

# Ejercitando las neuronas

Luis Balbuena Castellano  
Paula Pérez Pacheco  
Ignacio Jiménez San Andrés





## **Reconeixement – NoComercial – CompartirIgual (by-nc-sa).**

No se permite un uso comercial de la obra original ni de las posibles obras derivadas, la distribución de las cuales se debe hacer con una licencia igual a la que regula la obra original.

Está permitido copiar y fotocopiar esta obra, total o parcialmente, con el objetivo de que sea accesible para el alumnado.



**Reconocimiento** (Attribution): En cualquier explotación de la obra autorizada por la licencia hará falta reconocer la autoría.



**No Comercial** (Non commercial): La explotación de la obra queda limitada a usos no comerciales.



**Compartir Igual** (Share alike): La explotación autorizada incluye la creación de obras derivadas siempre que mantengan la misma licencia al ser divulgadas



## Ejercitando las neuronas

### A modo de introducción

Hola, no sé si esto que he pensado va a servir para algo o no, pero quiero aportar mi granito de arena (virtual en este caso), para sobrellevar lo que nos ha tocado vivir y obedecer...

La reclusión nos obliga a hacer ejercicios físicos para que los músculos no se entumescan o por lo menos tener esa sensación... Hay que perseverar...

Nosotros les queremos proponer ejercicios, pero en este caso para las neuronas que si no se ejercitan, también se desgastan y entumescen... Ya sabemos que hay muchas formas de hacerlo y esperamos que estén en ello, como por ejemplo leer, escuchar música (la que a cada uno le guste), conversar inteligentemente con los demás, etc. Lo que les queremos proponer, serán ejercicios y cuestiones relacionadas con lo nuestro, que son las matemáticas, y que esperamos que les ayuden a que no se les enduerman mucho las susodichas... Cada día iremos enviando cuestiones o las soluciones.

Lo que sí les pedimos es que no se rindan a la primera, es decir, hay quien lee un reto y antes de acabar dice: *esto no es para mí...* Pues no!! hay que leerlo todo y batallar para tratar de resolver y descubrir lo que se pide. Obviamente, ayuda mucho compartirlo con otros. Tampoco ir de *listillo*, que no sabemos qué es peor...

Los grados de dificultad son variables, y esperamos que muchas de las actividades que les proponemos terminen haciéndolas. Quizá conozcan algunas ya. Otras son de producción propia...

Hay una cuestión importante para la que apelamos a la responsabilidad de cada uno y es que no miren las soluciones hasta que no se hayan trabajado suficientemente las actividades propuestas. En algunos casos, habrá explicaciones complementarias que amplíen conocimientos o curiosidades.

Finalmente, nos dirigimos especialmente a los docentes para que hagan uso de este material con su alumnado. Las cuestiones son de muy variado nivel por lo que en general, todos podrán hacer algunas de las que se plantean en cada día. Por supuesto que si se les hacen llegar por vía electrónica, hacer que el envío de las cuestiones se separe unos días del envío de las soluciones.

Espero que nos acompañen... **con constancia, tenacidad y sean disciplinados...**

Obviamente, lo pueden compartir con quienes quieran...

Me van a ayudar dos estudiantes de la carrera de matemáticas de la Universidad de La Laguna (Tenerife) así que seremos todo un equipo...

**Luis Balbuena Castellano, Paula Pérez Pacheco, Ignacio Jiménez San Andrés**



## **Ejercitando las neuronas. Luis Balbuena Castellano**

### **Día 1.**

#### **1.1.- Cuidado con los cortes**

Una persona tiene una barra de plata de 18 cm de largo. Le da tres cortes y los trozos resultantes, que pesan lo mismo, los vende a 200 euros cada uno. ¿Cuántos euros obtiene por esta venta?

#### **2.1.- Con cinco impares**

Un enunciado fácil: ha de conseguir el número 20 sumando cinco cifras impares.

#### **3.1- Abrazos**

Este texto no lo divulguen ni lo pasen a las autoridades porque podría haber multas así que sean discretos: un grupo de amigos se citan en un sitio y se saludan con un abrazo. El primero que llegó, que es una persona curiosa, ha contado quince abrazos en total. La pregunta es: ¿Cuántas personas forman el grupo?  
Otro día llegó a contar 36 abrazos. ¿Cuántos eran en esta ocasión?

#### **4.1- Parece falso pero es cierto**

Esto que parece falso pero es tan cierto que ocurre en mi familia y además por partida doble... En cierta ocasión, cuando le pregunté a mi nuera la edad que tenía, me contestó:

*Anteayer tenía 30 años y el año próximo tendré 33.*

¿Me estaba tomando el pelo? ¿Cómo se explica tan desconcertante respuesta?

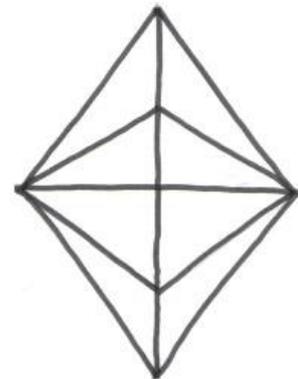
#### **5.1.- Abejas macho y abejas hembra**

Las abejas macho nacen de huevos sin fecundar y, por tanto, tienen madre pero no padre. En cambio las abejas hembra nacen de huevos fecundados. Considere una abeja macho y trate de averiguar cuántos antepasados tiene esta abeja hasta llegar a su duodécima generación anterior inclusive. Si eres alérgico/a a las abejas, toma precauciones y, sobre todo, sé ordenado con los cálculos que vayas haciendo...



### 6.1.- El kiosco

La imagen corresponde a un kiosco que está en Arrecife de Lanzarote. Concretamente, en el parque José Ramírez Cerdá. Como ven, es un prisma de base octogonal.



Observen el adorno que está en el techo del kiosco. La figura dibujada es un esquema de su forma. Lo que propongo es contar el número de triángulos que se pueden ver en esa figura. Si fuera posible, proponerlo a otra persona y comprobar si las dos (o más) dan el mismo número como solución. Cuando les de la solución les explicaré un método “infalible” para casos como este...

## **Ejercitando las neuronas. Día 2.**

### **Luis Balbuena Castellano**

Primero, darles las gracias por los mensajes que me han enviado de apoyo y estímulo para seguir... Espero poder cumplir... También agradezco la disciplina de los que llegaron a algunas soluciones y me las enviaron a mi. Es un gesto solidario con los que lo intentan. A seguir...

Doy por supuesto que ya los del Día 1 habrán salido o, por lo menos, los habrán trabajado... Esto es lo importante. Hay que ser tenaz y no rendirse a la primera...

La parte central de estas páginas son las actividades propuestas. Sin embargo, aprovecharé para irles comentando algunas cosas, siempre educativas. Por ejemplo, cuando se plantea un problema de matemáticas, se espera que el problema tenga solución. Pero no siempre es así... los hay en los que la solución es decir que "no tiene solución". Los que trabajaron las actividades del Día 1 ya saben por qué lo digo. Mañana les contaré la historia de unos famosos puentes (que no son los de Madison...), y verán un bonito caso en el que la solución es que *no tiene solución*...

