Matemáticas Académicas
4ºB ESO
Capítulo 5: Inecuaciones

Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos

www.apuntesmareaverde.org.es

Realizados por:

Eduard Ionut

Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

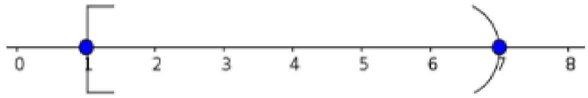
Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

ACTIVIDADES PROPUESTAS

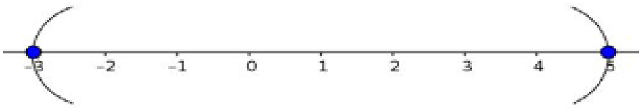
1. INTERVALOS

1. Escribe los siguientes intervalos mediante conjuntos y represéntalos en la recta real:

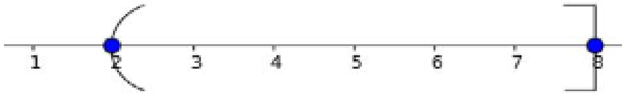
a) [1, 7) $\rightarrow \{x \in R;\ 1 \le x < 7\}$



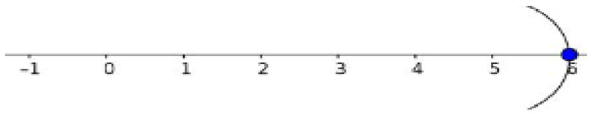
b) (-3, 5) $\rightarrow \{x \in R;\ -3 < x < 5\}$



c) (2, 8] $\rightarrow \{x \in R;\ 2 < x \le 8\}$



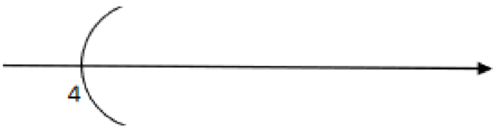
d) $(-\infty, \mathbf{6})$ $\rightarrow \{x \in R;\ x < 6\}$



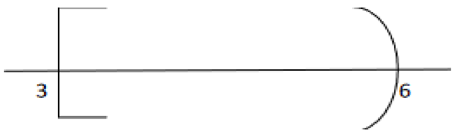
2. Representa en la recta real y escribe en forma de intervalo:

a) 2 < x < 5 $\rightarrow (2, 5)$

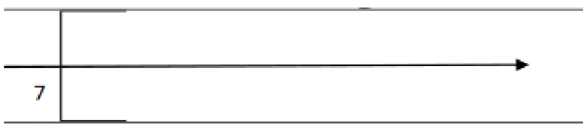
b) 4 < x $\rightarrow (4, \infty)$



c) 3 ≤ x < 6 $\rightarrow [\mathbf{3}, \mathbf{6})$



d) x ≥ 7 $\rightarrow [\mathbf{7}, \infty)$



2. INECUACIONES

3. Dada la siguiente inecuación 2 + 3x < x + 1, determina cuáles de los siguientes valores son solución de la misma: 0, 1, -1, 2, -2, 3, -4, 6, -7, 12, -15

Simplificamos la inecuación, aplicando a ambos lados:

Restando x: $\mathbf{2 + 3x - x < x + 1 - x \rightarrow 2 + 2x < 1}$

Restando 2: $\mathbf{2 + 2x - 2 < 1 - 2 \rightarrow 2x < -1}$

Dividiendo entre 2: $\frac{2x}{2} < \frac{-1}{2} \rightarrow \boldsymbol{x < -\frac{1}{2}}$

Evaluamos todos los valores dados 0, 1, -1, 2, -2, 3, -4, 6, -7, 12, -15

Los que cumplen ser menores que $-\frac{1}{2}$ son: -1, -2, -4, -7 y -15

4. Realiza las transformaciones indicadas de modo que se obtengan ecuaciones equivalentes:

a) Sumar 3: x - 1 > 4 $\rightarrow x - 1 + 3 > 4 + 3 \rightarrow x + 2 > 7$

b) Restar 5: x - 3 > 7 $\rightarrow x - 3 - 5 > 7 - 5 \rightarrow x - 8 > 2$

c) Multiplicar por 5: -8x ≥ 9 $\rightarrow -8x \cdot 5 \geq 9 \cdot 5 \rightarrow -40x \geq 45$

d) Multiplicar por -5: -3x ≥ 7 $\rightarrow -3x\,(-5) \geq 7(-5) \rightarrow 15x \leq -35$

e) Dividir entre 2: 4x < 10 $\rightarrow \frac{4x}{2} < \frac{10}{2} \rightarrow 2x < 5$

f) Dividir entre -2: 4x ≥ 10 $\rightarrow \frac{4x}{-2} \geq \frac{10}{-2} \rightarrow -2x \leq -5$

5. Escribe una inecuación que sea cierta para x = 3 y falsa para x = 3.5:

$$10x < 31$$

Para x = 3 → $10 \cdot 3 < 31 \rightarrow 30 < 31$ Cierto

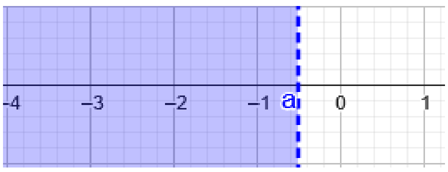
Para x = 3.5 → $10 \cdot 3.5 < 31 \rightarrow 35 < 31$ Falso

3. INECUACIONES CON UNA INCÓGNITA

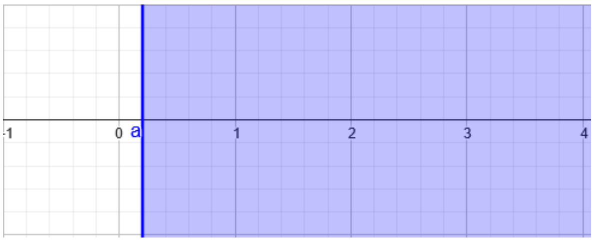
3.1 INECUACIONES DE PRIMER GRADO

6. Resuelve las siguientes inecuaciones y representa la solución en la recta real:

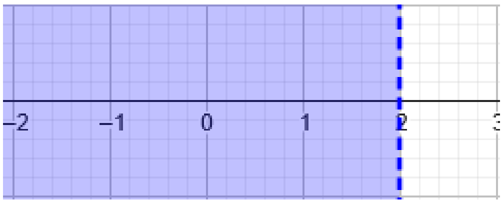
a) 2 + 3x < x + 1 $\rightarrow 3x - x < 1 - 2 \rightarrow 2x < -1 \rightarrow x < \frac{-1}{2}$



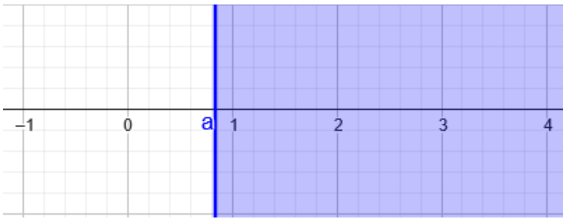
b) 5 + 2x ≤ 7x + 4 $\rightarrow 2x-7x\le 4-5\rightarrow\ -5x\le -1\rightarrow\ x\ge \frac{1}{5}$



c) 6 + 5x > 6x + 4 $\rightarrow 5x-6x>4-6\rightarrow\ -x>-2\rightarrow\ x<2$

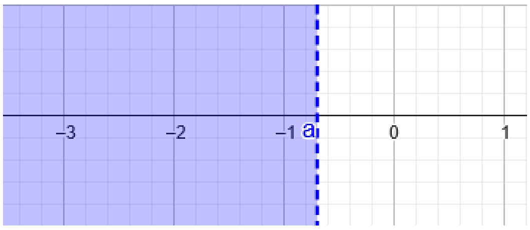


d) 4 + 8x ≥ 2x + 9 $\rightarrow 8x-2x\ge 9-4\rightarrow\ 6x\ge 5\rightarrow\ x\ge \frac{5}{6}$

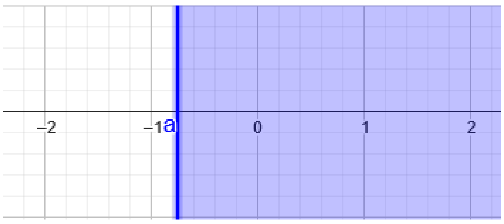


7. Resuelve las siguientes inecuaciones y representa la solución en la recta real:

a) 3(2 + 3x) < - (x + 1) $\rightarrow 6+9x<-x-1\rightarrow\ 9x+x<-1-6\rightarrow\ 10x<-7\rightarrow x<\frac{-7}{10}$

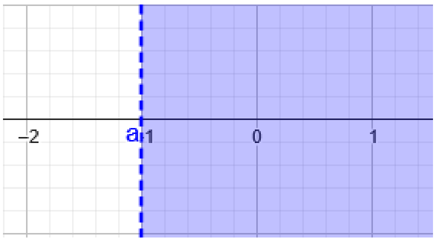


b) 5(1 + 2x) ≤ 2(7x + 4) $\rightarrow 5+10x\le 14x+8\rightarrow\ 10x-14x\le 8-5\rightarrow\ -4x\le 3\rightarrow\ x\ge\frac{-3}{4}$



c) 2(6 + 5x) + 3(x – 1) > 2(6x + 4) $\rightarrow 12+10x+3x-3>12x+8 \rightarrow 9+13x>12x+8 \rightarrow$

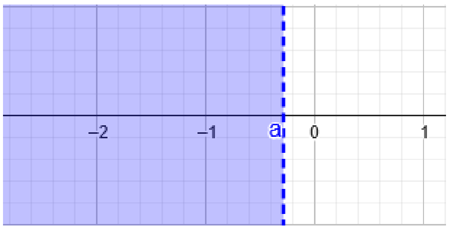
$$13x-12x>8-9 \rightarrow x>-1$$



8. Resuelve las siguientes inecuaciones y representa la solución en la recta real:

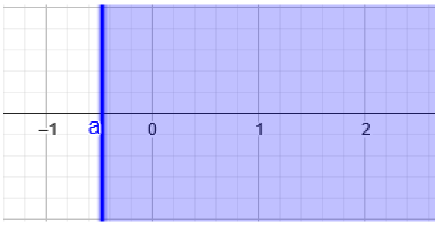
a) 3 + 4x < x/2 + 2

$$2(3+4x)<2(\frac{x}{2}+2) \ \rightarrow \ 6+8x<x+4 \ \rightarrow \ 8x-x<4-6 \rightarrow 7x<-2 \rightarrow \ x<\frac{-2}{7}$$



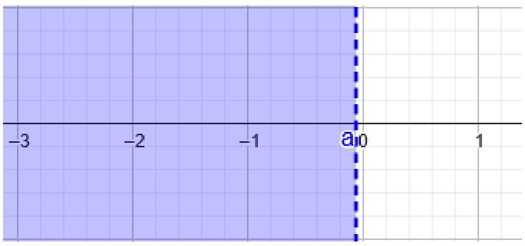
b) 4 + 4x/3≤ 7x/2 + 5 $\rightarrow 6(4+\frac{4x}{3}) \ \le \ 6(\frac{7x}{2}+5) \rightarrow 24+8x \ \le \ 21x+30 \rightarrow$

$$8x-21x \le 30-24 \rightarrow \ -13x \le 6 \rightarrow x \ge \frac{6}{-13}$$



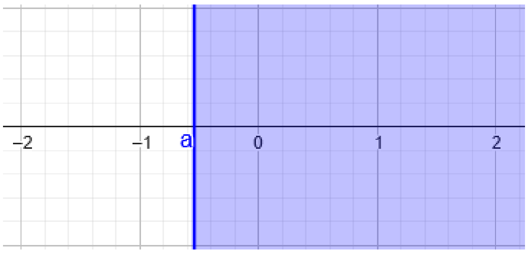
c) (5 + 7x)/3 > 8x + 2 $\rightarrow 3(\frac{5+7x}{3})>3(8x+2) \rightarrow 5+7x>24x+6 \rightarrow$

$$7x-24x>6-5 \rightarrow \ -17x>1 \rightarrow \ x<\frac{1}{-17}$$



d) (4 + 8x)5 + 3 ≥ (2x + 9)/7 $\rightarrow\ 20+40x+3\geq\frac{2x+9}{7}\ \rightarrow 23+40x\geq\frac{2x+9}{7}\ \rightarrow$

$7(23+40x)\geq 7(\frac{2x+9}{7})\ \rightarrow 161+280x\ \geq\ 2x+9\rightarrow\ 278x\ \geq\ -152\ \rightarrow\ x\geq\frac{-152}{278}$



9. Escribe una inecuación cuya solución sea el siguiente intervalo:

a) $[\mathbf{1},\infty)\ \rightarrow\ x\geq 1$

b) $(-\infty,\mathbf{5})\ \rightarrow x<5$

c) $(\mathbf{2},\infty)\rightarrow x>2$

d) $(-\infty,\mathbf{6})\rightarrow x<6$

10.Calcula los valores de x para que sea posible calcular las siguientes raíces:

a) $\sqrt{\boldsymbol{3x-5}}$

$Para\ que\ sea\ posible\ calcular\ la\ raíz, la\ expresión\ de\ dentro\ debe\ ser\ mayor\ o\ igual\ que\ 0\rightarrow$

$$\rightarrow 3x-5\geq 0\rightarrow\ x\geq\frac{5}{3}$$

b) $\sqrt{\boldsymbol{-x-12}}\rightarrow\ -x-12\geq 0\rightarrow\ x\leq -12$

c) $\sqrt{\boldsymbol{3-5x}}\rightarrow\ 3-5x\geq 0\rightarrow\ x\leq\frac{-3}{-5}\rightarrow\ x\leq\frac{3}{5}$

d) $\sqrt{\boldsymbol{-3x+12}}\rightarrow\ -3x+12\geq 0\rightarrow\ x\leq\frac{-12}{-3}\ \rightarrow\ x\leq 4$

