $\sqrt{2}$. Vimos que non é un número racional, polo que non pode ter unha expresión decimal finita, ou periódica, de modo que a súa expresión decimal ten infinitas cifras que non se repiten periodicamente. E porén puideches debuxalo exactamente (ben como a diagonal do cadrado de lado 1, ou como a hipotenusa do triángulo rectángulo isósceles de catetos 1).
12. Copia no teu caderno a táboa adxunta e sinala cun X a que conxuntos pertencen os seguintes números:

| Número | N | Z | Q | I | $\Re$ |
|---|---|---|---|---|---|
| –7.63 | | | | | |
| $\sqrt[3]{-8}$ | | | | | |
| 0.121212… | | | | | |
| π | | | | | |
| 1/2 | | | | | |
| 1.99999… | | | | | |

13. Copia no teu caderno o esquema seguinte e coloca os números do exercicio anterior no seu lugar:




14. Podes demostrar que 4.99999… = 5?, canto vale 2.5999…? Escríbeos en forma de fracción.
15. Cantas cifras pode ter como máximo o período de $\frac{1}{53}$?

## 2. POTENCIAS

16. Calcula:
    a) $(+1)^{7345}$ b) $(-1)^{7345}$ c) $(-4)^2$ d) $(-4)^3$ e) $(1/2)^3$ f) $(\sqrt{2})^6$
17. Expresa como única potencia:
    a) $(-4/3)^3 \cdot (-4/3)^2 \cdot ((-4/3)^{-8}$ b) $(1/9)^{-5} \cdot (1/9)^4 \cdot (1/9)^{-2}$ c) $(5/4)^8 \cdot (-2/3)^8 \cdot (-3/5)^8$ d) $(-3/5)^{-4} \cdot (-8/3)^{-4} \cdot (-5/4)^{-4}$
18. Calcula: a) $(-3/5)^{-4}$ b) $(-4/7)^{-2}$ c) $\frac{(7^4\cdot(-2)^4\cdot 3^4)^3}{(9^2\cdot 4^2\cdot 7^2)^3}$ d) $\frac{3^2\cdot\frac{4^5}{9^5}}{(-2)\cdot 4^5}$ e) $\frac{\left(\frac{-2}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{-9}{6}\right)^3}{\left(\frac{3}{8}\right)^{-4}\cdot\left(\frac{3}{8}\right)^6}$
19. Simplifica os radicais $\sqrt[4]{3^{12}}$ , $\sqrt[10]{9^{15}}$ usando potencias de expoñente fraccionario.
20. Calcula $\sqrt{484}$ e $\sqrt[3]{8\,000}$ factorizando previamente os radicandos
21. Calcula e simplifica: $\sqrt{3}\,(12\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 6\sqrt{3})$
22. Calcula $25^{0.5}$; $64^{\frac{3}{5}}$ e $\left(7^{\frac{6}{5}}\right)^{\frac{5}{2}}$
23. Expresa en forma de radical: a) $(-5)^{4/5}$ b) $27^{1/3}$ c) $7^{2/3}$
24. Escribe en notación científica:
    a) 400 000 000 b) 45 000 000 c) 34 500 000 000 000 d) 0.0000001 e) 0.00000046
25. Utiliza a túa calculadora para obter $2^{16}$, $2^{32}$ e $2^{64}$ e observa como dá o resultado.
26. Utiliza a calculadora para obter a túa idade en segundos en notación científica.
27. Efectúa as operacións en notación científica:
    a) $0.000481 + 2.4 \cdot 10^{-5}$ b) $300\,000\,000 - 5.4 \cdot 10^6 + 7.2 \cdot 10^5$ c) $(2.9 \cdot 10^5) \cdot (5.7 \cdot 10^{-3})$
    d) $(3.8 \cdot 10^{-8}) \cdot (3.5 \cdot 10^6) \cdot (8.1 \cdot 10^{-4})$ e) $(4.8 \cdot 10^{-8}) : (3.2 \cdot 10^{-3})$ f) $(6.28 \cdot 10^{-5}) \cdot (2.9 \cdot 10^2) : (3.98 \cdot 10^{-7})$

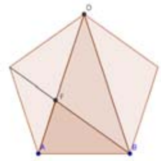
## 3. REPRESENTACIÓN NA RECTA REAL DOS NÚMEROS REAIS

28. Representa nunha recta numérica no teu caderno os seguintes números e ordénaos de menor a maior: –9, 7, 6, –5, 9, –2, –1, 1 e 0.
29. Representa nunha recta numérica no teu caderno os seguintes números e ordénaos de maior a menor: +1, –4, –8, +9, +4, –6, –7.
30. *Pitágoras* viviu entre o 569 e o 475 anos a. C. e *Gauss* entre o 1777 e o 1855, que diferenza de séculos hai entre ambas as datas?
31. Representa graficamente e ordena en sentido crecente, calcula os opostos e os valores absolutos dos seguintes números enteiros: 10, −4, −7, 5, −8, 7, −6, 0, 8.
32. Representa na recta numérica de forma exacta os seguintes números: $\frac{7}{6}; \frac{-17}{4}; 2.375; -3.\overset{\frown}{6}$
33. Representa na recta numérica 6.5; 6.2; 3.76; 8.43; 8.48; 8.51 e 8.38.
34. Ordena os seguintes números de maior a menor: +1.47; –4.32; –4.8; +1.5; +1.409; 1.4, –4.308.
35. Busca rectángulo áureo e espiral áurea en Internet.
36. Xa de paso busca a relación entre o *Número de ouro* e a *Sucesión de Fibonacci*.
37. Busca en *youtube* “algo pasa con phi” e cóntasme.
38. Representa na recta numérica de forma exacta: $\sqrt{20}; -\sqrt{8}; \sqrt{14}; \frac{1-\sqrt{5}}{2}$
39. Calcula 3 números reais que estean entre $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ e 1.
40. Calcula 5 números racionais que estean entre $\sqrt{2}$ *e* 1.5

41. Calcula 5 números irracionais que estean entre 3.14 e $\pi$

42. Comproba que a lonxitude do lado do pentágono regular e a da súa diagonal están en proporción áurea.

43. Calcula con *Xeoxebra* unha aproximación da razón de semellanza entre un pentágono regular e o que se forma no seu interior ao debuxar as súas diagonais. Determina sen utilizar Xeoxebra o valor real da razón de semellanza entre estes dous pentágonos.



44. Comproba que os triángulos *ABD* e *ABF* da figura son semellantes e calcula aproximadamente con *Xeoxebra* a súa razón de semellanza.

45. Calcula con *Xeoxebra* o valor aproximado da razón de semellanza entre un decágono regular e o decágono que se forma ao trazar as diagonais da figura. Determina sen utilizar Xeoxebra o valor real da razón de semellanza entre estes dous polígonos

## 4. INTERVALOS, SEMIRRECTAS E ENTORNOS

46. Expresa como intervalo ou semirrecta, en forma de conxunto (usando desigualdades) e representa graficamente:

a) Porcentaxe superior ao 15 %. b) Idade inferior ou igual a 21 anos.

c) Números cuxo cubo sexa superior a 27. d) Números positivos cuxa parte enteira ten 2 cifras.

e) Temperatura inferior a 24 ºC. f) Números que estean de 2 a unha distancia inferior a 3.

g) Números para os que existe a súa raíz cadrada (é un número real).

47. Expresa en forma de intervalo os seguintes entornos: a) E(2, 7) b) E(–3, $\frac{8}{3}$) c) E(–1; 0.001)

48. Expresa en forma de entorno os seguintes intervalos: a) (1, 7) b) (–5 , –1) c) (–4 , 2)

49. Os soldos superiores a 500 € pero inferiores a 1 000 € pódense poñer como intervalo de números reais?

## CURIOSIDADES. REVISTA

### Folios e $\sqrt{2}$

| | Longo (cm) | Ancho (cm) | Área (cm²) |
|---|---|---|---|
| A0 | 118.92 | 84.09 | 10 000 |
| A1 | 84.09 | 59.46 | 5 000 |
| A2 | 59.46 | 44.04 | 2 500 |
| A3 | 42.04 | 29.83 | 1 250 |
| A4 | 29.73 | 21.02 | 625 |
| A5 | 21.02 | 14.87 | 415.2 |

1) Comproba os valores da táboa anterior (hai polo menos tres valores equivocados ☺).
2) Cantos folios A4 caben nun folio A0?
3) Cales son as dimensións do A6?, e do A7?

### O número de ouro

$F_n = \frac{\Phi^n - \left(-\frac{1}{\Phi}\right)^n}{\sqrt{5}}$: $F_n$= Número de *Fibonacci* que ocupa o lugar *n*.

$\Phi$ = Número de ouro.

a) Calcula $F_{31}$ e $F_{30}$ coa fórmula de *Binet*.

b) Fai o cociente e mira se é unha boa aproximación do Número de ouro.

Busca en Internet o número de ouro e a sucesión de *Fibonacci*.

## EXERCICIOS E PROBLEMAS

### Números

1. Efectúa as seguintes operacións con fraccións:

a) $-\frac{4}{7}-\frac{5}{2}$ b) $\frac{3}{5}+\frac{(-7)}{9}$ c) $\frac{(-2)}{3}+\frac{(-1)}{8}$ d) $\frac{5}{3}+\left(\frac{5}{3}\cdot\frac{9}{2}\right)$

e) $\left(\frac{3}{2}+\frac{7}{3}\right)\cdot\frac{5}{2}$ f) $\frac{9}{2}\cdot\left(\frac{5}{3}+\frac{9}{2}\right)$ g) $\frac{25}{3}:\frac{5}{9}$ h) $\frac{7}{3}:\frac{14}{9}$ i) $15:\frac{3}{5}$

2. Simplifica as seguintes fraccións alxébricas:

a) $\left(\frac{a-1}{3}+\frac{a+1}{2}\right)\cdot\frac{6}{a}$ b) $\frac{x-2}{x^2-4}$ c) $\frac{x^2+6x+9}{x-3}:\frac{x^2-9}{x+3}$ d) $\frac{a^2-4}{a^2}\cdot\left(\frac{1}{a+2}+\frac{1}{a-2}\right)$

3. Realiza as operacións: a) (24.67 + 6.91) · 3.2 b) 2 · (3.91 + 98.1) c) 3.2 · (4.009 + 5.9) · 4.8

4. Calcula o valor exacto de $\frac{0.\overset{\frown}{4}}{0.4}$ sen calculadora.

5. Di cales destas fraccións teñen expresión decimal exacta e cales periódica: $\frac{9}{40}$; $\frac{30}{21}$; $\frac{37}{250}$; $\frac{21}{15}$

6. Calcula 3 fraccións *a, b, c* tal que $\frac{3}{4} < a < b < c < \frac{19}{25}$


Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez

7. Cantos decimais ten $\frac{1}{2^7 \cdot 5^4}$?, atréveste a explicar o motivo?
8. Fai a división 999 999:7 e despois fai 1:7. Será casualidade?
9. Agora divide 999 entre 37 e despois fai 1:37, é casualidade?
10. Fai no teu caderno unha táboa e di a que conxuntos pertencen os seguintes números:

    2.73535…; $\pi - 2$ ; $\sqrt[5]{-32}$ ; $10^{100}$ ; $\frac{102}{34}$ ; –2.5 ; 0.1223334444…
11. Contesta verdadeiro ou falso, xustificando a resposta.
    a) $Q \cap (\Re - Q) = \{0\}$ b) $Z \subset Q$
    c) a raíz cadrada dun número natural é irracional.
    d) $\sqrt{7} \notin Q$ e) 1/47 ten expresión decimal periódica.
12. Pon exemplos que xustifiquen:
    a) a suma e a resta de números irracionais pode ser racional.
    b) o produto ou división de números irracionais pode ser racional.
13. Que será a suma dun número racional con outro irracional? (Pensa na súa expresión decimal)
14. A suma de 2 números con expresión decimal periódica pode ser un enteiro?
15. Calcula a área e o perímetro dun rectángulo de lados $\sqrt{2}$ *e* $\sqrt{8}$ m.
16. Calcula a área e o perímetro dun cadrado cuxa diagonal mide 2 m.
17. Calcula a área e o perímetro dun hexágono regular de lado $\sqrt{3}$ m.
18. Calcula a área e o perímetro dun círculo de radio $\sqrt{10}$ m.
19. Calcula a área total e o volume dun cubo de lado $\sqrt[3]{7}$ m.
20. Por que número debemos multiplicar os lados dun rectángulo para que a súa área se faga o triplo?
21. Canto debe valer o radio dun círculo para que a súa área sexa 1 m$^2$?
22. Temos unha circunferencia e un hexágono regular inscrito nela. Cal é a razón entre os seus perímetros? (Razón é división ou cociente).

## Potencias

23. Calcula:
    a) $(+2)^7$ b) $(-1)^{9345}$ c) $(-5)^2$ d) $(-5)^3$ e) $(1/3)^3$ f) $(\sqrt{2})^8$
24. Expresa como única potencia:

a) $(-5/3)^4 \cdot (-5/3)^3 \cdot (-5/3)^{-8}$ b) $(1/9)^{-5} : (1/9)^4 \cdot (1/9)^{-2}$ c) $(2/3)^8 \cdot (-3/2)^8 : (-3/5)^8$ d) $(-3/5)^{-4} \cdot (-8/3)^{-4} : -5/4)^{-4}$

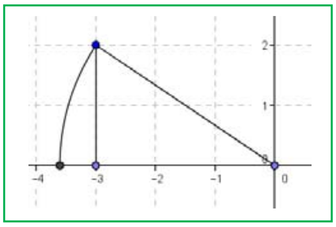
25. Calcula: a) $(-2/3)^{-4}$ b) $(-1/5)^{-2}$ c) $\frac{(11^4 \cdot (-2)^4 \cdot 5^4)^3}{(25^2 \cdot 4^2 \cdot 11^2)^3}$ d) $\frac{3^2 \cdot \frac{25^5}{9^5}}{(-5)^2 \cdot 4^5}$ e) $\frac{\left(\frac{-2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{-25}{6}\right)^3}{\left(\frac{5}{8}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^6}$
26. Extrae os factores posibles en cada radical:
    a) $\sqrt[4]{a^7 \cdot b^6}$ b) $\sqrt[3]{15^5 \cdot 3^4 \cdot 5^6}$ c) $\sqrt{25 \cdot 7^3 \cdot 16^3}$
27. Expresa en forma de única raíz:
    a) $\sqrt[3]{\sqrt{50}}$ b) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{9}}$
28. Expresa en forma de potencia: a) $\sqrt[4]{5^3} \cdot \sqrt{5^5}$ b) $\frac{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{3^2}}{\sqrt{3^3}}$
29. Simplifica a expresión:

    a) $\left(\frac{x^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{x}}\right)^3$ b) $\frac{\sqrt{x^3} \cdot \sqrt[5]{x^{11}}}{\sqrt[3]{x}}$
30. Estímase que o volume da auga dos océanos é de 1 285 600 000 km$^3$ e o volume da auga doce é de 35 000 000 km$^3$. Escribe esas cantidades en notación científica e calcula a proporción de auga doce.
31. Sábese que nun átomo de hidróxeno o núcleo constitúe o 99 % da masa, e que a masa dun electrón é aproximadamente de $9.109 \cdot 10^{-31}$ kg. Que masa ten o núcleo dun átomo de hidróxeno? (*Recorda*: Un átomo de hidróxeno está formado polo núcleo, cun protón, e por un único electrón).

32. A Xoán fixéronlle unha análise de sangue e ten 5 millóns de glóbulos vermellos en cada mm$^3$. Escribe en notación científica o número aproximado de glóbulos vermellos que ten Xoán estimando que ten 5 litros de sangue.

## Representación na recta real

33. *Pitágoras* viviu entre o 569 e o 475 anos a. C. e Gauss entre o 1777 e o 1855, que diferenza de anos hai entre ambas as datas?
34. Representa de forma exacta na recta numérica: –2.45; 3.666…
35. Sitúa na recta real os números 0.5; 0.48; 0.51 e 0.505.
36. Ordena os seguintes números de maior a menor: 2.4; –3.62; –3.6; 2.5; 2.409; –3.9999…
37. Representa na recta numérica de forma exacta os seguintes números: $\frac{2}{3}$; $\frac{-3}{5}$; $\frac{5}{2}$; $1.256$; $3.\hat{5}$
38. A imaxe é a representación dun número irracional, cal?



39. Representa de forma exacta na recta numérica: $-\sqrt{8}$; $2\sqrt{5}$; $\frac{\sqrt{10}}{2}$
40. Calcula 5 números racionais que estean entre 3.14 e π.

## Intervalos

41. Expresa con palabras os seguintes intervalos ou semirrectas:
    a. (–5, 5]  b. $\{x \in \Re;\ -2 < x \leq 7\}$.
    c. $\{x \in \Re;\ x > 7\}$  d. (–3, +∞ )
42. Calcula: a. (2, 4] U (3, 5]  b. (2, 4] ∩ (3, 5]  c. (–∞ ,1] ∩ (–1, +∞ )
43. Pode expresarse como entorno unha semirrecta? Razoa a resposta.
44. Expresa como entornos abertos, se é posible, os seguintes intervalos:
    a. (0, 8)  b. (–6, –2)  c. (2, +∞ )
45. Expresa como intervalos abertos os seguintes entornos:
    a. $E_{2/3}(4)$  b. $E_{1/2}(-7)$  c. E(1, 2)  d. E(0, 1)
46. Que números ao cadrado dan 7?
47. Que números reais ao cadrado dan menos de 7?
48. Que números reais ao cadrado dan máis de 7?

## Varios

49. Un numero irracional tan importante como Pi é o número "e". $e \approx 2.718281828...$ que parece periódico, pero non, non o é. É un número irracional. Defínese como o número ao que se achega $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ cando *n* se fai moi, pero que moi, grande. Colle a calculadora e dálle a *n* valores cada vez maiores, por exemplo: 10, 100, 1 000…
    Apunta os resultados nunha táboa.
50. Outra forma de definir *e* é $e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + ...$
    Que dirás ti, que son eses números tan admirados!, chámase factorial e é moi sinxelo: 4! = 4 · 3 · 2 · 1 = 24, multiplícase desde o número ata chegar a 1. Por exemplo: 6! = 6 · 5 · 4 · 3 · 2 · 1 = 720. Non te preocupes, que a tecla "!" está na calculadora. Podes calcular e con 6 cifras decimais correctas? **Nota:* Fíxate que agora a converxencia é moito máis rápida, só tiveches que chegar ata *n* = ?
51. Ordena de menor a maior as seguintes masas:

| | |
|---|---|
| Masa dun electrón | $9.11 \cdot 10^{-31}$ quilogramos |
| Masa da Terra | $5.983 \cdot 10^{24}$ quilogramos |
| Masa do Sol | $1.99 \cdot 10^{30}$ quilogramos |
| Masa da Lúa | $7.3 \cdot 10^{22}$ quilogramos |

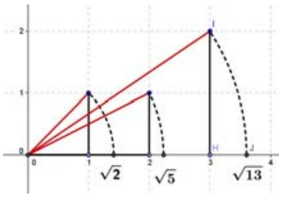
52. Tomando $1.67 \cdot 10^{-24}$ gramos como masa dun protón e $1.2 \cdot 10^{-15}$ metros como radio, e supoñéndoo esférico, calcula: a) o seu volume en cm$^3$ (Recorda o volume dunha esfera é (4/3)π$r^3$. b) Encontra o peso dun centímetro cúbico dun material formado exclusivamente por protóns. c) Compara o resultado co peso dun centímetro cúbico de auga (un gramo) e dun centímetro cúbico de chumbo (11.34 gramos).

## AUTOAVALIACIÓN

1) Indica que afirmación é falsa. O número –0.3333333… é un número
   a) real b) racional c) irracional d) negativo

3. Operando e simplificando a fracción $\frac{a^2-4a+4}{a-2} : \frac{a-2}{a+3}$ obtense:
   a) $a + 3$ b) $1/(a + 3)$ c) $a – 2$ d) $1/(a – 2)$
4. A expresión decimal 0.63636363…. escríbese en forma de fracción como
   a) 63/701 b) 7/11 c) 5/7 d) 70/111
5. Ao simplificar $\sqrt{2}\,(7\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2})$ obtés:
   a) $6\sqrt{2}$ b) $\sqrt{2}\,(5\sqrt{2})$ c) 12 d) 8
6. Contesta sen facer operacións. As fraccións 4/7; 9/150, 7/50 teñen unha expresión decimal:
   a) periódica, periódica, exacta b) periódica, exacta, periódica c) periódica, exacta, exacta
7. O conxunto dos números reais menores ou iguais a –2 escríbese:
   a) $(-\infty, -2)$ b) $(-\infty, -2]$ c) $(-2, +\infty)$ d) $(-\infty, -2[$
8. O entorno de centro –2 e radio 0.7 é o intervalo:
   a) (–3.7, –2,7) b) (–2.7, –1.3) c) (–3.3, –2,7) d) (–2.7, –1.3]
9. O intervalo (–3, –2) é o entorno:
   a) E(–2.5; 1/2) b) E(–3.5; –0.5) c) (–3.5, 1/2) d) (–2.5; –0.5)
10. Ao efectuar a operación $\left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{7}{6}} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$ obtense:
    a) $\left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{7}{2}}$ b) 25/4 c) $\left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{5}{6}}$ d) $\left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{5}{2}}$
11. Ao efectuar a operación $0.000078 + 2.4 \cdot 10^{-5}$ obtense:
    a) $3.6 \cdot 10^{-10}$ b) $1.8912 \cdot 10^{-10}$ c) $10.2 \cdot 10^{-5}$ d) $18.72 \cdot 10^{-5}$

## RESUMO

| | | |
|---|---|---|
| Conxuntos de números | Naturais ➔ N = {1, 2, 3, …}; Enteiros ➔ Z = {…, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, …}<br>Racionais ➔ Q = $\{\frac{a}{b}; a \in Z, b \in Z, b \neq 0\}$ ; Irracionais ➔ I = $\Re$ – Q; $\Re$ = Q ∪ I. | |
| Fraccións e expresión decimal | Todas as fraccións teñen expresión decimal exacta ou periódica. Toda expresión decimal exacta ou periódica pódese poñer como fracción. | $0.175 = \frac{175}{1000} = \frac{7}{40}$<br>*x* = 1.7252525… = 854/495 |
| Números racionais | A súa expresión decimal é exacta ou periódica. | 2/3; 1.5; 0.333333333…. |
| Representación na recta real | Fixadas unha orixe e unha unidade, existe unha bixección entre os números reais e os puntos da recta. A cada punto da recta correspóndelle un número real e viceversa. |   |
| N. Reais | Toda expresión decimal finita ou infinita é un número real e reciprocamente. | 0.333333; π; $\sqrt{2}$ |
| Intervalo aberto | Intervalo aberto no que os extremos **non** pertencen ao intervalo | (2, 7) = {*x* ∈ $\Re$; 2 < *x* < 7}.<br>  |
| Intervalo pechado | Os extremos **SI** pertencen ao intervalo | [–2, 2] = {*x* ∈ $\Re$; –2 ≤ x ≤ 2}<br>  |

# CAPÍTULO 2: PROPORCIONALIDADE

## ACTIVIDADES PROPOSTAS

### 1. PROPORCIONALIDADE DIRECTA

1. Copia no teu caderno e completa a táboa de proporción directa. Calcula a razón de proporcionalidade. Representa graficamente os puntos. Determina a ecuación da recta.

| Litros | 12 | 7.82 | | 1 | | 50 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Euros | 36 | | 9.27 | | 10 | |

2. Calcula os termos que faltan para completar as proporcións:

a) $\frac{24}{100} = \frac{30}{x}$  b) $\frac{x}{80} = \frac{46}{12}$  c) $\frac{3.6}{12.8} = \frac{x}{60}$

3. Se o AVE tarda unha hora e trinta e cinco minutos en chegar desde Madrid a Valencia, que distan 350 quilómetros, canto tardará en percorrer 420 km?
4. Nunha receita dinnos que para facer unha marmelada de froitas do bosque precisamos un quilogramo de azucre por cada dous quilogramos de froita. Queremos facer 7 quilogramos de marmelada, cantos quilogramos de azucre e cantos de froita debemos poñer?
5. A altura dunha torre é proporcional á súa sombra (a unha mesma hora). Unha torre que mide 12 m ten unha sombra de 25 m. Que altura terá outra torre cuxa sombra mida 43 m?
6. Unha fonte enche unha garrafa de 12 litros en 8 minutos. Canto tempo tardará en encher un bidón de 135 litros?
7. Gastamos 12 litros de gasolina para percorrer 100 km. Cantos litros precisaremos para unha distancia de 1 374 km?
8. O meu coche gasta 67 litros de gasolina para percorrer 1 250 km. Cantos litros gastará nunha viaxe de 5 823 km?
9. Un libro de 300 páxinas pesa 127 g. Canto pesará un libro da mesma colección de 420 páxinas
10. Dous pantalóns custáronnos 28 €, canto pagaremos por 7 pantalóns?
11. Expresa en tanto por cento as seguintes proporcións:

a) $\frac{27}{100}$  b) "1 de cada 2"  c) $\frac{52}{90}$

12. Se sabemos que os alumnos louros dunha clase son o 16 % e hai 4 alumnos louros, cantos alumnos hai en total?
13. Un depósito de 2 000 litros de capacidade contén neste momento 1 036 litros. Que tanto por cento representa?
14. A proporción dos alumnos dunha clase de 4º de ESO que aprobaron Matemáticas foi do 70 %. Sabendo que na clase hai 30 alumnos, cantos suspenderon?
15. Unha fábrica pasou de ter 130 obreiros a ter 90. Expresa a diminución en porcentaxe.
16. Calcula o prezo final dun lavalouzas que custaba 520 € máis un 21 % de IVE, ao que se lle aplicou un desconto sobre o custe total do 18 %.
17. Copia no teu caderno e completa:
    a) Dunha factura de 1 340 € paguei 1 200 €. Aplicáronme un ……… % de desconto
    b) Descontáronme o 9 % dunha factura de …………….. € e paguei 280 €.
    c) Por pagar ao contado un moble descontáronme o 20 % e aforrei 100 €. Cal era o prezo do moble sen desconto?
18. O prezo inicial dun electrodoméstico era 500 euros. Primeiro subiu un 10 % e despois baixou un 30 %. Cal é o seu prezo actual? Cal é a porcentaxe de incremento ou desconto?
19. Unha persoa comprou accións de bolsa no mes de xaneiro por un valor de 10 000 €. De xaneiro a febreiro estas accións aumentaron un 8 %, pero no mes de febreiro diminuíron un 16 %. Cal é o seu valor a finais de febreiro? En que porcentaxe aumentaron ou diminuíron?
20. O prezo inicial dunha enciclopedia era de 300 € e ao longo do tempo sufriu variacións. Subiu un 10 %, logo un 25 % e despois baixou un 30 %. Cal é o seu prezo actual? Calcula a variación porcentual.
21. Nunha tenda de venda por Internet anúncianse rebaixas do 25 %, pero logo cargan na factura un 20 % de gastos de envío. Cal é a porcentaxe de incremento ou desconto? Canto teremos que pagar por un artigo que custaba 30 euros? Canto custaba un artigo polo que pagamos 36 euros?
22. A distancia real entre dúas vilas é 28.6 km. Se no mapa están a 7 cm de distancia. A que escala está debuxado?
23. Que altura ten un edificio se a súa maqueta construída a escala 1 : 200 presenta unha altura de 8 cm?
24. Debuxa a escala gráfica correspondente á escala 1: 60000.
25. As dimensións dunha superficie rectangular no plano son 7 cm e 23 cm. Se está debuxado a escala 1: 50, calcula as súas medidas reais.

## 2. PROPORCIONALIDADE INVERSA

26. Para embaldosar un recinto, 7 obreiros han dedicado 80 horas de traballo. Completa no teu caderno a seguinte táboa E proporcionalidade determina a constante de proporcionalidade. Escribe a ecuación da hipérbole.

| Número de obreiros | 1 | 5 | 7 | 12 | | | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Horas de traballo | | | 80 | | 28 | 10 | |

27. Ao cortar unha cantidade de madeira conseguimos 5 paneis de 1.25 m de longo. Cantos paneis conseguiremos se agora teñen 3 m de largo?
28. Nunha horta ecolóxica utilízanse 5 000 kg dun tipo de esterco de orixe animal que se sabe que ten un 12 % de nitratos. Se cambia o tipo de esterco, que agora ten un 15 % de nitratos, cantos quilogramos se necesitarán do novo esterco para que as plantas reciban a mesma cantidade de nitratos?
29. Esa mesma horta necesita 200 caixas para envasar as súas berenxenas en caixas dun quilogramo. Cantas caixas necesitaría para envasalas en caixas de 1.7 quilogramos? E para envasalas en caixas de 2.3 quilogramos?
30. Para envasar certa cantidade de leite precísanse 8 recipientes de 100 litros de capacidade cada un. Queremos envasar a mesma cantidade de leite empregando 20 recipientes. Cal deberá ser a capacidade deses recipientes?
31. Copia no teu caderno a táboa seguinte, calcula a razón de proporcionalidade e completa a táboa de proporcionalidade inversa. Escribe a ecuación da hipérbole.

| Magnitude A | 40 | 0.07 | | 8 | |
|---|---|---|---|---|---|
| Magnitude B | 0.25 | | 5 | | 6.4 |

32. Seis persoas realizan unha viaxe de 12 días e pagan en total 40 800 €. Canto pagarán 15 persoas se a súa viaxe dura 4 días?
33. Se 16 lámpadas orixinan un gasto de 4 500 €, estando acesas durante 30 días, 5 horas diarias, que gasto orixinarían 38 lámpadas en 45 días, acesas durante 8 horas diarias?
34. Para alimentar a 6 vacas durante 17 días precísanse 240 quilos de alimento. Cantos quilos de alimento se precisarán para manter 29 vacas durante 53 días?
35. Se 12 homes constrúen 40 m de tapia en 4 días traballando 8 horas diarias, cantas horas diarias deben traballar 20 homes para construír 180 m en 15 días?
36. Cunha cantidade de penso podemos dar de comer a 24 animais durante 50 días cunha ración de 1 kg para cada un. Cantos días poderemos alimentar a 100 animais se a ración é de 800 g?
37. Para encher un depósito ábrense 5 billas que lanzan 8 litros por minuto e tardan 10 horas. Canto tempo tardarán 7 billas similares que lanzan 10 litros por minuto?
38. Se 4 máquinas fabrican 2 400 pezas funcionando 8 horas diarias. Cantas máquinas se deben poñer a funcionar para conseguir 7 000 pezas durante 10 horas diarias?