### **1.2.- 365**

En el calendario de un año no bisiesto aparecen 365 días. Quizá ignores, hasta hoy, que 365 es un número con una curiosidad que vas a descubrir. Una calculadora ayudará. Se trata de lo siguiente: Puedes obtener 365 sumando los cuadrados de dos números enteros consecutivos pero también se puede conseguir sumando los cuadrados de otros tres números enteros consecutivos.

¡Hala! ¡¡A descubrir cuáles son esa pareja y esa terna de números!!

### **2.2.- A contar...**

De contar se trata porque Ángel tiene una mientras su capitán necesita dos y así como los varones se llevan una, las mujeres no la necesitan. Yo sí pues, para llegar hasta aquí, sumamos veintidos.

Si lo has entendido me podrás decir ahora quién tiene más, si Jeremías o Ana. Si no, vuelve a leerlo...

### **3.2.- Moneda falsa. De este tipo hay toda una zaga... Ve acumulando estrategias.**

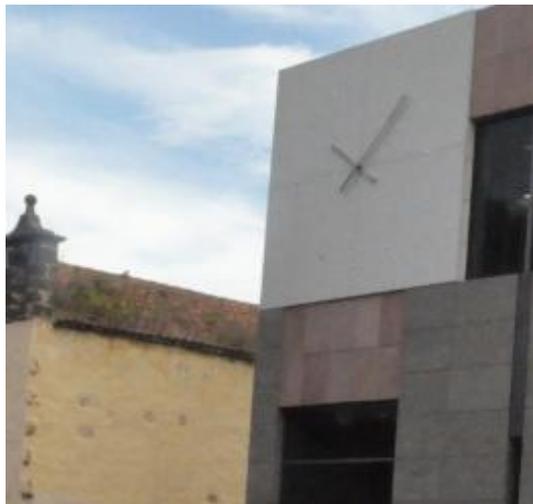
Tienes 3 monedas iguales en apariencia y se sabe que una es falsa y que pesa distinto de las otras dos. Con una balanza de platillos, ¿cómo se puede averiguar cuál es la falsa en el menor número de pesadas? Tener en cuenta que no se sabe si la falsa pesa más o menos que las verdaderas...

#### 4.2.- La estratagema de una maestra justa y lista

En una clase se formó un grupo de doce estudiantes para hacer un trabajo que se presentó a un concurso. Lo hicieron tan bien, que el jurado les otorgó el premio consistente en diez juegos de mesa. La maestra se vio en un apuro porque no hay juegos para todos. Pero ella sabe que hay dos estudiantes que prácticamente no aportaron nada al trabajo del equipo y como solo hay premio para diez, se le ocurrió una estratagema para que esos dos alumnos queden sin premio, pero de manera que ellos creen que ha sido el azar quien les ha castigado. La idea consiste en lo siguiente: coloca a los doce estudiantes en círculo y empezando por uno de ellos, va contando de tres en tres, entrega uno de los premios al que sea el tres y lo saca del círculo. Y así continúa hasta que se agotan los diez premios.

La pregunta es: ¿En qué lugares del círculo ha de colocar a los dos gandules para dejarles sin premio?

#### 5.2.- Reloj no marques las horas...



El reloj de la imagen es el que está en el edificio de los Juzgados en la Plaza del Adelantado de la ciudad de La Laguna. Como ven, tiene agujas y, además, funciona... Has de escribir cuánto mide, en grados, el ángulo que forman las dos agujas en las horas siguientes, haciendo debajo el dibujo correspondiente:

Hora	3 en punto	Una en punto	12 h 15 min	12h 30 min
Dibujo				
Grados				

## 6.2.- Curvas

Esta imagen está tomada en la plaza de José Ramírez Cerdá de Arrecife de Lanzarote.



¿De qué se trata? ¿Qué curva se ve? ¿De qué curva se trata?

## Ejercitando las neuronas. Día 3.

**Luis Balbuena Castellano**

Tras el fin de semana, un nuevo Día para entretener a las neuronas. El jueves les enviaré las soluciones del Día 1 así que si aun faltaba alguno por resolver, están a tiempo.

### 1.3.- Números naturales obtenidos mediante sumas de números consecutivos

Observa:  $3 = 1 + 2$ ;  $7 = 3 + 4$ ;  $6 = 1 + 2 + 3$

El 3, el 7 y el 6 se han obtenido como suma de números naturales consecutivos.

Para este entretenimiento/investigación basta con saber sumar. Se trata de conseguir expresar los números desde el 3 hasta 30 como suma de números consecutivos. Tener en cuenta que puede haber algún número que tenga más de una expresión. Basta con una. Si te cansas, déjalo un rato y vuelve más tarde o pasa a otra actividad...

### 2.3.- Los mil y un boliches

Hay un famoso libro que se titula *Las mil y una noches* con el que todos, directa o indirectamente, hemos tenido relación. Yo me he leído los 130 primeros relatos y desde luego es un derroche de fantasía, de crueldad, de imaginación y de muchas cosas más... Se trata de los cuentos que tuvo que contarle Scherezade a su cruel esposo para evitar que acabara con ella...

Pues bien, voy a utilizar el mismo número pero no de cuentos sino de boliches. Los quiero repartir entre un número de niños del que solo sé que es un número menor que 10. Pero hay dos condiciones adicionales y es que, por una parte, todos los niños han de recibir el mismo número de boliches. Y por otra, ese número de boliches que reciban ha de ser el mayor posible...

Como en otras ocasiones, una calculadora puede ayudar a dar con la solución.

### 3.3.- ¿Qué hora es?

Si para que acabe el día faltan un tercio de las horas que han pasado, ¿qué hora es?

No vale plantear una ecuación sino hacerlo numéricamente...

### 4.3.- El euro desaparecido.

Este un clásico en el mundo de los acertijos y por eso puede que lo conozcas ya. La escena descrita, obviamente, sucedió antes de la declaración del estado de alerta...

Tres amigos tomaron algo en un bar que les cuesta 30 euros. Para pagar cada uno aporta 10 euros. Entonces ocurre algo que no suele ser corriente pero esta vez ocurrió: el dueño del bar se da cuenta de que ha hecho mal el cálculo del total y les devuelve 5

euros a través del camarero. Los tres amigos le dan las gracias y reparten así los cinco euros: uno para cada uno y los dos sobrantes se los dan al camarero como propina.