3.2 INECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

11. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

a) $\boldsymbol{x^2-1\geq 0}\ \rightarrow\ (x-1)(x+1)\geq 0\ \rightarrow\ x-1=0,\ x+1=0\rightarrow\ x=1,\ x=-1 Los\ puntos\ x=1\ \ y\ \ x=-1\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$

$$(-\infty,-1],[-1,1]\ y\ [1,\infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty,-1], x=-2\rightarrow(-2)^2-1\geq 0\rightarrow 3\geq 0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ [-1,1], x=0\rightarrow(0)^2-1\geq 0\rightarrow -1\geq 0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ [1,\infty), x=2\rightarrow 2^2-1\geq 0\rightarrow 3\geq 0\ Cierto$$

$$Solución: x\in(-\infty,-1]\cup[1,\infty)$$

b) $\boldsymbol{x^2-4\leq 0} \to\ (x-2)(x+2)\leq 0\ \to\ x-2=0, x+2=0 \to\ x=2, x=-2$

$$Los\ puntos\ x=2\ \ y\ \ x=-2\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$
$$(-\infty,-2],[-2{,}2]\ y\ [2,\infty)$$
$$Comprobamos: Para\ (-\infty,-2], x=-3 \to (-3)^2-4\leq 0 \to 5\leq 0\ Falso$$
$$Comprobamos: Para\ [-2{,}2], x=0 \to 0^2-4\leq 0 \to -4\leq 0\ Cierto$$
$$Comprobamos: Para\ [2,\infty), x=3 \to 3^2-4\leq 0 \to 5\leq 0\ Falso$$
$$Solución: x\in[-2{,}2]$$

c) $\boldsymbol{x^2-9>0} \to\ (x-3)(x+3)>0\ \to\ x-3=0, x+3=0 \to\ x=3, x=-3$

$$Los\ puntos\ x=3\ \ y\ \ x=-3\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$
$$(-\infty,-3),(-3{,}3)\ y\ (3,\infty)$$
$$Comprobamos: Para\ (-\infty,-3), x=-4 \to (-4)^2-9>0 \to 7>0\ Cierto$$
$$Comprobamos: Para\ (-3{,}3), x=0 \to 0^2-9>0 \to -9>0\ Falso$$
$$Comprobamos: Para\ (3,\infty), x=4 \to 4^2-9>0 \to 7>0\ Cierto$$
$$Solución: x\in(-\infty,-3)\cup(3,\infty)$$

d) $\boldsymbol{x^2+4\geq 0}\ \to\ \boldsymbol{C}ualquier\ valor\ de\ x\ elevado\ al\ cuadrado\ será\ positivo,$

$$haciendo\ que\ la\ desigualdad\ sea\ cierta\ para\ cualquier\ valor$$
$$Solución: x\in R$$

e) $\boldsymbol{2x^2-50<0}\ \to\ \ \ 2(x^2-25)<0\ \to 2(x-25)(x+25)<0\ \to$

$$x-5\ =\ 0, x+5=0 \to\ x=0, x=-5$$
$$Los\ puntos\ x=3\ \ y\ \ x=-3\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$
$$(-\infty,-5),(-5{,}5)\ y\ (5,\infty)$$
$$Comprobamos: Para\ (-\infty,-5), x=-6 \to (-6)^2-25<0 \to 11<0\ Falso$$
$$Comprobamos: Para\ (-5{,}5), x=0 \to 0^2-25<0 \to -25<0\ Cierto$$
$$Comprobamos: Para\ (5,\infty), x=6 \to 6^2-25<0 \to 11<0\ Falso$$
$$Solución: x\in(-5{,}5)$$

f) $\boldsymbol{3x^2+12\leq 0}\ \to 3(x^2+4)\leq 0, Cualquier\ valor\ de\ x\ elevado\ al\ cuadrado\ será\ positivo,$

$$haciendo\ que\ la\ desigualdad\ sea\ falsa\ para\ cualquier\ valor$$
$$Solución: No\ existe\ solución\ (\emptyset)$$

g) $\mathbf{5x^2 - 45 > 0}$

$$5(x^2-9)>0 \rightarrow 5(x-3)(x+3)>0 \rightarrow x-3=0, x+3=0 \rightarrow x=3, x=-3$$

$$Los\ puntos\ x=3\ \ y\ \ x=-3\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty,-3), (-3,3)\ y\ (3,\infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty,-3), x=-4 \rightarrow (-4)^2-9>0 \rightarrow 7>0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ (-3,3), x=0 \rightarrow 0^2-9>0 \rightarrow -9>0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ (3,\infty), x=4 \rightarrow 4^2-9>0 \rightarrow 7>0\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty,-3) \cup (3,\infty)$$

h) $\mathbf{x^2 + 1 \geq 0}$

$$Cualquier\ valor\ de\ x\ elevado\ al\ cuadrado\ será\ positivo, haciendo\ que\ la\ desigualdad\ sea\ cierta\ para\ cualquier\ valor$$

$$Solución: x \in R$$

12. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

a) $\mathbf{x^2 + x \leq 0} \rightarrow Igualando\ a\ cero\ y\ factorizando\ x(x+1)=0 \rightarrow$

$$x=0, x+1=0 \rightarrow x=0, x=-1$$

$$Los\ puntos\ x=0\ \ y\ \ x=-1\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty,-1], [-1,0]\ y\ [0,\infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty,-1], x=-2 \rightarrow (-2)^2-2 \leq 0 \rightarrow 2 \leq 0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ [-1,0], x=-\frac{1}{2} \rightarrow (-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{2} \leq 0 \rightarrow \frac{-1}{4} \leq 0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ [0,\infty), x=1 \rightarrow (1)^2+1 \leq 0 \rightarrow 2 \leq 0\ Falso$$

$$Solución\ x \in [-1,0]$$

b) $\mathbf{x^2 - 5x > 0} \rightarrow Igualando\ a\ cero\ y\ factorizando\ x(x-5)=0 \rightarrow$

$$x=0, x-1=0 \rightarrow x=0, x=5$$

$$Los\ puntos\ x=0\ \ y\ \ x=5\ \ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty,0), (0,5)\ y\ (5,\infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty,0), x=-1 \rightarrow (-1)^2-5(-1)>0 \rightarrow 6>0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ (0,5), x=2 \rightarrow 2^2-5(2)>0 \rightarrow -6>0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ (5,\infty), x=6 \rightarrow 6^2-5(6)>0 \rightarrow 6>0\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty,0) \cup (5,\infty)$$

c) $x^2 \leq 8x \to$ *Reubicando e igualando* $x^2 - 8x = 0 \to$ *Factorizando* $x(x-8) = 0$

$$x = 0, x - 8 = 0 \to x = 0, x = 8$$

Los puntos $x = 0$ *y* $x = 8$ *dividen la recta en tres intervalos*:

$$(-\infty, 0], [0,8] \; y \; [8, \infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty, 0], x = -1 \to (-1)^2 \leq 8(-1) \to 1 \leq -8\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ [0,8], x = 1 \to 1^2 \leq 8(1) \to 1 \leq 8\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ [8, \infty), x = 10 \to (10)^2 \leq 8(10) \to 1 \leq -8\ Falso$$

$$Solución: x \in [0,8]$$

d) $x^2 \leq 3x \to$ *Reubicando e igualando* $x^2 - 3x = 0 \to$ *Factorizando* $x(x-3) = 0$

$$x = 0, x - 3 = 0 \to x = 0, x = 3$$

Los puntos $x = 0$ *y* $x = 3$ *dividen la recta en tres intervalos*:

$$(-\infty, 0], [0,3] \; y \; [3, \infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty, 0], x = -1 \to (-1)^2 \leq 3(-1) \to 1 \leq -3\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ [0,3], x = 11 \to 1^2 \leq 3(1) \to 1 \leq 3\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ [3, \infty), x = 4 \to 4^2 \leq 3(4) \to 16 \leq 12\ Falso$$

$$Solución: x \in [0,3]$$

e) $2x^2 - 3x > 0 \to$ *Factorizando* $x(2x-3) = 0 \to x = 0, 2x - 3 = 0 \to$

$$x = 0, x = \frac{3}{2}\ Estos\ puntos\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty, 0), \left(0, \frac{3}{2}\right) y \left(\frac{3}{2}, \infty\right)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty, 0), x = -1 \to 2(-1)^2 - 3(-1) > 0 \to 5 > 0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ \left(0, \frac{3}{2}\right), \quad x = 1 \to 2(1)^2 - 3(1) > 0 \to -1 > 0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para \left(\frac{3}{2}, \infty\right), x = 2 \to 2(2)^2 - 3(2) > 0 \to 2 > 0\ Cierto$$

$$Solución\ x \in (-\infty, 0) \cup \left(\frac{3}{2}, \infty\right)$$

f) $5x^2 - 10x < 0 \to$ *Equivale a* $x^2 - 2x < 0 \to$ *Factorizando* $x(x-2) = 0 \to$

$$x = 0, x - 2 = 0 \to x = 0, x = 2$$

Los puntos $x = 0$ *y* $x = 2$ *dividen la recta en tres intervalos*:

$$(-\infty, 0), (0,2) \; y \; (2, \infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty,0), x=-1 \rightarrow 5(-1)^2-10(-1)<0 \rightarrow 15<0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ (0,2), x=1 \rightarrow 5(1)^2-10(1)<0 \rightarrow -5<0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ (2,\infty), x=3 \rightarrow 5(3)^2-10(3)<0 \rightarrow 15<0\ Falso$$

$$Solución: x \in (0,2)$$

13. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

a) $\mathbf{3x^2-5x \geq 0} \rightarrow\ Factorizando\ x(3x-5)=0 \rightarrow x=0, 3x-5=0 \rightarrow$

$$x=0, x=\frac{5}{3} \rightarrow Los\ puntos\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos: (-\infty,0], [0,\frac{5}{3}]\ y\ [\frac{5}{3},\infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty,0], x=-1 \rightarrow 3(-1)^2-5(-1) \geq 0 \rightarrow 8 \geq 0\ CiertoComprobamos: Para\ [0,\frac{5}{3}], x=1 \rightarrow 3(1)^2-5(1) \geq 0 \rightarrow -2 \geq 0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ [\frac{5}{3},\infty), x=2 \rightarrow 3(2)^2-5(2) \geq 0 \rightarrow 2\ \geq 0\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty,0] \cup [\frac{5}{3},\infty)$$

b) $\mathbf{3x^2-27>0} \rightarrow\ Factorizando\ 3(x^2-9)=0 \rightarrow 3(x-3)(x+3)=0 \rightarrow$

$$x-3=0, x+3=0 \rightarrow x=3, x=-3$$

$$Los\ puntos\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty,-3), (-3,3)\ y\ (3,\infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty,-3), x=-4 \rightarrow 3(-4)^2-27>0 \rightarrow 21>0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ (-3,3), x=0 \rightarrow 3(0)^2-27>0 \rightarrow -24>0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ (3,\infty), x=4 \rightarrow 3(4)^2-27>0 \rightarrow 21>0\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty,-3) \cup (3,\infty)$$

c) $\mathbf{x^2 \leq 0} \rightarrow Cualquier\ valor\ de\ x\ elevado\ al\ cuadrado\ será\ positivo, haciendo\ que\ la$

$$desigualdad\ sólo\ sea\ cierta\ para\ x=0 \rightarrow 0^2 \leq 0\ Cierto$$

$$Solución\ x=0$$

d) $\mathbf{2x^2>4x} \rightarrow Reubicando\ y\ factorizando\ 2x(x-2)=0 \rightarrow 2x=0, x-2=0 \rightarrow$

$$\rightarrow x=0, x=2\ Los\ puntos\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty,0), (0,2)\ y\ (2,\infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty,0), x=-1 \rightarrow 2(-1)^2>4(-1) \rightarrow 2>-4\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ (0,2), x=1 \rightarrow 2(1)^2>4(1) \rightarrow 2>4\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ (2,\infty), x=3 \to 2(3)^2 > 4(3) \to 18 > 12\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty,0) \cup (2,\infty)$$

e) $\mathbf{2x^2-8>0} \to\ Factorizando\ 2(x^2-4)=0 \to 2(x-2)(x+2)=0 \to$

$$x-2=0, x+2=0 \to\ x=2, x=\mathbf{-2} Los\ puntos\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty,-2), (-2,2)\ y\ (2,\infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty,-2), x=-3 \to\ 2(-3)^2-8>0 \to 10>0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ (-2,2), x=0 \to\ 2(0)^2-8>0 \to -8>0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ (2,\infty), x=3 \to\ 2(3)^2-8>0 \to 10>0\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty,-2) \cup (2,\infty)$$

f) $\mathbf{5x^2+5x \geq 0}\ \to Factorizando\ 5x(x+1)=0 \to 5x=0, x+1=0 \to x=0, x=-1$

$$Los\ puntos\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty,-1], [-1,0]\ y\ [0,\infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty,-1], x=-2 \to\ 5(-2)^2+5(-2) \geq 0 \to 10 \geq 0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ [-1,0], x=\frac{-1}{2} \to\ 5(\frac{-1}{2})^2+5(\frac{-1}{2}) \geq 0 \to \frac{-5}{4} \geq 0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ [0,\infty), x=1 \to\ 5(1)^2+5(1) \geq 0 \to 10 \geq 0\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty,-1] \cup [0,\infty)$$

g) $\mathbf{5x^2-5 \leq 0} \to Factorizando\ 5(x^2-1)=0 \to 5(x-1)(x+1)=0 \to$

$$x-1=0, x+1=0 \to x=1, x=-1$$

$$Los\ puntos\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty,-1], [-1,1]\ y\ [1,\infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty,-1], x=-2 \to\ 5(-2)^2-5 \leq 0 \to 15 \leq 0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ [-1,1], x=0 \to\ 5(0)^2-5 \leq 0 \to -5 \leq 0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ [1,\infty), x=2 \to\ 5(2)^2-5 \leq 0 \to 15 \leq 0\ Falso$$

$$Solución: x \in [-1,1]$$

h) $\mathbf{x^2-x>0} \to Factorizando\ x(x-1)=0 \to x=0, x=1$

$$Los\ puntos\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos: (-\infty,0), (0,1)\ y\ (1,\infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty,0), x=-1 \to (-1)^2-(-1)>0 \to 2>0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ (0,1), x=\frac{1}{2} \to (\frac{1}{2})^2-\frac{1}{2}>0 \to \frac{-1}{4}>0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ (1,\infty), x = 2 \rightarrow (2)^2 - 2 > 0 \rightarrow 2 > 0\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty, 0) \cup (1, \infty)$$

14. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

a) $\boldsymbol{x^2 - 2x - 3 \leq 0} \rightarrow Igualando\ a\ cero\ y\ mediante\ la\ fórmula\ cuadrática\ para$

$$ecuaciones\ de\ la\ forma\ ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = \frac{(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$Obtenemos\ los\ puntos\ x = 3\ y\ x = -1\ que\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty, -1], [-1, 3]\ y\ [3, \infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty, -1], x = -4 \rightarrow (-4)^2 - 2(-4) - 3 \leq 0 \rightarrow\ 21 \leq 0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ [-1, 3], x = 0 \rightarrow (0)^2 - 2(0) - 3 \leq 0 \rightarrow\ -3 \leq 0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ [3, \infty), x = 4 \rightarrow (4)^2 - 2(4) - 3 \leq 0 \rightarrow\ 5 \leq 0\ Falso$$

$$Solución: x \in [-1, 3]$$

b) $\boldsymbol{-x^2 - 2x + 8 \geq 0} \rightarrow Multiplicando\ por\ (-1)\ obtenemos\ la\ inecuación\ equiv.$

$$x^2 + 2x - 8 \leq 0\ Form. cuadrática, obtenemos\ los\ puntos\ x = -4, x = 2$$

$$que\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty, -4], [-4, 2]\ y\ [2, \infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty, -4], x = -5\ \rightarrow\ (-5)^2 + 2(-5) - 8 \leq 0 \rightarrow 7 \leq 0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ [-4,2], x = 0\ \rightarrow\ (0)^2 + 2(0) - 8 \leq 0 \rightarrow -8 \leq 0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ [2, \infty), x = 3 \rightarrow\ (3)^2 + 2(3) - 8 \leq 0 \rightarrow 7 \leq 0\ Falso$$

$$Solución: x \in [-4, 2]$$

c) $\boldsymbol{x^2 + 9x + 14 > 0}\ \rightarrow\ Form. cuadrática, obtenemos\ los\ puntos\ x = -7, x = -2$

$$que\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos: (-\infty, -7), (-7, -2)\ y\ (-2, \infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty, -7), x = -10\ \rightarrow\ (-10)^2 + 9(-10) + 14 > 0 \rightarrow 24 > 0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ (-7, -2), x = -5\ \rightarrow\ (-5)^2 + 9(-5) + 14 > 0 \rightarrow -6 > 0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ (-2, \infty), x = 0\ \rightarrow\ (0)^2 + 9(0) + 14 > 0 \rightarrow 14 > 0\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty, -7) \cup (-2, \infty)$$

d) $\boldsymbol{x^2 - 6x + 9 \leq 0}\ \rightarrow\ Form. cuadrática, obtenemos\ el\ punto\ x = 3, sustituyendo$

$$en\ la\ desigualdad\ comprobamos:$$

$$Para\ x = 3 \rightarrow 3^2 - 6(3) + 9 \leq 0 \rightarrow 0 \leq 0\ Cierto$$

$$Para\ todos\ los\ demás\ valores\ no\ se\ cumple\ la\ desigualdad$$

$$Solución: x = 3$$

e) $\boldsymbol{-x^2 - 4x - 5 < 0}$ $\rightarrow$ *Multiplicando por* (-1) *obtenemos la inecuación equiv.*

$x^2 + 4x + 5 > 0$ *Mediante la form. cuadrática llegamos a un discriminante negativo, por lo que no tiene raíces reales. La desigualdad original se cumple para cualquier valor de* x

$$Solución: x \in R$$

f) $\boldsymbol{x^2 + 8x + 16 > 0}$ $\rightarrow$ *Form. cuadrática, obtenemos el punto* $x = -4$