## 3. REPARTOS PROPORCIONAIS

39. Cinco persoas comparten lotería, con 10, 6, 12, 7 e 5 participacións respectivamente. Se obtiveron un premio de 18 000 €, canto corresponde a cada un?
40. Tres socios investiron 20 000 €, 34 000 € e 51 000 € este ano na súa empresa. Se os beneficios a repartir a final de ano ascenden a 31 500 €, canto corresponde a cada un?
41. A Unión Europea concedeu unha subvención de 48 000 000 € para tres Estados de 60, 46 e 10 millóns de habitantes. Como debe repartirse o diñeiro, sabendo que é directamente proporcional ao número de habitantes?
42. Repártese unha cantidade de diñeiro, entre tres persoas, directamente proporcional a 2, 5 e 8. Sabendo que á segunda lle corresponde 675 €, calcula o que lle corresponde á primeira e á terceira.
43. Unha avoa reparte 100 € entre os seus tres netos de 12, 14 e 16 anos de idade; proporcionalmente ás súas idades. Canto corresponde a cada un.
44. Nun concurso acumúlase puntuación de forma inversamente proporcional ao número de erros. Os catro finalistas, con 10, 5, 2 e 1 erros, deben repartir os 2 500 puntos. Cantos puntos recibirá cada un?
45. No testamento, o avó establece que quere repartir entre os seus netos 4 500 € de maneira proporcional ás súas idades, 12, 15 e 18 anos. Coidando que a maior cantidade sexa para os netos menores, canto recibirá cada un?
46. Repártese diñeiro inversamente proporcional a 5, 10 e 15; ao menor correspóndenlle 3 000 €. Canto corresponde aos outros dous?
47. Tres irmáns axudan ao mantemento familiar entregando anualmente 6 000 €. Se as súas idades son de 18, 20 e 25 anos e as achegas son inversamente proporcionais á idade, canto achega cada un?

48. Un pai vai cos seus dous fillos a unha feira e, na tómbola, gaña 50 € que reparte de forma inversamente proporcional á súas idades, que son 15 e 10 anos. Cantos euros debe dar a cada un?
49. Calcula o prezo do quilo de mestura de dous tipos de café: 3.5 kg a 4.8 €/kg e 5.20 kg a 6 €/kg.
50. Cantos litros de zume de pomelo de 2.40 €/l deben mesturarse con 4 litros de zume de laranxa a 1.80 €/l para obter unha mestura a 2.13 €/l?
51. Calcula a lei dunha xoia sabendo que pesa 87 g e contén 69 g de ouro puro.
52. Cantos quilates ten, aproximadamente, a xoia anterior?

## 4. INTERESE

53. Calcula o interese simple que producen 10 000 € ao 3 % durante 750 días.
54. Que capital hai que depositar ao 1.80 % durante 6 anos para obter un interese simple de 777.6 €?
55. Ao 5 % de interese composto durante 12 anos, cal será o capital final que obteremos ao depositar 39 500 €?

## CURIOSIDADES. REVISTA

1) Confecciona a túa propia folla de cálculo

2) A torre *Eiffel* de París mide 300 metros de altura e pesa uns 8 millóns de quilos. Está construída en ferro. Se encargamos un modelo a escala da torre, tamén de ferro, que pese só un quilo, que altura terá? Será maior ou menor que un lapis? Antes de empezar a calcular, dá a túa opinión.

3) Nunha pizzería a pizza de 20 cm de diámetro vale 3 euros e a de 40 cm vale 6 euros. Cal ten mellor prezo?

4) Vemos no mercado unha pescada de 40 cm que pesa un quilo. Parécenos un pouco pequena e pedimos outra un pouco maior, que resulta pesar 2 quilos. Canto medirá?

5) Nun día frío un pai e un fillo pequeno van exactamente igual abrigados, cal dos dous terá máis frío?

## EXERCICIOS E PROBLEMAS

1. Copia no teu caderno, calcula a razón de proporcionalidade e completa a táboa de proporcionalidade directa:

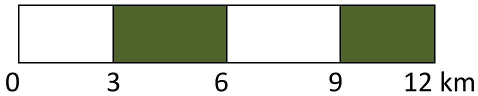
| litros | 8.35 | | 0.75 | 1.5 | |
|---|---|---|---|---|---|
| euros | | 14 | 2.25 | | 8 |

2. Estima cantas persoas caben de pé nun metro cadrado. Houbo unha festa e encheuse completamente un local de 400 m$^2$, cantas persoas estimas que foron a esa festa?
3. Cada semana pagamos 48 € en transporte. Canto gastaremos durante o mes de febreiro?
4. Con 85 € pagamos 15 m de tea, canto nos custarán 23 m da mesma tea?
5. Para tapizar cinco cadeiras utilicei 0.6 m de tea, cantas cadeiras poderei tapizar coa peza completa de 10 m?
6. Un camión transportou en 2 viaxes 300 sacos de patacas de 25 kg cada un. Cantas viaxes serán necesarias para transportar 950 sacos de 30 kg cada un?
7. Unha edición de 400 libros de 300 páxinas cada un acada un peso total de 100 kg. Cantos kg pesará outra edición de 700 libros de 140 páxinas cada un?
8. Sabendo que a razón de proporcionalidade directa é k = 1.8, copia no teu caderno e completa a seguinte táboa?

| Magnitude A | 15.9 | | | 0.01 | |
|---|---|---|---|---|---|
| Magnitude B | | 6 | 0.1 | | 10 |

9. O modelo de teléfono móbil que custaba 285 € + IVE está agora cun 15 % de desconto. Cal é o seu prezo rebaixado? (IVE 21%)
10. Por atrasarse no pagamento dunha débeda de 1 500 €, unha persoa debe pagar unha recarga do 12 %. Canto ten que devolver en total?
11. Se un litro de leite de 0.85 € aumenta o seu prezo nun 12 %, canto vale agora?
12. Que tanto por cento de desconto se aplicou nunha factura de 1 900 € se finalmente se pagaron 1 200 €?

13. Se unhas zapatillas de 60 € se rebaixan un 15 %, cal é o valor final?
14. Ao comprar un televisor obtiven un 22 % de desconto, polo que ao final paguei 483.60 €, cal era o prezo do televisor sen desconto€?
15. Luís comprou unha camisola que estaba rebaixada un 20 % e pagou por ela 20 €. Cal era o seu prezo orixinal?
16. Por liquidar unha débeda de 35 000 € antes do previsto, unha persoa paga finalmente 30 800 €, que porcentaxe da súa débeda aforrou?
17. O prezo dunha viaxe anúnciase a 500 € IVE incluído. Cal era o prezo sen IVE? (IVE 21%)
18. Que incremento porcentual se efectuou sobre un artigo que antes valía 25 € e agora se paga a 29 €?
19. Un balneario recibiu 10 mil clientes no mes de xullo e 12 mil en agosto. Cal é o incremento porcentual de clientes de xullo a agosto?
20. Un mapa está debuxado a escala 1: 800000. A distancia real entre dúas cidades é 200 km. Cal é a súa distancia no mapa?
21. A distancia entre Oviedo e A Coruña é de 340 km. Se no mapa están a 12 cm, cal é a escala á que está debuxado?
22. Interpreta a seguinte escala gráfica e calcula a distancia na realidade para 21 cm.




23. Copia no teu caderno e completa a seguinte táboa:

| Tamaño no debuxo | Tamaño real | Escala |
|---|---|---|
| 20 cm longo e 5 cm de ancho | | 1 : 25000 |
| 10 cm | 15 km | |
| | 450 m | 1 : 30000 |

24. Copia no teu caderno, calcula a razón de proporcionalidade inversa e completa a táboa:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Magnitude A | 8 | 7.5 | | 3.5 | |
| Magnitude B | | 12 | 0.15 | | 10 |

25. Determina se as seguintes magnitudes se encontran en proporción directa, inversa ou en ningunha delas:
    a) Velocidade á que circula un coche e espazo que percorre.
    b) Diñeiro que tes para gastar e bolsas de améndoas que podes comprar.
    c) Talle de zapatos e prezo dos mesmos.
    d) Número de membros dunha familia e litros de leite que consomen.
    e) Número de entradas vendidas para un concerto e diñeiro recadado.
    f) Números de billas que enchen unha piscina e tempo que esta tarda en encherse.
    g) Idade dunha persoa e estatura que ten.
    h) Número de traballadores e tempo que tardan en facer un valado.
26. Que velocidade debería levar un automóbil para percorrer en 4 horas certa distancia, se a 80 km/h tardou 5 horas e 15 minutos?
27. A razón de proporcionalidade inversa entre A e B é 5. Copia no teu caderno e completa a táboa seguinte:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 20 | | 7 | | 10.8 |
| B | | 0.05 | | 0.3 | |

28. Na granxa faise o pedido de forraxe para alimentar a 240 porcos durante 9 semanas. Véndense 60 porcos, cantas semanas lles durará a forraxe? E se en lugar de vender, compra trinta porcos? E se decide rebaixar a ración unha cuarta parte cos 240 porcos?

29. Un granxeiro con 65 galiñas ten millo para alimentalas 25 días. Se vende 20 galiñas, cantos días poderá alimentar ás restantes?

30. Con 15 paquetes de 4 kg cada un poden comer 150 galiñas diariamente. Se os paquetes fosen de 2.7 kg, cantos necesitariamos para dar de comer ás mesmas galiñas?

31. Determina se as dúas magnitudes son directa ou inversamente proporcionais e completa a táboa no teu caderno:

| A | 24 | 8 | 0.4 | 6 | | 50 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| B | 3 | 9 | 180 | | 20 | |

32. Se a xornada laboral é de 8 horas necesitamos a 20 operarios para realizar un traballo. Se rebaixamos a xornada en media hora diaria, cantos operarios serán necesarios para realizar o mesmo traballo?

33. Nun almacén gárdanse reservas de comida para 100 persoas durante 20 días con 3 racións diarias, cantos días duraría a mesma comida para 75 persoas con 2 racións diarias?

34. Se 15 operarios instalan 2 500 m de valado en 7 días. Cantos días tardarán 12 operarios en instalar 5 250 m de valado?

35. Nun concurso o premio de 168 000 € repártese de forma directamente proporcional aos puntos conseguidos. Os tres finalistas conseguiron 120, 78 e 42 puntos. Cantos euros recibirá cada un?

36. Repartir 336 en partes directamente proporcionais a 160, 140, 120.

37. Un traballo págase a 3 120 €. Tres operarios fano achegando o primeiro 22 xornadas, o segundo 16 xornadas e o terceiro 14 xornadas. Canto recibirá cada un?

38. Repartir 4 350 en partes inversamente proporcionais a 18, 30, 45.

39. Mesturamos 3 kg de améndoas a 14 €/kg, 1.5 kg de noces a 6 €/kg e 1.75 kg de castañas 8 €/kg. Calcula o prezo final do paquete de 250 g de mestura de froitos secos.

40. Calcula o prezo do litro de zume que se consegue mesturando 8 litros de zume de ananás a 2.5 €/l, 15 litros de zume de laranxa a 1.6 €/l e 5 litros de zume de uva a 1.2 €/l. A canto debe venderse unha botella de litro e medio se se lle aplica un aumento do 40 % sobre o prezo de custe?

41. Para conseguir un tipo de pintura mestúranse tres produtos: 5 kg do produto X a 18 €/kg, 19 kg do produto E a 4.2 €/kg e 12 kg do produto Z a 8 €/kg. Calcula o prezo do kg de mestura.

42. Cinco persoas comparten un microbús para realizaren distintos traxectos. O custe total é de 157.5 € máis 20 € de suplemento por servizo nocturno. Os quilómetros percorridos por cada pasaxeiro foron 3, 5, 7, 8 e 12 respectivamente. Canto debe abonar cada un.

43. Decidiuse penalizar ás empresas que máis contaminan. Para iso repártense 2 350 000 € para subvencionar a tres empresas que presentan un 12 %, 9 % e 15 % de grao de contaminación. Canto recibirá cada unha?

44. Un lingote de ouro pesa 340 g e contén 280.5 g de ouro puro. Cal é a súa lei?

45. Cantos gramos de ouro contén unha xoia de 0.900 de lei, que se formou cunha aliaxe de 60 g de 0.950 de lei e 20 g de 0.750 de lei?

46. Que capital hai que depositar ao 3.5 % de rédito en 5 anos para obter un interese simple de 810 €?

47. Cal é o capital final que se recibirá por depositar 25 400 € ao 1.4 % en 10 anos?

48. Cantos meses debe depositarse un capital de 74 500 € ao 3 % para obter un interese de 2 980 €?

49. Ao 3% de interese composto, un capital converteuse en 63 338.5 €. De que capital se trata?

50. Na construción dunha ponte de 850 m utilizáronse 150 vigas, pero o enxeñeiro non está moi seguro e decide reforzar a obra engadindo 50 vigas máis. Se as vigas se colocan uniformemente ao longo de toda o ponte, a que distancia se colocarán as vigas?

51. Nun colexio de primaria convócase un concurso de ortografía no que se dan varios premios. O total que se reparte entre os premiados son 500 €. Os alumnos que non cometeron ningunha falta reciben 150 €, e o resto distribúese de maneira inversamente proporcional ao número de faltas. Hai dous alumnos que non tiveron ningunha falta, un tivo unha falta, outro dúas faltas e o último tivo catro faltas, canto recibirá cada un?

## AUTOAVALIACIÓN

1. Os valores que completan a táboa de proporcionalidade directa son:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 10 | 0.25 | | 0.1 | 100 |
| B | | 50 | 5 | | |

a) 2 000; 0.025; 20; 20 000 b) 2 000; 0.25; 2; 20 000 c) 1 000; 0.025; 10; 10 000

2. Con 500 € pagamos os gastos de gas durante 10 meses. En 36 meses pagaremos:

a) 2 000 € b) 1 900 € c) 1 800 € d) 1 500 €.

3. Un artigo que custaba 2000 € rebaixouse a 1750 €. A porcentaxe de rebaixa aplicada é:

a) 10 % b) 12.5 % c) 15.625 % d) 11.75 %

4. Para envasar 510 litros de auga utilizamos botellas de litro e medio. Cantas botellas necesitaremos se queremos utilizar envases de tres cuartos de litro?

a) 590 botellas b) 700 botellas c) 650 botellas d) 680 botellas

5. Os valores que completan a táboa de proporcionalidade inversa son:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 5.5 | 10 | | 11 | |
| B | 20 | | 0.5 | | 0.1 |

a) 40; 200; 11.5; 1000 b) 11; 200; 20; 300 c) 11; 220; 10; 1100 d) 40; 220; 10; 500

6. Tres agricultores reparten os quilogramos da colleita de forma proporcional ao tamaño das súas parcelas. a maior, que mide 15 recibiu 30 toneladas, a segunda é de 12 ha e a terceira de 10 ha recibirán:

a) 24 t e 20 t b) 20 t e 24 t c) 24 t e 18 t d) 25 t e 20 t

7. A escala á que se debuxou un mapa no que 2.7 cm equivalen a 0.81 km é:

a) 1 : 34000 b) 1 : 3000 c) 1 : 30000 d) 1 : 300

8. Con 4 rolos de papel de 5 m de longo, podo forrar 32 libros. Cantos rolos precisaremos para forrar 16 libros se agora os rolos de papel son de 2 m de longo?

a) 3 rolos b) 5 rolos c) 4 rolos d) 2 rolos

9. O prezo final do kg de mestura de 5 kg de fariña clase A, a 1.2 €/kg, 2.8 kg clase B a 0.85 €/kg e 4 kg clase C a 1 €/kg é:

a) 1.12 € b) 0.98 € c) 1.03 € d) 1.049 €

10. A lei dunha aliaxe é 0.855. Se o peso da xoia é 304 g, a cantidade de metal precioso é:

a) 259.92 g b) 255.4 g c) 248.9 g d) 306 g

## RESUMO

| *Noción* | *Definición* | *Exemplos* |
|---|---|---|
| **Proporcionalidade directa** | Dúas magnitudes son **directamente** proporcionais cando ao multiplicar ou dividir á primeira por un número, a segunda queda multiplicada ou dividida polo mesmo número. A función de proporcionalidade directa é unha recta que pasa pola orixe: e = *kx*. A pendente da recta, *k*, é a **razón de proporcionalidade directa**. | Para empapelar 300 $m^2$ utilizamos 24 rolos de papel, Se agora a superficie é de 104 $m^2$, necesitaremos 8.32 rolos, pois $k = 300/24 = 12.5$, $y = 12.5x$, polo que $x = 104/12.5 = 8.32$ rolos. |
| **Proporcionalidade inversa** | Dúas magnitudes son **inversamente** proporcionais cando ao multiplicar ou dividir á primeira por un número, a segunda queda dividida ou multiplicada polo mesmo número. A función de proporcionalidade inversa é a hipérbole e = *k'/x*. Polo tanto a **razón de proporcionalidade inversa** *k´* é o produto de cada par de magnitudes: $k' = a\cdot b = a'\cdot b'$. | Dúas persoas pintan unha vivenda en 4 días. Para pintar a mesma vivenda, 4 persoas tardarán: $k' = 8$, $e = 8/x$, polo que tardarán 2 días. |
| **Porcentaxes** | Razón con denominador 100. | O 87 % de 2 400 é $\frac{87\cdot 2\,400}{100} = 2\,088$ |
| **Escalas** | A escala é a proporción entre as medidas do debuxo e as medidas na realidade. | A escala 1:50000, 35 cm son 17.5 km na realidade. |

| Reparto proporcional directo | Reparto proporcional inverso |
|---|---|
| Repartir directamente a 6, 10 e 14, 105 000 €<br>6 + 10 + 14 = 30<br>105 000 : 30 = 3 500<br>6 · 3 500 = 21 000 €<br>10 ·3 500 = 35 000 €<br>14 · 3 500 = 49 000 € | Repartir 5 670 inversamente a 3, 5 e 6<br>$1/3 + 1/5 + 1/6 = \frac{10+6+5}{30} = \frac{21}{30}$<br>5 670 : 21 = 270<br>270 · 10 = 2 700<br>270 · 6 = 1 620<br>270 · 5 = 1 350 |

| | | |
|---|---|---|
| **Mesturas e aliaxes** | Mesturar distintas cantidades de produtos, de distintos prezos. A **lei** dunha **aliaxe** é a relación entre o peso do metal máis valioso e o peso total. | Una xoia que pesa 245 g e contén 195 g de prata, a súa lei é: $\frac{195}{245} = 0.795$ |
| **Interese simple e composto** | O interese é o beneficio que se obtén ao depositar un capital nunha entidade financeira a un determinado tanto por cento durante un tempo | $C = 3\,600$; $r = 4.3$ %; $t = 8$ anos<br>$I = \frac{3\,600\cdot 4.3\cdot 8}{100} = 1\,238.4$ € |

# CAPÍTULO 3: POLINOMIOS. FRACCIÓNS ALXÉBRICAS

## ACTIVIDADES PROPOSTAS

## 1. INTRODUCIÓN. EXPRESIÓNS ALXÉBRICAS

1. A finais de cada mes a empresa de telefonía móbil proporciónanos a factura mensual. Nela aparece moita información, en particular, o número total de chamadas realizadas (*N*) así como a cantidade total de minutos de conversa (*M*). Cos datos do anterior exemplo, xustifica que o importe das chamadas efectuadas durante ese mes é:
$$(0.05 \cdot M) + (0.12 \cdot N) = 0.05 \cdot M + 0.12 \cdot N \text{ €}$$
2. Escribe a expresión alxébrica que nos proporciona a área dun círculo.
3. Escribe en linguaxe alxébrica os seguintes enunciados, referidos a dous números calquera $x$ e $y$:
   a) a metade do oposto da súa suma.
   b) a suma dos seus cubos.
   c) o cubo da súa suma.
   d) o inverso da súa suma.
   e) a suma dos seus inversos
4. Traduce a un enunciado en linguaxe natural as seguintes expresións alxébricas
   a) $3x + 4$ b) $x/3 – x^3$ c) $(x^3 + y^3 + z^3)/3$ d) $(x^2 – y^2) / (x – y)^2$
5. Unha tenda de roupa anuncia nos seus escaparates que está de rebaixas e que todos os seus artigos están rebaixados un 15 % sobre o prezo impreso en cada etiqueta. Escribe o que pagaremos por unha peza en función do que aparece na súa etiqueta.
6. O anterior comercio, nos últimos días do período de rebaixas, desexa desfacerse das súas existencias e para iso decide aumentar o desconto. Mantén o 15 % para a compra dunha única peza e, a partir da segunda, o desconto total aumenta un 5 % por cada nova peza de roupa, ata un máximo de 10 artigos. Analiza canto pagaremos ao realizar unha compra en función da suma total das cantidades que figuran nas etiquetas e do número de artigos que se adquiran.
7. Calcula o valor numérico das seguintes expresións alxébricas para o valor ou valores que se indican:
   a) $x^2 + 7x – 12$ para $x = 0$.
   b) $(a + b)^2 – (a^2 + b^2)$ para $a = –3$ e $b = 4$.
   c) $a^2 – 5a + 2$ para $a = –1$.
8. Indica en cada caso o valor numérico da seguinte expresión: $10x + 20y + 30z$
   a) $x = 1, y = 2, z = 1$
   b) $x = 2, y = 0, z = 5$
   c) $x = 0, y = 1, z = 0$.

## 2. POLINOMIOS. SUMA E PRODUTO

9. Indica o coeficiente e a parte literal dos seguintes monomios:
   a) $(3/2)x^2y^3$ b) $(1/2)a^27b4c$ c) $(2x5z9c)/2$
10. Realiza as seguintes sumas de polinomios:
    - $(2x^2 - 2x) + (-3x^2 - 4x + 2) + (3x^3 - 3x^2 + 2x - 3)$
    - $-2x^4 + (2x^3 + 3x - 4) + (-4x^2 - 6x + 5) + (3x^3 - 2x + 6)$
11. Simplifica as seguintes expresións alxébricas:
    a) $3x – 4 – (3x + 2) + 4x$ b) $3(x^2 – 4x + 6) – (x^2 – 6x + 5)$
    c) $(–3)(2a + 4b) – (2b – 3a)$ d) $4(2a^2 – 2ab + 2b^2) – (3a^2 – 4ab)$
12. Escribe o polinomio oposto de cada un dos seguintes polinomios:
    a) $4x^4 + 6x^3 + 2x^2 + 5x - 2$; b) $9x$; c) $-2x^4 + 4x^2$
13. Considera os polinomios $p \equiv -2x^3 - 6x + 3$, $q \equiv 2x^2 + 2x + 9$, así como o polinomio suma $s \equiv p + q$. Calcula os valores que adopta cada un de eles para $x = -2$, é dicir, calcula $p(-2)$, $q(-2)$ e $s(-2)$. Estuda se existe algunha relación entre eses tres valores.
14. Obtén o valor do polinomio $p \equiv -2x^3 - 6x + 3$en $x = 3$. Que valor toma o polinomio oposto de $p$ en $x=3$?
15. Efectúa os seguintes produtos de polinomios:
    a) $(-5x^3 + 3x) \cdot (-4x^2)$ b) $(3x^4 + 2x) \cdot (-4x - 5)$
    c) $(3x^3 + 2x^2 - 2x) \cdot (4x^2 - x)$ d) $(-1) \cdot (6x^3 - 3x^2 - 2x + 3)$
16. Realiza as seguintes diferenzas de polinomios:
    a) $(-3x^3 + x) - (-2x^2)$ b) $(3x^4 + 2x) - (-4x - 5)$ c) $(4x^2 - 2x) - (x^3 + 2x^2 - 2x)$

**17.** Multiplica cada un dos seguintes polinomios por un número de tal forma que xurdan polinomios mónicos:

a) $3x^3 - 2x^2 + x$ b) $-4x^4 + 2x - 5$ c) $-x^2 + 2x - 6$

**18.** Calcula e simplifica os seguintes produtos:

a) $3x \cdot (2x^2 + 4x - 6)$ b) $(3x - 4) \cdot (4x + 6)$

c) $(2a^2 - 5b) \cdot (4b - 3a^3)$ d) $(3a - 6) \cdot (8 - 2a) \cdot (9a - 2)$

**19.** Realiza os seguintes produtos de polinomios:

a) $x^2 \cdot (-3x^2 - 4x + 2) \cdot 3x^3$ b) $(3x - 4) \cdot (-4x^2 - 6x + 5) \cdot (-2x)$

**20.** De cada un dos seguintes polinomios extrae algún factor que sexa común aos seus monomios:

a) $-20x^3 - 40x^2 + 10x$ b) $60x^4 - 30x^2$

## 3. DIVISIÓN DE POLINOMIOS

**21.** Comproba que os cálculos que tes a continuación reflicten o que se fixo no exemplo anterior para dividir o polinomio $p(x) = 6x^4 + 5x^3 + x^2 + 3x - 2$entre o polinomio $q(x) = 2x^2 - x + 3$.

- Primeira etapa:

$$\begin{array}{rl}
6x^4 + 5x^3 + x^2 + 3x - 2 & \underline{|\ \ 2x^2 - x + 3} \\
\underline{-6x^4 + 3x^3 - 9x^2} \qquad\qquad & 3x^2 \\
8x^3 - 8x^2 + 3x - 2 &
\end{array}$$

- Primeira e segunda etapas:

$$\begin{array}{rl}
6x^4 + 5x^3 + x^2 + 3x - 2 & \underline{|\ \ 2x^2 - x + 3} \\
\underline{-6x^4 + 3x^3 - 9x^2} \qquad\qquad & 3x^2 + 4x \\
8x^3 - 8x^2 + 3x - 2 & \\
\underline{-8x^3 + 4x^2 - 12x} \quad & \\
-4x^2 - 9x - 2 &
\end{array}$$

- As tres etapas:

$$\begin{array}{rl}
6x^4 + 5x^3 + x^2 + 3x - 2 & \underline{|\ \ 2x^2 - x + 3} \\
\underline{-6x^4 + 3x^3 - 9x^2} \qquad\qquad & 3x^2 + 4x - 2 \\
8x^3 - 8x^2 + 3x - 2 & \\
\underline{-8x^3 + 4x^2 - 12x} \quad & \\
-4x^2 - 9x - 2 & \\
\underline{4x^2 - 2x + 6} & \\
-11x + 4 &
\end{array}$$

**22.** Divide os seguintes polinomios:

a) $3x^3 - 2x^2 - 2x + 6$ entre $x^2 - 3x + 5$ b) $-15x^3 - 3x^2 + 4x + 5$ entre $5x^3 - 2x^2 - 2x + 4$

c) $6x^4 - 7x^3 + 7x^2 - 4x - 8$ entre $-2x^2 + 2x + 5$ d) $-7x^5 + 3x^2 + 2$ entre $x^2 + 4$

e) $-16x^5 - 3x^4 + 7x^3 + 3x^2 + 4x + 6$ entre $4x^3 + 2x^2 + x - 2$

**23.** Encontra dous polinomios tales que ao dividilos apareza $q(x) = x^2 + 2x - 1$ como polinomio cociente e $r(x) = -2x^2 + 3$ como resto.