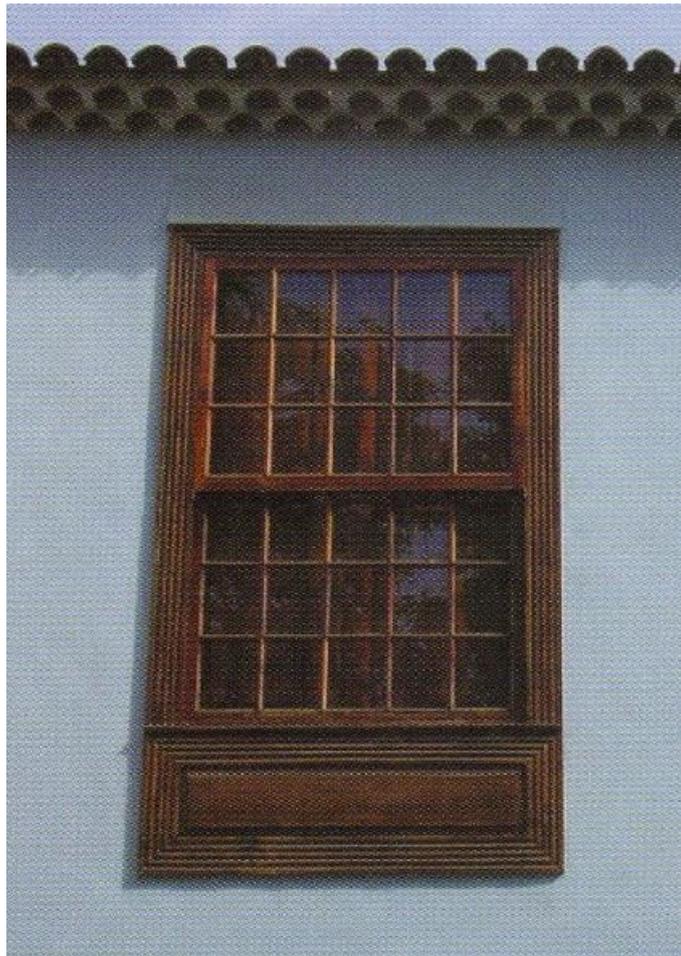
Hasta aquí todo está claro. Pero vamos a hacer las cuentas: cada amigo aportó 9 euros que al multiplicar por 3 salen 27 euros. Si ahora se suman los dos que se dieron al camarero salen 29. ¿De acuerdo? Pero ¿no eran 30 en total? ¿Dónde está el euro que falta?

### **5.3.- Repartiendo garrafrones.**

Un bodeguero quiere repartir 21 garrafrones entre tres amigos. A cada uno le quiere dar la misma cantidad de garrafrones y de vino. La cosa no tendría complicación si los garrafrones tuviesen todos la misma cantidad de vino. Pero no es así. Hay 7 llenos, 7 mediados y 7 vacíos.

¿Cómo se las arreglará el generoso bodeguero para cumplir con su deseo?

### **6.3.- Ventana de guillotina.**



Cuando se visita la Plaza del Adelantado de La Laguna, enfrente del palacio Nava, hay un edificio de CajaCanarias (bueno, después de la fusión con Caixabank no sé de quién es, pero ese rótulo aun figura allí...). De todos modos, eso es lo de menos. La imagen

corresponde a una de las cuatro ventanas superiores que están en la fachada que da a la plaza.

Hacemos una consideración previa. Vamos a suponer que los cristales son cuadrados. Con esa hipótesis, la cuestión planteada es esta:

*¿Cuántos cuadrados en total se pueden ver en las cuatro ventanas?*

**¡Ojo! Son más de 120**

**Hasta aquí el Día 3. Lo que viene a continuación es opcional...**

Ayer les comenté que les hablaría de unos famosos puentes que son los de la ciudad de Königsberg. Es una ciudad que se conoce hoy por el nombre de Kaliningrado. Se encuentra en un enclave ruso situado en el mar Báltico. Buscar el mapa en internet. Obsérvese en el mapa que ese enclave está entre Lituania y Polonia. Ese territorio perteneció en su momento a Prusia y se lo anexionó la Unión Soviética tras la Primera Guerra Mundial.

Fue una ciudad muy próspera y en ella nacieron y vivieron famosos personajes entre los que están:

Emmanuel Kant

David Hilbert

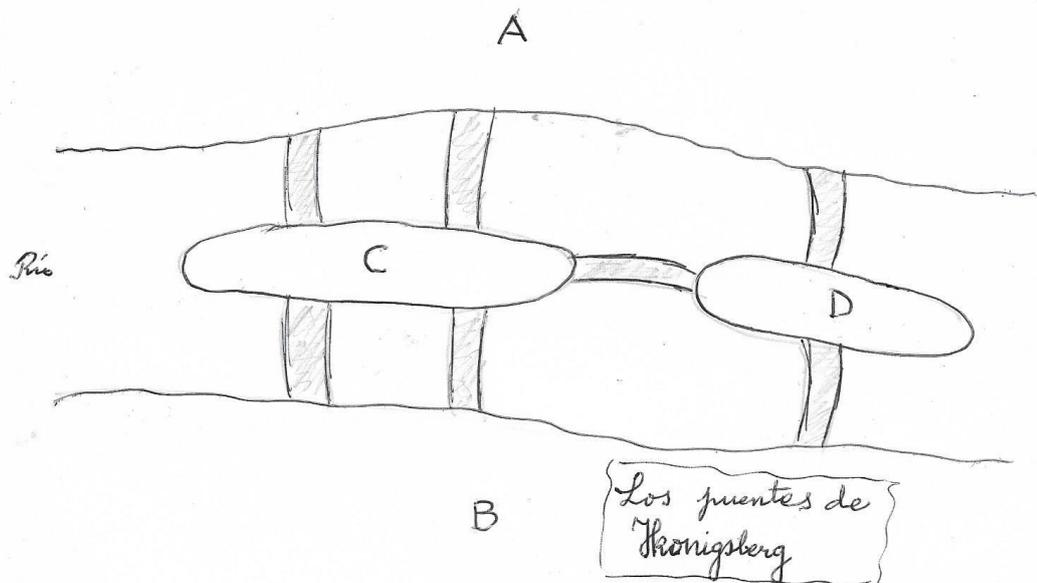
El primero es un famoso filósofo y el segundo es un matemático muy importante. Se hizo especialmente famoso cuando en el año 1900, en el Congreso Mundial de Matemáticos celebrado en París, propuso los 23 problemas que estaban abiertos en aquel momento y que debían ser el reto de los matemáticos a lo largo del siglo XX que estaba a punto de comenzar. Y bien que lo fueron.

Pero, pero vamos a lo nuestro.

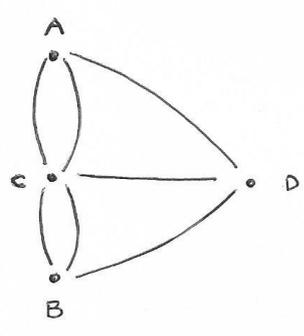
Por esa ciudad pasa un río. En él hay dos islas y unos puentes que comunican las islas con las orillas y entre sí. En el esquema se ve cuál es la situación. Pues bien, los vecinos mantenían una discusión sobre **si era posible hacer un recorrido de tal forma que los puentes solo pudieran atravesarse una sola vez.**

Allá por 1735, para que les ayudase a resolver el problema, acudieron a uno de los matemáticos más famosos de la época y de la historia: Leonard Euler (1707,1783).

¡Y vaya si lo resolvió!