Sustituyendo en la desigualdad comprobamos:

$$Para\ x = -4 \rightarrow (-4)^2 + 8(-4) + 15 > 0 \rightarrow -1 > 0\ Falso$$

Para todos los demás valores Sí se cumple la desigualdad

$$Solución: x \in (-\infty, -4) \cup (-4, \infty)$$

g) $\boldsymbol{x^2 + x + 3 \geq 0}$ $\rightarrow$
Mediante la form. cuadrática llegamos a un discriminante negativo, por lo que no tiene raíces reales. La desigualdad original se cumple para cualquier valor de x

$$Solución: x \in R$$

h) $\boldsymbol{2x^2 - 3x - 5 \leq 0}$ $\rightarrow$ *Form. cuadrática, obtenemos los puntos* $x = \frac{5}{2}$ *y* $x = -1$

que dividen la recta en los intervalos $(-\infty, -1], [-1, \frac{5}{2}]$ *y* $[\frac{5}{2}, \infty)$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty, -1], x = -2 \rightarrow 2(-2)^2 - 3(-2) - 5 \leq 0 \rightarrow 9 \leq 0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ [-1, \frac{5}{2}], x = 0 \rightarrow 2(0)^2 - 3(0) - 5 \leq 0 \rightarrow -5 \leq 0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para [\frac{5}{2}, \infty), x = 3 \rightarrow 2(3)^2 - 3(3) - 5 \leq 0 \rightarrow 4 \leq 0\ Falso$$

$$Solución: x \in [-1, \frac{5}{2}]$$

15. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

a) $\boldsymbol{x^2 + x - 6 > 0}$ $\rightarrow$ *Form. cuadrática, obtenemos los puntos* $x = 2$ *y* $x = -3$

que dividen la recta en los intervalos $(-\infty, -3), (-3, 2)$ *y* $(2, \infty)$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty, -3), x = -4 \rightarrow (-4)^2 - 4 - 6 > 0 \rightarrow 6 > 0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ (-3, 2), x = 0 \rightarrow (0)^2 - 0 - 6 > 0 \rightarrow -6 > 0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ (2, \infty), x = 4 \rightarrow (4)^2 - 4 - 6 > 0 \rightarrow 6 > 0\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty, -3) \cup (2, \infty)$$

b) $\boldsymbol{x^2 - x - 12 \leq 0} \rightarrow$ $Form.\,cuadrática, obtenemos\ los\ puntos\ x = 4\ y\ x = -3$

$que\ dividen\ la\ recta\ en\ los\ intervalos\ (-\infty, -3], [-3,4]\ y\ [4, \infty)$

$Comprobamos: Para\ (-\infty, -3], x = -4\ \rightarrow\ (-4)^2 - (-4) - 12 \leq 0 \rightarrow 12 \leq 0\ Falso$

$Comprobamos: Para\ [-3,4], x = 0\ \rightarrow\ (0)^2 - 0 - 12 \leq 0 \rightarrow -12 \leq 0\ Cierto$

$Comprobamos: Para\ [4, \infty), x = 5\ \rightarrow\ (5)^2 - 5 - 12 \leq 0 \rightarrow 8 \leq 0\ Falso$

$Solución: x \in [-3,4]$

c) $\boldsymbol{x^2 - x - 20 < 0} \rightarrow$ $Form.\,cuadrática, obtenemos\ los\ puntos\ x = 5\ y\ x = -4$

$que\ dividen\ la\ recta\ en\ los\ intervalos\ (-\infty, -4), (-4,5)\ y\ (5, \infty)$

$Comprobamos: Para\ (-\infty, -4), x = -5\ \rightarrow\ (-5)^2 - (-5) - 20 < 0 \rightarrow 10 < 0\ Falso$

$Comprobamos: Para\ (-4,5), x = 0\ \rightarrow\ (0)^2 - 0 - 20 < 0 \rightarrow -20 < 0\ Cierto$

$Comprobamos: Para\ (5, \infty), x = 6\ \rightarrow\ (6)^2 - 6 - 20 < 0 \rightarrow 10 < 0\ Falso$

$Solución: x \in (-4,5)$

d) $\boldsymbol{x^2 + 5x - 14 \geq 0} \rightarrow$ $Form.\,cuadrática, obtenemos\ los\ puntos\ x = -7\ y\ x = 2$

$que\ dividen\ la\ recta\ en\ los\ intervalos\ (-\infty, -7], [-7,2]\ y\ [2, \infty)$

$Comprobamos: Para\ (-\infty, -7], x = -10\ \rightarrow\ (-10)^2 + 5(-10) - 14 \geq 0 \rightarrow\ 36 \geq 0\ Cierto$

$Comprobamos: Para\ [-7,2], x = 0\ \rightarrow\ (0)^2 + 5(0) - 14 \geq 0 \rightarrow\ -14 \geq 0\ Falso$

$Comprobamos: Para\ [2, \infty), x = 3\ \rightarrow\ (3)^2 + 5(3) - 14 \geq 0 \rightarrow\ 10 \geq 0\ Cierto$

$Solución: x \in (-\infty, -7] \cup [2, \infty)$

e) $\boldsymbol{-2x^2 + 3x + 2 > 0} \rightarrow$ $Form.\,cuadrática, obtenemos\ los\ puntos\ x = \frac{-1}{2}\ y\ x = 2$

$que\ dividen\ la\ recta\ en\ los\ intervalos\ (-\infty, \frac{-1}{2}), (\frac{-1}{2}, 2)\ y\ (2, \infty)$

$Comprobamos: Para\ (-\infty, \frac{-1}{2}), x = -1\ \rightarrow -2\,(-1)^2 + 3(-1) + 2 > 0 \rightarrow -3 > 0\ Falso$

$Comprobamos: Para\ (\frac{-1}{2}, 2), x = 0\ \rightarrow -2\,(0)^2 + 3(0) + 2 > 0 \rightarrow\ 2 > 0\ Cierto$

$Comprobamos: Para\ (2, \infty), x = 3\ \rightarrow -2\,(3)^2 + 3(3) + 2 > 0 \rightarrow\ -7 > 0\ Falso$

$Solución: x \in (\frac{-1}{2}, 2)$

f) $\boldsymbol{3x^2 + 2x - 1 \leq 0} \rightarrow$ $Form.\,cuadrática, obtenemos\ los\ puntos\ x = \frac{1}{3}\ y\ x = -1$

$que\ dividen\ la\ recta\ en\ los\ intervalos\ (-\infty, -1], [-1, \frac{1}{3}]\ y\ [\frac{1}{3}, \infty)$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty,-1], x=-2\ \rightarrow 3\,(-2)^2+2(-2)-1\le 0 \rightarrow 7\le 0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ [-1,\frac{1}{3}], x=0\ \rightarrow 3\,(0)^2+2(0)-1\le 0 \rightarrow -1\le 0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ [\frac{1}{3},\infty), x=1\ \rightarrow 3\,(1)^2+2(1)-1\le 0 \rightarrow 4\le 0\ Falso$$

$$Solución: x\in[-1,\frac{1}{3}]$$

g) $\mathbf{5x^2-7x-6\ge 0} \rightarrow Form. cuadrática, obtenemos\ los\ puntos\ x=-\frac{3}{5}\ y\ x=2$

$$que\ dividen\ la\ recta\ en\ los\ intervalos\ (-\infty,-\frac{3}{5}],[-\frac{3}{5},2]\ y\ [2,\infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty,-\frac{3}{5}], x=-1\ \rightarrow 5\,(-1)^2-7(-1)-6\ge 0 \rightarrow 6\ge 0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ [-\frac{3}{5},2], x=0\ \rightarrow 5\,(0)^2-7(0)-6\ge 0 \rightarrow -6\ge 0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ [2,\infty), x=3\ \rightarrow 5\,(3)^2-7(3)-6\ge 0 \rightarrow 18\ge 0\ Cierto$$

$$Solución: x\in(-\infty,-\frac{3}{5}]\cup[2,\infty)$$

h) $\mathbf{2x^2+x-15<0} \rightarrow\ Form. cuadrática, obtenemos\ los\ puntos\ x=\frac{5}{2}\ y\ x=-3$

$$que\ dividen\ la\ recta\ en\ los\ intervalos\ (-\infty,-3),(-3,\frac{5}{2})\ y\ (\frac{5}{2},\infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty,-3), x=-4\ \rightarrow 2\,(-4)^2-4-15<0 \rightarrow 13<0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ (-3,\frac{5}{2}), x=0 \rightarrow 2\,(0)^2-0-15<0 \rightarrow -15<0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ (\frac{5}{2},\infty), x=3\ \rightarrow 2\,(3)^2+3-15<0 \rightarrow\ 6<0\ Falso$$

$$Solución: x\in(-3,\frac{5}{2})$$

16. Calcula los valores de x para que sea posible obtener las siguientes raíces:

a) $\sqrt{\mathbf{x^2-1}} \rightarrow\ Para\ que\ la\ raíz\ esté\ definida\ en\ los\ números\ reales: x^2-1\ge 0\ \rightarrow$

$$x^2\ \ge 1 \rightarrow\ Raíz\ a\ ambos\ lados, obtenemos: x\ge 1,\qquad x\le -1$$

$$Solución: x\in(-\infty,-1]\cup[1,\infty)$$

b) $\sqrt{\mathbf{-x^2+4}} \rightarrow Para\ que\ la\ raíz\ esté\ definida\ en\ los\ num. reales: -x^2+4\ge 0 \rightarrow$

$$-x^2\ge -4\ \rightarrow x^2\le 4 \rightarrow\ Raíz\ a\ ambos\ lados, obtenemos:\ -2\le x\le 2$$

$$Solución: x \in [-2, 2]$$

c) $\sqrt{\boldsymbol{x^2+5x+6}} \to Para\ que\ la\ raíz\ esté\ definida\ en\ los\ num.reales:$

$x^2+5x+6 \geq 0 \to\ Form.cuadrática, obtenemos\ los\ puntos\ x=-2\ y\ x=-3$ $que\ dividen\ la\ recta\ en\ los\ intervalos\ (-\infty,-3], [-3,-2]\ y\ [-2,\infty)$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty,-3], x=-5\ \to\ (-5)^2+5(-5)+6 \geq 0 \to 6 \geq 0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ [-3,-2], x=\frac{-5}{2} \to\ (\frac{-5}{2})^2+5(\frac{-5}{2})+6 \geq 0 \to \frac{-1}{4} \geq 0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ [-2,\infty), x=0\ \to\ (0)^2+5(0)+6 \geq 0 \to 6 \geq 0\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty,-3] \cup [-2,\infty)$$

d) $\sqrt{\boldsymbol{x^2-5x+6}} \to Para\ que\ la\ raíz\ esté\ definida\ en\ los\ num.reales:$

$$x^2-5x+6 \geq 0 \to Form.cuadrática, obtenemos\ los\ puntos\ x=3\ y\ x=2$$

$$que\ dividen\ la\ recta\ en\ los\ intervalos\ (-\infty,2], [2,3]\ y\ [3,\infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty,2], x=-3\ \to\ (-3)^2-5(-3)+6 \geq 0 \to 30 \geq 0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ [2,3], x=\frac{5}{2}\ \to\ (\frac{5}{2})^2-5(\frac{5}{2})+6 \geq 0 \to \frac{-1}{4} \geq 0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ [3,\infty), x=4 \to\ (4)^2-5(4)+6 \geq 0 \to 2 \geq 0\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty,2] \cup [3,\infty)$$

17. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

a) $\boldsymbol{(2x+5)(2x-5) \leq 11}\ \to\ 4x^2-25 \leq 11 \to 4x^2-36 \leq 0\ \to 4(x^2-9) \leq 0\ \to$

$$x^2-9 \leq 0 \to Factorizando\ (x-3)(x+3)=0 \to x-3=0, x+3=0$$

$$Obtenemos\ los\ puntos\ x=3, x=-3\ que\ dividen\ la\ recta\ en\ 3\ intervalos:$$

$$(-\infty,-3], [-3,3]\ y\ [3,\infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty,-3], x=-4\ \to\ (-4)^2-9 \leq 0 \to 7 \leq 0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ [-3,3], x=0\ \to\ (0)^2-9 \leq 0 \to -9 \leq 0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ [3,\infty), x=4\ \to\ (4)^2-9 \leq 0 \to 7 \leq 0\ Falso$$

$$Solución: x \in [-3,3]$$

b) $\boldsymbol{(2x-5)(4x-3)-(x-10)(x-2) \geq 51}\ \to\ Al\ resolver\ ambos\ productos:$

$$(8x^2-26x+15)-(x^2+8x-20) \geq 51 \to\ Al\ agrupar\ términos:$$

$7x^2-34x+35\ \geq\ 51 \to 7x^2-34x-16\ \geq\ 0\ \to\ Form.cuadrática, obtenemos\ los\ puntos$

$x_1=\frac{34+\sqrt{1604}}{14}, x_2=\frac{34-\sqrt{1604}}{14}\ Valores\ aprox: x_1=5.2983, x_2=-0.4321$

$$Los\ puntos\ dividen\ la\ recta\ en\ 3\ intervalos: (-\infty, x_2], [x_2, x_1]\ y\ [x_1, \infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty, x_2], x = -1 \to 7(-1)^2 - 34(-1) - 16\ \geq\ 0 \to 25\ \geq\ 0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ [x_2, x_1], x = 0 \to 7(0)^2 - 34(0) - 16\ \geq\ 0 \to -16\ \geq\ 0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ [x_1, \infty), x = 6 \to 7(6)^2 - 34(6) - 16\ \geq\ 0 \to 32\ \geq\ 0\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty, \frac{34 - \sqrt{1604}}{14}] \cup [\frac{34 + \sqrt{1604}}{14}, \infty)$$

c) $\frac{3x-2}{x} < \frac{5-2x}{x+6} \to$ $Multiplicando\ a\ ambos\ lados\ por\ x(x+6): 3x^2 + 16x - 12 < 5x - 2x^2$

$$Agrupando\ términos: 5x^2 + 11x - 12 < 0$$

$$Form.\ cuadrática, obtenemos\ los\ puntos\ x = \frac{4}{5}\ y\ x = -3$$

$$que\ dividen\ la\ recta\ en\ los\ intervalos\ (-\infty, -3), (-3, \frac{4}{5})\ y\ (\frac{4}{5}, \infty)$$

$$Comprobamos: Para\ (-\infty, -3), x = -4 \to 5(-4)^2 + 11(-4) - 12\ \geq< 0 \to 24 <\ 0\ Falso$$

$$Comprobamos: Para\ (-3, \frac{4}{5}), x = 0 \to 5(0)^2 + 11(0) - 12\ < 0 \to -12 <\ 0\ Cierto$$

$$Comprobamos: Para\ (\frac{4}{5}, \infty), x = 1 \to 5(1)^2 + 11(1) - 12\ \geq< 0 \to 4 <\ 0\ Falso$$

$$Solución: x \in (-3, \frac{4}{5})$$

18. Resolver los siguientes sistemas de inecuaciones con una incógnita:

a) $\begin{cases} 4x - 3 < 1 \\ x + 6 > 2 \end{cases}$

$$I1: 4x - 3 < 1 \to 4x < 4 \to x < 1$$

$$I2: \quad x + 6 > 2 \to x > -4$$

$$I1 \cap I2 \to\ -4 < x < 1$$

$$Solución: x \in (-4, 1)$$

b) $\begin{cases} 2x - 6 \leq 0 \\ x - 4 < -5 \end{cases}$

$$I1: 2x - 6 \leq 0 \to\ 2x \leq 6 \to x \leq 3$$

$$I2: \quad x - 4 < -5 \to x < -1$$

$$I1 \cap I2 \to x < -1$$

$$Solución: x \in (-\infty, -1)$$

c) $\begin{cases} 3x + 1 \geq x + 9 \\ x + 5 \leq 2 - 3x \end{cases}$

$$I1: 3x + 1 \geq x + 9 \rightarrow 2x \geq 8 \rightarrow x \geq 4$$

$$I2: x + 5 \leq 2 - 3x \rightarrow 4x \leq -3 \rightarrow x \leq \frac{-3}{4}$$

$$I1 \cap I2 \rightarrow No\ hay\ intersección$$

$$Solución: No\ tiene$$

d) $\begin{cases} \mathbf{2x - 1 \leq 3x + 7} \\ \mathbf{\frac{2x}{5} - \frac{x}{4} \geq \frac{2}{3}} \end{cases}$

$$I1:\ \ 2x - 1 \leq 3x + 7 \rightarrow -x \leq 8 \rightarrow x \geq -8$$

$$I2:\ \ \frac{2x}{5} - \frac{x}{4} \geq \frac{2}{3} \rightarrow\ Multiplicando\ por\ 60\ \rightarrow 24x - 15x \geq 40 \rightarrow 9x \geq 40 \rightarrow x \geq \frac{40}{9}$$

$$I1 \cap I2 \rightarrow\ x \geq \frac{40}{9}$$

$$Solución: x \in [\frac{40}{9}, \infty)$$

19. Indica un número positivo que al sumarle 5 sea menor que 7

$$x + 5 < 7\ \rightarrow\ x < 2$$

$$Todos\ los\ valores\ de\ x\ que\ sean\ menores\ que\ 2\ cumplen\ la\ desigualdad, sin\ contar\ los$$

$$números\ negativos, la\ solución\ es\ cualquier\ valor\ del\ intervalo\ [0,2)$$

$$Por\ ejemplo\ x =\ 1 \rightarrow 1 + 5 < 7 \rightarrow 6 < 7\ Cierto$$

20. Expresa mediante una inecuación el área de un cuadrado sabiendo que su perímetro es mayor que el de un rectángulo de lados 3 y 7 cm.