**24.** Efectúa os seguintes cálculos:

a) $\dfrac{3x+2}{x^2+1} + \dfrac{5}{2x}$ b) $\dfrac{1}{x-3} - \dfrac{3}{x+2}$ c) $\dfrac{-2x}{5x^2+4x} \cdot \dfrac{5}{3x-2}$ d) $\dfrac{x-4}{x^2+5x} : \dfrac{x-4}{x+5}$

**25.** Realiza as seguintes operacións alterando, en cada apartado, só un dos denominadores, e o seu respectivo numerador:

a) $\dfrac{-3x^2+2x-1}{x^3} + \dfrac{4x-1}{x^2}$ b) $\dfrac{x-1}{x^2+5x} - \dfrac{6}{x+5}$

26. Comproba, simplificando, as seguintes igualdades:

a) $\frac{8a^4b^2}{2a^2b}=4a^2b$  b) $\frac{4x^3y^2-3xy^2}{2xy}=2x^2y-\frac{3}{2}y$  c) $\frac{3x^2-9x}{6x+12}=\frac{x^2-3x}{x+4}$

d) $\frac{6y^3+4y^2}{2y^2-8y}=\frac{3y^2+2y}{y-4}$  e) $\frac{6a^2b^3+2a^3b-4ab}{2ab^2+8a^2b}=\frac{3ab^2+a^2-2}{b+4a}$

27. Calcula os seguintes cocientes:
a) $(3x^3 - 9x^2 - 6x) : 3x$
b) $(7a^3 - 70a^2 - 21) : 7$
c) $(25x^4 - 10x^2) : 5x^2$
d) $(3x^2y^3 - 8xy^2) : xy^2$

28. Simplifica as seguintes fraccións alxébricas:

a) $\frac{3x^2-6x}{9x^2+15}$  b) $\frac{a^3-5a^2}{7a^3+4a^2}$  c) $\frac{x^2y+3xy^2}{4xy}$  d) $\frac{2a^2b^2+3ab}{a^3b-ab}$

## 4. DESCOMPOSICIÓN FACTORIAL DUN POLINOMIO

29. Completa, cando sexa posible, as seguintes factorizacións:
- $-3x^3+3x=-3x\cdot(\qquad)$
- $-6x^2+5x+6=(2x-3)\cdot(\qquad)$
- $-6x^4+3x^3-3x+6=(2x^2-x+1)\cdot(\qquad)$
- $-6x^4+3x^3-3x+6=(2x^2-x+2)\cdot(\qquad)$

30. Determina un polinomio de grao 4 que admita unha descomposición factorial na que participe o polinomio $6x^3-x^2+3x-1$.

31. Estuda se os seguintes números son ou non raíz dos polinomios indicados:
a) $x=3$ de $x^3-3x^2+1$  b) $x=-2$ de $x^3+3x^2+3x+2$  c) $x=1$ de $x^3-3x^2+x+1$
d) $x=0$ de $x^3-3x^2+1$  e) $x=-1$ de $x^3-3x^2-x+3$

32. Supoñamos que temos dous polinomios, $p_1(x)$ e $p_2(x)$, e un número real $\alpha$.
- Se $\alpha$ é unha raíz de $p_1(x)$, tamén é raíz do polinomio suma $p_1(x)+p_2(x)$?
- Se $\alpha$ é unha raíz de $p_1(x)$, tamén é raíz do polinomio produto $p_1(x)\cdot p_2(x)$?
- Hai algunha relación entre as raíces do polinomio $p_1(x)$ e as do polinomio $4\cdot p_1(x)$?

33. Constrúe un polinomio de grao 3 tal que posúa tres raíces distintas.
34. Determina un polinomio de grao 3 tal que teña, polo menos, unha raíz repetida.
35. Constrúe un polinomio de grao 3 de forma que teña unha única raíz.
36. Conxectura, e logo demostra, unha lei que nos permita saber cando un polinomio calquera: $a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+......+a_1x+a_0$ admite ao número 0 como raíz.
37. Demostra unha norma que sinale cando un polinomio calquera $a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+......+a_1x+a_0$ admite ao número 1 como raíz.
38. Obtén todas as raíces de cada un dos seguintes polinomios:
a) $x+6$  b) $-x+4$  c) $2x-7$  d) $-4x-5$  e) $-3x$
f) $x^2-5x$  g) $4x^2-x-3$  h) $x^3-4x$  i) $x^3+4x$

39. Usa a regra de Ruffini para realizar as seguintes divisións de polinomios:
a) $-3x^2+2x+2$ entre $x+1$  b) $x^3+3x^2-3x+6$ entre $x+2$
c) $5x^3-4x^2-2$ entre $x-1$  d) $x^3-8x+2$ entre $x-3$

40. Emprega a regra de *Ruffini* para ditaminar se os seguintes números son ou non raíces dos polinomios citados:
a) $\alpha=3$ de $x^3-4x^2+5$  b) $\beta=-2$ de $-x^3-2x^2+x+2$
c) $\gamma=1$ de $-2x^4+x+1$  c) $\sigma=-1$ de $2x^3+2x^2$

41. Utiliza a regra de *Ruffini* para coñecer o valor do polinomio $-2x^3+3x^2+2x+3$ en $x=3$.

42. Estuda se é posible usar a regra de *Ruffini*, dalgunha forma, para dividir $x^3+3x^2+3x+2$ entre $2x+6$.

43. Para cada un dos seguintes polinomios sinala, en primeiro lugar, que números enteiros son candidatos a seren raíces súas e, despois, determina cales o son:

a) $x^3-x^2+2x-2$ b) $x^4+4x^3+4x^2+4x+3$ c) $2x^3+x^2-18x-9$ d) $x^4+2x^3+3x^2+6x$

44. Completa o exemplo precedente comprobando que, en efecto, $\frac{-1}{2}$ é raíz do polinomio $2x^3+3x^2-11x-6$.

45. Para cada un dos seguintes polinomios indica que números racionais son candidatos a seren raíces súas e, despois, determina cales o son:

a) $3x^2+4x+1$ b) $2x^3-9x^2+12x-4$

46. Simplifica, se é posible, as seguintes expresións:

a) $\frac{x^2+4x}{x^3+3x^2-6x-8}$ b) $\frac{x^2-1}{x^3+3x^2-6x-8}$ c) $\frac{x^2-1}{x^3+x^2-6x}$

47. Realiza as seguintes operacións tendo en conta as factorizacións dos denominadores:

a) $\frac{5}{-3x+12}+\frac{x+2}{x^2-4x}$ b) $\frac{-x}{x^2-2x+1}-\frac{3x-1}{x^2-1}$

48. Realiza os cálculos:

a) $(1+4a)^2$ b) $(-x+5)^2$ c) $(-2x-3)^2$ d) $(x^2-1)^3$ e) $(5x+3)^3$

49. Obtén as fórmulas dos cadrados dos seguintes trinomios:

a) $(a+b+c)^2$ b) $(a+b-c)^2$

50. Desenvolve as seguintes potencias:

a) $(2x+3y)^2$ b) $(3x+y/3)^2$ c) $(5x-5/x)^2$

d) $(3a-5)^2$ e) $(a^2-b^2)^2$ f) $(3/5y-2/y)^2$

51. Expresa como cadrado dunha suma ou dunha diferenza as seguintes expresións alxébricas:

a) $a^2+6a+9$ b) $4x^2-4x+1$ c) $b^2-10b+25$

d) $4y^2+12y+9$ e) $a^4-2a^2+1$ f) $y^4+6y^2+9$

52. Efectúa estes produtos:

a) $(3x+2y)\cdot(3x-2y)$ b) $(5x^2+1)\cdot(5x^2-1)$ c) $(-x^2+2x)\cdot(x^2+2x)$

53. De acordo co exposto, factoriza os seguintes polinomios:

a) $x^2-4x+4$ b) $3x^2+18x+27$ c) $3x^5-9x^3$

54. Calcula os seguintes produtos:

a) $(3x+1)\cdot(3x-1)$ b) $(2a-3b)\cdot(2a+3b)$

c) $(x^2-5)\cdot(x^2+5)$ d) $(3a^2+5)\cdot(3a^2-5)$

55. Expresa como suma por diferenza as seguintes expresións:

a) $9x^2-25$ b) $4a^4-81b^2$ c) $49-25x^2$ d) $100a^2-64$

56. Simplifica as seguintes fraccións alxébricas:

a) $\frac{x^2-1}{3x+3}$ b) $\frac{2x^2+12x+18}{x^2-9}$ c) $\frac{6-3a}{a^2-4}$

## CURIOSIDADES. REVISTA

**Fai maxia**

- Pensa un número.
- Multiplícao por 2.
- Suma 4.
- Multiplica por 5.
- Divide por 10.
- Resta o número.
- Maxia, maxia, maxia…
- O resultado é 2!

Analiza como ti, o mago, puideches coñecer o resultado.

**Pasatempo**

A B A
A B A
A B A
B C B

Canto valen A, B e C?

## EXERCICIOS E PROBLEMAS

1. Neste exercicio vaise presentar un *truco* mediante o cal imos adiviñar o número que resulta tras manipular repetidamente un número descoñecido. Converte nunha expresión alxébrica as sucesivas alteracións do número descoñecido e xustifica o que ocorre.
   i. Dille a un compañeiro que escriba nun papel un número natural e que non o amose.
   ii. Que o multiplique por 3.
   iii. Que ao resultado anterior lle sume 18.
   iv. Que multiplique por 2 o obtido.
   v. Que divida entre 6 a última cantidade.
   vi. Que ao resultado precedente lle reste o número que escribiu.
   vii. Independentemente do número descoñecido orixinal, que número xurdiu?

2. Nestoutro exercicio imos *adiviñar* dous números que pensou un compañeiro. Constrúe unha expresión alxébrica que recolla todos os pasos e, finalmente, descobre o truco.
   i. Solicita a un compañeiro que escriba nun papel, e non amose, dous números naturais: un dunha cifra (entre 1 e 9) e outro de dúas cifras (entre 10 e 99
   ii. Que multiplique por 4 o número elixido dunha cifra.
   iii. Que multiplique por 5 o obtido.
   iv. Que multiplique o resultado precedente por 5.
   v. Que lle sume ao anterior o número de dúas cifras que elixiu.
   vi. Se o teu compañeiro che di o resultado destas operacións, ti descobres os seus dous números. Se che di, por exemplo, 467, entón sabes que o número dunha cifra é 4 e o de dúas cifras é 67, por que?

3. Estuda se hai números reais nos que as seguintes expresións non poden ser avaliadas:

$$\frac{7x-9}{(x+5)\cdot(2x-32)} \qquad \frac{-x}{x^2-6x+9} \qquad \frac{3x^3-x}{-2x^4-3x^2-4} \qquad \frac{5x-y+1}{x^2+y^2}$$

4. Unha persoa ten aforrados 2 500 euros e decide depositalos nun produto bancario cun tipo de interese anual do 2 %. Se decide recuperar os seus aforros ao cabo de dous anos, cal será a cantidade total da que disporá?
5. Xeneralicemos o exercicio anterior: Se ingresamos $X$euros nun depósito bancario cuxo tipo de interese é do $i$ % anual, cal será a cantidade que recuperaremos ao cabo de $n$ anos?

6. Constrúe un polinomio de grao 2, $p(x)$, tal que $p(5)=-2$.
7. Consideremos os polinomios $p(x) = -3x^3 + 2x^2 - 4x - 3$, $q(x) = 4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + x + 8$ e $r(x) = 5x^2 + 6x - 2$. Realiza as seguintes operacións:

$$p+q+r \qquad p-q \qquad p\cdot r \qquad p\cdot r-q$$

8. Calcula os produtos:

a) $\left(\frac{ax}{3}-\frac{by}{2}\right)\cdot\left(\frac{-xy}{6}\right)$ b) $(0.3x - 0.2y + 0.1z) \cdot (0.1x + 0.2y - 0.3z)$ c) $(x - 1)(x - a)(x - b)$

9. Efectúa as divisións de polinomios:

$3x^4 - 4x^3 - 9x^2 + x - 2$ entre $3x^2 + 4x - 4$

$5x^5 - 6x^4 + 7x^3 + 3x^2 - x - 7$ entre $x^3 + 3x + 4$

10. Calcula os cocientes:

a) $(5x^4) : (x^2)$ b) $(3x^2y^4z^6) : ((1/2)xy^3z^5)$ c) $(x^4 + 2x^2y + y^2) : (x^2 + y)$

11. Realiza as operacións entre as seguintes fraccións alxébricas:

$\frac{2x-3}{x^2-3x}+\frac{3x}{x^2-6x+9}$ $\frac{2x-3}{x^2-3x}-\frac{3x}{x^2-6x+9}$ $\frac{2x-3}{x^2-3x}\cdot\frac{3x}{x^2-6x+9}$ $\frac{2x-3}{x^2-3x}:\frac{3x}{x^2-6x+9}$

12. Constrúe un polinomio de grao 2 tal que o número $-5$ sexa raíz súa.
13. Determina un polinomio de grao 3 tal que as súas raíces sexan $6$, $-3$ e $0$.
14. Determina un polinomio de grao 4 tal que as súas raíces sexan $6$, $-3$, $2$ e $0$.
15. Constrúe un polinomio de grao 4 tal que teña unicamente dúas raíces reais.
16. Determina un polinomio de grao 5 tal que as súas raíces sexan $6$, $-3$, $2$, $4$ e $5$.
17. Encontra un polinomio $q(x)$ tal que ao dividir $p(x) = 2x^4 + x^3 + 3x^2 + x + 3$ entre $q(x)$ se obteña como polinomio resto $r(x) = x^2 + x + 1$.
18. Calcula as raíces enteiras dos seguintes polinomios:

a) $3x^3+11x^2+5x-3$ b) $3x^3+2x^2+8x-3$ c) $3x^3+5x^2+x-1$ d) $2x^3+x^2-6x-3$

19. Obtén as raíces racionais dos polinomios do exercicio anterior.
20. Descompón os seguintes polinomios como produto de polinomios irredutibles:

$3x^3+11x^2+5x-3$ $3x^3+5x^2+x-1$ $2x^3+x^2-6x-3$ $3x^3-6x^2+x-2$

21. Calcula as potencias:

a) $(x - 2y + z)^2$ b) $(3x - y)^3$ c) $((1/2)a + b^2)^2$ d) $(x^3 - y^2)^2$

22. Analiza se os seguintes polinomios xurdiron do desenvolvemento de potencias de binomios, ou trinomios, ou dun produto *suma por diferenza*. En caso afirmativo expresa a súa procedencia.

$x^2-36$ $5x^2+1$ $5x^2-11$ $x^2-3y^2$ $x^2-6x+9$

$x^4-8x^2+16$ $x^2+\sqrt{20}xy+5y^2$ $x^4+2x^3+x^2+2x+1$ $x^4-2x^3+x^2+2x+1$

23. Descompón en factores:

a) $x^4 - 1$ b) $x^2 - y^2$ c) $x^2y^2 - z^2$ d) $x^4 - 2x^2y + y^2$

24. Con este exercicio preténdese amosar a conveniencia á hora de non operar unha expresión polinómica que temos factorizada total ou parcialmente. A) Comproba a igualdade $x^4 - 5x^2 + 6 = (x^2 - 2)\cdot(x^2 - 3)$. B) Determina todas as raíces do polinomio $x^4 - 5x^2 + 6$.
25. Factoriza numerador e denominador e simplifica:

a) $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1}$ b) $\frac{x^4+2x^2y^2+y^4}{x^2+y^2}$ c) $\frac{x^3-x}{x^4-1}$

26. Efectúa as seguintes operacións e simplifica todo o posible:

a) $\frac{2}{x(5-x)}-\frac{3}{2(5-x)}$ b) $\frac{x-y}{x+y}\cdot\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ c) $\frac{2x+1}{4x^2-1}$

27. Efectúa as seguintes operacións e simplifica todo o posible:

a) $\frac{x^4-1}{x^7}:\frac{x^2+1}{x^8}$ b) $\frac{2x+3y}{a-b}-\frac{3x+4y}{2a-2b}$ c) $-4x+(1-x^4)\left(\frac{x+1}{1-x}-\frac{1-x}{1+x}\right)$

28. Efectúa as seguintes operacións e simplifica todo o posible:

a) $\left(x^4-\frac{1}{x^2}\right):\left(x^2+\frac{1}{x}\right)$ b) $\frac{x^3-3ax^2+3a^2x-a^3}{x+a}:\frac{x-a}{x+a}$ c) $\left(\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}\right):\frac{ab}{a+b}$

29. Efectúa as seguintes operacións e simplifica todo o posible:

a) $\frac{\frac{1}{a}-\frac{1}{x+y}}{\frac{1}{a}+\frac{1}{x+y}}:\frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{a+y}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{a+y}}$ b) $\left(1-\frac{1}{x}+\frac{3}{x^2}+\frac{2}{x^3}\right):\left(\frac{1}{x}-\frac{3}{x^2}-\frac{2}{x^3}\right)$ c) $\frac{\frac{3}{x}+\frac{2}{y}}{\frac{1}{x}-\frac{3}{y}}\cdot\frac{\frac{2}{x}-\frac{1}{y}}{\frac{3}{x}+\frac{5}{y}}$

## AUTOAVALIACIÓN

1. Sinala os coeficientes que aparecen nas seguintes expresións alxébricas:

a) $\frac{5x-8}{3-4y^2}+6xy^3-\frac{7}{z}$ b) $-3x^5+2x^4-x^3+4x-5$ c) $7\cdot\sqrt{2}\cdot x\cdot y^2\cdot z$

2. O valor numérico da expresión $\frac{3x-7}{2-3y^2}+5xy^3-\frac{6}{z}$ en $x=2,\ y=-1,\ z=-1$ é:

a) $17$ b) $15$ c) $-3$ d) $-5$

3. Completa adecuadamente as seguintes oracións:

a) A suma de dous polinomios de grao tres é sempre outro polinomio de grao ……….

b) A suma de tres polinomios de grao dous é sempre outro polinomio de grao ……….

c) O produto de dous polinomios de grao dous é sempre outro polinomio de grao ……….

d) A diferenza de dous polinomios de grao catro é sempre outro polinomio de grao ……….

4. Ao dividir o polinomio $p(x)=5x^5+6x^4+3x^3+2$ entre $q(x)=3x^2+5x+8$ o polinomio resto resultante:

a) debe ser de grao 2. b) pode ser de grao 2.
c) debe ser de grao 1. d) debe ser de grao menor que 2.

5. Considera o polinomio $5x^4-8x^3+4x^2-6x+2$. Cales dos seguintes números enteiros son *razoables candidatos* para seren unha raíz súa?

a) 3 b) 2 c) 4 d) 7

6. Considera o polinomio $2x^4+7x^3+x^2-7x-3$. Cales dos seguintes números racionais son *razoables candidatos* para seren unha das súas raíces?

a) $-3$ b) 2 e $\frac{-1}{2}$ c) $-3$ e $\frac{1}{3}$ d) $-3$ e $\frac{3}{2}$

7. Todo polinomio con coeficientes enteiros de grao tres

a) ten tres raíces reais. b) ten, como moito, tres raíces reais. c) ten, polo menos, tres raíces.

8. É posible que un polinomio, con coeficientes enteiros, de grao catro teña exactamente tres raíces, xa sexan diferentes ou con algunha múltiple?

9. Xustifica a veracidade ou falsidade de cada unha das seguintes oracións:

a) A regra de *Ruffini* serve para dividir dous polinomios calquera.

b) A regra de *Ruffini* permite ditaminar se un número é raíz ou non dun polinomio.

c) A regra de *Ruffini* só é válida para polinomios con coeficientes enteiros.

d) A regra de *Ruffini* é un algoritmo que nos proporciona todas as raíces dun polinomio.

10. Analiza se pode haber algún polinomio de grao dez que non teña ningunha raíz real.

## RESUMO

| Noción | Descrición | Exemplos |
|---|---|---|
| **Expresión alxébrica** | Expresión matemática que se constrúe con números reais e as operacións matemáticas básicas de suma, resta, multiplicación e/ou división. | $\frac{-3x}{2x+y^3}-x\cdot y^2\cdot z$ |
| **Valor numérico dunha expresión alxébrica** | Ao fixar un valor concreto para cada indeterminada, ou variable, dunha expresión alxébrica aparece un número real: o **valor numérico** desa expresión alxébrica para tales valores das indeterminadas. | Se, na expresión precedente, facemos *x* = 3, *y* = –2, *z* = 1/2 obtemos $\frac{-3\cdot 3}{2\cdot 3+(-2)^3}-3\cdot(-2)^2\cdot\frac{1}{2}=\frac{-3}{2}$ |
| **Monomio** | Expresión dada polo produto de números reais e indeterminadas. | $-5\cdot x\cdot y^3\cdot z^2$ de grao 6 e coeficiente –5<br>$7\cdot x^2$ de grao 2 e coeficiente 7 |
| **Polinomio** | Expresión construída a partir da suma de monomios. | $-x^3+4x^2+8x+6$ |
| **Grao dun polinomio** | O maior grao dos seus monomios. | O anterior polinomio é de grao 3. |
| **Suma e produto de polinomios** | O resultado sempre é outro polinomio | $2ax - ax = ax$<br>$2ax \cdot ax = 2a^2x^2$ |
| **División de dous polinomios** | Ao dividir o polinomio *p*(*x*) entre *q*(*x*) obtéñense outros dous polinomios, os polinomios cociente,*c*(*x*), e resto,*r*(*x*), tales que $p(x)=q(x)\cdot c(x)+r(x)$ | $p(x)=q(x)\cdot c(x)+r(x)$ |
| **Factorización dun polinomio** | Consiste en expresalo como produto doutros polinomios de menor grao. | $x^5-3x^3-x^2+3=$<br>$=(x^2-3)\cdot(x^3-1)$ |
| **Raíces e factorización** | Se $\alpha$ é unha raíz do polinomio $p(x)$ é equivalente a que o polinomio $p(x)$ admita unha descomposición factorial da forma $p(x)=(x-\alpha)\cdot c(x)$ para certo polinomio $c(x)$ | $-2$ é unha raíz de $x^3+2x^2-x-2$<br>$x^3+2x^2-x-2=(x+2)\cdot(x^2-1)$ |
| **Regra de *Ruffini*** | Pódemos axudar á hora de factorizar un polinomio e coñecer as súas raíces. | |

# CAPÍTULO 4: ECUACIÓNS E SISTEMAS LINEAIS

## ACTIVIDADES PROPOSTAS

### ECUACIÓNS

1. Escribe tres ecuacións equivalentes a $4x - 5xy + 7 - 2yx = 8x$.
2. Resolve as seguintes ecuacións: a) $5(7x + 6) = 21$ b) $-2x + 7 = -7(3x - 2) - 8x$ c) $2x - 6(9 + 5x) = 4(x + 6) + 7$
3. Resolve as seguintes ecuacións:

a) $9(2-3x)+\frac{4}{5}(x-3)=4x-\frac{7-3x}{5}$ b) $6-\left(8-4\left(3x-\frac{3}{7}\right)\right)=2x-\frac{5-9x}{7}$ c) $8(3x-5)=7(6-9x)$

4. Comproba que a solución de $\frac{x-1}{2}-\frac{x+1}{3}=\frac{1}{6}$ es $x = 6$.
5. Escribe tres ecuacións de primeiro grao que teñan como solución 3, outras tres que teñan infinitas solucións e tres que non teñan solución.
6. Calcula as dimensións dun rectángulo sabendo que o seu perímetro é 30 cm e que a súa base é o dobre que a súa altura.
7. Resolve as seguintes ecuacións:

a) $2(3x + 4) = 7$ b) $-4x + 6 = -9(5x - 1) - 5x$ c) $4x - 7(11 + 2x) = 6(x + 8) + 9$

d) $2(3-4x)+\frac{4}{7}(x-2)=2x-\frac{5-4x}{7}$ e) $2-\left(7-5\left(2x-\frac{1}{3}\right)\right)=4x-\frac{6-2x}{3}$ f) $3(7x-1)=9(3-2x)$

8. Indica se son ecuacións de segundo grao as seguintes ecuacións:

a) $5x^2-\sqrt{2}x+8=0$ c) $3.2x^2 - 1.25 = 0$ e) $2x^2-\frac{3}{x}=0$

b) $5xy^2 - 8 = 0$ d) $28 - 6.3x = 0$ f) $2x^2-3\sqrt{x}+4=0$

9. Nas seguintes ecuacións de segundo grao, indica quen son *a*, *b* e *c*.

a) $3 - 8x^2 + 10x = 0$ b) $-3.4x^2 + 7.8x = 0$ c) $6x^2 - 1 = 0$ d) $1.25x^2 - 3.47x + 2.75 = 0$.

10. Nas seguintes ecuacións de segundo grao, indica quen son *a*, *b* e *c*.

a) $2 - 7x^2 + 11x = 0$ b) $-2.3x^2 + 6.7x = 0$ c) $5x^2 - 9 = 0$ d) $9.1x^2 - 2.3x + 1.6 = 0$

11. Resolve as seguintes ecuacións de 2º grao completas:

a) $x^2 - 7x + 12 = 0$ b) $3x^2 + 2x - 24 = 0$ c) $2x^2 - 9x + 6 = 0$ d) $x^2 - 3x - 10 = 0$

12. Resolve as seguintes ecuacións:

a) $5x-2\frac{x-1}{5}=x^2-\frac{10x+8}{5}$ b) $4\cdot\frac{x-3}{5}-\frac{7-4x}{x}=8$ c) $x(x-2)+3(x^2-7)+11=-11$

d) $6(x^2-7)+2(x^2-9)+3=2$ e) $\frac{3-6x^2}{2x}-\frac{1}{3}=\frac{2x-5}{6}$ f) $\frac{1-2x^2}{3x}-\frac{2}{5}=\frac{4x-2}{15}$.