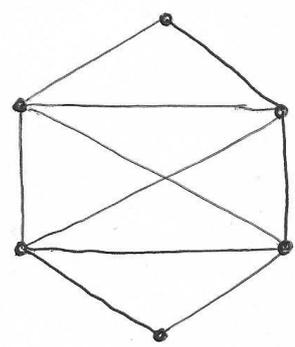
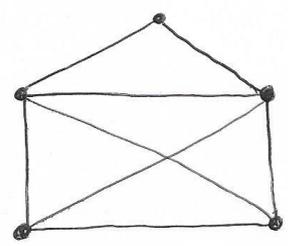


Euler esquemática la situación del siguiente modo:



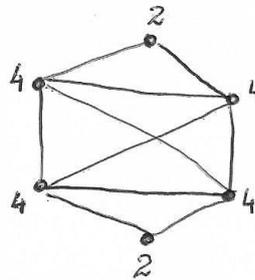
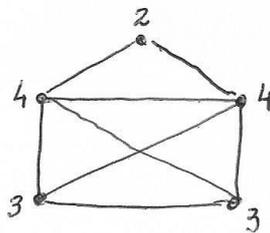
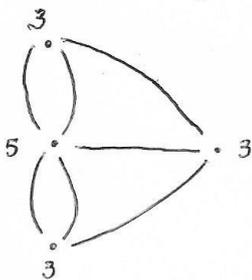
las orillas y las islas son los puntos y las aristas son los puentes. Esta herramienta matemática se llama grafo. ¿Se podrá hacer el recorrido que querían los ciudadanos?

Los dos grafos que he añadido



suelen proponerse como actividades de entretenimiento. Se trata de hacerlos de un solo trazo sin repetir aristas. Son dos grafos. Siga leyendo que se va a sorprender.

Los vértices de un grafo se pueden clasificar en "pares" e "impares" según el número de aristas que confluyan en él. En el grafo que hizo Euler, todos los vértices son impares.



Las leyes de los grafos.

Euler no solo aportó la solución a los ciudadanos sino que además dio unas leyes que resuelven ese problema en cualquier grafo.

1ª ley: si todos los vértices son pares, el trayecto se puede hacer empezando en cualquier vértice

2ª ley: si hay dos vértices impares, el trayecto se puede hacer empezando en uno de los vértices impares y acabando en el otro.

3ª ley: en las demás situaciones, no se puede hacer el trayecto.

En el de los puentes de Königsberg, todos son impares y, por tanto, el trayecto no se puede hacer.

## **Ejercitando las neuronas. Día 4**

**Luis Balbuena Castellano**

### **1.4.- Balanza de platillos y moneda falsa**

Se dispone de una balanza de platillos y de ocho monedas exactamente iguales en apariencia pero hay una que pesa menos que las demás. Se trata de localizar la moneda que pesa menos en el menor número de pesadas.

### **2.4.- Números de cerámica**

El Ayuntamiento ha decidido renovar los números de las casas de una calle que acaba de convertir en peatonal.

Los va a poner de cerámica y para cada dígito (\*) necesita una pieza. Así, por ejemplo, para el 25 necesita dos, una en la que está el dos y otra con el cinco. Si son 130 viviendas, ¿cuántas cerámicas necesita en total especificando también cuántas de cada dígito, es decir, cuántos ceros, cuántos unos, etc.?

(\*) Los dígitos son los números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

### **3.4.- Partida de tenis interrumpida**

Se celebra una partida de tenis entre Andrea y Carolina. La que gane se llevará 1200 euros. Teniendo en cuenta las trayectorias de cada una, las dos son igual de buenas. Se lleva los 1200 euros la primera que gane tres set. Cuando Andrea va ganando 2 a 1, llega una tremenda tormenta que obliga a suspender la partida y, en vista de que aquello va de largo, se decide repartir los 1200 euros entre ambas jugadoras. ¿Cuánto debe recibir cada una para que se haga un reparto justo, teniendo en cuenta que debería llevarse el total quien ganara las tres partidas?

### **4.4.- El pacto de Jaimito con su padre.**

El pacto es este: por cada examen que apruebe Jaimito, el padre le dará 10 euros. Por cada examen que suspenda, él le dará 6 euros a su padre. Cuando acaba el curso, Jaimito ha realizado 13 exámenes y su padre le ha de dar 34 euros.

¿Cuál es el balance? (Hacerlo con la ayuda de la aritmética)

### **5.4.- Pastor, col, cabra y lobo.**

Este es un clásico: Un pastor llega a la orilla de un río que debe atravesar. Lleva consigo una hermosa col, una cabra y un lobo. Pero se le presenta un inesperado problema: hay una barca que solo permite pasar al pastor con uno de los tres elementos. ¿Cómo ha de proceder para hacer la travesía en el menor número de viajes? Es evidente que no puede dejar al lobo con la cabra ni a ésta con la col...

## Ejercitando las neuronas. Día 5

### Luis Balbuena Castellano

#### **1.5.- Dígitos y secuencia**

Los dígitos del 0 al 9 , excepto el 8 , han sido ordenados en la siguiente secuencia mediante un determinado criterio. Debe descubrir cuál es el criterio y, según él, colocar el 8 en el sitio que le corresponde.

**0, 5, 4, 2, 9, 6, 7, 3, 1**

#### **2.5.- Cálculo de distancias**

Una guagua (autobús) sale de la Playa de las Américas hacia Santa Cruz de Tenerife a una velocidad de 70 km/h. Otra sale en sentido opuesto a la misma hora pero a 50 km/h. Si la distancia entre los dos lugares es de 76 km, cuando se cruzan las guaguas, ¿cuál está más cerca de Santa Cruz de Tenerife?

#### **3.5.- Coincidencia de las agujas del reloj**

Todos tenemos la imagen de la coincidencia de las dos agujas de un reloj a las 12 en punto. Pero las agujas vuelven a coincidir en las siguientes horas. Lo que se plantea es averiguar a qué hora exacta (hora, minutos y segundos), coinciden entre la 1 y las 2, entre las 2 y las 3, etc.

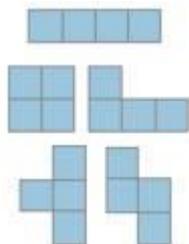
#### **4.5.- Aumentando cuatro metros el Ecuador.**

La situación virtual que voy a plantear, se puede razonar sin problemas, aunque parezca complicado. Se trata de lo siguiente: el Ecuador de la Tierra tiene 40 000 km. Hemos hecho una cinta de esa longitud para rodear el Ecuador pero antes de colocarla, la partimos, le añadimos cuatro metros de cinta y la colocamos alrededor del Ecuador. Obviamente, la cinta quedará holgada. Antes de proceder a hacer cálculos, podemos tratar de responder a cuestiones como estas: ¿Cabrán un folio entre la cuerda y el Ecuador? ¿Cabrán un portátil? ¿Y una oveja?...

#### **5.5.- Pentaminós**

Como es sabido, la ficha de dominó está formada por dos cuadrados unidos por uno de los lados. Los triminós están formados por tres cuadrados unidos por un lado y solo hay dos.