$$El\ perímetro\ del\ rectángulo\ P\ = 2(largo + ancho) \rightarrow P = 2(3 + 7) \rightarrow P = 20\ cm$$

$$El\ perímetro\ del\ cuadrado\ es\ P = 4 \cdot lado$$

$$Deducimos: 4 \cdot lado > 20 \rightarrow lado > 5$$

$$El\ lado\ del\ cuadrado\ tiene\ que\ ser\ mayor\ que\ 5$$

$$El\ área\ del\ cuadrado\ es\ A\ =\ lado^2$$

$$Deducimos: A\ =\ lado^2 > 5^2 \rightarrow A > 25cm^2$$

$$Solución: El\ área\ del\ cuadrado\ es\ de\ más\ de\ 25cm^2$$

21. Determina las posibles edades de Pepita y de su hija Charo sabiendo que difieren en más de 20 años y que dentro de 2 años, la cuarta parte de la edad de la madre es menor que la edad de la hija.

$Diseñamos\ un\ sistema\ de\ inecuaciones$: p: Pepita, c: Charo

$I1: \quad p - c > 20$

$I2: \quad \frac{1}{4}(p+2) < c + 2$, multiplicamos por 4, p+2 < 4c + 8

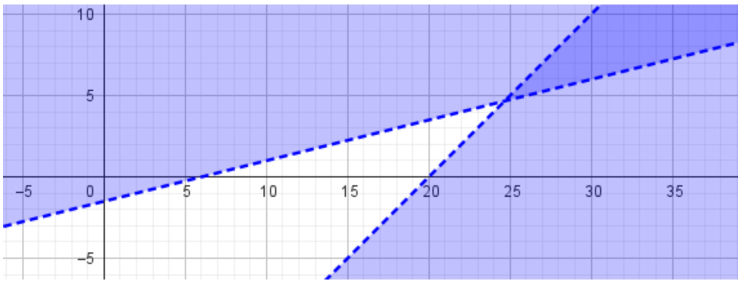
p - c > 20 - p + c < -20

p - 4c < 6 sumamos - 3c < -14 c > 14/3 = 4,67

p - 4,67 > 20 , p > 24,67

La madre debe tener más de 24,67 años, o sea, 25 años o más y la hija más de 4,67 años, 5 años o más.

Con GeoGebra



22. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $|\boldsymbol{x+3}| < \boldsymbol{2} \rightarrow x + 3 = 2 \rightarrow x = -1$

$$I1: \quad x + 3 < 2 \; si \; x > -1$$

$$I2: \; -x - 3 < 2 \; si \; x < -1$$

$$x + 3 < 2 \rightarrow x < -1$$

$$-x - 3 < 2 \rightarrow -x < 5 \rightarrow x > -5$$

$$La \; intersección \; es \; -5 < x < -1$$

$$Solución: x \in (-5, -1)$$

b) $|\boldsymbol{2x+5}| > \boldsymbol{1} \rightarrow \boldsymbol{2}x + 5 = 1 \rightarrow x = -2$

$$I1: 2x + 5 > 1 \;\; si \; x > -2$$

$$I2: \; -2x - 5 > 1 \;\; si \; x < -2$$

$$2x + 5 > 1 \rightarrow x > -2$$

$$-2x - 5 > 1 \rightarrow -2x > 6 \rightarrow x < -3$$

$$Solución: x \in (-2, \infty) U (-\infty, -3)$$

c) $|\boldsymbol{x-6}| \leq \boldsymbol{2} \rightarrow x - 6 = 2 \rightarrow x = 8$

$$I1: x - 6 \leq 2 \;\; si \; x \leq 8$$

$$I2: \; -x + 6 \leq 2 \;\; si \; 4 \leq x$$

$$x - 6 \leq 2 \rightarrow x \leq 8$$

$$-x+6 \leq 2 \rightarrow -x \leq -4 \rightarrow x \geq 4$$

$$La\ intersección\ es\ 4 \leq x \leq 8$$

$$Solución: x \in [4,8]$$

d) $|\boldsymbol{x}-\mathbf{2}| \geq \mathbf{2} \rightarrow x-2=2 \rightarrow x=4$

$$I1: x-2 \leq 2\ \ si\ x \leq 4$$

$$I2:\ \ -x+2 \leq 2\ \ si\ \ 0 \leq\ x$$

$$x-2 \leq 2 \rightarrow x \leq 4$$

$$-x+2 \leq 2 \rightarrow -x \leq 0 \rightarrow x \geq 0$$

$$Solución: x \in\ [0,4]$$

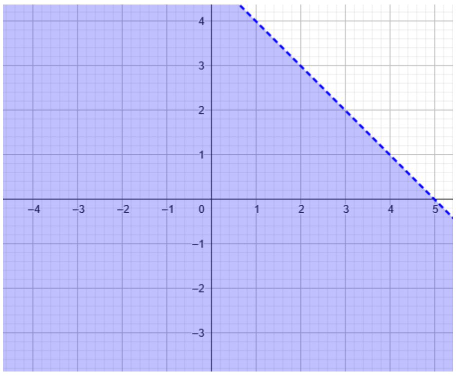
4. INECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS

4.1 INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS

23. Representa los siguientes semiplanos:

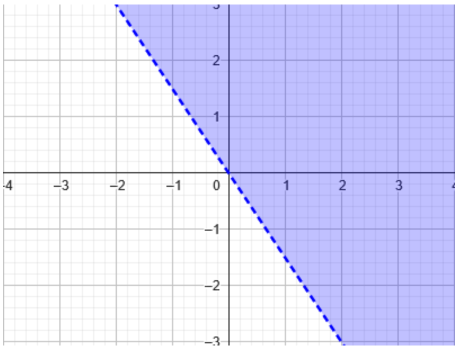
a) x + y < 5 $\rightarrow$ *Representamos el semiplano solución* $x+y<5$

La recta no está incluida en la solución



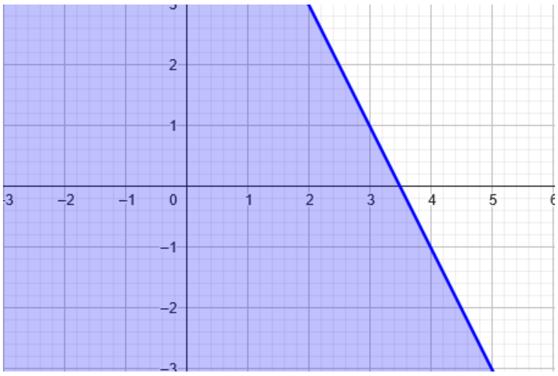
b) 3x + 2y > 0 $\rightarrow$ *Representamos el semiplano solución* $3x+2y>0$

La recta no está incluida en la solución



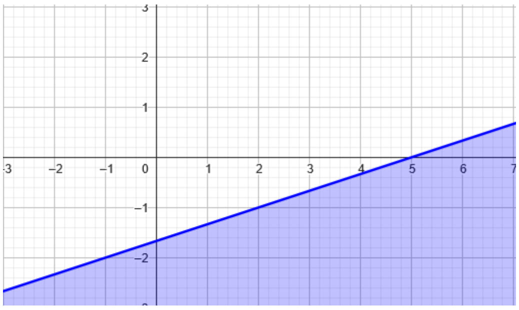
c) 2x + y ≤ 7→ $Representamos\ el\ semiplano\ solución\ 2x+\ y\ \leq\ 7$

$La\ recta\ está\ incluida\ en\ la\ solución$



d) x - 3y ≥ 5→ $Representamos\ el\ semiplano\ solución\ x-3y\geq 5$

$La\ recta\ está\ incluida\ en\ la\ solución$

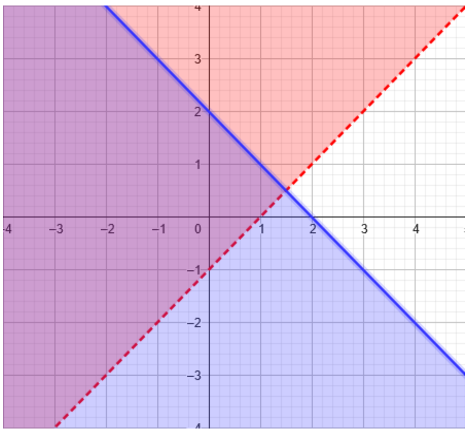


4.2. SISTEMAS DE INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS

24. Representa la región factible de cada uno de los siguientes sistemas de inecuaciones:

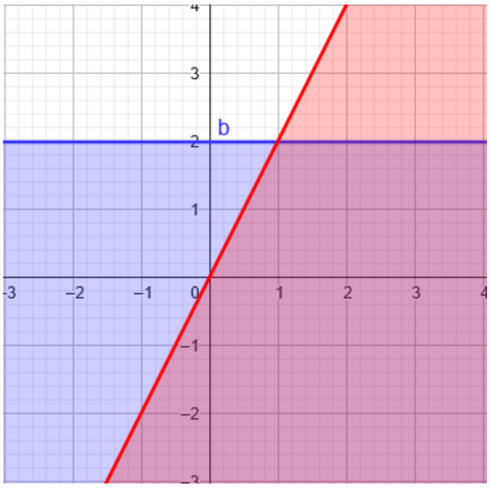
a) $\begin{cases} \boldsymbol{x-y<1} \\ \boldsymbol{x+y\leq 2} \end{cases}$

$Representamos\ la\ región\ factible\ (morado)\ conformada\ por\ los\ dos\ semiplanos\ (primera\ recta\ roja\ no\ incluida\ en\ la\ región\ factible, segunda\ recta\ azul\ sí)$



b) $\begin{cases} 2x - y \geq 0 \\ y \leq 2 \end{cases}$

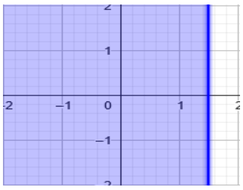
$Representamos\ la\ región\ factible\ (morado)\ conformada\ por\ los\ dos\ semiplanos\ (las\ dos\ rectas, roja\ y\ azul, incluidas\ en\ la\ región\ factible)$



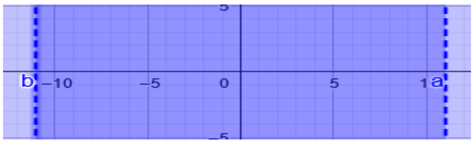
EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Representa en la recta real y escribe en forma de intervalo:

a) $-\infty \leq x \leq \frac{3}{2} \rightarrow \ (-\infty,\ \frac{3}{2}]$



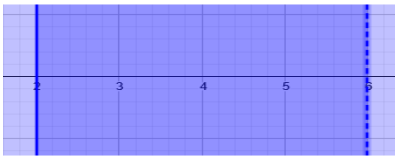
b) $-11 < x < 11 \rightarrow (-11, 11)$



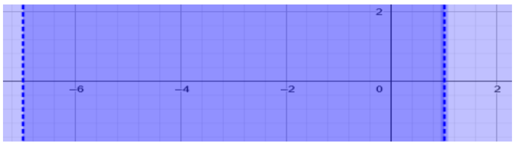
c) $-2 < x < \frac{1}{3} \rightarrow (-2, \frac{1}{3})$

2. Escribe los siguientes intervalos mediante conjuntos y represéntelos en la recta real:

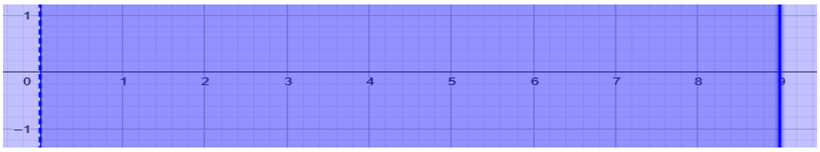
a) [2, 6)$\rightarrow$ $2 \leq x < 6$



b) (-7, 1)$\rightarrow$ $-7 < x < 1$



c) (0, 9]$\rightarrow$ $0 < x \leq 9$



3. Dada la siguiente inecuación $5-3x>2x+1$, determina si los siguientes valores son solución de la misma: 0, 1, -1, 2, -2, 3, -4, 6, -7, 12, -15

$$Simplificamos\ la\ inecuación: 3x-2x>1-5 \rightarrow x>-4$$

$$Son\ solución\ todos\ los\ valores\ mayores\ que\ -4: 0, 1, -1, 2, -2, 3, 6\ y\ 12$$

4. Realiza las transformaciones indicadas de modo que se obtengan ecuaciones equivalentes:

i. Sumar 4: $\boldsymbol{x-2}>5 \rightarrow x-2+4>5+4 \rightarrow x+2>9$

ii. Restar 6: $\boldsymbol{x-4>8} \rightarrow x-4-6>8-6 \rightarrow x-10>2$

iii. Multiplicar por 6: $\boldsymbol{5x \geq 10} \rightarrow 5x \cdot 6 \geq 10 \cdot 6 \rightarrow 30x \geq 60$

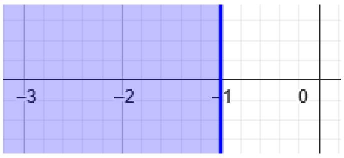
iv. Multiplicar por -4: $\boldsymbol{-2x \geq 8} \rightarrow -2x(-4) \leq 8(-4) \rightarrow 8x \leq -32$

v. Dividir entre 2: $\boldsymbol{6x<12} \rightarrow \frac{6x}{2}<\frac{12}{2} \rightarrow 3x<6$

vi. Dividir entre -2: $\boldsymbol{20x \geq 60} \rightarrow \frac{20x}{-2} \leq \frac{60}{-2} \rightarrow -10x \leq -30$

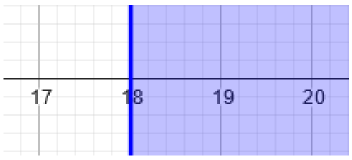
5. Resuelve las siguientes inecuaciones y representa la solución en la recta real:

a) $\boldsymbol{2x-3 \leq -5} \rightarrow 2x \leq -2 \rightarrow x \leq -1$

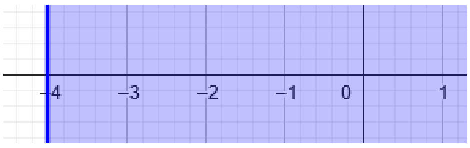


b) $\boldsymbol{x-2 \leq 3x-5} \rightarrow x-3x \leq -5+2 \rightarrow -2x \leq -3 \rightarrow 2x \geq 3 \rightarrow x \geq \frac{3}{2}$