13. Pescuda cantas solucións teñen as seguintes ecuacións de 2º grao:

a) $5x^2 + 2x + 4 = 0$ b) $2x^2 - 7x + 8 = 0$ c) $x^2 - 5x - 11 = 0$ d) $3x^2 - 8x + 6 = 0$

14. Resolve as seguintes ecuacións de 2º grao incompletas:

a) $3x^2 + 18x = 0$ b) $5x^2 - 180 = 0$ c) $x^2 - 49 = 0$ d) $2x^2 + x = 0$ e) $4x^2 - 25 = 0$ f) $5x^2 - 10x = 0$

15. Resolve mentalmente as seguintes ecuacións de 2º grao: a) $x^2 + 6x = 0$ b) $x^2 + 2x - 8 = 0$

c) $x^2 - 25 = 0$ d) $x^2 - 9x + 20 = 0$ e) $x^2 - 3x - 4 = 0$ f) $x^2 - 4x - 21 = 0$

16. Escribe unha ecuación de segundo grao cuxas solucións sexan 3 e 7.
17. O perímetro dun rectángulo mide 16 cm e a súa área 15 cm$^2$. Calcula as súas dimensións.
18. Se 3 é unha solución de $x^2 - 5x + a = 0$, canto vale *a*?
19. Resolve as ecuacións seguintes:

a) $(x - 6) \cdot (x - 3) \cdot (x + 7) \cdot (x - 1) \cdot (x - 9) = 0$ b) $3(x - 4) \cdot (x - 8) \cdot (x + 5) \cdot (x - 2) \cdot (x - 1) = 0$

20. Resolve as ecuacións bicadradas seguintes:

a) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ b) $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$ c) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ d) $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$

21. Resolve as ecuacións racionais seguintes:

a) $\frac{2x-1+7x}{3x}=\frac{3}{x}-2$ b) $\frac{1}{x}+1-\frac{1}{x-2}=\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}=\frac{4}{3}$ d) $\frac{2x-3}{x}+\frac{1}{x}=1$

22. Resolve as ecuacións irracionais seguintes:

a) $5+\sqrt{x-1}=x+2$ b) $\sqrt{x-2}+3\sqrt{x-2}=x+1$ c) $\sqrt{x}-4=x-1$ d) $7+\sqrt{x+4}=x+9$

23. Resolve as ecuacións exponenciais seguintes: a) $2^{x+5}\cdot 2^{x+4}\cdot 2^{x+3}=8$; b) $5^{3x}=\frac{1}{625}$ c) $2^{2x}\cdot 4^{x}=\frac{1}{16}$

## 2. SISTEMAS DE ECUACIÓNS

**24.** Razoa se son ou non sistemas de ecuacións lineais os seguintes sistemas:

a) $\begin{cases} 3xy + y = 5 \\ 5x - 4y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 6y - 4x = 3 \\ x - 7y = -8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x - 3 = 2y \\ 4x + 6y = 3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x^2 + y = 2 \\ 3x + y^2 = 4 \end{cases}$

**25.** Resolve graficamente os seguintes sistemas e clasifícaos:

a) $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ -3x + y = -1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = 3 \\ -2y + 2x = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ 4x - 6y = 6 \end{cases}$

**26.** Resolve graficamente os seguintes sistemas e clasifícaos:

a) $\begin{cases} x + y = 5 \\ -3x + y = -3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = 3 \\ -2y + x = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 4x - 4y = 4 \end{cases}$

**27.** Dado o sistema de ecuacións: $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + y = 5 \end{cases}$, inventa un enunciado que resolva este sistema

**28.** Resolve os seguintes sistemas polo método de substitución:

a) $\begin{cases} 3x + 4y = 26 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + 4y = 26 \\ 3x + y = 24 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 2x + 3y = 14 \end{cases}$

**29.** Resolve os seguintes sistemas polo método de igualación:

a) $\begin{cases} 3x + y = 18 \\ -2x + 3y = -1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ 4x + 2y = 26 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 7x - 4y = 10 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$

**30.** Resolve os seguintes sistemas polo método de redución:

a) $\begin{cases} 3x + y = 8 \\ 2x - 5y = -23 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x + 3y = 19 \\ 4x + y = 11 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 3x - 2y = 13 \end{cases}$

**31.** Resolve os seguintes sistemas:

a) $\begin{cases} 3x^2 - 5y^2 = -2 \\ 2x^2 - 3y^2 = -1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x^2 + y^2 = 3 \\ 5x^2 - 2y^2 = 5 \end{cases}$ *Axuda*: Utiliza o método de redución:

c) $\begin{cases} xy = \dfrac{1}{2} \\ x + y = \dfrac{3}{2} \end{cases}$ d) $\begin{cases} x^2 - 4y = -3 \\ xy = 1 \end{cases}$ e) $\left. \begin{array}{r} x + y - \dfrac{y}{x} = 1 \\ x + y = 2 \end{array} \right\}$

**32.** A traxectoria dun proxectil é unha parábola de ecuación: $y = -x^2 + 5x$, e a traxectoria dun avión é unha recta de ecuación: $y = 3x$. En que puntos coinciden ambas as traxectorias? Representa graficamente a recta e a parábola para comprobar o resultado

**33.** Resolve os seguintes sistemas e comproba graficamente as solucións:

a) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ x + y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = 1 \\ xy = 2 \end{cases}$ c) $\left. \begin{array}{r} x^2 + y^2 = 17 \\ xy = 4 \end{array} \right\}$

d) $\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 17 \\ x + y = 5 \end{cases}$ e) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ xy = 6 \end{cases}$ f) $\left. \begin{array}{r} x^2 + y^2 = 18 \\ y = x \end{array} \right\}$

**34.** Resolve os seguintes sistemas:

a) $\begin{cases} 2x + y - 3z = -2 \\ x + 2y + z = 0 \\ 3x + 4y - 2z = -3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + y + 2z = 6 \\ x + 2y + 2z = 4 \\ 3x - 2y - 3z = 3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x + 2y - 2z = 5 \\ x - 2y + 2z = -1 \\ x - 2y - 3z = -6 \end{cases}$

## 3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

35. Que número multiplicado por 4 é 5 unidades menor có seu cadrado?
36. Nunha clase deciden que todos van enviar unha carta ao resto de compañeiros. Un di: Imos escribir 380 cartas! Calcula o número de alumnos que hai na clase.
37. Calcula tres números consecutivos tales que a suma dos seus cadrados sexa 365.
38. Unha fotografía rectangular mide 14 cm de base e 10 cm de altura. Arredor da foto hai unha marxe de igual anchura para a base que para a altura. Calcula o ancho da marxe, sabendo que a área total da foto e a marxe é de 252 $cm^2$.
39. O triplo do cadrado dun número aumentado no seu duplo é 85. Cal é o número?
40. Un triángulo isósceles ten un perímetro de 20 cm e a base mide 4 cm, calcula os lados do triángulo e a súa área.
41. Unha folla de papel cadrada dóbrase pola metade. O rectángulo resultante ten unha área de 8 $cm^2$. Cal é o perímetro deste rectángulo?
42. Un pai di: "O produto da idade do meu fillo hai 5 anos polo da súa idade hai 3 anos é a miña idade actual, que son 35 anos". Calcula a idade do fillo.
43. Calcula as dimensións do rectángulo cuxa área é 21 $m^2$, sabendo que os seus lados se diferencian en 4 metros.
44. Nun triángulo rectángulo o cateto maior mide 4 cm menos que a hipotenusa e 4 cm máis que o outro cateto. Canto miden os lados do triángulo?
45. Calcula dous números pares consecutivos cuxo produto sexa 224.
46. Calcula tres números impares consecutivos tales que se ao cadrado do maior se lle restan os cadrados dos outros dous se obtén como resultado 15
47. A suma das idades de María e Afonso son 65 anos. A idade de Afonso menos a metade da idade de María é igual a 35. Que idade ten cada un?
48. A suma das idades de Mariló e Xabier é 32 anos. Dentro de 7 anos, a idade de Xabier será igual á idade de Mariló máis 20 anos. Que idade ten cada un na actualidade?
49. Encontra dous números cuxa diferenza sexa 24 e a súa suma sexa 104.
50. Un hotel ten 42 habitacións (individuais e dobres) e 62 camas, cantas habitacións ten de cada tipo?
51. Nun triángulo rectángulo a hipotenusa mide 10 cm e as lonxitudes dos seus dous catetos suman 14 cm. Calcula a área do triángulo.
52. Neves preguntalle a Miriam polas súas cualificacións en Matemáticas e en Lingua. Miriam dille "A suma das miñas cualificacións é 19 e o produto 90". Neves dálle os parabéns. Que cualificacións obtivo?
53. Dun número de tres cifras sábese que suman 12, que a suma dos seus cadrados é 61, e que a cifra das decenas é igual á das centenas máis 1. Que número é?
54. Hai tres zumes compostos do seguinte modo:
    O primeiro de 40 dl de laranxa, 50 dl de limón e 90 dl de pomelo.
    O segundo de 30 dl de laranxa, 30 dl de limón e 50 dl de pomelo.
    O terceiro de 20 dl de laranxa, 40 dl de limón e 40 dl de pomelo.
    Que volume deberá tomarse de cada un dos zumes anteriores para formar un novo zume de 34 dl de laranxa, 46 dl de limón e 67 dl de pomelo.
55. Véndense tres especies de cereais: trigo, cebada e millo. Cada kg de trigo véndese por 2 €, o da cebada por 1 € e o de millo por 0.5 €. Se se venden 200 kg en total e se obtén pola venda 300 €, cantos volumes de cada cereal se venderon?
56. Deséxase mesturar fariña de 2 €/kg con fariña de 1 €/kg para obter unha mestura de 1.2 €/kg. Cantos kg deberemos poñer de cada prezo para obter 300 kg de mestura?
57. Nunha tenda hai dous tipos de xoguetes, os de tipo A que utilizan 2 pilas e os de tipo B que utilizan 5 pilas. Se en total na tenda hai 30 xoguetes e 120 pilas, cantos xoguetes hai de cada tipo?
58. Un peón sae dunha cidade A e diríxese a unha cidade B que está a 15 km de distancia a unha velocidade de 4 km/h e, no mesmo momento, sae un ciclista da cidade B a unha velocidade de 16 km/h e diríxese cara a A. Canto tempo leva o peón camiñando no momento do encontro? A que distancia de B se cruzan?

# EXERCICIOS E PROBLEMAS

## Ecuacións

1. Resolve estas ecuacións:

a) $4(3-2x)+\frac{5}{7}(6x-2)=2x-\frac{1-9x}{7}$ b) $4-\left(3-5\left(2x-\frac{1}{6}\right)\right)=3x-\frac{4-5x}{3}$ c) $4(2x-5)=6(9-4x)$

2. Resolve as seguintes ecuacións de 2º grao

a) $-3x^2-5x-2=0$ b) $2x(-3+x)=5$ c) $3x^2=27x$
d) $5(3x+2)-4x(x+6)=3$ e) $4(x-9)+2x(2x-3)=6$ f) $10(2x^2-2)-5(3+2x)=-21$
g) $4(x+5)\cdot(x-1)=-2x-4$ h) $3x\cdot(5x+1)=99$ i) $2(3x^2-4x+2)-2x(3x-2)=-5$

3. Resolve as seguintes ecuacións de 2º grao con denominadores:

a) $\frac{x^2-1}{3}-\frac{x+1}{2}=1$ b) $\frac{x^2-3}{5}+\frac{x^2-4x+1}{5}=2$ c) $\frac{2x^2+3}{3}+\frac{x+5}{6}=2$
d) $\frac{1-x^2}{3}+\frac{4x-1}{2}=\frac{1}{6}$ e) $\frac{x^2-3}{2}-\frac{3x-7}{4}=2x-5$ f) $\frac{3x+2x^2}{5}-\frac{4x-7}{10}=2$

4. Resolve mentalmente as seguintes ecuacións de 2º grao:

a) $x^2-3x-10=0$ b) $x^2+3x-10=0$ c) $x^2+7x+10=0$
d) $x^2-7x+10=0$ e) $x(-1+x)=0$ f) $2x^2=50$
g) $x^2-5x+6=0$ h) $x^2-x-6=0$ i) $x^2+x-6=0$

5. Factoriza as ecuacións do problema anterior. Así, se as solucións son 2 e 5, escribe:
$2x^2-50=0 \Leftrightarrow 2(x+5)\cdot(x-5)=0$.
Observa que se o coeficiente de $x^2$ fose distinto de 1 os factores teñen que estar multiplicados por este coeficiente.

6. Cando o coeficiente $b$ é par ($b=2B$), podes simplificar a fórmula:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-2B\pm\sqrt{4B^2-4ac}}{2a}=\frac{-2B\pm2\sqrt{B^2-ac}}{2a}=\frac{-B\pm\sqrt{B^2-ac}}{a}$$

Así para resolver $x^2-6x+8=0$ basta dicir $x=3\pm\sqrt{9-8}=3\pm1$, logo as súas solucións son 2 e 4.
Utiliza esa expresión para resolver:

a) $x^2-10x+24=0$ b) $x^2-6x-7=0$ c) $x^2+4x-5=0$

7. Resolve mentalmente as ecuacións seguintes, logo desenvolve as expresións e utiliza a fórmula xeral para volver resolvelas.

a) $(x-3)\cdot(x-7)=0$ b) $(x+2)\cdot(x-4)=0$ c) $(x-8)\cdot(x-4)=0$
d) $(x-2)\cdot(x+5)=0$ e) $(x+6)\cdot(x-3)=0$ f) $(x-5)\cdot(x+3)=0$

8. Determina o número de solucións reais que teñen as seguintes ecuacións de segundo grao calculando o seu discriminante, e logo resólveas.

a) $x^2+5x-2=0$ b) $5x^2+2x-4=0$ c) $2x^2+4x+11=0$
d) $2x^2-3x+8=0$ e) $3x^2-x-5=0$ f) $4x^2+2x-7=0$

9. Escribe tres ecuacións de segundo grao que non teñan ningunha solución real. *Axuda*: Utiliza o discriminante.
10. Escribe tres ecuacións de segundo grao que teñan unha solución dobre.
11. Escribe tres ecuacións de segundo grao que teñan dúas solucións reais e distintas.
12. Resolve as seguintes ecuacións polinómicas:

a) $x^5-37x^3+36x=0$ b) $x^3-2x^2-8x=0$ c) $2x^3+2x^2-12x=0$
d) $x^4-5x^2+6=0$ e) $2x^4=32x^2-96$ f) $x(x-3)(2x+3)(3x-5)=0$

13. Resolve as seguintes ecuacións aplicando un cambio de variable:

a) $x^8+81=82x^4$ b) $x^4-24x^2+144=0$ c) $x^6-7x^3-8=0$ d) $x^4+8x^2-9=0$

**14.** Resolve as seguintes ecuacións racionais:

a) $2x+\frac{3}{x}=5$ b) $\frac{3}{5x}+\frac{1}{2x}=x$ c) $\frac{1}{x-3}+2=\frac{5}{x-3}$ d) $\frac{2x}{3-2x}-5x=1$

e) $\frac{2}{x+1}=\frac{3(2x+1)}{x-1}+3$ f) $\frac{2x-3}{x+1}-\frac{4+5x}{x}=7$ g) $\frac{3x-2}{x+1}-\frac{2+3x}{x-1}=4$

h) $\frac{3}{1-x}=\frac{5}{x}+\frac{2}{x-x^2}$ i) $\frac{3x}{x-2}-\frac{5x}{x^2-4}=\frac{3x}{2}$ j) $\frac{1}{2}=\frac{x-5}{3-4x}$

**15.** Resolve as seguintes ecuacións irracionais:

a) $x=-3+\sqrt{5+2x^2}$ b) $\sqrt{25-x}=x-5$ c) $7+\sqrt{x^2-3x+2}=3x$

d) $\sqrt{x}-\sqrt{x-2}=1$ e) $\sqrt{1-x}-\sqrt{x+1}+1=0$ f) $\sqrt{x}-\frac{3}{\sqrt{x}}=5$

g) $3\sqrt{x-2}-4=\frac{-2}{\sqrt{x+1}}$ h) $\sqrt{x-1}-\frac{2}{\sqrt{x}-1}=1$ i) $\sqrt{x+2}+\frac{1}{\sqrt{x-3}}=4$

**16.** Resolve as ecuacións seguintes: a) $3^{3x}=\frac{1}{81}$ b) $5^{2x}=\frac{1}{625}$

## Sistemas

**17.** Resolve os seguintes sistemas polo método de substitución:

a) $\begin{cases}4x-3y=1\\3x-y=2\end{cases}$ b) $\begin{cases}x+4y=6\\2x+5y=9\end{cases}$ c) $\begin{cases}2x+3y=10\\x+y=4\end{cases}$

**18.** Resolve os seguintes sistemas polo método de igualación:

a) $\begin{cases}-3x+2y=-1\\3x-y=2\end{cases}$ b) $\begin{cases}5x-2y=1\\4x-y=2\end{cases}$ c) $\begin{cases}7x-4y=10\\-8x+3y=-13\end{cases}$

**19.** Resolve os seguintes sistemas polo método de redución:

a) $\begin{cases}7x-2y=5\\2x+y=3\end{cases}$ b) $\begin{cases}3x+2y=10\\-x-6y=-14\end{cases}$ c) $\begin{cases}3x-6y=0\\-7x+5y=-9\end{cases}$

**20.** Resolve de forma gráfica os seguintes sistemas

a) $\begin{cases}x+y=6\\x-y=4\end{cases}$ b) $\begin{cases}5x+3y=5\\x-7y=1\end{cases}$ c) $\begin{cases}3x-y=1\\-7x+5y=3\end{cases}$

**21.** Resolve os seguintes sistemas:

a) $\begin{cases}\frac{2x-3}{3}-\frac{y-1}{5}=-1\\\frac{2x+3}{2}+\frac{3y-1}{4}=2\end{cases}$ b) $\begin{cases}\frac{x-1}{2}-\frac{2y+3}{5}=-3\\5x+2y=-10\end{cases}$ c) $\begin{cases}\frac{2x+3}{2}+\frac{3y-2}{3}=2\\7x-y=1\end{cases}$

**22.** Copia no teu caderno e completa os seguintes sistemas incompletos de forma que se cumpra o que se pide en cada un:

Compatible indeterminado — a) $\begin{cases}(\ )x+3y=(\ )\\2x-y=3\end{cases}$

Incompatible — b) $\begin{cases}-5x+y=2\\(\ )x+y=6\end{cases}$

A súa solución sexa x = 2 e *y* = 1 — c) $\begin{cases}3x-y=(\ )\\(\ )x+y=7\end{cases}$

Incompatible — d) $\begin{cases}2x-5y=-1\\4x+(\ )y=(\ )\end{cases}$

A súa solución sexa x =–1 e *y*=1 — e) $\begin{cases}3x+(\ )y=-1\\(\ )x+3y=5\end{cases}$

Compatible indeterminado — f) $\begin{cases}(\ )x+6y=(\ )\\2x+3y=-2\end{cases}$

**23.** Resolve os seguintes sistemas polo método de igualación e comproba a solución graficamente. De que tipo é cada sistema?

a) $\begin{cases}-2x+6y=13\\x-3y=8\end{cases}$ b) $\begin{cases}x-y=-3\\4x-4y=-12\end{cases}$ c) $\begin{cases}x-y=4\\-x+3y=-5\end{cases}$

## Problemas

24. Nunha tenda alugan bicicletas e triciclos. Se teñen 51 vehículos cun total de 133 rodas, cantas bicicletas e cantos triciclos teñen?
25. Cal é a idade dunha persoa se ao multiplicala por 15 lle faltan 100 unidades para completar o seu cadrado?
26. Descompón 8 en dous factores cuxa suma sexa 6.
27. O triplo do cadrado dun número aumentado no seu duplo é 85. Que número é?
28. A suma dos cadrados de dous números impares consecutivos é 394. Determina estes números.
29. Van cargados un asno e un macho. O asno queixábase do peso que levaba enriba. O macho contestoulle: se eu levara un dos teus sacos, levaría o dobre de carga ca ti pero se ti tomas un dos meus, os dous levaremos igual carga. Cantos sacos leva cada un
30. Cal é a idade dunha persoa se ao multiplicala por 15 lle faltan 100 unidades para completar o seu cadrado? Que número multiplicado por 3 é 40 unidades menor có seu cadrado?
31. Calcula tres números consecutivos cuxa suma de cadrados é 365.
32. Dentro de 11 anos, a idade de Mario será a metade do cadrado da idade que tiña hai 13 anos. Que idade ten Mario?
33. Dous números naturais diferéncianse en 2 unidades e a suma dos seus cadrados é 580. Cales son estes números?
34. A suma de dous números é 5 e o seu produto é –84. De que números se trata?
35. María quere formar bandexas dun quilogramo con mazapáns e polvoróns. Se os polvoróns lle custan a 5 euros o quilo e os mazapáns a 7 euros o quilo, e quere que o prezo de cada bandexa sexa de 6 euros, que cantidade deberá poñer de cada produto? Se quere formar 25 bandexas, que cantidade de polvoróns e de mazapáns vai necesitar?
36. Determina os catetos dun triángulo rectángulo cuxa suma é 7 cm e a hipotenusa deste triángulo mide 5 cm.
37. O produto de dous números é 4 e a suma dos seus cadrados 17. Calcula estes números.
38. A suma de dous números é 20. O dobre do primeiro máis o triplo do segundo é 45. De que números se trata?
39. Nun garaxe hai 30 vehículos entre coches e motos. Se en total hai 100 rodas, cantos coches e motos hai no garaxe?
40. A idade actual de Pedro é o dobre da de Raquel. Dentro de 10 anos, as súas idades sumarán 65. Cantos anos teñen actualmente Pedro e Raquel?
41. Na miña clase hai 35 persoas. Regaláronnos a cada moza 2 bolígrafos e a cada mozo 1 caderno. Se en total había 55 regalos. Cantos mozos e mozas somos na clase?
42. Entre o meu avó e o meu irmán teñen 56 anos. Se o meu avó ten 50 anos máis que o meu irmán, que idade ten cada un?
43. Dous bocadillos e un refresco custan 5 €. Tres bocadillos e dous refrescos custan 8 €. Cal é o prezo do bocadillo e o refresco?
44. Nunha granxa hai polos e vacas. Se se contan as cabezas, son 50. Se se contan as patas, son 134. Cantos polos e vacas hai na granxa?
45. Un rectángulo ten un perímetro de 172 metros. Se o longo é 22 metros maior có ancho, cales son as dimensións do rectángulo?
46. Nunha bolsa hai moedas de 1 € e 2 €. Se en total hai 40 moedas e 53 €, cantas moedas de cada valor hai na bolsa?
47. Nunha pelexa entre arañas e avespas, hai 70 cabezas e 488 patas. Sabendo que unha araña ten 8 patas e unha avespa 6, cantas avespas e arañas hai na pelexa?
48. Unha clase ten 32 estudantes, e o número de alumnos é triplo ao de alumnas, cantos rapaces e rapazas hai?
49. Iolanda ten 6 anos máis que o seu irmán Paulo, e a súa nai ten 50 anos. Dentro de 2 anos a idade da nai será o dobre da suma das idades dos seus fillos, que idades teñen?
50. Mestúranse 15 kg de millo de 2.1 € o quilogramo con 27 kg de millo de prezo descoñecido, resultando o prezo da mestura de 3 € o kg. Que prezo tiña o segundo millo?
51. A altura dun trapecio isósceles é de 4 cm, o perímetro, 24 cm, e os lados inclinados son iguais á base menor. Calcula a área do trapecio.
52. Dous autobuses saen, un desde Madrid e o outro desde Valencia (que está a 350 km de Madrid) ás 8 da mañá. Un vai a 100 km/h e o outro a 120 km/h. A que hora se cruzan? Cantos km percorreu cada un?
53. Nun concurso gáñanse 50 euros por cada resposta acertada e pérdense 100 por cada fallo. Despois de 20 preguntas, Pilar leva gañados 250 euros. Cantas preguntas acertou?
54. Xoán mercou 6 zumes e 4 batidos por 4.6 €, logo mercou 4 zumes e 7 batidos e custáronlle 4.8 €. Calcula os prezos de ambas as cousas.

55. Que fracción é igual a 1 cando se suma 1 ao numerador e é igual a $\frac{1}{2}$ cando se suma 2 ao denominador?
56. O cociente dunha división é 3 e o resto é 2. Se o divisor diminúe en 1 unidade, o cociente aumenta en 2 e o resto novo é 1. Calcular o dividendo e o divisor.
57. Dúas amigas foron pescar. Ao final do día unha dixo: “Se ti me dás un dos teus peixes, entón eu terei o dobre ca ti”. A outra respondeulle: “Se ti me dás un dos teus peixes, eu terei o mesmo número de peixes ca ti”. Cantos peixes tiña cada unha?
58. Calcula as dimensións dun rectángulo sabendo que a súa área é 30 cm$^2$, e cuxo perímetro mide 26 cm.
59. Un peón sae dunha cidade “A” a unha velocidade de 4 km/h, e diríxese a unha cidade “B” que está a 12 km da cidade “A”, 30 minutos despois sae un ciclista da cidade “B” a unha velocidade de 16 km/h e diríxese cara a “A”, canto tempo leva o peón camiñando no momento do encontro? A que distancia de “B” se cruzan?
60. Deséxase mesturar aceite de 3 €/l con outro aceite de 4.2 €/l de modo que a mestura resulte a 3.50 €/l. Cantos litros de cada clase deben mesturarse para obter 200 litros da mestura?
61. Ao intercambiar as cifras dun número de dúas cifras obtense outro que é 27 unidades maior. Calcula o número inicial.
62. A diagonal dun rectángulo mide 30 cm, e o perímetro 84 cm. Calcula os lados do rectángulo.
63. Un valado rodea un terreo rectangular de 1 000 m$^2$. Se o valado mide 130 metros, calcula as dimensións do terreo.
64. Varios amigos van a facer un regalo de vodas que custa 900 euros, que pagarán a partes iguais. A última hora apúntanse dous amigos máis, co que cada un toca a 15 euros menos. Cantos amigos eran inicialmente? Canto pagará ao final cada un?
65. As diagonais dun rombo diferéncianse en 3 cm e a súa área é de 20 cm$^2$. Calcula o seu perímetro.
66. Un tren sae de Bilbao cara a Alcázar de San Juan a unha velocidade de 140 km/h. Unha hora máis tarde sae outro tren de Alcázar de San Juan cara a Bilbao a 100 km/h; a distancia entre as dúas cidades é de 500 km. Ao cabo de canto tempo se cruzan os dous trens? A que distancia de Alcázar de San Juan?
67. Un coche sae dunha cidade “A” a unha velocidade de 70 km/h e 30 minutos máis tarde outro coche sae de “A” na mesma dirección e sentido a unha velocidade de 120 km/h, canto tempo tardará o segundo en acadar ao primeiro e a que distancia de “A” se produce o encontro?

## AUTOAVALIACIÓN

1. A solución da ecuación $3(x - 1) - 2(x - 2) = 5$ é:
   a) $x = 2$ b) $x = 4$ c) $x = -2/3$ d) $x = 3$
2. As solucións da ecuación $156 = x(x - 1)$ son:
   a) $x = 11$ e $x = -13$ b) $x = 13$ e $x = -12$ c) $x = 10$ e $x = 14$ d) $x = -12$ e $x = -11$
3. As solucións da ecuación $\frac{4x-1}{3} - \frac{x+2}{6} = \frac{x^2}{2}$ son:
   a) $x = 2$ e $x = 2/3$ b) $x = 1/3$ e $x = 4$ c) $x = 1$ e $x = 4/3$ d) $x = 5/3$ e $x = 3$
4. As solucións da ecuación $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ son:
   a) 1, –1, 4, –4 b) 1, –1, 2, –2 c) 2, –2, 3, –3 d) 2, –2, 5, –5
5. As solucións da ecuación $2(x + 2) - x(2 - x) = 0$ son:
   a) Infinitas b) $x = 9$ e $x = 5$ c) Non ten solución d) $x = 1$ e $x = 4$
6. As rectas que forman o sistema $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x + 6y = 4 \end{cases}$ son:
   a) Secantes b) Paralelas c) Coincidentes d) Crúzanse
7. A solución do sistema $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -2x + 3y = 1 \end{cases}$ é:
   a) $x = 2$ e $y = 1$ b) $x = 1$ e $y = 1$ c) $x = 3$ e $y = 2$ d) Non ten solución
8. A solución do sistema $\begin{cases} 3 + 2x - 7 = x - 1 + y \\ 2x - 9y = 13 \end{cases}$ é:
   a) $x = 2$ e $y = -1$ b) $x = -2$ e $y = 1$ c) $x = 1$ e $y = 0$ d) $x = 3$ e $y = 1$
9. Nunha granxa, entre polos e porcos hai 27 animais e 76 patas. Cantos polos e porcos hai na granxa?
   a) 16 polos e 11 porcos b) 15 polos e 12 porcos c) 13 polos e 14 porcos
10. Cal é a idade dunha persoa se ao multiplicala por 15, lle faltan 100 unidades para chegar ao seu cadrado?
   a) 20 anos b) 7 anos c) 25 anos d) 8 anos

## RESUMO

| *Noción* | *Definición* | *Exemplos* |
|---|---|---|
| **Ecuación de primeiro grao** | Quitar denominadores.<br>Quitar parénteses.<br>Traspor termos.<br>Simplificar e despexar. | $5/3x + 3(x + 1) = 2 \Rightarrow$<br>$5/3x + 3x + 3 = 2 \Rightarrow$<br>$5x + 9x + 9 = 6 \Rightarrow$<br>$14x = -3 \Rightarrow x = -3/14$. |
| **Ecuación de segundo grao** | Ten a forma: $ax^2 + bx + c = 0$<br>Úsase a fórmula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ | $x^2 - 5x + 6 = 0$:<br>$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 1}{2}$<br>$x_1 = 3$, $x_2 = 2$ |
| **Número de solucións dunha ecuación de 2º grao** | Se $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, ten dúas solucións reais e distintas.<br>Se $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, ten unha solución dobre.<br>Se $\Delta = b^2 - 4ac < 0$, a ecuación non ten solución. | $x^2 - 4x - 5 = 0$: $\Delta = 36 > 0$, ten dúas solucións 5 e $-1$.<br>$x^2 - 2x + 1 = 0$: $\Delta = 0$, ten unha raíz dobre: $x = 1$.<br>$x^2 + 3x + 8 = 0$: $\Delta = -23$. Non ten solución real. |
| **Resolución de ecuacións de 2º grao incompletas** | Se $b = 0$, $ax^2 + c = 0$, despexamos a incógnita:<br>$x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$.<br>Se $c = 0$, $ax^2 + bx = 0$: $x = 0$ e $x = \frac{-b}{a}$ | $2x^2 - 18 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$<br>$3x^2 - 15x = 0 \Rightarrow 3x(x - 5) = 0$<br>$\Rightarrow x_1 = 0$; $x_2 = 5$. |
| **Suma e produto de raíces** | $x_1x_2 = \frac{c}{a}$; $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$ | $x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x_1 = 2$; $x_2 = 3$ |
| **Sistema de ecuacións lineais** | $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ | $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 7x - 3y = 4 \end{cases}$ |
| **Clasificación** | Compatible determinado: Unha única solución, o punto de intersección. As rectas son secantes: $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ -2x + y = -1 \end{cases}$<br>Compatible indeterminado: Infinitas solucións, polo que as rectas son coincidentes: $\begin{cases} x - 3y = 3 \\ 2x - 6y = 6 \end{cases}$<br>Incompatible: Non ten solución, as rectas son paralelas: $\begin{cases} x - 3y = 3 \\ 2x - 6y = 2 \end{cases}$ | |
| **Métodos de resolución** | Substitución: despexar unha incógnita e substituír na outra ecuación.<br>Igualación: despexar a mesma incógnita das dúas ecuacións.<br>Redución: sumar as dúas ecuacións, multiplicándoas por números adecuados. | |

# CAPÍTULO 5: XEOMETRÍA DO PLANO E DO ESPAZO

## ACTIVIDADES PROPOSTAS

### 1. TEOREMA DE PITÁGORAS E TEOREMA DE TALES

1. É posible atopar un triángulo rectángulo cuxos catetos midan 12 e 16 *cm* e a súa hipotenusa 30 *cm*? Se a túa resposta é negativa, calcula a medida da hipotenusa dun triángulo rectángulo cuxos catetos miden 12 e 16 *cm*

2. Calcula a lonxitude da hipotenusa dos seguintes triángulos rectángulos de catetos:

   a) 4 *cm* e 3 *cm* b) 1 *m* e 7 *m*

   c) 2 *dm* e 5 dm d) 23.5 *km* e 472 *km*.

   Utiliza a calculadora se che resulta necesaria.

3. Calcula a lonxitude do cateto que falta nos seguintes triángulos rectángulos de hipotenusa e cateto:

   a) 8 *cm* e 3 *cm* b) 15 *m* e 9 *m*

   c) 35 *dm* e 10 *dm* d) 21.2 *km* e 11.9 *km*

4. Calcula a área dun triángulo equilátero de lado 5 *m*.

5. Calcula a área dun hexágono regular de lado 7 *cm*.

6. Unha caixa ten forma cúbica de 3 *cm* de aresta. Canto mide a súa diagonal?

7. Calcula a medida da diagonal dunha sala que ten 8 metros de longo, 5 metros de ancho e 3 metros de altura.

8. Nunha foto hai un neno, que sabemos que mide 1.5 *m*, e un edificio. Medimos a altura do neno e do edificio na foto e resultan ser: 0.2 *cm* e 10 *cm*. Que altura ten o edificio?