Si unimos cuatro cuadrados tendremos los tetraminós. Son estos:



Trata de construir todos los pentaminos posibles. Por supuesto, no buscarlos en internet sino tratar de dibujarlos primero y en todo caso, buscarlos después.

## Ejercitando las neuronas. Día 6.

Luis Balbuena Castellano

### 1.6.- Letras

Buscar nombres latinos de personas; no valen diminutivos tipo Pepe o Paco. La única condición que se impone es que no debe tener ninguna letra de **CARLOS**.

### 2.6.- Cervantes, requisador

Como es sabido, Miguel de Cervantes tuvo varios oficios después de regresar del dichoso cautiverio que le retuvo unos cinco años en Argel. Uno de los oficios fue hacer de requisador para la Corona para acopiar alimentos y avituallamiento para la Armada Invencible. El caso es que llegó a una cierta ciudad de cuyo nombre no me acuerdo, y dijo a tres agricultores que tenían que proveerle de 6912 libras de trigo (la libra equivalía a 0,46 kg). Uno de los agricultores le dice:

- Yo pongo una parte.

- Pues yo pongo tres veces más que él, dijo el segundo.

- Pues yo añado el doble que ustedes dos juntos, indicó el tercero.

Cervantes, simplemente calculó lo que cada uno debía aportar y comprobar que lo aportaba...

¿Cuánto aportó cada uno?

### 3.6.- Jaimito entra en una finca de naranjeros.

No lo puede resistir. Lleva un saco vacío. Abre el saco y empieza a llenarlo de naranjas para llevárselas. Después emprendió la huída pero le apareció un guardián que lo paró y le dijo:

*¡Oye, muchacho!, ¿Qué llevas ahí?*

Entonces Jaimito le abrió la bolsa, la miró el guardián y le ordenó:

*Déjame la mitad de las naranjas que llevas más media naranja y sigue tu camino.*

Y eso hizo. Pero Jaimito no contaba con que apareciera un segundo guardián que lo paró y le dijo:

*¡Oye, muchacho!, ¿Qué llevas ahí?*

Entonces Jaimito le abrió la bolsa y la miró el guardián y le ordenó:

*Déjame la mitad de las naranjas que llevas más media naranja y sigue tu camino.*

Y eso hizo.

Cuando ya se las prometía felices, apareció un tercer guardián que lo paró y le dijo:

*¡Oye, muchacho!, ¿Qué llevas ahí?*

Entonces Jaimito le abrió la bolsa, la miró el guardián y le ordenó:

*Déjame la mitad de las naranjas que llevas más media naranja y sigue tu camino.*

Y eso hizo.

Jaimito, una vez fuera de la finca, metió la mano en el saco y comprobó que solo le quedaba una naranja.

La gran pregunta es: ¿Cuántas naranjas tenía Jaimito en el saco al principio? Por cierto que la historia comenta que Jaimito no tuvo que partir ninguna naranja.

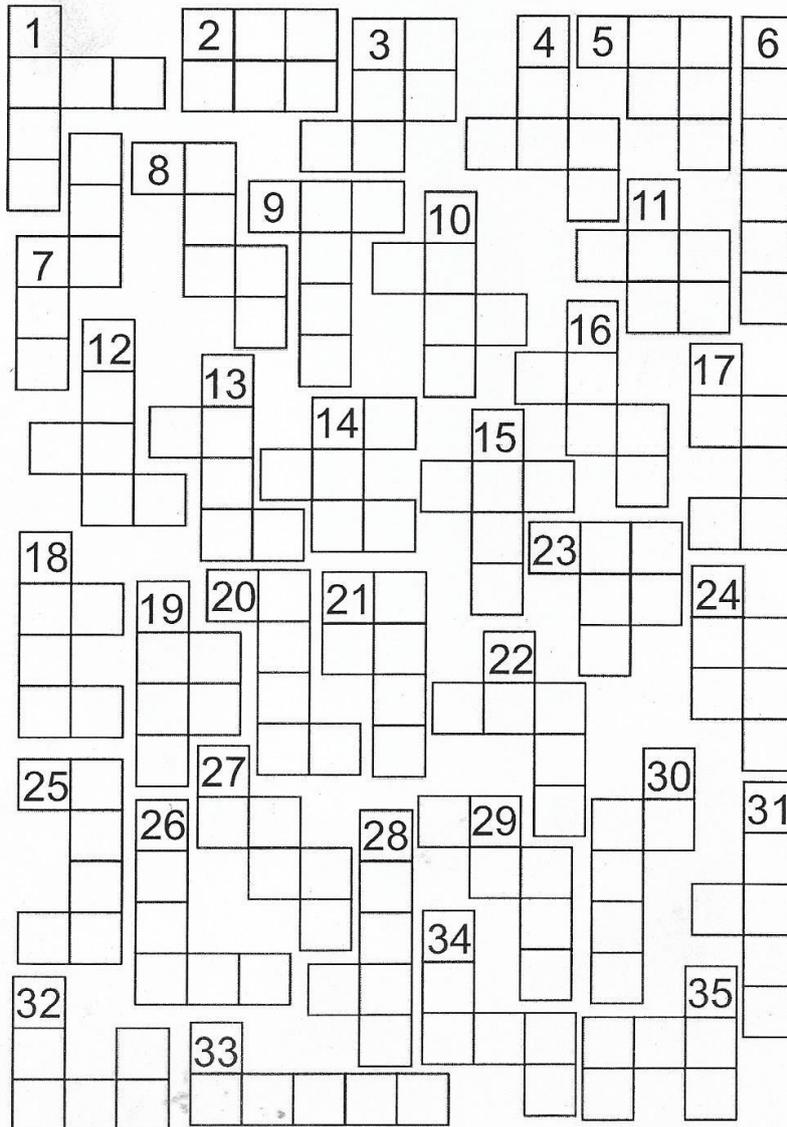
**Nota.-** Con este tema, escribí una especie de versión teatral en la que la Aritmética y el Álgebra pugnan sobre cuál de las dos soluciona mejor el problema. La pondré con las soluciones, al final por si alguno se quiere entretener en leerla completa. Los resultados obtenidos por Álgebra le sorprenderán...

#### **4.6.- Hexaminos**

Ya vimos las formas de unir hasta cinco cuadrados. Pasemos a seis, a los hexaminos. Como es sabido, el hexaedro o cubo es el poliedro regular de seis caras cuadradas cuyo ejemplo más popular es el dado del parchís. Pues bien, cuando un dado se despliega, se convierte en un hexamino. Pero no todo hexamino se puede transformar en un dado y por eso se plantea la siguiente cuestión que podrá a prueba la imaginación espacial:

Existen 35 formas de colocar seis cuadrados tal que cada dos compartan un lado. Pues bien, sólo con 11 de ellos se puede construir el cubo. ¿Cuáles son?

Tu selección:



### 5.6.- Carrera de balandros

Dos balandros, A y B, van a competir haciendo una carrera que sale de un punto, ha de recorrer 24 km hasta llegar a una boya y allí dan la vuelta y vuelven a punto de partida. El balandro A va y viene a 20 km/h mientras que el balandro B va a 16 km/h y regresa a 24 km/h. Lógicamente, gana la carrera el que llegue primero porque salen al mismo tiempo...