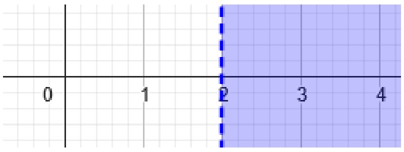
c) $\boldsymbol{12-x \leq -6} \rightarrow -x \leq -18 \rightarrow x \geq 18$



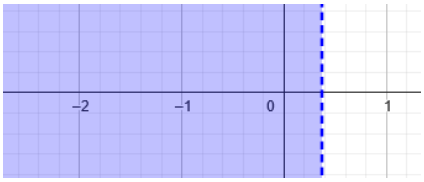
d) $\boldsymbol{-5x-3 \leq -2x+9} \rightarrow -3x \leq 12 \rightarrow x \geq -4$



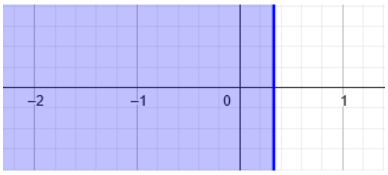
e) $\mathbf{2(3x-3)>6} \to 6x-6>6 \to 6x>12 \to x>2$



f) $\mathbf{-3(3-2x)<-2(3+x)} \to -9+6x<-6-2x \to 8x<3 \to x<\frac{3}{8}$



g) $\mathbf{2(x+3)+3(x-1)\leq 2(x+2)} \to 2x+6+3x-3\leq 2x+4 \to 3x\leq 1 \to x\leq\frac{1}{3}$



7. Resuelve:

a) $\mathbf{\frac{x}{2}-6<4} \to 2(\frac{x}{2}-6)<2(4) \to x-12<8 \to x<20$

b) $\mathbf{\frac{2x}{3}-3\leq -x} \to 3(\frac{2x}{3}-3)\leq 3(-x) \to 2x-9\leq -3x \to -9\leq -5x \to 9\geq 5x \to \frac{9}{5}\geq x$

c) $\mathbf{2(3x-2)>3-x} \to 6x-4>3-x \to 7x>7 \to x>1$

d) $\mathbf{\frac{2(x+2)}{3}<2x} \to \frac{2x+4}{3}<2x \to 3(\frac{2x+4}{3})<3(2x) \to 2x+4<6x \to 4<4x \to 1<x$

e) $\mathbf{\frac{x-4}{4}+2>\frac{x+4}{8}}$

$$8\left(\frac{x-4}{4}+2\right)>8\left(\frac{x+4}{8}\right) \to 2(x-4)+16>x+4 \to 2x-8+14>x+4 \to x>-4$$

f) $\mathbf{\frac{x}{4}-4<x-\frac{x+1}{7}}$

$$28\left(\frac{x}{4}-4\right)<28\left(x-\frac{x+1}{7}\right) \to 7x-112<28x-4(x+1) \to -108<17x \to \frac{-108}{17}<x$$

8. Escribe una inecuación cuya solución sea el siguiente intervalo:

a) $(-\infty, -3]$ **b)** $[4, +\infty)$ **c)** $(-\infty, 5)$ **d)** $(-2, -\infty)$

a) $x \leq -3$; b) $x \geq 4$; c) $x < 5$; d) $x > -2$.

9. Calcula los valores de x para que sea posible calcular las siguientes raíces:

a) $\sqrt{2x-6}$ **b)** $\sqrt{-x+5}$ **c)** $\sqrt{10-5x}$ **d)** $\sqrt{-6x-30}$

a) $2x - 6 \geq 0 \rightarrow 2x \geq 6 \rightarrow x \geq 3$

b) $-x + 5 \geq 0 \rightarrow -x \geq -5 \rightarrow x \leq 5$

c) $10 - 5x \geq 0 \rightarrow 10 \geq 5x \rightarrow \frac{10}{5} \geq x \rightarrow x \leq 2$

d) $-6x - 30 \geq 0 \rightarrow -6x \geq 30 \rightarrow x \leq \frac{30}{-6} \rightarrow x \leq -5$

10. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

a) $\mathbf{3x^2 - 75 < 0} \rightarrow \frac{3x^2-75}{3} < \frac{0}{3} \rightarrow x^2 - 25 < 0 \rightarrow (x-5)(x+5) < 0 \rightarrow$

$$x - 5 = 0, x + 5 = 0 \rightarrow x = 5, x = -5$$

$$Los\ puntos\ x = 5\ \ y\ \ x = -5\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty, -5), (-5, 5) y\ (5, \infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty, -5): x = -6 \rightarrow (-6)^2 - 25 < 0 \rightarrow 11 < 0\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ (-5, 5): x = 0 \rightarrow (9)^2 - 25 < 0 \rightarrow -25 < 0\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ (5, \infty): x = 6 \rightarrow (6)^2 - 25 < 0 \rightarrow 11 < 0\ Falso$$

$$Solución: x \in (-5, 5)$$

b) $\mathbf{-x^2 + 16 \leq 0} \rightarrow 16 \leq x^2 \rightarrow x^2 \geq 16\ Aplicando\ raiz\ a\ ambos\ lados\ obtenemos$

$$x \leq -4,\ \ x \geq 4$$

$$Solución: x \in (-\infty, -4] \cup [4, \infty)$$

c) $\mathbf{-x^2 + 25 \geq 0} \rightarrow 25 \geq x^2 \rightarrow x^2 \leq 25\ Aplicando\ raiz\ a\ ambos\ lados\ obtenemos$

$$-5 \leq x \leq 5$$

$$Solución: x \in [5,5]$$

d) $\mathbf{5x^2 - 80 \geq 0} \rightarrow \frac{5x^2-80}{5} \geq \frac{80}{5} \rightarrow x^2 - 16 \geq 0 \rightarrow (x-4)(x+4) \geq 0$

$$x-4=0, x+4=0 \to x=4, x=-4$$

$$Los\ puntos\ x=4\ \ y\ \ x=-4\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty,-4], [-4,4]\ y\ [4,\infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty,-4]: x=-5 \to (-5)^2-16 \geq 0 \to 9 \geq 0\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ \ [-4,4]: x=0 \to (0)^2-16 \geq 0 \to -16 \geq 0\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ [4,\infty): x=5 \to (5)^2-16 \geq 0 \to 9 \geq 0\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty,-4] \cup [4,\infty)$$

e) $\boldsymbol{4x^2-1>0} \to (2x)^2-1^2>0 \to (2x-1)(2x+1)>0 \to$

$$2x-1=0, 2x+1=0 \to x=\frac{1}{2}, x=-\frac{1}{2}$$

$$Los\ puntos\ x=\frac{1}{2}\ \ y\ \ x=-\frac{1}{2}\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty,-\frac{1}{2}), (-\frac{1}{2},\frac{1}{2})\ y\ (\frac{1}{2},\infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty,-\frac{1}{2}): x=-1 \to 4(-1)^2-1>0 \to 3>0\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ (-\frac{1}{2},\frac{1}{2}): x=-1 \to 4(0)^2-1>0 \to -1>0\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ (\frac{1}{2},\infty): x=1 \to 4(1)^2-1>0 \to 3>0\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty,-\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2},\infty)$$

f) $\boldsymbol{25x^2-4<0} \to (5x)^2-2^2<0 \to (5x-2)(5x+2)<0 \to$

$$(5x-2)=0, (5x+2)=0 \to x=\frac{2}{5}, x=-\frac{2}{5}$$

$$Los\ puntos\ x=\frac{2}{5}\ \ y\ \ x=-\frac{2}{5}\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty,-\frac{2}{5}), (-\frac{2}{5},\frac{2}{5})\ y\ (\frac{2}{5},\infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty,-\frac{2}{5}): x=-1 \to 25(-1)^2-4<0 \to 21<0\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ (-\frac{2}{5},\frac{2}{5}): x=0 \to 25(0)^2-4<0 \to -4<0\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ (\frac{2}{5},\infty): x=1 \to 25(1)^2-4<0 \to 21<0\ Falso$$

$$Solución: x \in (-\frac{2}{5},\frac{2}{5})$$

g) $\mathbf{9x^2-16<0} \rightarrow (3x)^2-4^2<0 \rightarrow (3x-4)(3x+4)<0 \rightarrow$

$$3x-4=0, 3x+4=0 \rightarrow x=\frac{4}{3}, x=-\frac{4}{3}$$

$$Los\ puntos\ x=\frac{4}{3}\ \ y\ \ x=-\frac{4}{3}\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty,-\frac{4}{3}), (-\frac{4}{3},\frac{4}{3})\ y\ (\frac{4}{3},\infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty,-\frac{4}{3}): x=-2 \rightarrow 9(-2)^2-16<0 \rightarrow 20<0\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ (-\frac{4}{3},\frac{4}{3}): x=0 \rightarrow 9(0)^2-16<0 \rightarrow -16<0\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ (\frac{4}{3},\infty): x=2 \rightarrow 9(2)^2-16<0 \rightarrow 20<0\ Falso$$

$$Solución: x \in (-\frac{4}{3},\frac{4}{3})$$

h) $\mathbf{36x^2+16 \leq 0} \rightarrow$ *La inecuación no tiene solución, para cualquier valor de* x,

el resultado será un número >0

11. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

a) $\mathbf{-4x^2+5x \leq 0} \rightarrow (-1)(-4x^2+5x) \geq (-1)0 \rightarrow 4x^2-5x) \geq 0$

$$\rightarrow x(4x-5) \geq 0 \rightarrow x=0, 4x-5=0 \rightarrow x=0, x=\frac{5}{4}$$

$$Los\ puntos\ x=0\ \ y\ \ x=\frac{5}{4}\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty,0], [0,\frac{5}{4}]\ y\ [\frac{5}{4},\infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty,0]: x=-1 \rightarrow -4(-1)^2+5(-1) \leq 0 \rightarrow -9 \leq 0\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ [0,\frac{5}{4}]: x=1 \rightarrow -4(1)^2+5(1) \leq 0 \rightarrow 1 \leq 0\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ [\frac{5}{4},\infty): x=2 \rightarrow -4(2)^2+5(2) \leq 0 \rightarrow -6 \leq 0\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty,0] \cup [\frac{5}{4},\infty)$$

b) $\mathbf{3x^2+7x \geq 0} \rightarrow x(3x+7) \geq 0 \rightarrow x=0, 3x+7=0 \rightarrow x=0, x=\frac{-7}{3}$

$$Los\ puntos\ x=\frac{-7}{3}\ \ y\ \ x=0\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$\left]-\infty, \frac{-7}{3}\right], \left[\frac{-7}{3}, 0\right] \; y \; [0, \infty[$$

$$Comprobamos\ para\ \left]-\infty, \frac{-7}{3}\right]: x = -3 \rightarrow 3(-3)^2 + 7(-3) \geq 0 \rightarrow 6 \geq 0\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ \left[\frac{-7}{3}, 0\right]: x = -1 \rightarrow 3(-1)^2 + 7(-1) \geq 0 \rightarrow -10 \geq 0\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ [0, \infty[: x = 1 \rightarrow 3(1)^2 + 7(1) \geq 0 \rightarrow 10 \geq 0\ Cierto$$

$$Solución: x \in \left]-\infty, \frac{-7}{3}\right] \cup [0, \infty[$$

c) $\mathbf{2x^2 < 8x} \rightarrow 2x^2 - 8x < 0 \rightarrow x(2x-8) < 0 \rightarrow x = 0, 2x - 8 = 0 \rightarrow x = 0, x = 4$

$Los\ puntos\ x = 0\ y\ \ x = 4\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos: (-\infty, 0), (0,4)\ y\ (4, \infty)$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty, 0): x = -1 \rightarrow 2(-1)^2 < 8(-1) \rightarrow 2 < -8\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ (0,4): x = 1 \rightarrow 2(1)^2 < 8(1) \rightarrow 2 < 8\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ (4, \infty): x = 5 \rightarrow 2(5)^2 < 8(5) \rightarrow 50 < 40\ Falso$$

$$Solución: x \in (0,4)$$

d) $\mathbf{-3x^2 - 6x \geq 0} \rightarrow -3x(x+2) \geq 0 \rightarrow x(x+2) \leq 0 \rightarrow x = 0, x + 2 = 0 \rightarrow x = 0, x = -2$

$$Los\ puntos\ x = 0\ y\ \ x = -2\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty, -2], [-2, 0]\ y\ [0, \infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty, -2]: x = -3 \rightarrow -3(-3)^2 - 6(-3) \geq 0 \rightarrow -9 \geq 0\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ [-2, 0]: x = -1 \rightarrow -3(-1)^2 - 6(-1) \geq 0 \rightarrow 3 \geq 0\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ [0, \infty): x = 1 \rightarrow -3(1)^2 - 6(1) \geq 0 \rightarrow -9 \geq 0\ Falso$$

$$Solución: x \in [-2, 0]$$

e) $\mathbf{-x^2 + 3x < 0} \rightarrow x^2 - 3x > 0 \rightarrow x(x-3) > 0 \rightarrow x = 0, x - 3 = 0 \rightarrow x = 0, x = 3$

$$Los\ puntos\ x = 0\ y\ \ x = 3\ \ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty, 0), (0, 3)\ y\ (3, \infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty, 0): x = -1: -(-1)^2 + 3(-1) < 0 \rightarrow -4 < 0\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ (0, 3): x = 1: -(1)^2 + 3(1) < 0 \rightarrow 2 < 0\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ (3, \infty): x = 4: -(4)^2 + 3(4) < 0 \rightarrow -4 < 0\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty, 0) \cup (3, \infty)$$

f) $\mathbf{-5x^2 - 10x \geq 0} \rightarrow -5x(x+2) \geq 0 \rightarrow 5x(x+2) \leq 0 \rightarrow 5x = 0, x + 2 = 0 \rightarrow$

$$Los\ puntos\ x = 0\ y\ \ x = -2\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty, -2], [-2, 0]\ y\ [0, \infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty, -2]: x = -3 \rightarrow -5(-3)^2 - 10(-3) \geq 0 \rightarrow -15 \geq 0\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ [-2, 0]: x = -1 \rightarrow -5(-1)^2 - 10(-1) \geq 0 \rightarrow 5 \geq 0\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ [0, \infty): x = 1 \rightarrow -5(1)^2 - 10(1) \geq 0 \rightarrow -15 \geq 0\ Falso$$

$$Solución: x \in [-2, 0]$$

12. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

a) $\mathbf{3x^2 \leq 0} \rightarrow\ Para\ cualquier\ valor\ de\ x\ que\ no\ sea\ 0, la\ desigualdad\ no\ se\ cumple$

$$Para\ x = \ 0 \rightarrow 0 \leq 0\ Cierto$$

$$Solución: x = 0$$

b) $\mathbf{8x^2 > 0} \rightarrow\ Para\ cualquier\ valor\ de\ x, menos\ 0, la\ desigualdad\ se\ cumple$

$$Para\ x = \ 0 \rightarrow 0 > 0\ Falso$$

$$Solución: x \neq 0$$

c) $\mathbf{-5x^2 < 0} \rightarrow\ Para\ cualquier\ valor\ de\ x, menos\ 0, la\ desigualdad\ se\ cumple$

$$Para\ x = \ 0 \rightarrow 0 < 0\ Falso$$

$$Solución: x \neq 0$$

d) $\mathbf{9x^2 \geq 0} \rightarrow\ Para\ cualquier\ valor\ de\ x, incluso\ el\ 0, la\ desigualdad\ se\ cumple$