9. Debúxase un hexágono regular. Trázanse as súas diagonais e obtense outro hexágono regular. Indica a razón de semellanza entre os lados de ambos os hexágonos.

10. Nun triángulo regular *ABC* dado, 1 *cm*, trazamos os puntos medios, *M* e *N*, de dous dos seus lados. Trazamos as rectas *BN* e *CM* que se cortan nun punto *O*. Son semellantes os triángulos *MON* e *COB*? Cal é a razón de semellanza? Canto mide o lado *MN*?

11. Unha pirámide regular hexagonal de lado da base 3 *cm* e altura 10 *cm*, córtase por un plano a unha distancia de 4 *cm* do vértice, co que se obtén unha nova pirámide. Canto miden as súas dimensións?

12. Xustifica que os triángulos *ABC* e *A''B''C''* son semellantes. Calcula a razón de semellanza e a razón entre as súas áreas. Busca unha relación entre a razón de semellanza e a razón entre as áreas de dous triángulos semellantes.

13. Por que son semellantes os triángulos *ABC* e *A''B''C''*? Observa na Ventá alxébrica as lonxitudes dos seus lados e os valores das súas áreas. Cal é a razón de semellanza? Cal é a razón entre as áreas?

14. Debuxa distintos pentágonos e hexágonos que non sexan regulares e coa ferramenta Dilata obxecto desde punto indicado, segundo factor, constrúe outros semellantes.

    a) Argumenta por que son semellantes.

    b) Calcula en cada caso a razón de semellanza e a razón entre as súas áreas.

    c) Pescuda como podes calcular a razón entre as áreas de polígonos semellantes a partir da razón de semellanza.

15. O diámetro dun pexego é tres veces maior có do seu óso e mide 8 *cm*. Calcula o volume do pexego, supoñendo que é esférico, e o do seu óso, tamén esférico. Cal é a razón de proporcionalidade entre o volume do pexego e o do óso?

16. Na pizzería teñen pizzas de varios prezos: 1 €, 2 € e 3 €. Os diámetros destas pizzas son: 15 *cm*, 20 *cm* e 30 *cm*, cal resulta máis económica? Calcula a relación entre as áreas e compáraa coa relación entre os prezos.

17. Unha maqueta dun depósito cilíndrico de 1 000 litros de capacidade e 5 metros de altura, queremos que teña unha capacidade de 1 litro. Que altura debe ter a maqueta?

## 2. LONXITUDES, ÁREAS E VOLUMES

18. Calcula o volume dun prisma recto de 20 *dm* de altura cuxa base é un hexágono de 6 *dm* de lado.

19. Calcula a cantidade de auga que hai nun recipiente con forma de cilindro sabendo que a súa base ten 10 *cm* de diámetro e que a auga acada 12 *dm* de altura.

20. Calcula as áreas lateral e total dun prisma hexagonal regular sabendo que as arestas das bases miden 3 *cm* e cada aresta lateral 2 *dm*.

21. A área lateral dun prisma regular de base cadrada é 16 $m^2$ e ten 10 *m* de altura. Calcula o perímetro da base.

22. O lado da base dunha pirámide triangular regular é de 7 *cm* e a altura da pirámide 15 *cm*. Calcula a apotema da pirámide e a súa área total.

23. Calcula a área lateral dun tronco de pirámide regular, sabendo que as súas bases son dous octógonos regulares de lados 3 e 8 *dm* e que a altura de cada cara lateral é de 9 *dm*.

24. Se a área lateral dunha pirámide cuadrangular regular é 104 $cm^2$ e a aresta da base mide 4 cm, calcula a apotema da pirámide e a súa altura

25. Unha columna cilíndrica ten 35 *cm* de diámetro e 5 *m* de altura. Cal é a súa área lateral?

26. O radio da base dun cilindro é de 7 *cm* e a altura é o triplo do diámetro. Calcula a súa área total.

27. Calcula a área lateral dun cono recto sabendo que a súa xeratriz mide 25 *dm* e o seu radio da base 6 *dm*.

28. A circunferencia da base dun cono mide 6.25 *m* e a súa xeratriz 12 *m*. Calcula a área total.

29. Una esfera ten 4 *m* de radio. Calcula:

    a) a lonxitude da circunferencia máxima

    b) a área da esfera.

30. O depósito de gasóleo da casa de Irene é un cilindro de 1 *m* de altura e 2 *m* de diámetro. Irene chamou ao subministrador de gasóleo porque no depósito soamente quedan 140 litros. Cal é, en $dm^3$, o volume do depósito? (Utiliza 3.14 como valor de π). Se o prezo do gasóleo é de 0.80 € cada litro, canto deberá pagar a nai de Irene por encher o depósito?

31. Comproba que o volume da esfera de radio 4 *dm*, sumado co volume dun cono do mesmo radio da base e 8 *dm* de altura, coincide co volume dun cilindro que ten 8 *dm* de altura e 4 *dm* de radio da base.

## 3. INICIACIÓN Á XEOMETRÍA ANALÍTICA

32. Representa nun sistema de referencia no espazo de dimensión tres os puntos:

*O*(0, 0, 0), *A*(1, 2, 3), *B*(3, 1, 7), *D*(3, 2, 1) e *E*(4, 4, 4) e vectores: *DE* e *OA*.

33. O vector de compoñentes ***u*** = (2, 3) e orixe *A* = (1, 1), que extremo ten?

34. Calcula a distancia entre os puntos *A*(6, 2) e *B*(3, 9).

35. Calcula a distancia entre os puntos *A*(6, 2, 5) e *B*(3, 9, 7).

36. Calcula a lonxitude do vector de compoñentes ***u*** = (3, 4)

37. Calcula a lonxitude do vector de compoñentes ***u*** = (3, 4, 1).

38. Debuxa un cadrado de diagonal o punto *O*(0, 0) e *A*(3, 3). Que coordenadas teñen os outros vértices do cadrado? Calcula a lonxitude do lado e da diagonal do cadrado.

39. Debuxa un cubo de diagonal *O*(0, 0, 0) e *A*(3, 3, 3). Que coordenadas teñen os outros vértices do cubo? Xa sabes, son 8 vértices. Calcula a lonxitude da aresta, da diagonal dunha cara e da diagonal do cubo.

40. Sexa *X*(*x*, *y*) un punto xenérico do plano e *O*(0, 0) a orixe de coordenadas, escribe a expresión de todos os puntos *X* que distan de O unha distancia *D*.

41. Sexa *X*(*x*, *y*, *z*) un punto xenérico do espazo e *O*(0, 0, 0) a orixe de coordenadas, escribe a expresión de todos os puntos *X* que distan de O unha distancia *D*.

42. Escribe a ecuación da recta que pasa polos puntos *A*(6, 2) e *B*(3, 9), de forma explícita, implícita e paramétrica. Represéntaa graficamente.

43. Escribe a ecuación da recta que pasa polos puntos *A*(6, 2, 5) e *B*(3, 9, 7), de forma explícita, e como intersección de dous planos.

44. Escribe as ecuacións dos tres planos coordenados.

45. Escribe as ecuacións dos tres eixes coordenados no espazo.

46. No cubo de diagonal *O*(0, 0, 0) e *A*(6, 6, 6) escribe as ecuacións dos planos que forman as súas caras. Escribe as ecuacións de todas as súas arestas e as coordenadas dos seus vértices.

47. Escribe a ecuación do cilindro de eixe, o eixe *OZ* e radio 2.

48. Escribe a ecuación da esfera de centro a orixe de coordenadas e radio 2.

49. Escribe a ecuación do cilindro de eixe, a recta $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$ e radio 1.

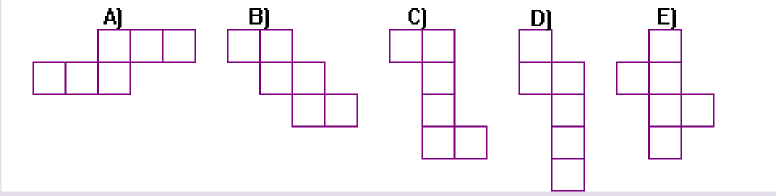
50. Escribe a ecuación da circunferencia no plano de centro *A*(2, 5) e radio 2.

51. Ao cortar a un certo cilindro por un plano horizontal tense a circunferencia do exercicio anterior. Escribe a ecuación do cilindro

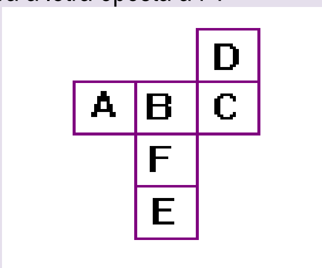

Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez

## CURIOSIDADES. REVISTA

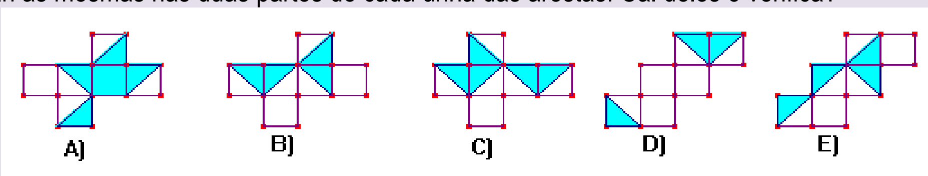
¿Cal das seguintes figuras non representa o desenvolvemento dun cubo?

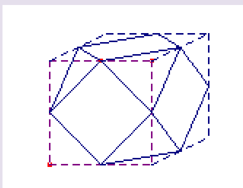



Ao formar un cubo co desenvolvemento da figura, cal será a letra oposta a F?




A partir dun destes desenvolvementos bicolores pódese fabricar un cubo de forma que as cores sexan as mesmas nas dúas partes de cada unha das arestas. Cal deles o verifica?



Fai o desenvolvemento

## EXERCICIOS E PROBLEMAS

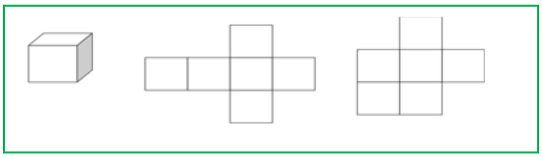
### Teorema de *Pitágoras* e teorema de *Tales*

1. Calcula o volume dun tetraedro regular de lado 7 *cm*.
2. Calcula a lonxitude da diagonal dun cadrado de lado 1 *m*.
3. Calcula a lonxitude da diagonal dun rectángulo de base 15 *cm* e altura 6 *cm*.
4. Debuxa un paralelepípedo cuxas arestas midan 4 *cm*, 5 *cm* e 6 *cm* que non sexa un ortoedro. Debuxa tamén o seu desenvolvemento.
5. Se o paralelepípedo anterior fose un ortoedro, canto mediría a súa diagonal?
6. Un vaso de 11 *cm* de altura ten forma de tronco de cono no que os radios das bases son de 5 e 3 *cm*. Canto medirá como mínimo unha culleriña para que sobresaia do vaso polo menos 2 *cm*?
7. É posible gardar nunha caixa con forma de ortoedro de arestas 4 *cm*, 3 *cm* e 12 *cm* un bolígrafo de 13 *cm* de lonxitude?
8. Calcula a diagonal dun prisma recto de base cadrada sabendo que o lado da base mide 6 *cm* e a altura do prisma 8 *cm*.
9. Se un ascensor mide 1.2 m de ancho, 1.6 m de longo e 2.3 m de altura, é posible introducir nel unha escaleira de 3 m de altura?
10. Cal é a maior distancia que se pode medir en liña recta nunha habitación que ten 6 *m* de ancho, 8 *m* de longo e 4 *m* de altura?
11. Calcula a lonxitude da aresta dun cubo sabendo que a súa diagonal mide 3.46 *cm*.
12. Calcula a distancia máxima entre dous puntos dun tronco de cono cuxas bases teñen radios 5 *cm* e 2 *cm*, e altura 10 *cm*.
13. Nunha pizzería a pizza de 15 *cm* de diámetro vale 2 € e a de 40 *cm* vale 5 €. Cal ten mellor prezo?
14. Vemos no mercado unha pescada de 30 *cm* que pesa un quilo. Parécenos un pouco pequena e pedimos outra un pouco maior que resulta pesar 2 quilos. Canto medirá?
15. Nun día frío un pai e un fillo pequeno van exactamente igual abrigados, cal dos dous terá máis frío?

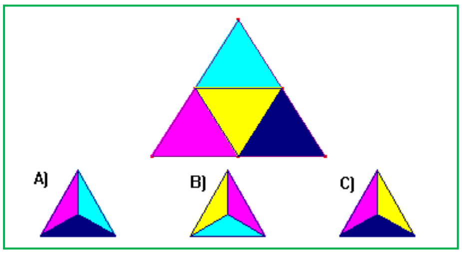
### Lonxitudes, áreas e volumes

16. Identifica a que corpo xeométrico pertencen os seguintes desenvolvementos:

17. Poderá existir un poliedro regular cuxas caras sexan hexagonais? Razoa a resposta.
18. Podes atopar dúas arestas paralelas nun tetraedro? E en cada un dos restantes poliedros regulares?



19. Utiliza unha trama de cadrados ou papel cuadriculado, e busca todos os deseños de seis cadrados que se che ocorran. Decide cales poden servir para construír un cubo
20. Cantas diagonais podes trazar nun cubo? E nun octaedro?
21. O triángulo da figura pregouse para obter un tetraedro. Tendo en conta que o triángulo non está pintado por detrás, cal das seguintes vistas en perspectiva do tetraedro é falsa?




22. Un prisma de 8 *dm* de altura ten como base un triángulo rectángulo de catetos 3 *dm* e 4 *dm*. Calcula as áreas lateral e total do prisma.
23. Debuxa un prisma hexagonal regular que teña 3 *cm* de aresta basal e 0.9 *dm* de altura e calcula as áreas da base e total.
24. Un prisma pentagonal regular de 15 *cm* de altura ten unha base de 30 $cm^2$ de área. Calcula o seu volume.
25. Calcula a área total dun ortoedro de dimensións 2.7 *dm*, 6.2 *dm* e 80 *cm*.
26. Calcula a superficie total e o volume dun cilindro que ten 7 *m* de altura e 3 *cm* de radio da base.

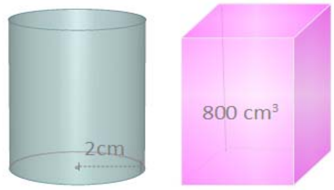
27. Calcula a área total dunha esfera de 7 *cm* de radio.

28. Calcula a apotema dunha pirámide regular sabendo que a súa área lateral é de 150 $cm^2$ e a súa base é un hexágono de 4 *cm* dado.

29. Calcula a apotema dunha pirámide hexagonal regular sabendo que o perímetro da base é de 36 *dm* e a altura da pirámide é de 6 *dm*. Calcula tamén a área total e o volume desta pirámide.
30. Un triángulo rectángulo de catetos 12 *cm* e 16 *cm* xira arredor do seu cateto menor xerando un cono. Calcula a área lateral, a área total e o volume.

31. Tres bólas de metal de radios 15 *dm*, 0.4 *m* e 2 *m* fúndense nunha soa, cal será o diámetro da esfera resultante?
32. Cal é a capacidade dun pozo cilíndrico de 1.50 *m* de diámetro e 30 *m* de profundidade?

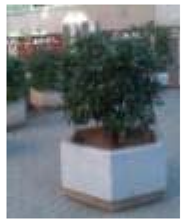
33. Canto cartón precisamos para construír unha pirámide cuadrangular regular se queremos que o lado da base mida 12 *cm* e que a súa altura sexa de 15 *cm*?
34. Calcula o volume dun cilindro que ten 2 *cm* de radio da base e a mesma altura que un prisma cuxa base é un cadrado de 4 *cm* de lado e 800 $cm^3$ de volume.




35. Cal é a área da base dun cilindro de 1.50 *m* de alto e 135 $dm^3$ de volume?
36. A auga dun manancial condúcese ata uns depósitos cilíndricos que miden 10 *m* de radio da base e 20 *m* de altura. Logo embotéllase en bidóns de 2.5 litros. Cantos envases se enchen con cada depósito?

37. Calcula a cantidade de cartolina necesaria para construír un anel de 10 tetraedros cada un dos cales ten un centímetro de aresta.
38. Ao facer o desenvolvemento dun prisma triangular regular de 5 *dm* de altura, resultou un rectángulo dun metro de diagonal como superficie lateral. Calcula a área total.

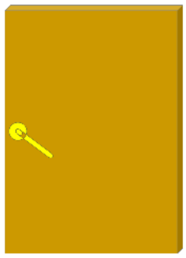
39. Determina a superficie mínima de papel necesaria para envolver un prisma hexagonal regular de 2 *cm* de lado da base e 5 *cm* de altura.
40. O Concello de Madrid colocou unhas xardineiras de pedra nas súas rúas que teñen forma de prisma hexagonal regular. A cavidade interior, onde se deposita a terra, ten 80 *cm* de profundidade e o lado do hexágono interior é de 60 *cm*. Calcula o volume de terra que enchería unha xardineira por completo.



41. Unha habitación ten forma de ortoedro e as súas dimensións son directamente proporcionais aos números 2, 4 e 8. Calcula a área total e o volume se ademais se sabe que a diagonal mide 18.3 *m*.
42. Un ortoedro ten 0.7 *dm* de altura e 8 $dm^2$ de área total. A súa lonxitude é o dobre da súa anchura, cal é o seu volume?

43. Se o volume dun cilindro de 15 *cm* de altura é de 424 $cm^3$, calcula o radio da base do cilindro.

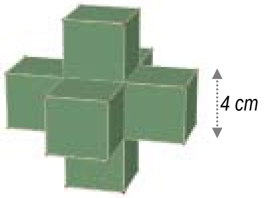
44. Instalaron na casa de Xoán un depósito de auga de forma cilíndrica. O diámetro da base mide 2 metros e a altura é de 3 metros. a) Calcula o volume do depósito en $m^3$. b) Cantos litros de auga caben no depósito?
45. Un envase dun litro de leite ten forma de prisma, a base é un cadrado que ten 10 *cm* de lado. a) Cal é, en $cm^3$, o volume do envase? b) Calcula a altura do envase en cm.
46. Unha circunferencia de lonxitude 18.84 *cm* xira arredor dun dos seus diámetros xerando unha esfera. Calcula o seu volume.

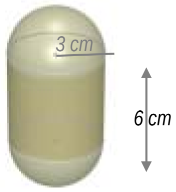


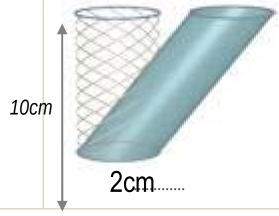
47. Unha porta mide 1.8 *m* de alto,70 *cm* de ancho e 3 *cm* de espesor. O prezo da instalación é de 100 € e cóbrase 5 € por $m^2$ en concepto de vernizado, ademais do custe da madeira, que é de 280 € cada $m^3$. Calcula o custe da porta se só se realiza o vernizado das dúas caras principais.

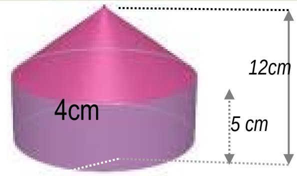
48. Cal es o volume dunha esfera na que a lonxitude dunha circunferencia máxima es 251.2 *m*?
49. Calcula a área lateral e o volume dos seguintes corpos xeométricos


Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez

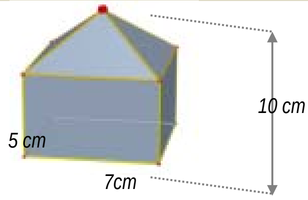


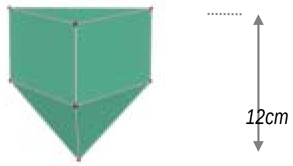




50. Calcula a área lateral e o volume dos seguintes corpos xeométricos

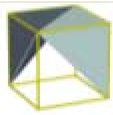



A base é cadrada




Tetraedro de 5cm de aresta

Octaedro de 6cm de aresta



Pirámides construídas no interior dunha estrutura cúbica de 5 dm de aresta.

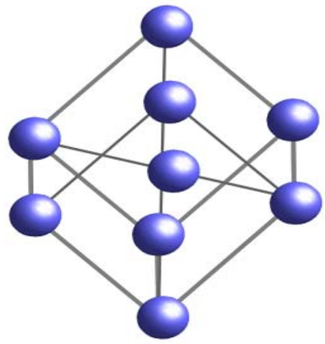
51. A auga contida nun recipiente cónico de 21 *cm* de altura e 15 *cm* de diámetro da base vértese nun vaso cilíndrico de 15 *cm* de diámetro da base. Ata que altura chegará a auga?

52. Segundo *Arquímedes*, que dimensións ten o cilindro circunscrito a unha esfera de 7 *cm* de radio que ten a súa mesma área? Calcula esta área.

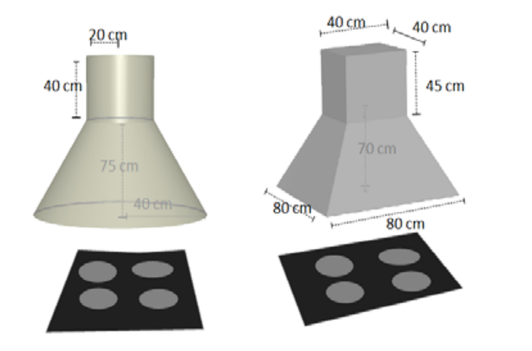
53. Na construción dun globo aerostático esférico dun metro de radio emprégase lona que ten un custe de 300 €/$m^2$. Calcula o importe da lona necesaria para a súa construción.

54. Calcula o radio dunha esfera que ten 33.51 $dm^3$ de volume.

55. O *Atomium* é un monumento de Bruxelas que reproduce unha molécula de ferro. Consta de 9 esferas de aceiro de 18 m de diámetro que ocupan os vértices e o centro dunha estrutura cúbica de 103 m de diagonal realizada con cilindros de 2 metros de diámetro. Se utilizamos unha escala 1:100 e tanto as esferas como os cilindros son macizos, que cantidade de material necesitaremos?



56. Unha piscina mide 20 m de longo, 5 m de ancho e 2 m de alto.
    a) Cantos litros de auga son necesarios para enchela?
    b) Canto custará recubrir o chan e as paredes con PVC se o prezo é de 20 €/$m^2$?




57. Pintouse por dentro e por fóra un depósito sen tapa de 8 dm de alto e 3 dm de radio. Tendo en conta que a base só se pode pintar por dentro, e que se utilizou pintura de 2 €/$dm^2$, canto diñeiro custou en total?

58. Cal das dúas cambotas extractoras da figura esquerda ten un custe de aceiro inoxidable menor?

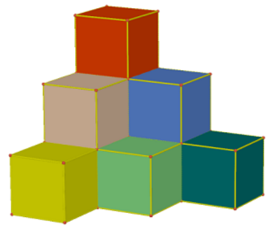
59. Nunha vasilla cilíndrica de 3 *m* de diámetro e que contén auga introdúcese unha bóla. Cal é o seu volume se despois da inmersión sobe 0.5 *m* o nivel da auga?

60. O prezo das tellas é de 12.6 €/$m^2$. Canto custará retellar unha vivenda cuxo tellado ten forma de pirámide cuadrangular regular de 1.5 *m* de altura e 15 m de lado da base?

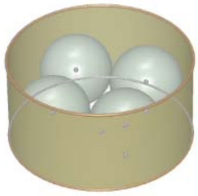
61. Enrólase unha cartolina rectangular de lados 40 *cm* e 26 *cm* formando cilindros das dúas formas posibles, facendo coincidir lados opostos. Cal dos dous cilindros resultantes ten maior volume?

62. Cada un dos cubos da figura ten 2 *cm* de aresta. Cantos hai que engadir para formar un cubo de 216 $cm^3$ de volume?

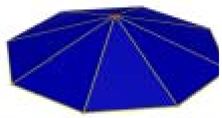
63. Un tubo de ensaio ten forma de cilindro aberto na parte superior e rematado por unha semiesfera na inferior. Se o radio da base é de 1 *cm* e a altura total é de 12 *cm*, calcula cantos centilitros de líquido caben nel.



64. O lado da base da pirámide de *Keops* mide 230 *m*, e a súa altura 146 *m*. Que volume encerra?
65. A densidade dun tapón de cortiza é de 0,24 g/cm$^3$, canto pesan mil tapóns se os diámetros das súas bases miden 2.5 *cm* e 1.2 *cm*, e a súa altura 3 *cm*?
66. Comproba que o volume dunha esfera é igual ao do seu cilindro circunscrito menos o do cono de igual base e altura.
67. Calcula o volume dun octaedro regular de aresta 2 *cm*.
68. Constrúe en cartolina un prisma cuadrangular regular de volume 240 *cm*$^3$, e de área lateral 240 *cm*$^2$.
69. O cristal dun farol ten forma de tronco de cono de 40 *cm* de altura e bases de radios 20 e 10 *cm*. Calcula a súa superficie.
70. Un bote cilíndrico de 15 *cm* de radio e 30 *cm* de altura ten no seu interior catro pelotas de radio 3.5 *cm*. Calcula o espazo libre que hai no seu interior.



71. Un funil cónico de 15 *cm* de diámetro ten un litro de capacidade, cal é a súa altura?
72. Nun depósito con forma de cilindro de 30 *dm* de radio, unha billa verte 15 litros de auga cada minuto. Canto aumentará a altura da auga despois de media hora?



73. A lona dun parasol aberto ten forma de pirámide octogonal regular de 0.5 *m* de altura e 40 *cm* de lado da base. Fíxase un mastro no chan no que se encaixa e o vértice da pirámide queda a unha distancia do chan de 1.80 *m*. No momento no que os raios de sol son verticais, que área ten o espazo de sombra que determina?
74. Unha peixeira con forma de prisma recto e base rectangular énchese con 65 litros de auga. Se ten 65 *cm* de longo e 20 *cm* de ancho, cal é a súa profundidade?
75. Nun xeado de cornete, a galleta ten 12 *cm* de altura e 4 *cm* diámetro. Cal é a súa superficie? Se o cornete está completamente cheo de xeado e sobresae unha semiesfera perfecta, cantos *cm*$^3$ de xeado contén?

## Iniciación á Xeometría Analítica

76. Calcula a distancia entre os puntos *A*(7, 3) e *B*(2, 5).
77. Calcula a distancia entre os puntos *A*(7, 3, 4) e *B*(2, 5, 8).
78. Calcula a lonxitude do vector de compoñentes *u* = (4, 5).
79. Calcula a lonxitude do vector de compoñentes *u* = (4, 5, 0).
80. O vector *u* = (4, 5) ten a orixe no punto *A*(3, 7). Cales son as coordenadas do seu punto extremo?
81. O vector *u* = (4, 5, 2) ten a orixe no punto *A*(3, 7, 5). Cales son as coordenadas do seu punto extremo?
82. Debuxa un cadrado de diagonal o punto *A*(2, 3) e *C*(5, 6). Que coordenadas teñen os outros vértices do cadrado? Calcula a lonxitude do lado e da diagonal deste cadrado.
83. Debuxa un cubo de diagonal *A*(1, 1, 1) e *B*(4, 4, 4). Que coordenadas teñen os outros vértices do cubo? Xa sabes, son 8 vértices. Calcula a lonxitude da aresta, da diagonal dunha cara e da diagonal do cubo.
84. Sexa *X*(*x*, *y*) un punto do plano, e *A*(2, 4), escribe a expresión de todos os puntos *X* que distan de *A* unha distancia 3.
85. Sexa *X*(*x*, *y*, *z*), *A*(2, 4, 3) puntos do espazo, escribe a expresión de todos os puntos *X* que distan de *A* unha distancia 3.
86. Escribe a ecuación paramétrica da recta que pasa polo punto *A*(2, 7) e ten como vector de dirección ***u*** = (4, 5). Represéntaa graficamente.
87. Escribe a ecuación da recta que pasa polos puntos *A*(2, 7) e *B*(4, 6), de forma explícita, implícita e paramétrica. Represéntaa graficamente.
88. Escribe a ecuación da recta que pasa polos puntos *A*(2, 4, 6) e *B*(5, 2, 8), de forma explícita, e como intersección de dous planos.
89. No cubo de diagonal *A*(1, 1, 1) e *B*(5, 5, 5) escribe as ecuacións dos planos que forman as súas caras. Escribe tamén as ecuacións de todas as súas arestas, e as coordenadas dos seus vértices.
90. Escribe a ecuación do cilindro de eixe $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ e radio 3.
91. Escribe a ecuación de a esfera de centro *A*(2, 7, 3) e radio 4.
92. Escribe a ecuación do cilindro de eixe, a recta $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$ e radio 2.
93. Escribe a ecuación da circunferencia no plano de centro *A*(3, 7) e radio 3.
94. Ao cortar a un certo cilindro por un plano horizontal tense a circunferencia do exercicio anterior. Escribe a ecuación do cilindro.