Pero, ¿cuál de ellos ganará?

## Curiosidades

### 1.- Diccionario etimológico de términos matemáticos.

En algunas de las siguientes entregas aparecerán términos matemáticos analizados etimológicamente.

Es una idea que planeamos Francisco Santana Santos y yo en una de las ocasiones en que hablamos. Él es catedrático de griego además de ser uno de los dos componente del magnífico duo humorístico conocido como *Piedra Pómez* (el otro miembro es Gregorio Figueras Martín, también docente). Espero que este trabajo colaborativo en el que, obviamente Francisco llevó la batuta académica, les ayude a comprender el significado de ciertas palabras que usamos en matemáticas de manera continua pero que ignoramos cuál es su sentido etimológico. A mi me sorprendieron algunas de forma especial.

Ábaco	Del latín <i>abacus</i> y éste del griego ἄβαξ = bloque, tablero (para contar votos o puntos en una competición, por ejemplo)
Abscisa (Eje horizontal)	<i>Abscisus-a-um</i> = cortado, cortada y a su vez del verbo <i>scindo</i> = cortar, separar.  <i>Ab</i> preposicion "de , por"; <i>scindo</i> = "cortar"; literalmente: "cortada por" o "cortada desde"
Absoluto	<i>Ab</i> -"de, por" <i>solutus</i> de <i>solvo</i> = soltar, libertar.  Significa "ilimitado, libre" también " acabado, terminado" (y por eso libre pues no está atado a nada que necesite)
Abstracto	Del latín <i>abstractus</i> = alejado, sustraído
Acre	Aunque es una palabra inglesa proviene del latín <i>áger</i> que significa campo cultivado
Adición	Significa acción de añadir o agregar. Proviene del sustantivo latino <i>additio</i>
Adyacente	De <i>adiacens</i> y éste de <i>ad iaceo</i> . Literalmente "que yace al lado"
Afelio	De ἄπο "lejos de" ἥλιο "sol". "Lejos, apartado del sol"
Agudo	Con forma de punta. Del adjetivo latino <i>acutus</i> que significa ser punzante, tener punta.
Álgebra	Procede del árabe " <i>al-jabr</i> ", que significa recomponer o reconstruir. Hacia el siglo IX de nuestra era, el matemático árabe Al-Khowarizmi

	escribe una de las obras más importantes de la época, " <i>Kitab al-jabr wa al-muqabalah</i> " que dio lugar al nombre de esta disciplina.
Algoritmo	Actualmente significa procedimiento de cálculo. Es una palabra de origen árabe.
Altura	Del adjetivo latino <i>altus</i> , que significa alto, elevado. La terminación <i>ura</i> señala el carácter de. Por tanto su significado es: carácter de alto o altitud.
Ángulo	Del latín " <i>angulus</i> "(ángulus) y este del griego ἄγκυλος (ángylos) "corvo, encorvado, retorcido, intrincado"
Apotema	Del griego ἀποθήμα del verbo ἀποτίθημι . Literalmente "lo que se pone o coloca a partir de", "lo puesto aparte"
Arco	Del latín <i>arcus</i> = arco (de flechas y arquitectura), curva
Área	Del latín <i>área</i> = "terreno, espacio"
Arista	Del latín <i>arista</i> = arista (de la espiga), espiga
Aritmética	Es la parte de las matemáticas que se dedica al estudio de los números. Del sustantivo griego <i>arithmós</i> ἀριθμός que significa número. De ese término deriva el adjetivo <i>arithmetiké</i> , que significa relativo a los números.
Astronomía	Del griego Ἀστρονομία es decir ἄστρον =estrella, cielo y νομία = ley. Esto es "Ley del astro/cielo"  <i>Astro</i> = estrella; <i>nomos</i> = (¿orden?) ley, norma, regla. La mayor parte de las ciencias utilizan " <i>logos</i> " (geología, biología). Esta usa <i>nomos</i> para distinguirse de la astrología que es una pseudociencia.
Axial	Según RAE, del francés <i>axial</i> , latín <i>axis</i> = eje y griego ἄξων (áxon) = eje. Significaría "perteneciente o relativo al eje"
Baricentro	Centro de gravedad de la figura
Base	Significa asiento, fundamento, apoyo. Del sustantivo latino <i>básis</i> , que a su vez, es tomado del griego <i>básis</i> βάσις.
Binario	Significa que se cuenta de dos en dos. Del adjetivo latino <i>binarius</i> , de dos en dos, cada dos.
Bisectriz	Del latín <i>bi</i> = dos. <i>Sectrix</i> del verbo <i>seco</i> = "cortar", derivado de agente femenino "la que corta". Por tanto: "la que corta en dos"

<b>Nº de lados del polígono</b>	<b>Nombre</b>	<b>Etimología</b>
3	Triángulo	Latín, triangulus (3 ángulos)
4	Cuadrilátero	Latín, quadrilaterus (4 lados)
5	Pentágono	Pente gono, griego, πέντε γώνος (5 ángulos)
6	Hexágono	Hexa gono griego, ἕξ γώνος (6 ángulos)
7	Heptágono	Hepta gono griego, ἑπτὰ γώνος (7 ángulos)
8	Octógono	Octo gono griego, ὀκτώ γώνος (8 ángulos)
9	Eneágono	Enea gono griego, ἑννέα γώνος (9 ángulos)
10	Decágono	Deka gono griego, δέκα γώνος (10 ángulos)
11	Endecágono	Endeca gono griego, ἑνδεκα γώνος (11 ángulos)
12	Dodecágono	Dodeca gono griego, δώδεκα γώνος (12 ángulos)
15	Pentadecágono	Pentadeca gono griego, πεντεδεκα γώνος (15 ángulos)
20	Icógono	Icosi gono griego, εἴκοσι γώνος (20 ángulos)

## Ejercitando las neuronas. Día 7

Luis Balbuena Castellano, Paula Pérez Pacheco, Ignacio Jiménez San Andrés

### 1.7.- Criptograma pasado por agua

Definimos el criptograma como un acertijo en el que los números han sido sustituidos por letras u otros símbolos de modo que hemos de descubrir por qué números debe ser sustituida cada letra o cada símbolo para que se verifique la igualdad que se propone.

En este criptograma se pide resolver la “suma”:

GOTA

GOTA

GOTA

GOTA

GOTA

AGUA

Una pista: La A solo puede ser 0 o 5 por ser éstos los únicos dígitos que sumados así cinco veces, dan como resultado el mismo dígito. Pero como la suma total empieza también por A, es evidente que la A solo puede ser el 5.

### 2.7.- El metro cúbico y el medio metro cúbico

Alguien me porfiaba que un metro cúbico se puede conseguir uniendo dos medios metros cúbicos. Estoy un poco confuso... ¿Usted también?