$$Para\ x = \ 0 \rightarrow 0 \geq 0\ Cierto$$

$$Solución: x \in R$$

13. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

a) $\mathbf{x^2 - 1 \leq \ 0} \rightarrow (x-1)(x+1) \leq 0 \rightarrow x - 1 = 0,\ x + 1 = 0 \rightarrow x = 1, x = -1$

$$Los\ puntos\ x = 1\ y\ \ x = -1\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty, -1], [-1, 1]\ y\ [1, \infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty, -1]: x = -2 \rightarrow (-2)^2 - 1 \leq \ \mathbf{0} \rightarrow \ 3 \leq \ \mathbf{0}\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ [-1, 1]: x = 0 \rightarrow (0)^2 - 1 \leq \ \mathbf{0} \rightarrow \ -1 \leq \ \mathbf{0}\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ [1, \infty): x = 2 \rightarrow (2)^2 - 1 \leq \ \mathbf{0} \rightarrow \ 3 \leq \ \mathbf{0}\ Falso$$

$$Solución: x \in [-1, 1]$$

b) $\mathbf{-x^2 - 4x \leq \ 0} \rightarrow x^2 + 4x \geq 0 \rightarrow x(x+4) \geq 0 \rightarrow x = 0, x + 4 = 0 \rightarrow x = -4$

$$Los\ puntos\ x = 0\ y\ \ x = -4\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty,-4],[-4,0]\ y\ [0,\infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty,-4]: x=-5 \to -(-5)^2-4(-5) \leq\ 0 \to -5 \leq\ 0\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ [-4,0]: x=-1 \to -(-1)^2-4(-1) \leq\ 0 \to 3 \leq\ 0\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ [0,\infty): x=1 \to -(1)^2-4(1) \leq\ 0 \to -5 \leq\ 0\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty,-4] \cup [0,\infty)$$

c) $\boldsymbol{x^2+1 \geq\ 0} \to\ Para\ cualquier\ valor\ de\ x\ la\ desigualdad\ es\ cierta$

$$Solución: x \in\ R$$

d) $\boldsymbol{-3x^2>30} \to\ Dividir\ entre\ -3 \to x^2<10$

$$Al\ elevar\ cualquier\ número\ al\ cuadrado, el\ resultado\ es\ \geq 0, por\ tanto\ la\ desigualdad\ no\ se\ cumple\ para\ ningún\ valor$$

$$Solución: No\ tiene$$

e) $\boldsymbol{-x^2-4 \leq 0} \to -x^2 \leq 4 \to x^2 \geq -4 \to Para\ cualquier\ valor\ de\ x,$

$$la\ desigualdad\ se\ cumple$$

$$Solución: x \in\ R$$

f) $\boldsymbol{-3x^2-12x \geq 0} \to -3x(x+4) \geq 0 \to -3x=0, x+4=0 \to x=0, x=-4$

$$Los\ puntos\ x=0\ y\ \ x=-4\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty,-4],[-4,0]\ y\ [0,\infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty,-4]: x=-5 \to -3(-5)^2-12(-5) \geq 0 \to -15 \geq 0\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ [-4,0]: x=-1 \to -3(-1)^2-12(-1) \geq 0 \to 9 \geq 0\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ [0,\infty): x=1 \to -3(1)^2-12(1) \geq 0 \to -15 \geq 0\ Falso$$

$$Solución: x \in [-4,0]$$

g) $\boldsymbol{-5x^2<0} \to Dividir\ entre\ -5 \to x^2>0$

$$La\ desigualdad\ se\ cumple\ para\ todos\ los\ valores\ menos\ el\ 0$$

$$Para\ x=0: 0^2>0 \to 0>0\ Falso$$

$$Solución: x \neq 0$$

h) $\boldsymbol{x^2+9 \geq 0 \to x^2 \geq -9} \to\ La\ desigualdad\ se\ cumple\ para\ cualquier\ valor\ de\ x$

$$Solución: x \in\ R$$

14. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

a) $\boldsymbol{x^2-2x>0} \rightarrow x(x-2)>0 \rightarrow x=0, x-2=0$

$$Los\ puntos\ x=0\ y\ \ x=2\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty,0),(0,2)\ y\ (2,\infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty,0): x=-1 \rightarrow (-1)^2-2(-1)>0 \rightarrow 3>0\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ (0,2): x=1 \rightarrow (1)^2-2(1)>0 \rightarrow -1>0\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ (2,\infty): x=3 \rightarrow (3)^2-2(3)>0 \rightarrow 3>0\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty,0) \cup (2,\infty)$$

b) $\boldsymbol{3x^2-3 \leq 0} \rightarrow 3(x^2-1) \leq 0 \rightarrow 3(x+1)(x-1) \leq 0 \rightarrow x=1, x=\boldsymbol{-1}$

$$Los\ puntos\ x=-1\ y\ \ x=1\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty,-1],[-1,1]\ y\ [1,\infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty,-1]: x=-2 \rightarrow 3(-2)^2-3 \leq 0 \rightarrow 9 \leq 0\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ [-1,1]: x=0 \rightarrow 3(0)^2-3 \leq 0 \rightarrow -3 \leq 0\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ [1,\infty): x=2 \rightarrow 3(2)^2-3 \leq 0 \rightarrow 9 \leq 0\ Falso$$

$$Solución: x \in [-1,1]$$

c) $\boldsymbol{5x^2-20 \geq 0} \rightarrow 5(x^2-4) \geq 0 \rightarrow 5(x-2)(x+2) \geq 0 \rightarrow x=-2, x=2$

$$Los\ puntos\ x=-2\ y\ \ x=2\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty,-2],[-2,2]\ y\ [2,\infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty,-2]: x=-3 \rightarrow (-3)^2-4 \geq 0 \rightarrow 5 \geq 0\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ [-2,2]: x=0 \rightarrow (0)^2-4 \geq 0 \rightarrow -4 \geq 0\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ [2,\infty): x=3 \rightarrow (3)^2-4 \geq 0 \rightarrow 5 \geq 0\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty,-2] \cup [2,\infty)$$

d) $\boldsymbol{x^2+4x>0} \rightarrow x(x+4)>0 \rightarrow x=0, x+4=0 \rightarrow x=0, x=-4$

$$Los\ puntos\ x=0\ y\ \ x=-4\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty,-4),(-4,0)\ y\ (0,\infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty,-4): x=-6 \rightarrow (-6)^2+4(-6)>0 \rightarrow 12>0\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ (-4,0): x=-1 \rightarrow (-1)^2+4(-1)>0 \rightarrow -3>0\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ (0,\infty): x=1 \rightarrow (1)^2+4(1)>0 \rightarrow 5>0\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty,-4) \cup (0,\infty)$$

e) $\boldsymbol{2x(x-3)+1 \geq x-2} \rightarrow 2x^2-6x+1 \geq x-2 \rightarrow 2x^2-7x+3 \geq 0$

$$Mediante\ la\ fórmula\ cuadrática: x = \frac{1}{2}, x = 3$$

$$Los\ puntos\ x = \frac{1}{2}\ y\ \ x = 3\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty, \frac{1}{2}], [\frac{1}{2}, 3)\ y\ [3, \infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty, \frac{1}{2}]: x = 0 \to 2(0)^2 - 7(0) + 3 \geq 0 \to 3 \geq 0\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ [\frac{1}{2}, 3): x = 1 \to 2(1)^2 - 7(1) + 3 \geq 0 \to -2 \geq 0\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ [3, \infty): x = 4 \to 2(4)^2 - 7(4) + 3 \geq 0 \to 7 \geq 0\ Cierto$$

$$Solución: x \in (-\infty, \frac{1}{2}] \cup [3, \infty)$$

f) $\boldsymbol{(x-2)(x+3) - x + 5 \leq 2x - 1} \to x^2 + x - 6 - x + 5 \leq 2x - 1 \to$

$$x^2 - 1 \leq 2x - 1 \to x^2 - 2x \leq 0 \to x(x-2) \leq 0 \to x = 0, x = 2$$

$$Los\ puntos\ x = 0\ y\ \ x = 2\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty, 0], [0, 2]\ y\ [2, \infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty, 0]: x = -1 \to (-1)^2 - 2(-1) \leq 0 \to 3 \leq 0\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ [0, 2]: x = 1 \to (1)^2 - 2(1) \leq 0 \to -1 \leq 0\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ [2, \infty): x = 3 \to (3)^2 - 2(3) \leq 0 \to 3 \leq 0\ Falso$$

$$Solución: x \in [0, 2]$$

g) $\boldsymbol{x^2 + 5x + 2 < 2x + 12} \to x^2 + 3x - 10 < 0 \to Mediante\ form.\ cuadrática, x = 2, x = -5$

$$Los\ puntos\ x = -5\ y\ \ x = 2\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty, -5), (-5, 2)\ y\ (2, \infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty, -5): x = -6 \to (-6)^2 + 3(-6) - 10 < 0 \to 8 < 0\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ (-5, 2): x = 0 \to (0)^2 + 3(0) - 10 < 0 \to -10 < 0\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ (2, \infty): x = 3 \to (3)^2 + 3(3) - 10 < 0 \to 8 < 0\ Falso$$

$$Solución: x \in (-5, 2)$$

h) $\boldsymbol{2 - x(x+3) + 2x \geq 2(x+1)} \to Multiplicando\ y\ agrupando\ términos \to$

$$-x^2 - 3x \geq 0 \to x^2 + 3x \leq 0 \to x(x+3) \leq 0 \to x = 0, x = -3$$

$$Los\ puntos\ x = -3\ y\ \ x = 0\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos:$$

$$(-\infty, -3], [-3, 0]\ y\ [0, \infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty, -3]: x = -4 \to (-4)^2 + 3(-4) \leq 0 \to 4 \leq 0\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ [-3,0]: x=-1 \to (-1)^2+3(-1)\le 0 \to -2\le 0\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ [0,\infty): x=1 \to (1)^2+3(1)\le 0 \to 4\le 0\ Falso$$

$$Solución: x \in [-3,0]$$

15. Calcula los valores de x para que sea posible obtener las siguientes raíces:

a) $\sqrt{\boldsymbol{2x^2+x-3}} \to 2x^2+x-3\ge 0 \to Mediante\ la\ fórmula\ cuadrática\ obtenemos$

$$los\ puntos\ x=\frac{-3}{2}\ y\ x=1\ que\ dividen\ la\ recta\ en\ los\ intervalos:$$

$$(-\infty,\frac{-3}{2}],[\frac{-3}{2},1]\ y\ [1,\infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty,\frac{-3}{2}]: x=-2 \to 2(-2)^2-2-3\ge 0 \to 3\ge 0\ Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ [\frac{-3}{2},1]: x=0 \to 2(0)^2-0-3\ge 0 \to -3\ge 0\ Falso$$

$$Comprobamos\ para\ [1,\infty): x=2 \to 2(2)^2+2-3\ge 0 \to 7\ge 0\ Cierto$$

$$Solución: x\in(-\infty,\frac{-3}{2}]\cup[1,\infty)$$

b) $\sqrt{\boldsymbol{x^2+2x+1}} \to x^2+2x+1\ge 0 \to (x+1)^2\ \ge 0 \to El\ cuadrado\ de\ cualquier$

$$número\ más\ uno\ siempre\ será\ positivo\ o\ cero$$

$$Solución: x\in R$$

c) $\sqrt{\boldsymbol{-1+2x-x^2}} \to -x^2+2x-1\ge 0 \to x^2-2x+1\le 0 \to (x-1)^2\le 0 \to$

$$El\ cuadrado\ de\ cualquier\ número\ menos\ uno\ nunca\ será\ menor\ o\ igual\ que\ cero, excepto$$

$$en\ el\ caso\ de\ x=1$$

$$(1-1)^2\le 0 \to 0\le 0\ Cierto$$

$$Solución: x=1$$

d) $\sqrt{\boldsymbol{x^2+3x+5}} \to x^2+3x+5\ge 0 \to La\ fórmula\ cuadrática\ no\ tiene\ solución,$

$$esto\ implica\ que\ la\ parábola\ asociada\ a\ la\ ecuación\ nunca\ corta\ el\ eje\ x\ y\ que\ es\ una$$

$$parábola\ abierta\ hacia\ arriba\ ya\ que\ el\ primer\ coeficiente\ es>0$$

$$Concluimos\ que\ la\ expresión\ x^2+3x+5\ es\ mayor\ que\ 0\ para\ cualquier\ valor\ de\ x$$

$$Solución: x\in R$$

e) $\sqrt{\boldsymbol{-x^2+12x-36}} \to -x^2\ +\ 12x\ -36\ \ge 0 \to x^2\ -\ 12x\ +36\ \le 0 \to$

$$\rightarrow (x-6)^2 \leq \rightarrow El\ cuadrado\ de\ cualquier\ número\ menos\ uno\ nunca\ será\ menor$$
$$o\ igual\ que\ cero, excepto\ en\ el\ caso\ x=6$$
$$(6-6)^2 \leq 0 \rightarrow 0 \leq 0\ Cierto$$
$$Solución: x = 6$$

f) $\sqrt{\boldsymbol{x^2+6x-27}} \rightarrow\ x^2 +\ 6x\ -27\ \geq 0 \rightarrow Mediante\ la\ fórmula\ cuadrática$

$$obtenemos\ los\ puntos\ x=-9\ y\ x=3\ que\ dividen\ la\ recta\ en\ los\ intervalos:$$
$$(-\infty,-9], [-9,3]\ y\ [3,\infty)$$
$$Comprobamos\ para\ (-\infty,-9]: x=-10 \rightarrow (-10)^2 +\ 6(-10)-27\ \geq 0 \rightarrow$$
$$\rightarrow 13 \geq 0\ Cierto$$
$$Comprobamos\ para\ (-9{,}3]: x=0 \rightarrow (0)^2 +\ 6(0)\ -27\ \geq 0 \rightarrow -27 \geq 0\ Falso$$
$$Comprobamos\ para\ [3,\infty): x=4 \rightarrow (4)^2 +\ 6(4)\ -27\ \geq 0 \rightarrow 13 \geq 0\ Cierto$$
$$Solución: x \in (-\infty,-9] \cup [3,\infty)$$

g) $\sqrt{\boldsymbol{1-4x^2}} \rightarrow 1-4x^2 \geq 0 \rightarrow -4x^2 \geq -1 \rightarrow 4x^2 \leq 1 \rightarrow x^2 \leq \frac{1}{4} \rightarrow$

$$Aplicamos\ raíz\ cuadrada \rightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$$
$$Solución: x \in [-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$$

16. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\boldsymbol{2(x-1)^2 > 2 \rightarrow (x-1)^2 > 1} \rightarrow Aplicando\ raíz\ cuadrada \rightarrow$

$$x-1 > 1 \rightarrow x > 2$$
$$x-1 < -1 \rightarrow x < 0$$
$$Solución: x \in (-\infty,0) \cup (2,\infty)$$

b) $\boldsymbol{3(x+1)^2 \leq -12} \rightarrow (x+1)^2 \leq -4 \rightarrow La\ expresión\ (x+1)^2\ siempre\ será$

$$positiva\ para\ cualquier\ valor\ de\ x, por\ tanto, la\ desigualdad\ no\ se\ cumple\ nunca$$
$$Solución: No\ tiene$$

c) $-x^2 < 2 \rightarrow -x^2-2 < 0 \rightarrow x^2+2 > 0 \rightarrow\ La\ desigualdad\ será\ cierta\ para$

$$cualquier\ valor\ de\ x$$
$$Solución:\ x \in R$$

d) $\mathbf{4(x-2)^2 > 1} \rightarrow (x-2)^2 > \frac{1}{4} \rightarrow \textit{Aplicando raíz cuadrada} \rightarrow$

$$x-2 > \frac{1}{2} \rightarrow x > \frac{1}{2} + 2 \rightarrow x > \frac{5}{2}$$

$$x-2 < -\frac{1}{2} \rightarrow x < -\frac{1}{2} + 2 \rightarrow x < \frac{3}{2}$$

$$\textit{Solución}: x \in (-\infty, \frac{3}{2}) \cup (\frac{5}{2}, \infty)$$

e) $\mathbf{-5(x+4)^2 \leq 0} \rightarrow (x+4)^2 \geq 0 \rightarrow$ *La expresión* $(x+4)^2$ *siempre será positiva o igual a* 0 *para cualquier valor de* x*, por tanto, la desigualdad se cumple siempre*

$$\textit{Solución}:\ x \in R$$

f) $\mathbf{9(x+1)^2 \leq 81} \rightarrow (x+1)^2 \leq 9 \rightarrow \textit{Aplicando raíz cuadrada} \rightarrow$

$$-3 \leq x+1 \leq 3 \rightarrow -4 \leq x \leq 2$$

$$\textit{Solución}: [-4,2]$$

17. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\mathbf{x(2x-3) - 3(5-x) > 83} \rightarrow \textit{Multiplicando y agrupando términos} \rightarrow$

$$2x^2 - 15 > 83 \rightarrow 2x^2 > 98 \rightarrow x^2 > 49 \rightarrow \textit{Aplicando raíz cuadrada} \rightarrow$$

$$x > 7 \ y \ x < -7$$

$$\textit{Solución}: x \in (-\infty, -7) \cup (7, \infty)$$

b) $\mathbf{(2x+5)(2x-5) \leq 11)} \rightarrow \textit{Multiplicando los términos entre paréntesis} \rightarrow$

$$4x^2 - 25 \leq 11 \rightarrow 4x^2 \leq 36 \rightarrow x^2 \leq 9 \rightarrow \textit{Aplicando raíz cuadrada} \rightarrow -3 \leq x \leq 3$$

$$\textit{Solución}: x \in [-3,3]$$

c) $\mathbf{(7+x)^2 + (7-x)^2 > 130} \rightarrow (49 + 14x + x^2) + (49 - 14x + x^2) > 130 \rightarrow$

$$\textit{Agrupando términos} \rightarrow 98 + 2x^2 > 130 \rightarrow x^2 > 16 \rightarrow \textit{Aplicando raíz cuadrada} \rightarrow$$

$$x < -4 \ y \ x > 4$$

$$\textit{Solución}: x \in (-\infty, -4) \cup (4, \infty)$$

d) $\mathbf{(2x - 3)(3x - 4) - (x - 13)(x - 4) \ \geq \ 40} \rightarrow$

$$(6x^2 - 17x + 12) - (x^2 - 17x + 52) \geq 40 \rightarrow \textit{Multiplicando y agrupando términos} \rightarrow$$

$$5x^2 - 40 \geq 40 \rightarrow 5x^2 \geq 80 \rightarrow x^2 \geq 16 \rightarrow \textit{Aplicando raíz cuadrada} \rightarrow$$

$$x \leq -4 \; y \; x \geq 4$$

$$Solución: x \in (-\infty, -4] \cup [4, \infty)$$

e) $(\mathbf{3x - 4})(\mathbf{4x - 3}) - (\mathbf{2x - 7})(\mathbf{3x - 2}) < \mathbf{214} \rightarrow$

$$(12x^2 - 25x + 12) - (6x^2 - 25x + 14) < 214 \rightarrow Multiplicando\ y\ agrupando\ términos$$
$$\rightarrow 6x^2 - 2 < 214 \rightarrow x^2 < 36 \rightarrow Aplicando\ raíz\ cuadrada\ \rightarrow -6 < x < 6$$

$$Solución: x \in (-6,6)$$

f) $\mathbf{8(2 - x)^2 > 2(8 - x)^2} \rightarrow Calculando\ cuadrado\ y\ multiplicación \rightarrow$

$$32 - 32x + 8x^2 > 128 - 32x + 2x^2 \rightarrow Agrupando\ términos \rightarrow$$

$$-96 + 6x^2 > 0 \rightarrow 6x^2 > 96 \rightarrow x^2 > 16 \rightarrow Aplicando\ raíz\ cuadrada \rightarrow$$

$$x > 4 \; y \; x < -4$$

$$Solución: x \in (-\infty, -4) \cup (4, \infty)$$

g) $\mathbf{\frac{x^2-6}{2} - \frac{x^2+4}{4} \geq 5} \rightarrow Multiplicando\ por\ 4 \rightarrow 2(x^2 - 6) - (x^2 + 4) \geq 20 \rightarrow$

$$2x^2 - 12 - x^2 - 4 \geq 20 \rightarrow x^2 - 16 \geq 20 \rightarrow x^2 \geq 36 \rightarrow Aplicando\ raíz\ cuadrada \rightarrow$$

$$x \geq 6 \; y \; x \leq -6$$

$$Solución: x \in (-\infty, -6] \cup [6, \infty)$$

h) $\mathbf{\frac{5x-3}{x} \leq \frac{7-x}{x+2}} \rightarrow Multiplicando\ por\ x(x + 2) \rightarrow (5x - 3)(x + 2) \leq (7 - x) \cdot x \rightarrow$

$$Multiplicando\ términos \rightarrow 5x^2 + 7x - 6 \leq 7x - x^2 \rightarrow 6x^2 - 6 \leq 0 \rightarrow x^2 \leq 1 \rightarrow$$

$$Aplicando\ raíz\ cuadrada \rightarrow -1 \leq x \leq 1 \rightarrow x \in [-1,1]$$

$$A\ tener\ en\ cuenta\ que\ los\ denominadores\ no\ pueden\ ser\ cero \rightarrow x \neq 0, \quad x + 2 \neq 0$$

$$x \neq 0 \; y \; x \neq -2$$

$$Solución: x \in (-1,0) \cup (0,1]$$

18. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones con una incógnita:

a) $\begin{cases} \mathbf{2x - 3 > 0} \\ \mathbf{5x + 1 \leq 0} \end{cases}$

$$2x - 3 > 0 \rightarrow x > \frac{3}{2}$$

$$5x + 1 \leq 0 \rightarrow x \leq \frac{-1}{5}$$

$$No\ hay\ resultado\ posible\ que\ cumpla\ las\ dos\ condiciones$$

$$Solución: Incompatible$$

b) $\begin{cases} \mathbf{3x-4<4x+1} \\ \mathbf{-2x+3<4x-5} \end{cases}$

$$3x-4<4x+1 \rightarrow -5<x \rightarrow x>-5$$

$$-2x+3<4x-5 \rightarrow 8<6x \rightarrow \frac{8}{6}<x \rightarrow x>\frac{4}{3}$$

$$La\ intersección\ de\ ambas\ es: x>\frac{4}{3}$$

$$Solución: x \in (\frac{4}{3},\infty)$$

c) $\begin{cases} \mathbf{2x-3>x-2} \\ \mathbf{3x-7<x-1} \end{cases}$

$$2x-3>x-2 \rightarrow x>1$$

$$3x-7<x-1 \rightarrow 2x<6 \rightarrow x<3$$

$$La\ intersección\ de\ ambas\ es: 1<x<3$$

$$Solución: x \in (1,3)$$

d) $\begin{cases} \frac{x}{3}+\frac{x}{5}<\mathbf{8} \\ \frac{x}{2}-\frac{4x}{9}<\mathbf{5} \end{cases}$

$$\frac{x}{3}+\frac{x}{5}<8 \rightarrow \frac{5x}{15}+\frac{3x}{15}<8 \rightarrow \frac{8x}{15}<8 \rightarrow 8x<120 \rightarrow x<15$$

$$\frac{x}{2}+\frac{4x}{9}<5 \rightarrow \frac{9x}{18}+\frac{8x}{18}<5 \rightarrow \frac{x}{18}<5 \rightarrow x<90$$

$$La\ intersección\ de\ ambas\ es: x<15$$

$$Solución: x \in (-\infty,15)$$

e) $\begin{cases} \frac{x-1}{3}-\frac{x+3}{2}\leq \boldsymbol{x} \\ \frac{4x-2}{4}-\frac{x-1}{3}\geq \boldsymbol{x} \end{cases}$

$$\frac{x-1}{3}-\frac{x+3}{2}\leq x \rightarrow \frac{2(x-1)}{6}-\frac{3(x+3)}{6}\leq x \rightarrow Simplificando \rightarrow \frac{-x-11}{6}\leq x \rightarrow$$

$$\rightarrow -x-11\leq 6x \rightarrow -11\leq 7x \rightarrow x\geq \frac{-11}{7}$$

$$\frac{4x-2}{4}-\frac{x-1}{3}\geq x \rightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)-\frac{x-1}{3}\geq x \rightarrow \frac{2x-3}{6}-\frac{2(x-1)}{6}\geq x \rightarrow$$

$$\rightarrow Simplificando \rightarrow \frac{-1}{6} \geq x \rightarrow x \leq \frac{-1}{6}$$

$$La\ intersección\ de\ ambas\ es: \frac{-11}{7} \leq x \leq \frac{-1}{6}$$

$$Solución: x \in [\frac{-11}{7}, \frac{-1}{6}]$$

19. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $|\mathbf{2x+1}| \leq \mathbf{5} \rightarrow -5 \leq 2x+1 \leq 5 \rightarrow -6 \leq 2x \leq 4 \rightarrow -3 \leq x \leq 2$

$$Solución: x \in [-3,2]$$

b) $|\mathbf{-x+1}| \geq \mathbf{2} \rightarrow -x+1 \geq 2 \rightarrow -x \geq 1 \rightarrow x \leq -1$

$$-x+1 \leq -2 \rightarrow -x \leq -3 \rightarrow x \geq 3$$

$$Solución: x \in (-\infty, -1] \cup [3, \infty)$$

c) $|\mathbf{-x+9}| \leq \mathbf{10} \rightarrow -10 \leq -x+9 \leq 10 \rightarrow -19 \leq -x \leq 1 \rightarrow 19 \geq x \geq -1$

$$Solución: x \in [-1,19]$$

d) $|\mathbf{2x-1}| > \mathbf{4} \rightarrow 2x-1 > 4 \rightarrow x > \frac{5}{2}$

$$2x-1 < -4 \rightarrow x < \frac{-3}{2}$$

$$Solución: x \in (-\infty, \frac{-3}{2}) \cup (\frac{5}{2}, \infty)$$

e) $|\mathbf{-4x+12}| < \mathbf{-6}$

$$El\ valor\ absoluto\ es\ siempre\ no\ negativo, por\ tanto\ no\ se\ puede\ cumplir\ la\ desigualdad$$

$$Solución: No\ tiene$$

f) $|\frac{\mathbf{x+1}}{\mathbf{2}}| \leq \mathbf{10} \rightarrow -10 \leq \frac{x+1}{2} \leq 10 \rightarrow -20 \leq x+1 \leq 20 \rightarrow -21 \leq x \leq 19$

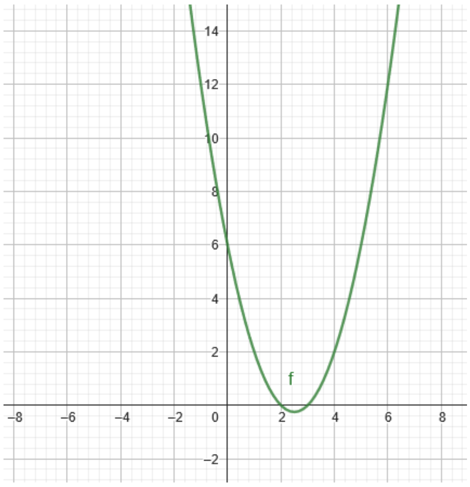
$$Solución: x \in [-21,19]$$

g) $|\mathbf{-4x+8}| < \mathbf{3} \rightarrow -3 < -4x+8 < 3 \rightarrow -11 < -4x < -5 \rightarrow \frac{11}{4} > x > \frac{5}{4}$

$$Solución: x \in (\frac{5}{4}, \frac{11}{4})$$

20. Representa gráficamente la parábola $y = x^2 - 5x + 6$ e indica en qué intervalos es $x^2 - 5x + 6 > 0$, dónde $x^2 - 5x + 6 < 0$, dónde $x^2 - 5x + 6 \geq 0$, y dónde $x^2 - 5x + 6 \leq 0$:

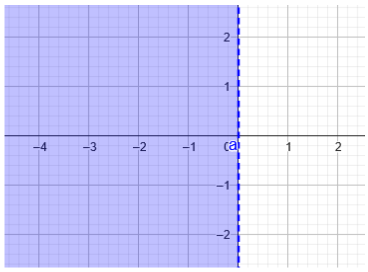
$$Parábola: y = x^2 - 5x + 6$$



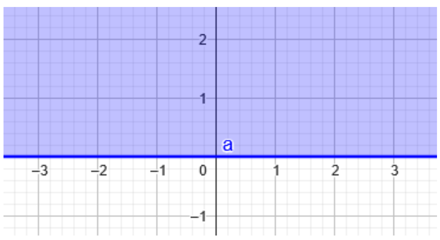
$$Mediante\ la\ fórmula\ cuadrática\ obtenemos\ las\ raíces\ x = 2, x = 3\ que\ dividen\ la\ recta$$
$$en\ los\ intervalos\ (-\infty, 2), (2, 3)\ y\ (3, \infty)$$
$$Comprobando\ valores\ de\ x\ en\ los\ intervalos:$$
$$x^2 - 5x + 6 > 0\ en\ (-\infty, 2) \cup (3, \infty)$$
$$x^2 - 5x + 6 \geq 0\ en\ (-\infty, 2] \cup [3, \infty)$$
$$x^2 - 5x + 6 < 0\ en\ (2,3)$$
$$x^2 - 5x + 6 \leq 0\ en\ [2,3]$$

21. Representa los siguientes semiplanos:

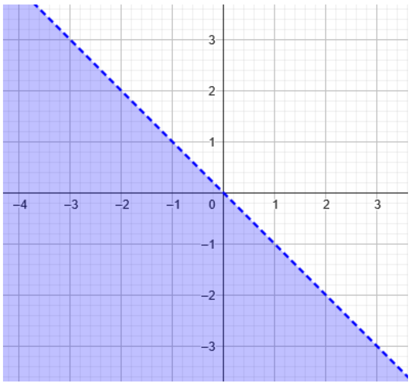
a) $x < 0 \rightarrow$



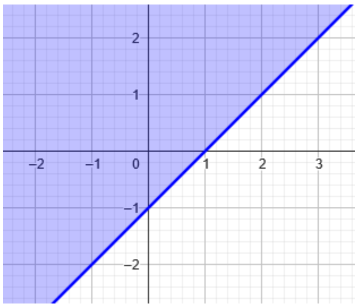
b) $y \geq 0 \rightarrow$



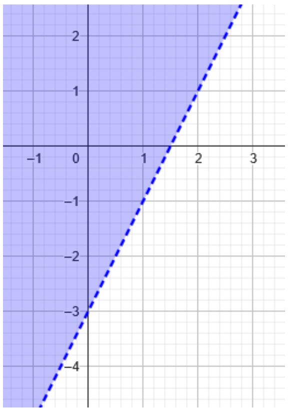
c) $x + y < 0 \rightarrow$



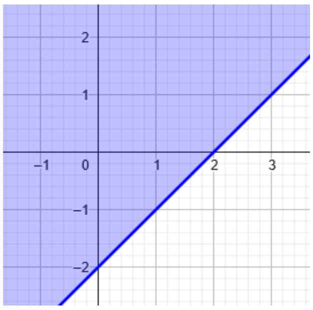
d) $x - y \leq 1 \rightarrow$



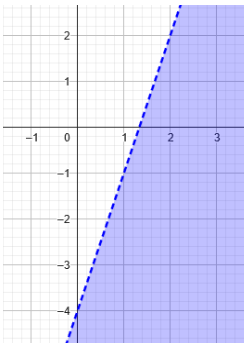
e) $2x - y < 3 \rightarrow$



f) $-x + y \geq -2 \rightarrow$



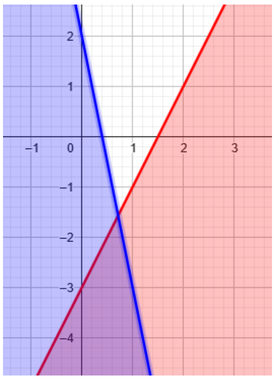
a) $3x - y > 4 \rightarrow$



22. Representa la región factible de cada uno de los siguientes sistemas de inecuaciones:

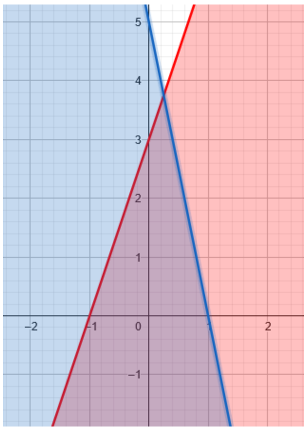
a) $\begin{cases} 2x - y \geq 3 \\ 5x + y \leq 2 \end{cases}$

$$Representamos\ la\ región\ factible\ (morado)\ conformada\ por\ los\ dos\ semiplanos\ (las\ dos\ rectas, roja\ y\ azul, incluidas\ en\ la\ región\ factible)$$



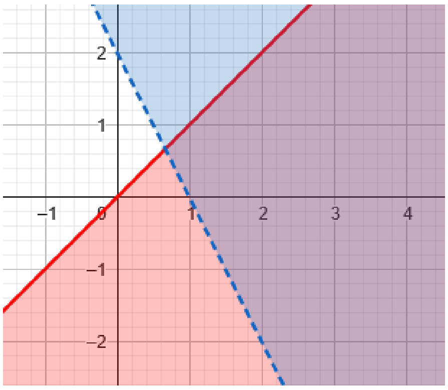
b) $\begin{cases} 3x - y \geq -3 \\ 5x + y \leq 5 \end{cases}$

$$Representamos\ la\ región\ factible\ (morado)\ conformada\ por\ los\ dos\ semiplanos\ (las\ dos\ rectas, roja\ y\ azul, incluidas\ en\ la\ región\ factible)$$



c) $\begin{cases} x - y \geq 0 \\ 2x + y > 2 \end{cases}$

$Representamos\ la\ región\ factible\ (morado)\ conformada\ por\ los\ dos\ semiplanos\ (la\ primera\ recta\ roja\ incluida\ en\ la\ región\ factible, la\ segunda\ azul\ no)$



23. ¿Cuáles son los números cuyo triple es mayor o igual que su doble más 30?