# AUTOAVALIACIÓN

1. As lonxitudes dos lados do triángulo de vértices $A(2, 2)$, $B(1, 4)$ e $C(0, 3)$ son:
   a) 2, 5, 5 b) $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{5}$ c) $\sqrt{5}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$ d) $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$

2. No triángulo rectángulo de catetos 3 e 4 *cm* multiplícanse por 10 todas as súas lonxitudes. A área do novo triángulo é:
   a) 6 $m^2$ b) 6 $dm^2$ c) 60 $cm^2$ d) 0.6 $m^2$

3. A altura dun prisma de base cadrada é 20 *cm* e o lado da base é 5*cm*, a súa área total é:
   a) 450 $cm^2$ b) 45 $dm^2$ c) 425 $cm^2$ d) 0.45 $m^2$

4. Un depósito de auga ten forma de prisma hexagonal regular de 5 *m* de altura e lado da base 1 *m*. O volume de auga que hai nel é:
   a) $60\sqrt{2}$ $m^3$ b) $45\sqrt{2}$ $m^3$ c) $30\,000\sqrt{2}$ $dm^3$ d) $7.5\sqrt{3}$ $m^3$

5. O tellado dunha caseta ten forma de pirámide cuadrangular regular de 0.5*m* de altura e 1000*cm* de lado da base. Se se necesitan 15 tellas por metro cadrado para recubrir o tellado, utilízanse un total de:
   a) 1 508 tellas. b) 150 tellas. c) 245 tellas. d) 105 tellas.

6. Unha caixa de dimensións 30, 20 e 15 *cm*, está chea de cubos de 1 *cm* de aresta. Se se utilizan todos para construír un prisma recto de base cadrada de 10 *cm* de lado, a altura medirá:
   a) 55 *cm* b) 65 *cm* c) 75 *cm* d) 90 *cm*

7. O radio dunha esfera que ten o mesmo volume que un cono de 5 *dm* de radio da base e 120 *cm* de altura é:
   a) $5\sqrt{3}$ *dm* b) $\sqrt[3]{75}$ *dm* c) 150 *cm* d) $\sqrt[3]{2\,250}$ *cm*

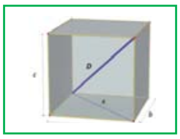
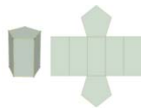
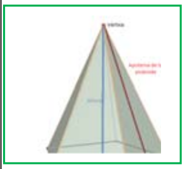
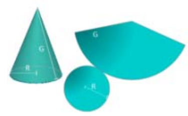
8. Distribúense 42.39 litros de disolvente en latas cilíndricas de 15 *cm* de altura e 3 *cm* de radio da base. O número de envases necesario é:

   a) 100 b) 10 c) 42 d) 45

9. A ecuación dunha recta no plano que pasa polos puntos $A(2, 5)$ e $B(1, 3)$ é:
   a) $y = -2x + 1$ b) $3y - 2x = 1$ c) $y = 2x + 1$ d) $y = -2x + 9$.

10. A ecuación da esfera de centro A(2, 3, 5) e radio 3 é:
    a) $x^2 - 2x + y^2 - 3y + z^2 - 5z + 29 = 0$ b) $x^2 - 4x + 3y^2 - 6y + 5z^2 - 10z + 29 = 0$
    c) $x^2 - 4x + y^2 - 6y + z^2 - 10z + 38 = 0$ d) $x^2 - 4x + y^2 - 6y + z^2 - 10z + 29 = 0$

## RESUMO

| | | |
|---|---|---|
| **Teorema de *Pitágoras* no espazo** | $D^2 = a^2 + b^2 + c^2$  | $A = 2$, $b = 3$, $c = 4$, entón<br>$D^2 = 4 + 9 + 16 = 29$<br>$D = \sqrt{29} = 5.4$. |
| **Teorema de Tales** | Dadas dúas rectas, *r* e *r'*, que se cortan no punto *O*, e dúas rectas paralelas entre si, *a* e *b*. Se a recta *a* corta ás rectas *r* e *r'* nos puntos *A* e *C*, e a recta *b* corta ás rectas *r* e *r'* nos puntos *B* e *D*, entón os segmentos correspondentes son proporcionais. | |
| **Poliedros regulares** | Un poliedro regular é un poliedro no que todas as súas caras son polígonos regulares iguais e no que os seus ángulos poliedros son iguais.<br>Hai cinco poliedros regulares: tetraedro, octaedro, icosaedro, cubo e dodecaedro. |  |
| **Prismas** |  $A_{Lateral} = Perímetro_{Base} \,.\, Altura$ ;<br>$A_{total} = Área_{Lateral} + 2 Área_{Base}$ ;<br>$Volume = Área_{base} \,.\, Altura$ |  |
| **Pirámides** |  $A_{Lateral} = \frac{Perímetro_{Base} \,.\, Apotema_{pirámide}}{2}$<br>$A_{total} = Área_{Lateral} + Área_{Base}$<br>$Volume = \frac{Área_{base} \,.\, Altura}{3}$ |  |
| **Cilindro** |  $A_{Lateral} = 2\pi R H$ ; $A_{total} = 2\pi R H + 2\pi R^2$<br>$Volume = Área_{base} \,.\, Altura$ |  |
| **Cono** | $A_{Lateral} = \pi R G$ ; $A_{total} = \pi R G + \pi R^2$<br>$Volume = \frac{Área_{base} \,.\, Altura}{3}$ |  |
| **Esfera** | $A_{total} = 4\pi R^2$ ; $Volume = \frac{4}{3}\pi R^3$ |  |
| ***Ecuacións da recta no plano*** | **Ecuación explícita: e** = *mx* + *n*.<br>**Ecuación implícita:** *ax* + *by* + *c* = 0<br>**Ecuación paramétrica:** $\begin{cases} x = a_1 + tv_1 \\ y = a_2 + tv_2 \end{cases}$ | |
| *Ecuacións da recta e o plano no espazo.* | **Ecuación implícita dun plano**: *ax* + *by* + *cz* + *d* = 0<br>**Ecuación paramétrica dunha recta:** $\begin{cases} x = a_1 + tv_1 \\ y = a_2 + tv_2 \\ z = a_3 + tv_3 \end{cases}$ | |

# CAPÍTULO 6: FUNCIÓNS E GRÁFICAS

## ACTIVIDADES PROPOSTAS

### 1. FUNCIÓNS

1. Copia no teu caderno e indica as coordenadas de todos os puntos que están sinalados no plano.
2. Representa graficamente no teu caderno os seguintes puntos do plano: A (2, –3); B (0, –1); C (3, 4).
3. Das seguintes relacións entre dúas variables, razoa cales son funcionais e cales non:
    a. Idade e peso dunha persoa concreta ao longo da súa vida
    b. Peso e idade desa mesma persoa
    c. Un número e a súa metade
    d. Un número e o seu cadrado
    e. Prezo da gasolina e o día do mes
    f. Día do mes e prezo da gasolina
4. Se hoxe o cambio de euros a dólares está a 1 € = 1.3 $, completa no teu caderno a seguinte táboa de equivalencia entre as dúas moedas:

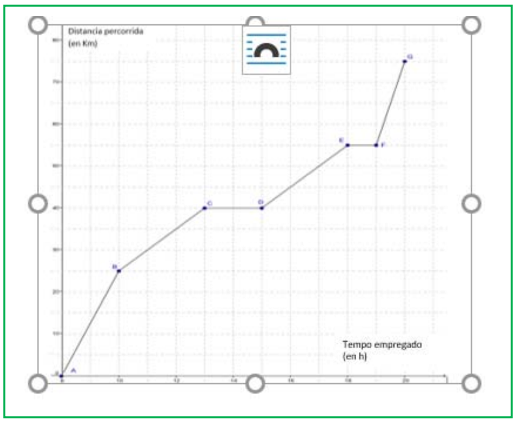
| € | 2 | 5 | 10 | 27 | x |
|---|---|---|---|---|---|
| $ | | | | | |

Expresa mediante unha fórmula a relación que existe entre ambas as dúas, na que, coñecendo os euros, se obteñan os dólares. Pódese expresar de forma única esta relación? É unha función?
Se cando realizas o cambio nunha oficina che cobran unha comisión fixa de 1.5 €, como quedaría a fórmula neste caso?

5. Realiza no teu caderno o debuxo de dúas gráficas, unha que corresponda a unha función e outra que non. Identifica cada cal e explica o porque desta correspondencia.
6. Razoa se os valores da seguinte táboa poden corresponder aos dunha función e por que:

| *x* | –10 | –5 | 10 | –10 | 27 |
|---|---|---|---|---|---|
| *f*(*x*) | –3 | 0 | 5 | 4 | 0 |

7. Unha persoa camiña a unha velocidade de 4 km/h e parte do quilómetro 10. Escribe a expresión alxébrica da función que indica os quilómetros percorridos en función do tempo. Sinala cales son os valores que non ten sentido dar á variable independente e en que se traduce iso na gráfica.
8. Nunha folla de papel cuadriculado raia un cadrado de lado un cadradiño. A súa área é 1 $u^2$. Agora fai o mesmo cun cadrado de lado 2. Continúa tomando cadrados de lados 3, 4, 5… e calcula as súas áreas. Cos resultados completa unha táboa de valores e debuxa a súa gráfica. Ten sentido para valores negativos da variable? Busca unha fórmula para esta función.
9. Para aparcar en zona azul (non residentes) hai unhas tarifas. A tarifa mínima é de 0.50 euros, o tempo máximo de aparcamento é de 2 horas, cada media hora máis custa 0.90 euros, e cada fracción, 0.05 euros. Representa unha gráfica da función cuxa variable independente sexa o tempo que se espera vai estar aparcado o vehículo e a variable dependente o prezo (en euros) que hai que pagar. .
10. Un fabricante quere construír vasos cilíndricos medidores de volumes, que teñan de radio da base 5 cm e de altura total do vaso 18 cm. Escribe unha fórmula que indique como varía o volume ao ir variando a altura do líquido. Constrúe unha táboa cos volumes correspondentes ás alturas tomadas de 3 en 3 cm. Escribe tamén unha fórmula que permita obter a altura coñecendo os volumes. A que altura haberá que colocar a marca para ter un decilitro?
11. A seguinte gráfica resume a excursión que realizamos pola serra de Guadarrama:

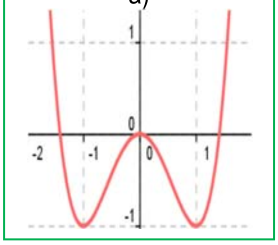


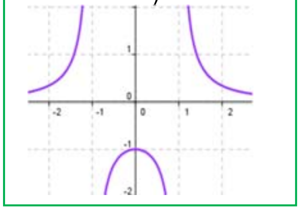

a) Canto tempo durou a excursión?
b) Canto tempo se descansou? A que horas?
c) Cantos quilómetros se percorreron?
d) En que intervalos de tempo se foi máis rápido que entre as 11 e as 13 horas?
e) Fai unha breve descrición do desenvolvemento da excursión.
f) Constrúe unha táboa de valores a partir dos puntos sinalados na gráfica.
g) Se no eixe de ordenadas representaramos a variable "distancia ao punto de partida", sería a mesma gráfica? Cos datos de que dispós, podes facela?

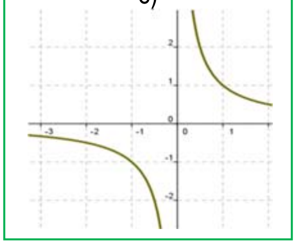
12. A relación entre a altura e a idade dos diferentes compoñentes dun equipo de baloncesto é unha relación funcional? Por que? E a relación entre a idade e a altura? Escribe tres correspondencias que sexan funcionais e tres que non.

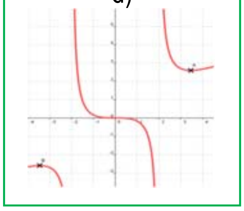
## 2. CARACTERÍSTICAS DUNHA FUNCIÓN

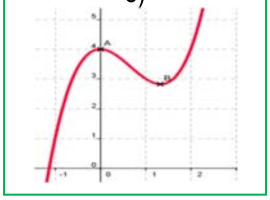
13. Copia as seguintes gráficas no teu caderno e sinala todas as características que poidas das funcións representadas. Indica o seu dominio, se é continua (ou puntos de descontinuidade se os houbese), se é simétrica e o tipo de simetría, intervalos de crecemento e decrecemento, máximos e mínimos, período (se o houbese)…

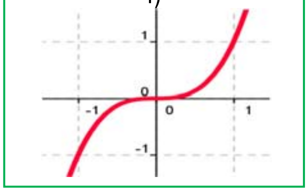
a) 

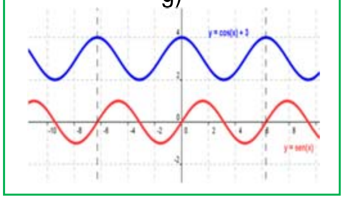
b) 

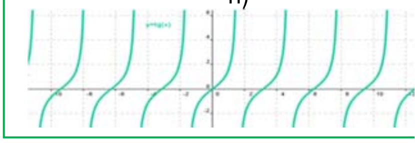
c) 

d) 

e) 

f) 

g) 

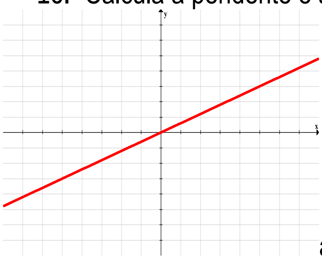
h) 

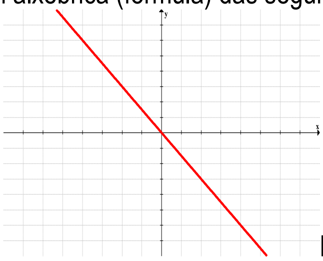
## 3. TIPOS DE FUNCIÓNS

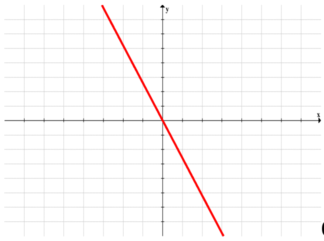
14. O consumo medio de auga ao día por habitante é de 150 litros. Representa graficamente o consumo de auga dunha persoa ao longo dunha semana.

15. Representa no teu caderno, estuda o dominio, máximos e mínimos e simetrías das funcións lineais seguintes:
a) $y = 1.25x$; b) $y = (3/5)x$; c) $y = 3x$; d) $y = 0.5x$;

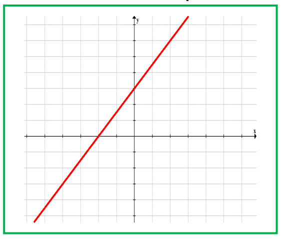
16. Calcula a pendente e a expresión alxébrica (fórmula) das seguintes rectas:

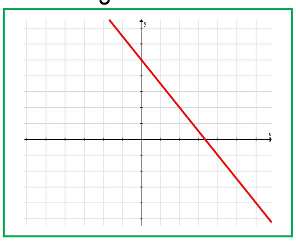

a.

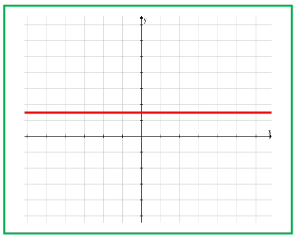

b.

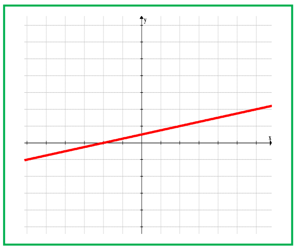

c.

17. Calcula a expresión alxébrica das seguintes rectas:









18. Escribe tres funcións cuxas gráficas sexan tres rectas que pasen pola orixe de coordenadas e as súas pendentes sexan 5, –4, e 1/3 respectivamente.
19. Que ángulo forma co eixe de abscisas a recta $y = x$? E a recta $y = -x$?
20. Como son entre si dúas rectas de igual pendente e distinta ordenada na orixe?

21. Representa as seguintes funcións lineais:

a. $y = 3 \cdot x + 4$ b. $y = -\frac{3}{7} \cdot x - 2$ c. $2x + \cdot 4y = 5$

d. $y=5$ e. $y=0$ f. $x=3$

22. Un metro de certa tea custa 2.05 €, canto custan 7 metros? E 20 m? E 15.2 m? Canto custan "*x*" metros de tea? Escribe a fórmula desta situación.
23. Debuxa en papel cuadriculado a gráfica da función $y = x^2$.
    a) Para iso fai unha táboa de valores, tomando valores de abscisa positiva.
    b) Tomando valores de abscisa negativa.
    c) Que lle ocorre á gráfica para valores grandes de "*x*"? E para valores negativos grandes en valor absoluto?
    d) A curva é simétrica? Indica o seu eixe de simetría.
    e) Ten un mínimo? Cal é? Coordenadas do vértice.
    f) Recorta un modelo desta parábola marcando o seu vértice e o eixe de simetría, que usaremos noutros problemas.
24. A partir da parábola $y = x^2$, debuxa a gráfica das seguintes parábolas:

    a. $y=\frac{5}{3}x^2$ b. $y=-3x^2$ c. $y=-\frac{15}{3}x^2$

    d. $y=4.12x^2$ e. $y=-\frac{6}{10}x^2$ f. $y=\frac{7}{8}x^2$
25. Completa este resumo. A gráfica de $y = ax^2$ obtense da de $y = x^2$:
    a) Se $a > 1$ entón ??
    b) Se $0 < a < 1$ entón ??
    c) Se $a < -1$ entón ??
    d) Se $-1 < a < 0$ entón ??
26. Tomando a mesma unidade que no problema anterior debuxa no teu caderno, nun mesmo sistema de referencia, as gráficas das parábolas: $y = x^2 + 2$; $y = x^2 - 3$; $y = -x^2$; $y = -x^2 + 2$; $y = x^2 - 1$. Observa que podes utilizar o modelo do exercicio anterior. Fai un resumo indicando o que obtiveches. Terás observado que en todos os casos podes utilizar o modelo trasladándoo en sentido vertical, cara arriba no caso de $y = x^2 + 2$; e cara abaixo no caso de $y = x^2 - 3$. A parábola $y = -x^2$; é simétrica (cara abaixo) de $y = x^2$. En xeral, se trasladamos *q* unidades na dirección do eixe de ordenadas temos a parábola $y = x^2 + q$.
27. Tomando a mesma unidade que no problema anterior debuxa no teu caderno, nun mesmo sistema de referencia, as gráficas das parábolas: $y = (x + 3)^2$; $y = (x - 2)^2$; $y = (x + 5)^2$; $y = (x - 5)^2$. Observa que podes utilizar o modelo do exercicio anterior. Fai un resumo indicando o que obtiveches. Terás observado que en todos os casos podes utilizar o modelo trasladándoo en sentido horizontal, cara á dereita no caso de $y = (x - 2)^2$ e cara á esquerda no caso de $y = (x + 3)^2$. Polo que, en xeral, se trasladamos *p* unidades na dirección do eixe de abscisas, obtemos a parábola $y = (x - q)^2$
28. Escribe a ecuación dunha parábola de igual forma que $y = x^2$, pero trasladada 7 unidades en sentido horizontal á dereita e 4 unidades en sentido vertical cara arriba. Que coordenadas ten o seu vértice?
29. Representa a gráfica das seguintes parábolas e localiza o vértice:

    a. $y=(x+4)^2-5$ b. $y=-(x-\frac{4}{5})^2+6$ c. $y=x^2-5$

    d. $y=x^2-6x+16$ e. $y=x^2+4x+\frac{5}{2}$ f. $y=-x^2+12x-26$

    g. $y=x^2-10x+17$ h. $y=-x^2+2x-4$ i. $y=-x^2+\frac{4}{3}x-1$
30. Volvemos usar o modelo.
    a) Traslada o vértice da parábola $y = x^2$ ao punto (3, 1). Escribe a súa ecuación e a ecuación do seu eixe de simetría. Debuxa a súa gráfica.
    b) Traslada o vértice da parábola $y = x^2$ ao punto (–4, –2). Escribe a súa ecuación e a ecuación do seu eixe de simetría. Debuxa a súa gráfica.

31. Calcula os elementos característicos e representa as seguintes parábolas:

a. $y = 2x^2 + 4x - 6$ b. $y = 6x^2 - 24x$ c. $y = -2x^2 + 4x - 2$

d. $y = 2x^2 + 5x - 12$ e. $y = 3x^2 + 6x - 9$ f. $y = -2x^2 + 7x + 3$

g. $y = 7x^2 + 21x - 28$ h. $y = 5x^2 - 9x + 4$ i. $y = -4x^2 - 4x - 1$

32. Calcula a función cuadrática determinada polos puntos: (1, 14); (2, 20); (3, 28). Represéntaa graficamente.

33. Calcula a función polinómica que pasa polos puntos: (0, 5); (1, 7); (2, 11) e (3, 23).

34. Calcula a función polinómica determinada polos puntos: (0, 3); (1, 3); (2, 5); (3, 15); (4, 39); (5, 83). Calcula as diferenzas sucesivas e debuxa a gráfica.

35. Fanse probas medindo a distancia que percorre un avión desde que toca terra nunha pista de aterraxe. Os datos están na táboa adxunta. Existe algunha función polinómica que se axuste a eses datos? Se a hai, escribe a súa fórmula.

| Tempo (s): | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Distancia (m): | 0 | 100 | 175 | 230 | 270 | 300 | 325 |

36. Nunha fábrica os prezos dos cables de aceiro dependen dos diámetros e vén dado o prezo de cada metro en euros na táboa seguinte. Existe algunha función polinómica que se axuste perfectamente a eses datos?

| Diámetro (mm): | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Prezo (€): | 3.6 | 8 | 18 | 25.3 | 39.2 | 57.6 | 81 |

37. Dada a táboa seguinte, pódese axustar exactamente unha recta? Considera se algún dato é erróneo e se é así, corríxeo.

| Tempo (s): | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 76 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Distancia (m): | 1.53 | 4.65 | 7.78 | 10.89 | 14.01 | 17.13 | 20.29 |

38. Representa as seguintes funcións de proporcionalidade inversa no mesmo sistema de coordenadas:

a) $y = \frac{-1}{x}$ b) $y = \frac{5}{x}$ c) $y = \frac{1}{2x}$

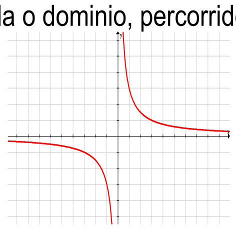
d) $y = \frac{3}{8x}$ e) $y = \frac{-5}{3x}$ f) $y = \frac{-12}{5x}$

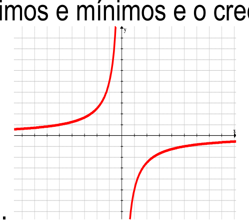
39. Describe o que sucede cando varía o valor de *k*. Axúdate das gráficas do exercicio anterior.

40. Calcula a expresión analítica e representa a gráfica das hipérboles que pasa por cada un destes puntos. Escribe os intervalos onde a función é crecente ou decrecente.

| | | |
|---|---|---|
| a) (5, 3) | b) (2, –1) | c) (1/2, 6) |
| d) (10, 4) | e) (*a*, 1) | f) (1, *b*) |

41. Calcula o dominio, percorrido, continuidade, máximos e mínimos e o crecemento das seguintes hipérboles:


a.


b.

c. $y = \frac{9}{2x}$ d. $y = \frac{-5}{3x}$ e. $y = \frac{-0,3}{x}$

42. Representa nos mesmos eixes de coordenadas as seguintes hipérboles:

$y = \frac{5}{x}$ $y = \frac{5}{x} + 3$ $y = \frac{5}{x} - 3$

$y = \frac{-12}{x}$ $y = \frac{-12}{x-3}$ $y = \frac{-12}{x+3}$

$y = \frac{3}{x}$ $y = \frac{3}{x-1} + 4$ $y = \frac{5x-2}{x-1}$

43. Describe o que sucede cando varían os parámetros *a* e *b* nas hipérboles do exercicio anterior.

44. Representa as seguintes funcións de proporcionalidade inversa a partir da hipérbole $y = \frac{5}{x}$:

a) $y = \frac{10}{x-5} + 3$ b) $y = \frac{1}{x+4} + 8$ c) $y = \frac{100}{x+10} + 1$

d) $y = \dfrac{10}{2x-4} - 7$ e) $y = 6 - \dfrac{4}{x}$ f) $y = \dfrac{20}{5-x} - 2$

45. Estuda o dominio, percorrido, continuidade, simetría, asíntotas e crecemento das funcións de proporcionalidade inversa do exercicio anterior.

46. Escribe unha regra para expresar como se trasladan as asíntotas segundo os parámetros $a$ e $b$.

47. Representa as seguintes hipérboles:

a) $y = \dfrac{2x-4}{x+5}$ b) $y = \dfrac{3-5x}{x+2}$ c) $y = \dfrac{4x-12}{x-3}$

d) $y = \dfrac{6x+8}{1-x}$ e) $y = \dfrac{7x+5}{x-4}$ f) $y = \dfrac{6x+10}{2x-1}$

48. Representa a gráfica da función: $y = 7 - \dfrac{15}{x+3}$. A) Cando x medra, "*y*" tende a 7? Ten unha asíntota horizontal *y* = 7? B) Se *x* se achega a –3, o *y* crece? Ten unha asíntota vertical, *x* = –3? C) Analiza se esta hipérbole se axusta aos valores da actividade resolta da táboa:

| Doses (mg): *x* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Curacións (%): *y* | 3.25 | 4.0 | 4.5 | 4.86 | 5.1 | 5.3 | 5.5 | 5.64 | 5.75 | 5.85 |

49. Proba agora a realizar no teu caderno unha táboa de valores e a gráfica para un caso similar, supoñendo que o número de bacterias se multiplica cada hora por 2 en lugar de por 1.4.

Observa que os valores de "*y*" aumentan moito máis á presa: mentres que os valores de "*x*" aumentan de 1 en 1, os valores de *y* vanse multiplicando por 2. Isto chámase **crecemento exponencial**. Se en lugar de multiplicar se trata de dividir, temos o caso de **decrecemento exponencial**.

50. No teu caderno, representa conxuntamente as gráficas de $y = x^2$ (función potencial) e $y = 2^x$ (función exponencial), con valores de "*x*" entre 0 e 6. Observa a diferenza cuantitativa entre o crecemento potencial e o crecemento exponencial.

51. Utilizando a calculadora, fai unha táboa de valores e representa no teu caderno as funcións $y = e^x$, $y = e^{-x}$.

52. Unha persoa ingresou unha cantidade de 5 000 euros a un interese do 3 % nun banco, de modo que cada ano o seu capital se multiplica por 1.03.
    a. Escribe no teu caderno unha táboa de valores co diñeiro que terá esta persoa ao cabo de 1, 2, 3, 4, 5 e 10 anos.
    b. Indica a fórmula da función que expresa o capital en función do número de anos.
    c. Representa no teu caderno, graficamente, esta función. Pensa ben que unidades deberás utilizar nos eixes.

53. Un determinado antibiótico fai que a cantidade de certas bacterias se multiplique por 2/3 cada hora. Se a cantidade ás 7 da mañá é de 50 millóns de bacterias, (a) fai unha táboa calculando o número de bacterias que hai cada hora, desde as 2 da mañá ás 12 do mediodía (observa que tes que calcular tamén "cara atrás"), e (b) representa graficamente estes datos.

54. Representa no teu caderno as seguintes funcións e explica a relación entre as súas gráficas:

a) $y = 2^x$ b) $y = 2^{x+1}$ c) $y = 2^{x-1}$.

55. Coñecendo a gráfica da función $f(x) = 2^x$, que se viu máis arriba, e sen calcular táboa de valores, debuxa no teu caderno as gráficas das funcións $g(x) = 2^x - 3$ e $h(x) = 2^{x-3}$.

## CURIOSIDADES. REVISTA

Utiliza o ordenador para debuxar funcións.

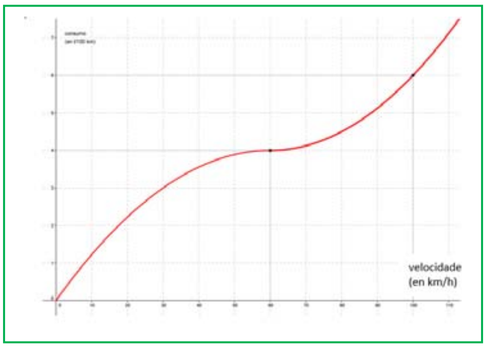
## EXERCICIOS E PROBLEMAS

### Funcións

1. Debuxa no teu caderno un sistema de referencia cartesiano e nel, os puntos seguintes, elixindo unha escala nos eixes que permita debuxalos todos de forma cómoda. Sinala en cada caso a que cuadrante pertence o punto ou, no seu caso, en que eixe está: *A*(2, 4); *B*(0, 1); *C*(–3, 0); *D*(2, –1.5); *E*(1.5, 0); *F*(0, 0); *G*(–1, –2/3).
2. Escribe as coordenadas de tres puntos situados no terceiro cuadrante.
3. Sitúa nun sistema de referencia cartesiano os puntos seguintes:

$A(0, 3)$; $B(0, 1.7)$; $C(0, -1)$; $D(0, -4)$. Que teñen en común todos eles?