### 3.7.- Separación en grupos

Dispone de menos de 200 euros en monedas de un euro. Fíjese que no conoce el número de euros que tiene. Solo que son menos de 200. Ahora bien, sobre ese número sabemos algo: Es un número tal que si los euros los separa en grupos o montones de 11 euros, entonces le sobra uno pero si los grupos los hace de 9, entonces no le sobra ninguno.

¿Cuántos euros son en total? ¿Hay más de una solución?

**Aparentemente parece un poco complicado, ¿No nos podrías dar alguna pista que nos oriente algo?**

Bueno, les doy una pista:

Es evidente que el número buscado ha de ser múltiplo de 9. La otra condición indica algo sobre el número que puede ser...

Otra pista: Hay dos soluciones.

#### 4.7.- Trabajo cooperativo

Una persona A tarda 3 horas en hacer una tarea mientras que otra, B, solo tarda 2 horas. Deciden trabajar conjuntamente para hacer el trabajo al mismo tiempo.

¿Cuánto tardarán?

#### 5.7.- Alcuino

Alcuino, el abad de Marmoutier, era un gran aficionado a los desafíos intelectuales, y gozaba de una amplia fama como feroz estudioso y maestro. Una tarde llamó a sus discípulos a su presencia y les señaló cinco sacos numerados que, según les informó, contenían grano.

- Prestad atención – les dijo -. En cada uno de estos sacos hay una cantidad distinta de grano. El primero y el segundo pesan 12 libras juntos. El segundo y el tercero pesan 13,5 libras entre los dos. El tercero y el cuarto, 11,5 libras. Los últimos dos sacos, el cuarto y el quinto, pesan solo 8 libras en total. Por último, os interesará saber que los sacos 1, 3 y 5 pesan 16 libras en total.

¿Cuál es el peso de cada saco?

(*Enigmas y juegos de ingenio*, Tim Dedopulos, Ed. Grijalbo)

#### Diccionario etimológico de términos matemáticos.

(Francisco Santana Santos y Luis Balbuena Castellano)

Cálculo	Del latín <i>calculus</i> , que significa guijarro o piedra pequeña. Antiguamente se utilizaban para contar o realizar operaciones, para <i>calcular</i> . Todavía hoy se usa la palabra cálculo para llamar a las piedras que se forman en algunos órganos del cuerpo como el riñón.
Cardinal	Se trata del número natural. Así, el cardinal de un conjunto es el número de elementos que tiene.  Del adjetivo latino <i>cardinalis</i> = del quicio o punto principal
Catenaria	Es la curva que se forma cuando una cuerda pesada (cadena, cable

	de luz, etc.) no está tenso. Del latín <i>catenarius</i> = "propio de la cadena"
Cateto	Del latín <i>cathetus</i> y del griego κάθετος = perpendicular. Palabra de origen griego que significa "lo que cae perpendicularmente"
Catorce	De laín <i>quattuordecim</i>
Cero; cifra	La palabra <i>cifra</i> proviene del árabe <i>sifr</i> , que significa vacío o cero. Más tarde su significado se generalizó usándose para designar a todos los numerales. Para designar al cero se tomó del italiano la palabra <i>zero</i> , derivada a su vez del latín <i>zephyrum</i> .
Cilindro	Del griego κύλινδρος, "cilindro," (raiz verbo "rodar")
Cilindro	Del verbo griego <i>Kylindros</i> κυλίνδρος, rodillo, cilindro
Círculo	Del latín, diminutivo de <i>circus</i> y este del griego κύρκος = "anillo, cerco, lugar cerrado", pero en diminutivo, propiamente significa "anillito", "cerquito".
Circunferencia	Del latín de <i>circum ferens</i> = "que rodea, que lleva alrededor"
Cociente	Del latín <i>quotiente</i> de <i>quot</i> = cuántos. Es el resultado de una división.
Compás	Proviene del verbo <i>compasar</i> (del latín <i>cum, con, y passus</i> , paso) que significa medir, proporcionar las cosas de modo que ni falte ni sobre, dividir en tiempos iguales. Se deriva, a su vez del sustantivo latino <i>passus</i> que significa abertura de piernas y después paso
Cóncavo	Del latín <i>cum cavus</i> = "con hueco", "ahuecado"
Cono	Del latín <i>conus</i> y éste de griego κώνος = "cono, pino, piña"
Convexo	Del latín <i>convexus</i> = "de forma circular" , "con hondura"
Coordenada	Significa dispuesto en un orden. Proviene del verbo latino <i>coordinare</i> compuesto con el prefijo <i>co</i> que significa junto a, con <i>ordinare</i> que es poner en orden junto a /con. (implica dos al menos)
Coordenada cartesiana	Se conoce así al sistema de coordenadas de ejes perpendiculares. El adjetivo cartesiano tiene su origen en el apellido de su creador Rene Descartes. En la época en que escribió sus obras, el latín era el idioma utilizado por la mayoría de los autores y de ahí que firmase como Cartesius, de donde proviene <i>cartesianus</i> y por tanto cartesiano.

Corolario	Del latín <i>corollarium</i> , de <i>corolla</i> = coronilla, coronita y de ahí "remate" de algo
Coseno	Proviene de la abreviatura <i>co. sinus</i> de la expresión latina <i>complementi sinus</i> , que quiere decir seno del complemento. Al castellano pasó como coseno. La denominación es debida al clérigo y matemático inglés Edmund Gunter (1581,1626), al estudiar las líneas trigonométricas de los ángulos complementarios.
Cúbica	Así se llama a la multiplicación de un número por sí mismo tres veces: a.a.a  Del latín <i>cubicus</i>
Cubo	El término griego <i>kybos</i> (κύβος) se usó para denominar las vértebras del cuello. Se dio la circunstancia de que los primeros dados para ser usados para jugar se construyeron con vértebras del cuello y de ahí el nombre. Al hexaedro regular también se le llama cubo por su similitud con el dado.
Cuerda	Del latín <i>chorda</i> y ésta del griego χορδή = cuerda (de tripa, de instrumento)
Cuerda	Del griego <i>yorde</i> que significa tripa y también cuerda hecha de tripa pues es con este material con el que se fabricaban las cuerdas de los instrumentos.
Deca	Del griego δέκα = 10
Decágono	Del griego <i>deka gono</i> δέκα γώνος = diez ángulos
Decimal	Del latín <i>decima</i> = décima parte
Decimal	Que se cuenta de diez en diez. Del sustantivo latino <i>decimus</i> que significa décimo. El sistema de numeración que manejamos habitualmente tiene base diez, lo que quiere decir que cada diez unidades de un rango dan lugar a una unidad de rango superior: así diez unidades dan lugar a una decena; diez decenas forman una centena, etc. Existen otros sistemas de numeración como el de base dos o binario, muy presente en el mundo informático o el de base 12 que aun conserva algunos términos cotidianos como la docena.
Definición	Significa el acto por el cual se acota o delimita algo. Procede del sustantivo latino <i>definitio</i> y éste del verbo <i>definire</i> que significa delimitar, acotar, determinar, establecer límites.
Diagonal	Del latín <i>diagonalis</i> y del griego δια γώνιος = "a través de, por ángulos"
Diámetro	Del latín <i>diamētrus</i> , y éste del griego διαμέτρον = "medida a través de, a lo largo"