Si x es el número, $Diseñamos\ la\ inecuación: 3x \geq 2x + 30$

$Resolvemos: 3x - 2x \geq 30 \rightarrow x \geq 30$

$Solución: [30, \infty)\ Todos\ los\ números\ mayores\ o\ igual\ que\ 30$

24. Averigua cuál es el menor número entero múltiplo de 3 que verifica la inecuación:

Si x es el número, $x + 2 > -3x + 10$

$Resolvemos\ la\ desigualdad: x + 3x > 10 - 2 \rightarrow 4x > 8 \rightarrow x > 2$

$el\ menor\ múltiplo\ de\ 3\ siendo\ mayor\ que\ 2\ es\ x = 3$

25. Un coche se desplaza por una carretera a una velocidad comprendida entre 70 Km/h y 110 Km/h. ¿Entre qué valores oscila la distancia del coche al punto de partida al cabo de 4 horas?

D: distancia, v: velocidad ; $Distancia = Velocidad \cdot Tiempo$,

Velocidad: 70 < v < 110

$Dmin = 70 \cdot 4 = 280km$

$Dmax = 110 \cdot 4 = 440km$

Distancia: 280 < D < 440 , es decir ,

$El\ coche\ habrá\ recorrido\ entre\ 280\ y\ 440km$

26. La tarifa de telefonía de la empresa A es 25 euros fijos mensuales más 10 céntimos de euro por minuto de conversación, la de la empresa B es 20 euros fijos más 20 céntimos por minuto de conversación. ¿A partir de cuantos minutos empieza a ser más rentable la tarifa de la empresa A?

$$m = minutos\ de\ conversación$$
$$Coste\ en\ euros:$$
$$Coste\ A: 25 + 0{,}1m$$
$$Coste\ B: 20\ +\ 0{,}2m$$
$$En\ qué\ punto\ (valor\ de\ m)\ la\ empresa\ A\ cuesta\ menos\ que\ B:$$
$$25 + 0.1m < 20 + 0.2m$$
$$Resolvemos: 5 < 0.1m \rightarrow m > 50$$
$$Solución: A\ partir\ de\ los\ 50\ minutos\ empieza\ a\ ser\ rentable\ la\ tarifa\ A$$

27. Una fábrica paga a sus comerciales 20 € por artículo vendido más una cantidad fija de 600 €. Otra fábrica de la competencia paga 40 € por artículo y 400 € fijos. ¿Cuántos artículos debe vender un comercial de la competencia para ganar más dinero que el primero?

$$x\ =\ articulos\ vendidos$$
$$Fábrica\ 1: 600 + 20x$$
$$Fábrica\ 2: 400 + 40x$$
$$En\ qué\ punto\ (valor\ de\ x)\ la\ fábrica\ 2\ ingresa\ más\ que\ B:$$
$$400 + 40x > 600 + 20x$$
$$Resolvemos: 20x > 200 \rightarrow x > 10$$
$$Solución: A\ partir\ de\ 10\ artículos\ vendidos\ la\ segunda\ fábrica\ ingresa\ más$$

28. A un vendedor de aspiradoras le ofrecen 1000 euros de sueldo fijo más 20 euros por aspiradora vendida. A otro le ofrecen 800 euros de fijo más 25 euros por aspiradora vendida. Explica razonadamente qué sueldo es mejor a partir de qué cantidad de aspiradoras vendidas.

$$x\ =\ aspiradoras\ vendidas$$
$$Vendedor\ 1: 1000 + 20x$$
$$Vendedor\ 2: 800 + 25x$$
$$En\ qué\ punto\ (valor\ de\ x)\ el\ vendedor\ 2\ ingresa\ más\ que\ el\ 1:$$
$$800 + 25x > 1000 + 20x$$
$$Resolvemos: 5x > 200 \rightarrow x > 40$$
$$Solución: A\ partir\ de\ las\ 40\ aspiradoras\ vendidas, el\ vendedor\ 2\ tiene\ mejor\ sueldo$$

29. El área de un cuadrado es menor o igual que 64 cm². Determina entre qué valores se halla la medida del lado.

$$Sea\ x\ la\ medida\ del\ lado\ en\ cm:$$
$$Área\ =\ x^2$$

$$Area\ menor\ o\ igual\ que\ 64:\ x^2 \leq 64$$

$$Resolvemos: aplicando\ raíz\ cuadrada\ obtenemos\ el\ intervalo\ -8 \leq x \leq 8$$

$$Al\ ser\ x\ una\ longitud\ en\ cm, los\ valores\ negativos\ y\ el\ 0\ no\ tienen\ sentido$$

$$Solución: (0, 8]$$

30. El perímetro de un cuadrado es menor que 60 metros. Determina entre qué valores se halla la medida del lado.

$$Sea\ x\ la\ medida\ del\ lado\ en\ m:$$

$$Perímetro\ =\ 4x$$

$$Perímetro\ menor\ que\ 60: 4x < 60$$

$$Resolvemos: x < \frac{60}{4} \rightarrow x < 15$$

$$Al\ ser\ x\ una\ longitud\ en\ m, los\ valores\ negativos\ y\ el\ 0\ no\ tienen\ sentido$$

$$Solución: (0{,}15)$$

31. Un panadero fabrica barras y hogazas. La barra de pan lleva 200 gramos de harina y 5 gramos de sal, mientras que la hogaza lleva 500 gramos de harina y 10 gramos de sal. Si dispone de 200 kg de harina y 2 kg de sal, determina cuántos panes de cada tipo pueden hacerse.

x: número de barras de pan , y: número de hogazas

$$Harina: 200x + 500y \leq 200\ 000$$

$$Sal: 5x + 10y \leq 2\ 000$$

$x \geq o$, $y \geq 0$, simplificando

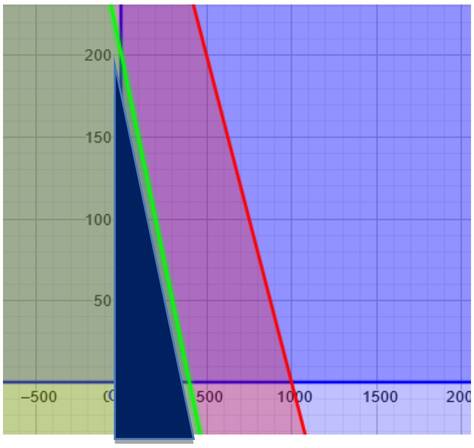
$$I1: 2x + 5y \leq 2\ 000$$

$$I2: x + 2y \leq 400$$

$$I3: x \geq 0$$

$$I4: y \geq 0$$

$$La\ solución\ está\ comprendida\ en\ la\ región\ factible (morado\ oscuro)\ que\ representa\ el\ sistema:$$



AUTOEVALUACIÓN

1. La desigualdad 2 < x < 7 se verifica para los valores:

a) 2, 3 y 6 → $\boldsymbol{Sí}$

b) 3, 4.7 y 6 → $\boldsymbol{Sí}$

c) 3, 5.2 y 7 → $\boldsymbol{No}$

d) 4, 5 y 8 → $\boldsymbol{No}$

2. Tiene como solución x = 2 la inecuación siguiente:

a) x < 2 → $\boldsymbol{No}$

b) x > 2 → $\boldsymbol{No}$

c) x ≤ 2 → $\boldsymbol{Sí}$

c) x+3 < 5 → $\boldsymbol{x < 2 \to No}$

3. La solución de la inecuación 3.4 + 5.2x – 8.1x < 9.4 + 7.3x es:

a) x < –10/1.7 b) x > –3/5.1 c) x > –10/1.7 d) x < 6/10.2

$$-6 < 10.2x \to x > \frac{-6}{10.2} \to x > \frac{-3}{5.1}$$

$$Solución: b$$

4. La ecuación $x^2 \leq 4$ tiene de soluciones:

a) x ∈ (–2, 2) b) x ∈ [–2, 2] c) x ∈ (–∞,–2) ∪ (2, +∞) d) x ∈ (–∞,–2] ∪ [2, +∞)

$$Aplicando\ raíz\ cuadrada\ obtenemos\ \to -\sqrt{4} \leq x \leq \sqrt{4} \to -2 \leq x \leq 2\ \to\ x \in [-2,2]$$

$$Solución: \boldsymbol{b}$$

5. La suma de las edades de dos personas es mayor de 40 años y su diferencia menor o igual que 8 años. ¿Cuál de los siguientes sistemas de inecuaciones nos permite calcular sus edades?

a) $\begin{cases} x+y>40 \\ y-x\leq 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+y\geq 40 \\ y-x<8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x+y>40 \\ x-y<8 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x+y<40 \\ x-y\leq 8 \end{cases}$

$$Solución: \boldsymbol{c}$$

6. El perímetro de un rectángulo es menor que 14 cm. Si la base es mayor que el doble de la altura menos 3 cm, algún valor que verifica es sistema es:

a) base = 4 cm, altura = 1 cm b) base = 2 cm, altura = 3 cm

c) base = 6, altura = 4cm d) base = 9 cm, altura = 2 cm

$$\begin{cases} Perímetro: P < 14, \quad P = 2(base + altura) \\ base > 2altura - 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2(b+a) < 14 \\ b > 2a - 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2b + 2a < 14 \\ 2a - b < 3 \end{cases}$$

a) $\begin{cases} 2 \cdot 4 + 2 \cdot 1 = 10 < 14 \quad Sí \\ 2 \cdot 2 - 1 = 3 < 3 \quad No \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 10 < 14 \quad Sí \\ 2 \cdot 2 - 3 = 1 < 3 \quad Sí \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2 \cdot 6 + 2 \cdot 4 = 20 < 14 \quad No \\ 2 \cdot 6 - 4 = 8 < 3 \quad No \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2 \cdot 9 + 2 \cdot 2 = 22 < 14 \quad No \\ 2 \cdot 9 - 2 = 16 < 3 \quad No \end{cases}$

$$Solución: \boldsymbol{b} \quad b = 2cm, \quad a = 3cm$$

7. La solución de la inecuación $|-x+7| \leq 8$ es:

a) [–1, 15] **b) (–∞, –1]** **c) (–1, 1)** **d) [1, ∞)**

$$-8 \leq -x + 7 \leq 8$$

$$Resolver\ parte\ izquierda: -8 \leq -x + 7 \rightarrow -15 \leq -x \rightarrow 15 \geq x$$

$$Resolver\ parte\ derecha: -x + 7 \leq 8 \rightarrow -x \leq 1 \rightarrow x \geq -1$$

$$Combinando\ soluciones: -1 \leq x \leq 15 \rightarrow x \in [-1, 15]$$

$$Solución: \boldsymbol{a}$$

8. Las soluciones posibles de $\sqrt{5x-9}$ son:

a) x < 9/5 **b) x > 9/5** **c) x ≤ 9/5** **d) x ≥ 9/5**

$$La\ raíz\ cuadrada\ está\ definida\ si\ su\ radicando\ es\ mayor\ o\ igual\ que\ cero \rightarrow$$

$$5x - 9 \geq 0 \rightarrow x \geq \frac{9}{5}$$

$$Solución: \boldsymbol{d}$$

9. La solución de la inecuación $\frac{2x-3}{x-2} < 1$ es:

a) (1, 2) **b) (–∞, 1)** **c) x < 1 U x > 2** **d) (–1, 2)**

$$Restando\ 1 \rightarrow \frac{2x-3}{x-2} - 1 < 0 \rightarrow Denominador\ común\ x - 2 \rightarrow \frac{2x-3}{x-2} - \frac{x-2}{x-2} < 0 \rightarrow$$

$$\frac{(2x-3)-(x-2)}{x-2} < 0 \rightarrow Simplificando \rightarrow \frac{x-1}{x-2} < 0 \rightarrow x-1=0, x-2=0$$

$$Los\ puntos\ x=1\ y\ \ x=2\ dividen\ la\ recta\ en\ tres\ intervalos: (-\infty,1), (1{,}2)\ y\ (2,\infty)$$

$$Comprobamos\ para\ (-\infty,1): x=0 \rightarrow \frac{1-1}{1-2} < 0 \rightarrow 0 < 0 \rightarrow Falso$$

$$Comprobamos\ para\ (1{,}2): x=1.5 \rightarrow \frac{1.5-1}{1.5-2} < 0 \rightarrow -1 < 0 \rightarrow Cierto$$

$$Comprobamos\ para\ (2,\infty): x=3 \rightarrow \frac{3-1}{3-2} < 0 \rightarrow 2 < 0 \rightarrow Falso$$

$$Solución: \boldsymbol{a}\quad x \in (1{,}2)$$

10. Una inecuación cuya solución sea el intervalo (−∞, 5) es:

a) 5x – 3x + 2 < 9x + 2 **b) 8x – 3x + 7 < 9x + 2**

c) 5x – 3x + 2 < 7x + 27 **d) 5x – 3x – 2 > 7x – 27**

a) 5x – 3x + 2 < 9x + 2 , 2x + 2 < 9x + 2 , 2x – 9x < 2 – 2 , - 5x < 0 , x > 0 , $(0,\infty)$

b) 8x – 3x + 7 < 9x + 2 , 5x + 7 < 9x + 2 , 5x – 9x < 2 – 7 , - 4x < - 5 , x > 5/4 , $(5/4,\infty)$

c) 5x – 3x + 2 < 7x + 27 , 2x + 2 < 7x + 27 , 2x – 7x < 27 – 2 , - 5x < 25 , x > - 5 , $(-5,\infty)$

d) $5x-3x-2 > 7x-27 \rightarrow 2x > 7x-25 \rightarrow -5x > -25 \rightarrow x < 5 \rightarrow (-\infty,5)$

$$Solución: \boldsymbol{d}\quad (-\infty,5)$$