4. Escribe as coordenadas e representa tres puntos do eixe de abscisas. Que teñen en común?
5. Debuxa no teu caderno un triángulo rectángulo cun cateto igual a 3, e o vértice do ángulo recto na orixe de coordenadas. Indica as coordenadas de todos os vértices.
6. Indica cales das seguintes correspondencias son funcións:
   a) A cada número natural asócianselle os seus divisores primos.
   b) A cada circunferencia do plano asóciaselle o seu centro.
   c) A cada circunferencia do plano asóciaselle un diámetro.
7. A distancia, *d*, percorrida por un tren, depende do número de voltas, *n*, que dá cada roda da locomotora.
   a) Escribe a fórmula que permite obter *d* coñecido *n*, sabendo que o diámetro das rodas da locomotora é de 78 cm.
   b) Debuxa a gráfica.
   c) Que distancia terá percorrido o tren cando a roda teña dado mil voltas? (toma como valor de π o número 3.14).
   d) Cantas voltas terá dado a roda ao cabo de 7 km?
8. Un globo sonda utilizado polo Servizo Meteorolóxico dos Pireneos para medir a temperatura a distintas alturas leva incorporado un termómetro. Obsérvase que cada 180 m de altura a temperatura diminúe un grao. Certo día a temperatura na superficie é de 9°C. Determina:
   a) Que temperatura haberá a 3 km de altura?
   b) A que altura haberá unha temperatura de –30°C?
   c) Escribe unha fórmula que permita calcular a temperatura T coñecendo a altura A. Confecciona unha táboa e debuxa a gráfica. Que tipo de función é?
   d) Se a temperatura na superficie é de 12°C, cal é entón a fórmula? Que tipo de función é?
9. Debuxa a gráfica da función parte enteira: $y = E(x)$, que indica o número enteiro menor, máis próximo a x, así, por exemplo, $E(2.3) = 2$.
10. Un rectángulo ten un perímetro de 100 cm. Chama *x* á lonxitude dun dos seus lados e escribe a fórmula que dá a área en función de *x*. Debuxa a súa gráfica. Que tipo de función é?
11. Unha caixa cadrada ten unha altura de 20 cm. Como depende o seu volume do lado da base? Debuxa a gráfica da función que resulta.
12. Cunha folla de papel de 32 cm de longo e 22 cm de ancho recórtase un cadrado de 2 cm de lado en cada unha das esquinas, dóbrase e constrúese unha caixa. Cal é o volume da caixa? E se se recortan cadrados de 3 cm? Cal é o volume se o lado do cadrado recortado é *x*? Escribe a fórmula e debuxa a gráfica.
13. Constrúense boias unindo dous conos iguais pola base, sendo o diámetro da base de 90 cm. O volume da boia é función da altura "*a*" dos conos. Se queremos unha boia para sinalar a entrada de barcos a pedais bástanos cunha altura de 50 cm: que volume terá? Se é para barcos maiores precísase unha altura de 1.5 m: que volume terá? Escribe a expresión da función que calcula o volume en función da altura. Debuxa a súa gráfica..
14. O consumo de gasolina dun coche por cada 100 km vén representado mediante a gráfica. Utiliza a gráfica para explicar como varía o consumo de gasolina dependendo da velocidade do coche.
    a) Cal é a variable dependente?
    b) E a independente?
    c) Cal é o consumo para unha velocidade de 60 km/h?
    d) A que velocidade o consumo é de 6 l/100 km?



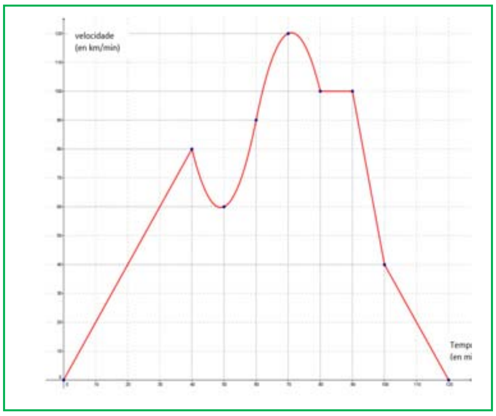

15. Ao estudar o crecemento dunha planta observamos que durante os primeiros 30 días faino moi á présa, nos 15 días seguintes o crecemento é máis lento e despois mantense coa mesma altura. Realiza un bosquexo da gráfica que relaciona o tempo coa altura acadada pola planta.
    Se temos máis información podemos mellorar o bosquexo. Por exemplo, fai a táboa e a gráfica no caso de que o crecemento da planta se axuste ás seguintes fórmulas (o tempo exprésase en días e a altura en centímetros):
    a) Durante os primeiros 30 días: altura = 4 · tempo. b) Nos 15 días seguintes: altura = 90 + tempo. c) A partir do día 45: altura = 135.

## Características dunha función

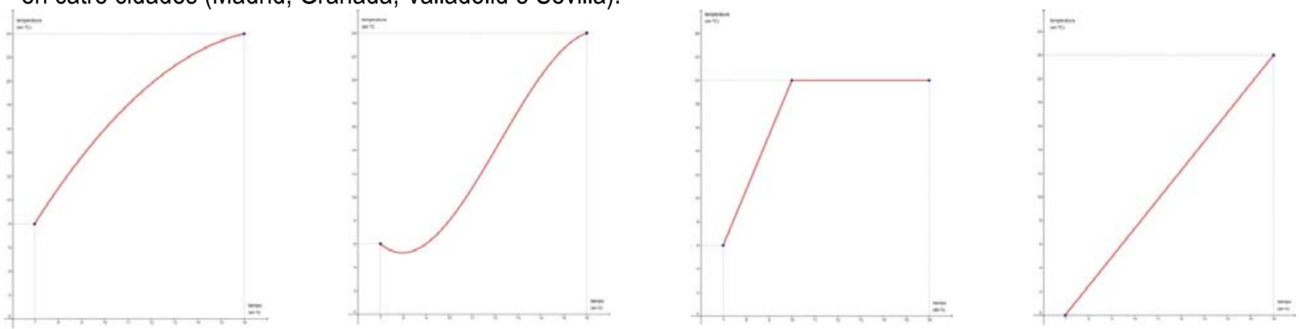
16. Xaquín chegou a un acordo co seu pai para recibir a súa paga. Cobrará 20 euros ao mes o primeiro ano e 5 euros máis por cada ano que pase. Canto lle corresponderá dentro de 7 anos? Fai unha táboa de valores e representa a súa gráfica. É continua? Indica os puntos de descontinuidade e o seu tipo. Busca unha fórmula que permita calcular a paga cando teñan pasado *n* anos.
17. Durante unha viaxe, a velocidade do coche varía dependendo do tipo de estrada, das condicións nas que se encontra, do

tempo meteorolóxico… a seguinte gráfica reflicte a velocidade dun vehículo en cada instante do traxecto que seguiu.

a) É funcional a relación de dependencia entre o tempo e a velocidade?
b) Cal é a variable independente? E a dependente?
c) A que velocidade ía cando levaba unha hora de viaxe? En que momentos ía a unha velocidade de 40 km/h?
d) Indica os intervalos nos que a velocidade aumentou e diminuíu. Foi constante nalgún momento? Cando? Durante canto tempo?
e) Cal foi a velocidade máxima acadada ao longo de todo a viaxe? En que momento se acadou? E durante a primeira hora da mesma?
f) Cal foi a velocidade mínima acadada ao longo de toda a viaxe? Cando se acadou? E entre a primeira media hora e a hora e media?




18. Ao entrar no aparcamento dun centro comercial atopamos un letreiro cos prezos que nos indican que 1 hora ou fracción custa 1.20 € e as dúas primeiras horas son gratis para os clientes con tarxeta de compra do centro. Fai unha táboa que relacione o tempo co importe pagado durante unha xornada completa (12 horas) nos casos dun cliente con tarxeta ou sen ela. Traza a gráfica e contesta ás preguntas: a) Que valores toma a variable dependente? E a independente? b) Podes unir os puntos da gráfica? Como se debe facer? c) Existen puntos de descontinuidade? Se a resposta é afirmativa, sinálaos e explica o seu significado.
19. As gráficas seguintes amosan a evolución, un día calquera, da temperatura acadada entre as 7 da mañá e as 4 da tarde en catro cidades (Madrid, Granada, Valladolid e Sevilla):



a) Explica a monotonía de todas as gráficas.
b) Nalgunha cidade a temperatura se mantivo constante durante todo o intervalo? E en parte del?
c) Que cidade cres que presenta un cambio de temperatura máis suave ao longo de toda a mañá?
d) Tendo en conta que en Madrid o incremento da temperatura foi sempre lineal, en Granada a temperatura mínima se acadou despois das 7 h, en Sevilla ás veces se mantivo constante, indica que gráfica corresponde a cada unha das cidades e explica cales foron as temperaturas máximas e mínimas en cada unha delas.

20. Unha viaxe realizada por un tren, nun certo intervalo da mesma, vén dada da seguinte forma: Durante as dúas primeiras horas, a distancia "*d*" (en quilómetros) ao punto de partida é: $2\cdot t + 1$, onde "*t*" é o tempo (en horas) de duración do traxecto. Entre a 2ª e 3ª hora, esta distancia vén dada por $-t + 7$. Entre a 3ª e 4ª hora, ambas as dúas inclusive, $d = 4$. Desde a 4ª e ata a 6ª (inclusive), a distancia axústase a $3\cdot t - 8$.
    a) Realiza unha táboa e unha gráfica que recolla a viaxe da forma máis precisa posible (para iso debes calcular, como mínimo, os valores da variable tempo nos instantes 0, 2, 3, 4 e 6).
    b) Explica se a relación anteriormente explicada entre a distancia percorrida e o tempo tardado en percorrela é funcional.
    c) A relación anterior, presenta algunha descontinuidade?
    d) En que momento a distancia ao punto de partida é de 7 km?
    e) Que indican os puntos de corte da gráfica cos eixes?
    f) Determina os intervalos onde a función é crecente, decrecente e constante.
    g) Encontra os puntos onde a función acada os seus máximos e mínimos relativos e absolutos. Interpreta o significado que poidan ter.
21. Representa graficamente as seguintes funcións, estudando nelas todas as características que se traballaron no capítulo: continuidade, monotonía, extremos, simetría e periodicidade.
    a) Valor absoluto dun número: $f(x) = |x|$, que se define: $|x| = \begin{cases} x, si\ x > 0 \\ -x, si\ x < 0 \end{cases}$.
    b) Oposto e inverso do número *x*: $f(x) = \frac{-1}{x}$.

## Tipos de funcións

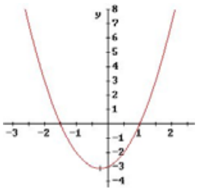
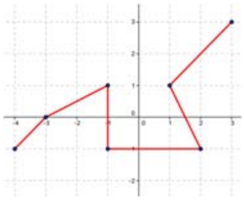
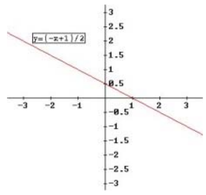
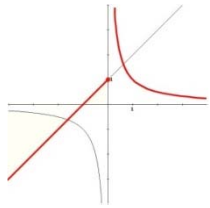
22. Escribe a ecuación da recta paralela a $y = 5x + 1$ de ordenada na orixe 6.
23. Sen representalos graficamente, di se están aliñados os puntos $A(2, 4)$, $B(6, 9)$ e $C(12, 15)$.
24. Debuxa no teu caderno, nun mesmo sistema coordenado, as rectas: $y = 2x$; $y = -2x$; $y = 3x$; $y = -3x$.
25. Debuxa no teu caderno, nun mesmo sistema coordenado, as rectas: $y = 2x + 1$; $y = 2x + 3$; $y = 2x - 1$; $y = 2x - 2$; $y = 2x - 3$. Como son?
26. Unha empresa de alugueiro de vehículos ofrece dúas fórmulas diferentes. Fórmula 1: Alúgao por 300 euros ao día con quilometraxe ilimitada. Fórmula 2: Alúgao por 200 euros ao día e 7 euros o quilómetro. Queremos facer unha viaxe de 10 días e mil quilómetros, canto nos custará con cada unha das fórmulas? Como non sabemos a quilometraxe exacta que acabaremos facendo, interésanos facer un estudo para saber a fórmula máis beneficiosa. Escribe as fórmulas de ambas as situacións e debuxa as súas gráficas. Razoa, a partir destas gráficas, que fórmula é máis rendible segundo o número de quilómetros que vaiamos facer.
27. Calcula a ecuación e debuxa a gráfica das rectas seguintes:
    a) A súa pendente é 3 e a súa ordenada na orixe é 5.
    b) Pasa polos puntos $A(1, 4)$ e $B(0, 9)$.
    c) A súa ordenada na orixe é 0 e a súa pendente é 0.
    d) Pasa polos puntos $C(-2, 7)$ e $D(-3, 10)$.
    e) Pasa polo punto $(a, b)$ e ten de pendente $m$.
28. Debuxa no teu caderno, sen calcular a súa ecuación, as rectas seguintes:
    a) De pendente 2 e ordenada na orixe 0.
    b) Pasa polos puntos $A(1, 3)$ e $B(2, 1)$.
    c) A súa pendente é 2 e pasa polo punto $(4, 5)$.
29. Calcula o vértice, o eixe de simetría e os puntos de intersección cos eixes das seguintes parábolas. Debuxa as súas gráficas.
    a) $y = x^2 + 8x - 13$ b) $y = -x^2 + 8x - 13$ c) $y = x^2 - 4x + 2$ d) $y = x^2 + 6x$ e) $y = -x^2 + 4x - 7$
30. Debuxa a gráfica de $y = 2x^2$. Fai un modelo. Determina o vértice das seguintes parábolas e utiliza o modelo para debuxar a súa gráfica:
    a) $y = 2x^2 + 8x - 12$ b) $y = -2x^2 + 8x - 10$ c) $y = 2x^2 - 4x + 2$ d) $y = 2x^2 + 6x$
    *Axuda:* $2x^2 + 8x - 12 = 2(x^2 + 4x - 6) = 2((x + 2)^2 - 4 - 6) = 2((x + 2)^2 - 10)$. Vértice $(-2, -10)$
31. Axusta unha función polinómica aos datos da táboa:

| $x$: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$: | 1 | 5 | 11 | 19 | 29 | 41 | 55 |

32. Debuxa as gráficas de: $y = 2/x$; $y = 4 + 2/x$; $y = 2/(x + 3)$; $y = 4 + 2/(x + 3)$. Indica en cada caso os puntos de descontinuidade e as asíntotas.
33. Debuxa as gráficas de: $y = 3^x$; $y = (1/3)^x$; $y = 3^{-x}$; $y = (1/3)^{-x}$; $y = 2 + 3^x$; $y = 3^{x+2}$.

## AUTOAVALIACIÓN

**1.** A única gráfica que non corresponde a unha función é:

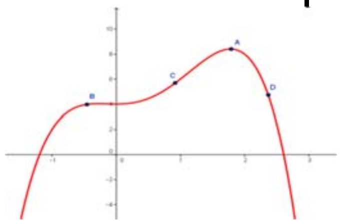
a)  b)  c)  d) 

**2.** A única táboa que non pode ser dunha relación funcional é:

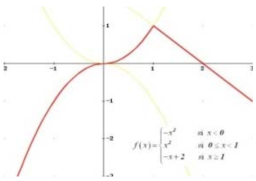
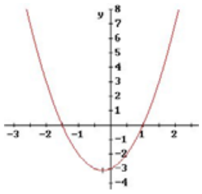
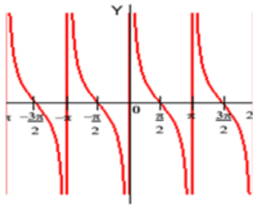
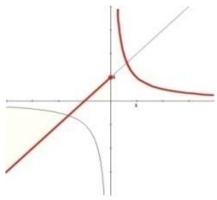
| | x | y | | x | y | | x | y | | x | y |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a) | 0 | 5 | b) | –1 | –2 | c) | –3 | 1 | d) | 0 | 1 |
| | 1 | 7 | | 0 | –2 | | –1 | 2 | | 1 | 2 |
| | 2 | 32 | | 1 | –2 | | 0 | 3 | | 4 | 3 |
| | 3 | 41 | | 2 | –2 | | 2 | 4 | | 0 | 4 |

**3.** O máximo absoluto da función acádase no punto:

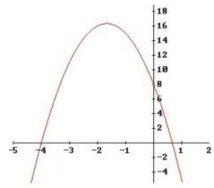
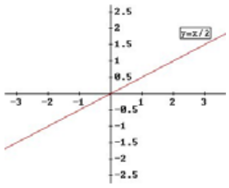
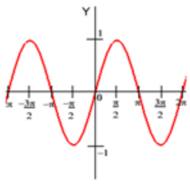
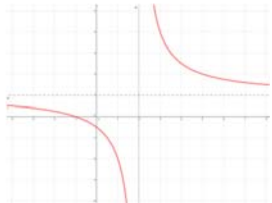
a) b) c) d)




**4.** A única gráfica que corresponde a unha función periódica é:

a)  b)  c)  d) 

**5.** A única gráfica que corresponde a unha función que é sempre crecente é:

1.  2.  3.  4. 

**6.** A única función afín que, ademais, é lineal é:

a) $y = –7x$ b) $y = 7x + 4$ c) $y = –4x + 7$ d) $y = –6x – 9$

**7.** A única función cuadrática é:

a) $y = –8x$ b) $y = 2x + 3$ c) $y = –2x^2 + 3x$ d) $y = –2x^3 – 3x$

**8.** A función cuadrática que ten o seu vértice no punto (2, 0) é:

a) $y = –2x^2$ b) $y = x^2 – 4x + 4$ c) $y = –2x^2 + 4x$ d) $y = –x^2 + 4x – 2$

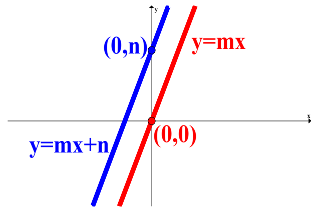
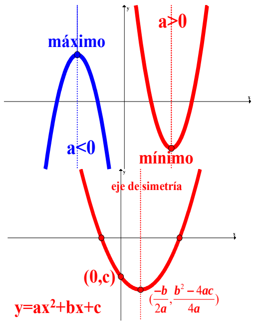
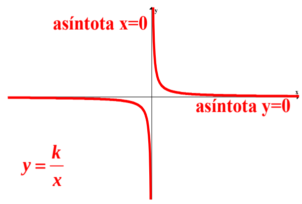
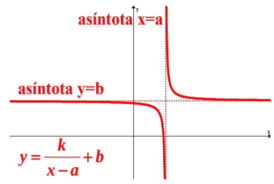
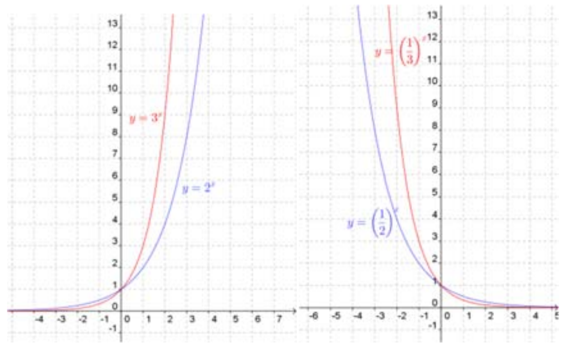
**9.** A hipérbole de asíntotas $x = 3$ e $y = 5$ é:

a) $y = 5 + 8/(x – 3)$ b) $y = 3 + 6/(x – 5)$ c) $y = –5 + 2/(x + 3)$ d) $y = 5 + 1/(x + 3)$

**10.** A única función exponencial é:

a) $y = x^7 + x^6$ b) $y = 3^x$ c) $y = 3^x + x^2$ d) $y = 1/3^x + x^2$

## RESUMO

| | | |
|---|---|---|
| **Función** | Relación entre dúas magnitudes de forma que a un valor calquera dunha lle facemos corresponder, como moito, un único valor da outra. | $y = 2x + 3$ |
| **Características das funcións** | Continuidade. Crecemento e decrecemento. Máximos e mínimos. Simetría. Periodicidade. | A recta $y = 2x + 3$ é continua, crecente, non ten máximos nin mínimos, nin é simétrica, nin periódica. |
| **Función polinómica de primeiro grao: Rectas:** <br> ***y = mx*** <br> ***y = mx + n*** | Represéntanse mediante rectas: <br> Hai dous tipos: <br> - **Funcións lineais ou de proporcionalidade directa**: $y = m \cdot x$, pasan pola orixe de coordenadas. <br> - **Funcións afíns**: $y = m \cdot x + n$, son translacións no eixe $y$, $n$ unidades. Pasan polo punto $(0, n)$. |   |
| **Función polinómica de segundo grao: Parábolas** <br> ***y = ax*²** ***+ bx + c*** | Represéntanse mediante **parábolas.** <br> **Vértice:** $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4 \cdot a \cdot c}{4a}\right)$ <br> Puntos de corte co eixe OX: $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$. <br> Punto de corte co eixe OY: $x = 0$, é o punto $(0, c)$ <br> **Eixe de simetría**: é a recta $x = \frac{-b}{2a}$. |   |
| **Función de proporcionalidade inversa: Hipérboles *y = k/x*** | $\lvert k \rvert$: afasta ou achega a curva á orixe de coordenadas. <br> **Dominio e percorrido:** $\Re - \{0\}$ <br> **Continuidade:** Descontinua en $x = 0$. <br> **Simetría:** Función impar. <br> **Asíntotas:** As rectas $x = 0$ e $y = 0$. |   |
| **Hipérboles** $y = \frac{k}{x-a} + b$ | Translación da hipérbole $y = \frac{k}{x}$ polo vector (*a*, *b*). <br> Dominio: $\Re - \{a\}$ Percorrido: $\Re - \{b\}$ <br> - Asíntotas: *x* = *a*; *e* = *b*. |   |
| **Función exponencial** | $y = b^x$. <br> Se $b > 1$ é crecente. <br> Se $0 < b < 1$ é decrecente. |   |

# CAPÍTULO 7: ESTATÍSTICA. AZAR E PROBABILIDADE

## ACTIVIDADES PROPOSTAS

## 1. ESTATÍSTICA

1) Queremos realizar un estudo estatístico sobre o tempo dedicado ao estudo polo alumnado de ESO de Madrid. Para iso selecciónanse adecuadamente 100 alumnos. Indica cal é a poboación, cal a mostra, que tamaño ten a mostra e quen sería un individuo.
2) Queres pasar unha enquisa para coñecer, o mesmo que no problema anterior, o tempo dedicado ao estudo, neste caso o dos compañeiros e compañeiras do teu centro escolar. Pasaríaslla só ás mozas? Só aos mozos? Preguntarías aos mellores da clase? Aos de peores notas? Indica o criterio que seguirías para seleccionar a mostra á que preguntar.
3) Copia no teu caderno e completa a seguinte táboa de frecuencias absolutas dos valores obtidos ao tirar un dado, coas frecuencias relativas e porcentaxes, e con frecuencias acumuladas absolutas e frecuencias relativas acumuladas.
4) Coa táboa de valores do exercicio anterior, debuxa no teu caderno o diagrama de frecuencias relativas, o polígono de frecuencias absolutas acumuladas e o diagrama de sectores.

| Resultados | Frecuencias absolutas |
|---|---|
| 1 | 17 |
| 2 | 12 |
| 3 | 17 |
| 4 | 15 |
| 5 | 21 |
| 6 | 14 |

5) Fai un estudo estatístico preguntando aos teus compañeiros e compañeiras de clase sobre o número de libros que len ao mes. Confecciona unha táboa e represéntaa nun diagrama de rectángulos, un polígono de frecuencias e un diagrama de sectores.
6) Selecciona unha mostra entre os teus compañeiros e compañeiras e realiza un estudo estatístico sobre o deporte que máis lle gusta a cada un. Fai a representación que sexa máis sinxela de interpretar.
7) Dadas as temperaturas nunha cidade a unha hora determinada o día 1 de cada mes tense a seguinte táboa:

| | Xaneiro | Febreiro | Marzo | Abril | Maio | Xuño | Xullo | Agosto | Setembro | Outubro | Novembro | Decembro |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Temperatura | –2 | 5 | 8 | 9 | 11 | 13 | 27 | 33 | 21 | 14 | 9 | 4 |

**a)** Calcula a temperatura media, a moda e a mediana.

b) Utiliza o ordenador para comprobar o resultado.

8) Calcula a media, a mediana e a moda das distribucións seguintes:
   a) 2, 3, 4, 5, 7, 9, 9, 1 000 b) 2, 3, 4, 5, 7, 9, 9, 10 c) 0, 0, 4, 5, 7, 9, 9, 100, 200

Utiliza o ordenador para comprobar os resultados.

Observa en cada caso como inflúen os valores extremos. Inflúen na moda? E na mediana? E na media?

9) Lanzouse un dado 100 veces e confeccionouse a seguinte táboa de frecuencias absolutas:

| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_i$ | 18 | 16 | 14 | 16 | 16 | 20 |

a) Calcula a media, moda e mediana.
b) Utiliza o ordenador para comprobar os resultados.

10) Lanzamos 2 dados e sumamos os valores obtidos. Repetimos o experimento 1000 veces e obteremos a seguinte táboa de frecuencias absolutas.

| $x_i$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_i$ | 24 | 65 | 73 | 81 | 158 | 204 | 148 | 79 | 68 | 59 | 41 |

a) Calcula a media, a mediana e a moda.
b) Utiliza o ordenador para comprobar os resultados.
c) Repite ti os lanzamentos, agora só dez veces, e calcula de novo a media, a mediana e a moda.

11) Utiliza o ordenador para calcular a media, a mediana e a moda da seguinte táboa de frecuencias absolutas, que indica o número de fillos que teñen 200 familias entrevistadas:

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_i$ | 14 | 65 | 73 | 27 | 9 | 6 | 2 | 1 | 0 | 2 | 1 |

12) Dadas as temperaturas nunha cidade dun exercicio anterior:

| Meses | Xaneiro | Febreiro | Marzo | Abril | Maio | Xuño | Xullo | Agosto | Setembro | Outubro | Novembro | Decembro |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Temperatura | –2 | 5 | 8 | 9 | 11 | 13 | 27 | 33 | 21 | 14 | 9 | 4 |

a) Calcula o percorrido, a varianza, a desviación típica, os cuartís e o percorrido intercuartílico.
b) Utiliza o ordenador para comprobar os resultados.

13) Calcula o percorrido, a varianza, a desviación típica, os cuartís e o percorrido intercuartílico das distribucións seguintes:
   a) 2, 3, 4, 5, 7, 9, 9, 1 000 b) 2, 3, 4, 5, 7, 9, 9, 10 c) 0, 0, 4, 5, 7, 9, 9, 100, 200

Utiliza o ordenador para comprobar os resultados.

14) Utiliza o ordenador para debuxar o histograma da actividade 11.

15) Coñécense as cantidades de residuos sólidos recollidos en m[3]/semana durante 12 semanas dunha urbanización: 23, 27, 30, 34, 38, 21, 30, 33, 36, 39, 32, 24. Escribe no teu caderno unha táboa de frecuencias absolutas con catro intervalos: [20, 25), [25, 30), [30, 35) e [35, 40). Calcula as marcas de clase. Debuxa o histograma de frecuencias absolutas. Calcula a media e a desviación típica. Calcula graficamente a mediana e os cuartís.

16) Fai un estudo estatístico preguntando aos teus compañeiros e compañeiras de clase sobre o número de libros que len ao mes. Confecciona unha táboa e represéntaa nun diagrama de rectángulos, un polígono de frecuencias e un diagrama de sectores.

## 2. DATOS BIDIMENSIONAIS

17) Coa táboa de valores do exemplo, constrúe a táboa de frecuencias absolutas e relativas da variable *X* ("Cor de pelo") e a variable Y ("Cor de ollos") por separado, como variables unidimensionais.

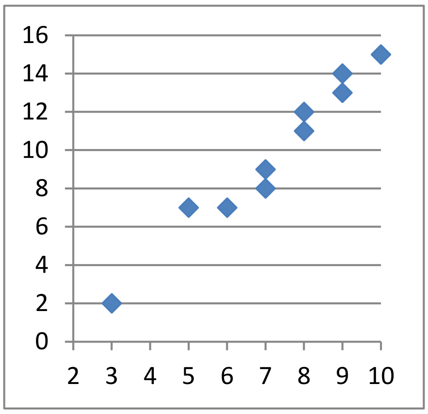
18) Completa a seguinte táboa e exprésaa en forma de táboa de dobre entrada, primeiro con frecuencias relativas e logo con frecuencias absolutas.

| $(x_i, y_i)$ | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|---|---|---|
| (0, 1) | 12 | |
| (1, 2) | 14 | |
| (2, 3) | 14 | |

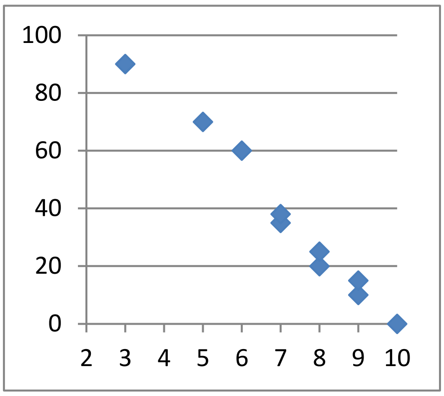
19) Completa a seguinte táboa de frecuencias conxunta e exprésaa en frecuencias de pares $(x_i, y_i)$, tanto con frecuencias relativas como absolutas.

20) María calculou os coeficientes de correlación das tres nubes de puntos adxuntas e obtivo: –0.05, 0.98 e –0.99, pero agora non recorda cal é de cada unha. Podes axudala a decidir que coeficiente corresponde con cada nube?

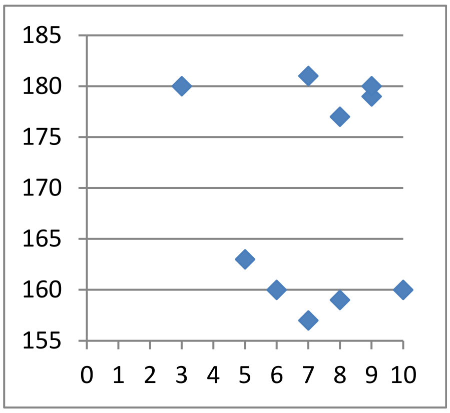
A




B




C




21) Fai unha enquisa entre os teus compañeiros de clase. Con ela vas realizar un traballo de investigación e presentar un informe. Elixe con coidado as preguntas. Vas preguntar a cada un dos teus compañeiros seleccionados, a mostra, dúas preguntas, como por exemplo o que mide a súa man e a súa nota en lingua, pero a ti poden interesarche outras cuestións moi distintas.

O primeiro que vas facer é tabular as respostas e confeccionar dúas táboas de frecuencias absolutas. Logo completa esas mesmas táboas coas frecuencias relativas e as frecuencias acumuladas. Fai representacións gráficas desas frecuencias: de barras, de liñas, de sectores.

Calcula as medias, modas e medianas así como o percorrido, a desviación típica, os cuartís, o intervalo intercuartílico… Representa os datos nunha táboa de dobre entrada e debuxa a nube de puntos. Calcula o coeficiente de correlación. Presenta un informe deste traballo.

## 3. AZAR E PROBABILIDADE

22) Indica se son, ou non, fenómenos aleatorios:
   a) A superficie das comunidades autónomas españolas.
   b) Anotar o sexo do próximo bebé nacido nunha clínica determinada.
   c) A área dun cadrado do que se coñece o lado.
   d) Tirar tres dados e anotar a suma dos valores obtidos.
   e) Saber se o próximo ano é bisesto.

23) Escribe o conxunto de posibles resultados do experimento aleatorio: "*Escribir en cinco tarxetas cada unha das vogais e sacar unha ao azar*".
24) Escribe o conxunto de posibles resultados do experimento aleatorio: "Tirar unha chincheta e anotar se cae de punta ou non".
25) Inventa dous sucesos do experimento aleatorio: Tirar dúas moedas.
26) No xogo de lotaría, indica dous sucesos respecto á cifra das unidades do primeiro premio.
27) Escribe tres sucesos aleatorios do experimento aleatorio sacar unha carta dunha baralla española.
28) Calcula a probabilidade de que ao sacar unha carta da baralla sexa unha espada.
29) Para saber a probabilidade de que un recén nado sexa zurdo, basearíaste no estudo das frecuencias relativas ou asignaríala por simetría?
30) Cal é a probabilidade de non sacar un 5 ao tirar un dado? E de non sacar un múltiplo de 3? E de non sacar un número menor que 2?
31) Ao tirar unha moeda dúas veces, cal é a probabilidade de non sacar ningunha cara? E de sacar polo menos unha cara? Observa que sacar polo menos unha cara é o suceso contrario de non sacar ningunha cara.
32) No teu caderno fai un diagrama en árbore similar ao anterior cos sucesos A e B: A = sacar un as na primeira extracción (non A = non sacalo), e B = sacar un as na segunda extracción (non B = non sacalo). Cal é a probabilidade de sacar as na segunda extracción condicionado a non telo sacado na primeira? E a de non sacar as na segunda extracción condicionado a non telo sacado na primeira? Cal é a probabilidade de sacar dous ases? E a de sacar un só as?
33) No diagrama de árbore anterior indica cal é a probabilidade de "non saen 2 ases" e a de "non b sae ningún as".
34) No experimento "sacar tres cartas seguidas", cal é a probabilidade de sacar tres ases? Primeiro con substitución, e logo sen substitución.
35) Ao tirar dúas veces un dado calcula a probabilidade de que saia un seis dobre.
36) Ao tirar dúas veces un dado calcula a probabilidade de sacar polo menos un 6. Axuda: Quizais che sexa máis doado calcular a probabilidade de non sacar ningún 6, e utilizar o suceso contrario.
37) Lanzamos dous dados que non estean trucados e anotamos os números da súa cara superior. Consideramos o suceso A que a suma das dúas caras sexa 8, e o suceso B que eses números difiran en dúas unidades. a) Comproba que p(A) = 5/36 (2 + 6; 3 + 5; 4 + 4; 5 + 3; 6 + 2) e que p(B) = 8/36 ((1, 3), (2, 4), …). b) Calcula as probabilidades de: p(A e B); p(A ou B); p(A e non B); p(non A e B); p(non A e non B). c) Calcula p(A/B); p(A/non B); p(non A/B).
38) Debuxa no teu caderno un diagrama en árbore para tres incendios e calcula a probabilidade de que polo menos un teña sido intencionado sendo p(I) = 0.7.
39) Nunha aeronave instaláronse tres dispositivos de seguridade: A, B e C. Se falla A ponse B en funcionamento e, se tamén falla B, empeza a funcionar C. As probabilidades de que funcione correctamente cada dispositivo son: p(A) = 0.95; p(B) = 0.97 e p(C) = 0.98. a) Calcula a probabilidade de que fallen os tres dispositivos. b) Calcula a probabilidade de que todo vaia ben.
40) Unha fábrica de bonecas desbota normalmente o 0.5 % da súa produción por fallos debidos ao azar. Calcula a probabilidade de que: a) ao coller dúas bonecas ao azar haxa que desbotar ambas as dúas. b) ao coller dúas bonecas ao azar haxa que desbotar só unha. c) ao coller dúas bonecas ao azar non haxa que desbotar ningunha d) Verificamos 4 bonecas, calcula a probabilidade de desbotar unicamente a terceira boneca elixida.
41) Lanzamos unha moeda ata que apareza dúas veces seguidas do mesmo lado. Calcula as probabilidades de que: A) A experiencia termine ao segundo lanzamento. B) Termine ao terceiro lanzamento. C) Termine no cuarto. D) Termine como moito no cuarto lanzamento (é dicir, que termine no segundo ou no terceiro ou no cuarto lanzamentos).

42) Fíxose un estudo estatístico sobre accidentes de tráfico e determináronse as seguintes probabilidades reflectidas na táboa de continxencia:

| | Accidente en estrada (C) | Accidente en zona urbana (U) | Totais |
|---|---|---|---|
| Accidente con vítimas (V) | 0.27 | | 0.56 |
| Accidente con só danos materiais (M) | | | |
| Totais | 0.58 | | 1 |

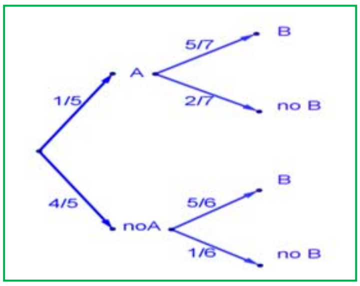
a) Copia a táboa no teu caderno e complétaa.
b) Determina as seguintes probabilidades: p(V e C); p(V e U); p(M e C); p(M e U); p(V); p(M); p(C) e p(U).
c) Calcula p(U/V); p(C/V); p(V/U); p(V/C). Son dependentes ou independentes os sucesos: accidente con vítimas e accidente en estrada?

43) Inventa unha táboa de continxencia considerando que os accidentes poidan ser de estrada (C) ou urbanos (U) pero que agora clasificamos en leves (L), graves (G) ou mortais (M). Observa que o fundamental para confeccionar a táboa é que os sucesos sexan incompatibles dous a dous.

44) Dada a táboa de continxencia, constrúe dous diagramas de árbore.

| | A | Non A | |
|---|---|---|---|
| B | 0.4 | 0.2 | 0.6 |
| Non B | 0.15 | 0.25 | 0.4 |
| | 0.55 | 0.45 | 1 |

45) Dado o diagrama de árbore, constrúe a táboa de continxencia, e despois o outro diagrama de árbore.




46) Temos dúas urnas, A e B. A primeira con 8 bólas brancas e 2 bólas negras. A segunda con 4 bólas brancas e 6 bólas negras. Sácase unha bóla ao azar dunha das dúas urnas, elixida tamén ao azar, e resulta ser negra. Cal é a probabilidade de que proceda da urna A?

47) Estase estudando un tratamento cun novo medicamento, para o que se seleccionan 100 enfermos. 60 son tratados co medicamento e 40 cun placebo. Os valores obtidos represéntanse na táboa adxunta?

| | Medicamento (M) | Placebo (non M) | |
|---|---|---|---|
| Curados (C) | 50 | 30 | 80 |
| No curados (non C) | 10 | 10 | 20 |
| | 60 | 40 | 100 |

Utilízanse eses valores para asignar probabilidades. Calcula:
a) A probabilidade de que un enfermo curado teña sido tratado co medicamento. *Axuda*: p(M/C)
b) A probabilidade de que un enfermo curado teña sido tratado co placebo. *Axuda*: p(non M/C).

## CURIOSIDADES E REVISTA

### Cabaleiro da *Meré*

Calcula as probabilidades de: A) "sacar polo menos un 6 en 4 tiradas dun dado". B) Ao tirar dous dados "sacar polo menos un 6 dobre en 24 xogadas".

### *Galileo*

Ao tirar tres dados, por que é máis probable obter que a suma das caras superiores sexa 10, a que sexa 9? Calcula as probabilidades de cada unha das sumas e a de sacar 10 e a de sacar 9.

# EXERCICIOS E PROBLEMAS

## Estatística

1. Nunha clase mírase a cor dos ollos de cada alumno e alumna e obtense o seguinte:

N := negro; A := azul e V := verde.

N, N, A, V, N, V, A, N, A, N, V, A, A, N, N, N, V, A, N, N, A, N, V, N, N, A, N, A, N, N.

Fai unha táboa de frecuencias absolutas, representa os valores nun diagrama de sectores e calcula a moda.

2. As notas dun conxunto de alumnos de 4º son:

2, 10, 7, 8, 1, 0, 3, 5, 6, 9, 2, 4, 1, 6, 9, 10, 5, 6, 7, 8, 3, 1, 0, 1, 5, 9, 10, 9, 8, 7.

a) Fai unha táboa de frecuencias absolutas, frecuencias relativas, frecuencias acumuladas absolutas e frecuencias relativas acumuladas.
b) Calcula a media, a mediana e a moda.
c) Calcula a desviación típica e os cuartís.

3. Preguntouse a 40 alumnos polo número de irmáns que tiñan e obtívose

| Número de irmáns | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 ou máis |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Número de veces | 5 | 15 | 7 | 6 | 4 | 2 | 1 |

a) Representa un diagrama de barras de frecuencias absolutas e un diagrama de liñas de frecuencias relativas.
b) Calcula a media, a mediana e a moda.

4. Lanzáronse catro moedas 100 veces e anotouse o número de veces que saíu cara. Os resultados están reflectidos na táboa seguinte:

| Número de caras | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| Número de veces | 7 | 25 | 36 | 26 | 6 |

a) Escribe no teu caderno unha táboa de frecuencias absolutas, frecuencias relativas, frecuencias acumuladas absolutas e frecuencias relativas acumuladas. b) Representa un diagrama de barras de frecuencias absolutas acumuladas, un diagrama de liñas de frecuencias relativas e un diagrama de sectores de frecuencias absolutas. c) Calcula a media e a desviación típica. d) Calcula a mediana e os cuartís.

5. Para coñecer a distribución nun certo país das persoas segundo a súa idade recolleuse unha mostra de dez mil persoas e os valores obtidos veñen reflectidos na táboa seguinte:

| Idades | [0, 5) | [5, 10) | [10, 15) | [15, 25) | [25, 35) | [35, 45) | [45, 55) | [55, 65) | [65,100) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Número de persoas | 900 | 1 000 | 900 | 1 500 | 1 300 | 1 200 | 1 300 | 900 | 1 000 |

a) Utiliza as marcas de clase e escribe no teu caderno unha táboa de frecuencias absolutas, frecuencias relativas, frecuencias acumuladas absolutas e frecuencias relativas acumuladas. b) Representa un histograma de frecuencias absolutas. *Coidado*: os intervalos non son todos iguais. *Recorda: a* área dos rectángulos debe ser proporcional ás frecuencias. c) Calcula a media e a desviación típica. d) Calcula a mediana e os cuartís de forma gráfica usando un histograma de frecuencias absolutas acumuladas.

6. Cos datos do problema anterior calcula o intervalo [media – desviación típica, media + desviación típica]. Cantas persoas están nese intervalo? Que porcentaxe? Calcula tamén o intervalo [media – 2*desviación típica, media + 2*desviación típica] e [media – 3*desviación típica, media + 3*desviación típica]. Se a distribución fose normal habería no primeiro intervalo un 68 % da mostra, no segundo un 95 % e no terceiro máis dun 99.7 %. Compara os teus resultados con estes.
7. Cos mesmos datos calcula o percorrido intercuartílico, e indica cantas persoas están nese intervalo e que porcentaxe.
8. Unha compañía de seguros desexa establecer unha póliza de accidentes. Para iso, selecciona ao azar a 200 propietarios e pregúntalles cantos euros gastaron en reparacións do automóbil. Agrupáronse en intervalos os valores da variable obtidos:

| Euros | [0, 100) | [100, 200) | [200, 400) | [400, 600) | [600, 800) | [800, 3000) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Número de persoas | 40 | 30 | 20 | 40 | 50 | 20 |

a) Calcula as marcas de clase e escribe no teu caderno unha táboa de frecuencias absolutas, frecuencias relativas, frecuencias acumuladas absolutas e frecuencias relativas acumuladas.
b) Representa un histograma de frecuencias relativas. *Coidado*: os intervalos non son todos iguais.
c) Calcula a media e a desviación típica.
d) Calcula a mediana e os cuartís de forma gráfica usando un histograma de frecuencias absolutas acumuladas.

9. Dous fabricantes de baterías de coches ofrecen o seu produto a unha fábrica ao mesmo prezo. A fábrica quere elixir a mellor. Para iso escolle unha mostra de 60 baterías de cada marca e obtén de cada unha os meses que funcionou sen avariarse. Obtén a seguinte táboa:

| Vida da batería en meses | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 | 32 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Marca A | 2 | 7 | 13 | 16 | 12 | 8 | 2 |
| Marca B | 1 | 4 | 17 | 20 | 15 | 3 | 0 |

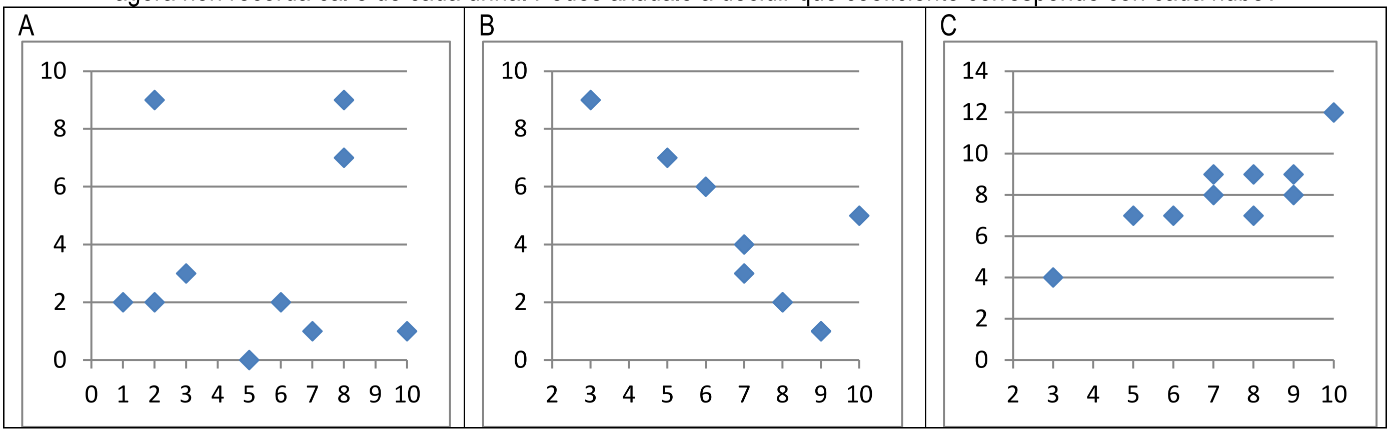
Que marca cres que elixirá?
Para tomar a decisión, calcula a media, a moda e a mediana para cada marca.
Se aínda non te decides, calcula o percorrido, a desviación típica, o intervalo [*m* – *s*, *m* + *s*] e o percorrido intercuartílico.

10. Fai un traballo. Pasa unha enquisa aos teus compañeiros e compañeiras da clase. Failles unha pregunta con datos numéricos, como por exemplo, canto mide a súa man, que número de zapato calzan, o número de libros que le nun mes, o número de horas que ve a televisión á semana, diñeiro que gasta ao mes en comprar música… Representa os datos obtidos nunha táboa e fai un estudo completo. Podes utilizar o ordenador:

a) Escribe no teu caderno unha táboa de frecuencias absolutas, frecuencias relativas, frecuencias acumuladas absolutas e frecuencias relativas acumuladas.
b) Debuxa un diagrama de barras, un diagrama de liñas e un diagrama de sectores.
c) Calcula a media, a mediana e a moda.
d) Calcula a varianza e a desviación típica.
e) Calcula os cuartís e o percorrido intercuartílico.
f) Reflexiona sobre os resultados e escribe un informe.

## Coeficiente de correlación

11. Andrés calculou os coeficientes de correlación das tres nubes de puntos adxuntas e obtivo: –0.8, 0.85 e 0.03, pero agora non recorda cal é de cada unha. Podes axudalo a decidir que coeficiente corresponde con cada nube?




## Probabilidade

12. Nun colexio selecciónase un grupo de 200 estudantes dos cales todos estudan francés ou inglés. Deles 150 estudan inglés e 70 estudan francés. Cantos estudan francés e inglés? Noutro centro escolar estúdanse varios idiomas: francés, inglés, alemán, italiano. Selecciónanse tamén 200 estudantes dos cales, 150 estudan inglés, 70 francés e 40 ambos os idiomas, cantos estudantes dese centro non estudan nin francés nin inglés?
13. Lanzamos un dado. Calcula a probabilidade de: a) Sacar un número impar. b) Non sacar un 3. c) Sacar un número maior que 3. d) Sacar un número maior que 3 e que sexa impar. e) Sacar un número maior que 3 ou ben que sexa impar.
14. Nunha clase hai 24 alumnos e 14 alumnas. A metade das alumnas e a terceira parte dos alumnos teñen os ollos azuis. Elíxese un estudante ao azar. A) Calcula a probabilidade de que sexa mozo e teña os ollos azuis. B) Calcula a probabilidade de que sexa mozo ou teña os ollos azuis.
15. Antón, Xoán e Xurxo teñen unha proba de natación. Antón e Xoán teñen a mesma probabilidade de gañar, é o dobre da probabilidade de Xurxo. Calcula a probabilidade de que gañen Xoán ou Xurxo.
16. Lanzamos dúas moedas distintas, unha de 50 céntimos e outra dun euro. Calcula a probabilidade de que: A) na moeda dun euro saia cara. B) Saia unha cara. C) Saia polo menos unha cara. D) non saia ningunha cara. E) Saian unha cara e unha cruz.
17. Lanzamos tres moedas. Calcula as probabilidades de: A) non saia ningunha cara. B) Saia polo menos unha cara. C) Saian dúas caras e unha cruz.
18. Lanzamos dous dados e anotamos os valores das caras superiores. Calcula as probabilidades de que a suma sexa 1, sexa 2, sexa 3, …. sexa 12.

19. Que é máis probable ao tirar tres dados, que a suma das súas caras superiores sexa 9 ou sexa 10? Escribe o suceso “sexa 9” e o suceso “sexa 10” e calcula as probabilidades dos seus sucesos elementais. Sabes xa máis que *Galileo*!
20. Lanzamos á vez unha moeda e un dado. Chama A ao suceso “Saia cara e un número par”, B ao suceso “Saia cruz e un número primo” e C ao suceso “saia un número primo”. Calcula as probabilidades de A, B e C. Como son estes sucesos? Indica cales deles son compatibles e cales son incompatibles.
21. Lanzamos unha moeda 50 veces, que é máis probable, obter 50 caras seguidas ou obter nas primeiras 25 tiradas cara e nas 25 seguintes cruz? Razoa a resposta.
22. Unha moeda está trucada. A probabilidade de obter cara é dobre que a de obter cruz. Calcula as probabilidades dos sucesos obter cara e obter cruz ao tirar a moeda.
23. Tres mozos e dúas mozas xogan un torneo de xadrez. Todos os mozos teñen idéntica probabilidade de gañar e todas as mozas, tamén. Pero a probabilidade de gañar unha moza é o dobre da de gañar un mozo. Calcula a probabilidade de que un mozo gañe o torneo.
24. Sete parellas de noivos están nunha habitación. Selecciónanse dúas persoas ao azar. Calcula a probabilidade de: a) Sexan un mozo e unha moza. b) Sexan unha parella de noivos. Agora elíxense 4 persoas ao azar. Calcula a probabilidade de: c) Haxa polo menos unha parella de noivos. d) Non haxa ningunha parella de noivos.
25. Temos un dado trucado de forma que os números impares teñen unha probabilidade dobre á dos números pares. Calcula as probabilidades de: A) Saia un número impar. B) Saia un número primo. C) Saia un número primo impar. D) Saia un número que sexa primo ou sexa impar.
26. Nun grupo de 12 amigas hai 3 louras. Elíxense dúas mozas ao azar. Calcula a probabilidade de que: A) Ambas sexan louras. B) Polo menos unha sexa loura. C) Ningunha sexa loura. D) Unha sexa loura e a outra non.
27. Lanzamos dous dados e anotamos os valores das caras superiores. Calcula as probabilidades de que: A) os números obtidos sexan iguais. B) os números obtidos difiran en 3 unidades. C) os números obtidos sexan pares.
28. Lanzamos unha moeda ata que saia cara. Calcula a probabilidade de que: A) Saia cara antes do cuarto lanzamento. B) Saia cara despois do oitavo lanzamento.
29. Un lote de 20 artigos ten 2 defectuosos. Sácanse 4 ao azar, cal é a probabilidade de que ningún sexa defectuoso?
30. Lánzanse dous dados e a suma das caras superiores é 7. Cal é a probabilidade de que nun dos dados saíse un 3?
31. Téñense 3 caixas, A, B e C. A caixa A ten 10 bólas das cales 4 son negras. A caixa B ten 6 bólas cunha bóla negra. A caixa C ten 8 bólas con 3 negras. Cóllese unha caixa ao azar e desa caixa sácase unha bóla, tamén ao azar. Comproba que a probabilidade de que a bóla sexa negra é 113/360.
32. Temos unha moeda trucada cuxa probabilidade de obter cara é 3/5 e a de cruz é 2/5. Se sae cara escóllese ao azar un número do 1 ao 8 e, se sae cruz, escóllese un número do 1 ao 6. Calcula a probabilidade de que o número escollido sexa impar.
33. . Nun proceso de fabricación de móbiles detéctase que o 2 % saen defectuosos. Utilízase un dispositivo para detectalos que resulta que detecta o 90 % dos móbiles defectuosos pero sinala como defectuoso un 1 % que non o é. A) Calcula a probabilidade de que sexa correcto un móbil que o dispositivo cualificou como defectuoso. B) Calcula a probabilidade de que sexa defectuoso un móbil que o dispositivo cualificou como correcto. *Axuda*: Utiliza primeiro un diagrama en árbore e logo unha táboa de continxencia.

## AUTOAVALIACIÓN

Cos datos seguintes, 1, 5, 2, 8, 9, 4, 7, 7, 5, 7, calcula:

1. A media:

   a) 5 b) 5.5 c) 6 d) 7

2. A mediana:

   a) 5 b) 5.5 c) 6 d) 7

3. A moda:

   a) 5 b) 5.5 c) 6 d) 7

4. A desviación típica:

   a) 2 b) 2.3 c) 2.5 d) 2.6

5. O percorrido intercuartílico

   a) 3 b) 2.75 c) 4 d) 2

6. Ao tirar dous dados, a probabilidade de sacar polo menos un 5 é:

   a) 5/6 b) 11/36 c) 25/36 d) 30/36

7. Ao tirar 3 moedas, a probabilidade de sacar exactamente dúas caras é:

   a) 1/2 b) 3/4 c) 3/8 d) 5/8

8. Ao tirar 3 moedas, a probabilidade de sacar polo menos dúas caras é:

   a) 1/2 b) 3/4 c) 3/8 d) 5/8

9. Sacamos unha carta dunha baralla de 40 cartas, a probabilidade de que sexa un ouro ou un múltiplo de 2 é:

   a) 22/40 b) 19/40 c) 36/40 d) 3/4

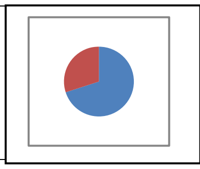
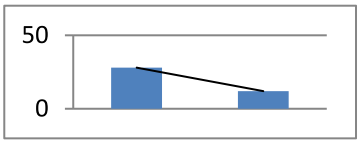
10. Indica cal das afirmacións seguintes é **sempre** correcta:

    a) P(A) + P(non A) = 1

    b) P(A e B) = P(A) · P(B)

    c) P(A ou B) = P(A) + P(B)

## RESUMO

<table>
<tr><th>Noción</th><th>Definición</th><th>Exemplos</th></tr>
<tr><td>Poboación e mostra</td><td>Poboación: Todo o conxunto de individuos sobre o que se fai o estudo. Mostra: Unha parte desa poboación.</td><td>Para coñecer a intención de voto, a poboación é todo o país, e selecciónase unha mostra.</td></tr>
<tr><td>Frecuencia absoluta, relativa e acumulada</td><td>Frecuencia absoluta: Número de veces que se obtivo ese resultado. Frecuencia relativa: Obtense dividindo a frecuencia absoluta polo número total. Frecuencia acumulada: Obtense sumando as frecuencias anteriores.</td><td><table><tr><th></th><th>Fr. Absoluta</th><th>Fr. Relativa</th><th>Fr. Acumulada Absoluta</th></tr><tr><td>A</td><td>28</td><td>0.7</td><td>28</td></tr><tr><td>B</td><td>12</td><td>0.3</td><td>40</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Gráficos estatísticos</td><td>Diagrama de barras<br>Diagrama de liñas<br>Diagrama de sectores<br></td><td></td></tr>
<tr><td>Media</td><td>Media = m = ($x_1 + x_2 + \ldots + x_n$)/$n$</td><td>Con: 8, 4, 6, 10 e 10. Media = 38/5 = 7.6</td></tr>
<tr><td>Moda</td><td>É o valor máis frecuente.</td><td>10</td></tr>
<tr><td>Mediana</td><td>Deixa por debaixo a metade.</td><td>4 < 6 < 8 < 10 = 10. Me = 8.</td></tr>
<tr><td>Varianza e Desviación típica</td><td>Varianza = $\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n} - m^2$ . s = $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n} - m^2}$</td><td>Varianza = 5.4.<br>s = 2.33.</td></tr>
<tr><td>Cuartís</td><td>Q1 deixa por debaixo a cuarta parte. Q3 deixa por debaixo as tres cuartas partes. Intervalo intercuartil = Q3 – Q1.</td><td>Q1 = 6; Q3 = 10;<br>Intervalo intercuartil = Q3 – Q1 = 4.</td></tr>
<tr><td>Histograma</td><td>A área de cada rectángulo é proporcional á frecuencia.</td><td></td></tr>
<tr><td>Correlación</td><td>O coeficiente de correlación, ρ, mide a relación entre dúas variables. É un número entre –1 e 1.</td><td>ρ = 1 → correlación perfecta positiva.<br>ρ = –1 → correlación perfecta negativa.<br>ρ = 0 → correlación nula.<br>ρ ∈ (0, 1) → correlación positiva.<br>ρ ∈ (–1, 0) → correlación negativa.</td></tr>
<tr><td>Suceso</td><td>Ao realizar un experimento aleatorio existen varios posibles resultados ou sucesos posibles.<br>Un suceso é un subconxunto do conxunto de posibles resultados.</td><td>Tiramos un dado.<br>Posibles resultados = {1, 2, 3, 4, 5, 6}<br>Suceso obter múltiplo de 3 = {3, 6}</td></tr>
<tr><td>Probabilidade</td><td>Límite ao que tenden as frecuencias relativas.<br>Se os sucesos elementais son equiprobables entón:<br>p = casos favorables / casos posibles.</td><td>P(5) = 1/6.<br>P(sacar múltiplo de 3) = 2/6</td></tr>
<tr><td>Asignación de probabilidades</td><td>Suceso contrario: p(X) + p(non X) = 1.<br>Sucesos dependentes: p(A e B) = p(A) · p(B/A).<br>Sucesos compatibles: P(A ou B) = p(A) + p(B) – p(A e B).</td><td>P(no 5) = 1 – 1/6 = 5/6.<br>P(5 ou múl. 3) = 1/6 + 2/6 = 3/6<br>P sacar primeiro un 5 e logo múltiplo de 3 = 1/6·2/6 = 2/36</td></tr>
</table>