Dígito	Del latín <i>digitus</i> = dedo.  El hecho de que entre las dos manos tengamos 10 dedos hace que a los números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 se les dé, entre otras, la denominación de dígitos.
Dirección	Del latín <i>directio, -onis</i> = alineamiento, línea recta
Dividir	Del verbo latino <i>dividere</i> que significa partir, separar en partes.
División	Es el nombre de la operación de dividir. En ella intervienen: el dividendo (en latín literalmente <i>el que ha de ser dividido</i> , que es el número que se divide); el divisor, ( <i>el que divide</i> , que es por el que se divide); el cociente (que se puede interpretar como el número de veces que cabe el divisor en el dividendo) y el resto (que es la cantidad sobrante, obviamente, menor que el divisor).
Doce	Del latín <i>duodecim</i>
Docena	El sistema de numeración de base doce no prosperó pese a que aun queda la palabra y hasta no hace mucho, en el comercio se usaban las doce docenas que era la <i>gruesa</i> . El 12 tiene más divisores que el 10, lo que hace que, para cuestiones prácticas, sea mejor. Sus divisores propios son: 1, 2, 3, 4, 6 (la media docena que aun se usa), mientras que el 10 solo tiene el 1, 2 y 5.
Dodecaedro	Del griego δώδεκα ἔδρα = "doce bases o asientos". Obsérvese que dice "bases" y no "caras" como a veces se confunde.
Eclíptica	Del latín <i>ecliptica</i> y del griego ἐκλειπτική = "relativo al eclipse"
Ecuación	Del término latino <i>aequare</i> que significa igualar, derivado del adjetivo <i>aequus</i> = igual  ¿Se había fijado que es una palabra que contiene las cinco vocales?
Eje	Significa madero que une las dos ruedas del carro. Proviene del sustantivo latino <i>axis</i> y éste, a su vez, del término griego <i>axon ἄξον</i>
Ejemplo	Es lo que se pone aparte para servir de modelo. Proviene del sustantivo latino <i>exemplum</i> , a su vez derivado del verbo <i>eximere</i> que significa separar de, extraer de.
Equilátero	Del latín <i>aequus</i> = igual y <i>latus, lateris</i> = lado. Por tanto, "de lados iguales"  También tiene las cinco vocales
Equinoccio	Del latín <i>aequinocetium</i> = "igualdad de noches". Como es sabido, los equinoccios son los días del año (uno en marzo que marca el inicio de la primavera, y el otro en septiembre, al comienzo del otoño), en los que la luz y la penumbra duran lo mismo
Escalar	Está relacionado con latín <i>scala</i> = escalera, escala

# MATÉMATICAS



Hipatía (370-415)  
Astrolabio e Hidroscopio



Emilie de Châtelet (1706-1749)  
Traductora de Newton



M. Gaetana Agnesi (1718-1799)  
Libro de texto *Instituzioni analitiche*



Sophie Germain (1776-1831)  
Teoría de Números



**Lemus**

LIBRERÍA

[www.librerialemus.com](http://www.librerialemus.com)

Departamento de Matemáticas  
I.E.S. "Viera y Clavijo. La Laguna. Tenerife

Diseño: L. Balbuena; L. De la Coba

# MATÉMATICAS



Ada Lovelace (1815-1852)  
Madre de la programación informática



Sonia Kovalevskaya (1850-1891)  
Matemática y Poeta



Emma Noether (1882-1935)  
Álgebra Moderna



Emma Castelnuovo (1913-)  
Una vida dedicada a la enseñanza  
de las Matemáticas



**Lemus**

LIBRERÍA

[www.librerialemus.com](http://www.librerialemus.com)

Departamento de Matemáticas  
I.E.S. "Viera y Clavijo. La Laguna. Tenerife

Diseño: L. Balbuena; L. De la Coba

# MATEMÁTICOS



*Gauss*  
Brunswick, Alemania, 1777  
Göttingen, Alemania, 1855



*Galois*  
Bourg La Reine, Francia, 1811  
Paris, Francia, 1832



*Poincaré*  
Nancy, Francia, 1854  
Paris, Francia, 1912



*Hilbert*  
Königsberg, Prusia, 1862  
Göttingen, Alemania, 1943



**Lemus**

LIBRERÍA

[www.librerialemus.com](http://www.librerialemus.com)

Departamento de Matemáticas  
I.E.S. "Viera y Clavijo. La Laguna. Tenerife

Diseño: L. Balbuena; L. de la Coba

# MATEMÁTICOS



*Euclides*  
Alejandría, Egipto, aprox 325 AC  
Alejandría, Egipto, 265 AC



*Fermat*  
Beaumont de Lomages, Francia, 1601  
Castres, Francia, 1665



*Newton*  
Woolsthorpe, Lincolnshire, Inglaterra, 1642  
Londres, Inglaterra, 1727



*Euler*  
Basilea, Suiza, 1707  
S. Petersburgo, Rusia, 1783



**Lemus**

LIBRERÍA

[www.librerialemus.com](http://www.librerialemus.com)

Departamento de Matemáticas  
I.E.S. "Viera y Clavijo. La Laguna. Tenerife

Diseño: L. Balbuena; L. de la Coba

## **Ejercitando las neuronas. Día 8**

**Luis Balbuena Castellano, Paula Pérez Pacheco, Ignacio Jiménez San Andrés**

### **1.8.- Colocando al 8**

En la siguiente sucesión aparecen todos los dígitos menos el 8. Han sido ordenados siguiendo un determinado criterio que hay que descubrir y, una vez conocido, colocar el 8 donde corresponda:

**2, 1, 0, 6, 3, 5, 9, 7, 4**

### **2.8.- Abriendo y cerrando puertas.**

Esta situación es fácil de simular y espero que con la ayuda de esa simulación se de la explicación correcta. Se trata de lo siguiente: un hotel tiene 1000 habitaciones que están todas cerradas. Ahora, de manera sucesiva van pasando camareros por los pasillos y procediendo así: el primer camarero va abriendo todas las puertas de número par. El siguiente camarero las va contando de 3 en 3 y, si está cerrada la abre y si está abierta la cierra. El siguiente hace lo mismo pero contando de 4 en 4; el siguiente de 5 en 5 y así hasta que pasan los camareros que necesite para saber cuáles son las puertas que van quedando cerradas. Como indicaba antes, lo importantes dar la explicación de porqué esas puertas y no otras son las que quedan cerradas.

### **3. 8.- Ladrillo y medio**

Si un ladrillo pesa 2 kg. y medio ladrillo, ¿cuánto pesa ladrillo y medio?

### **4.8.- Dígitos necesarios**

Para esta cuestión se necesita ser muy ordenado. Si no lo es de manera ordinaria, tendrá que hacer el esfuerzo y las matemáticas seguro que le ayudarán a conseguirlo. Sabemos que los dígitos son los números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Con estos diez símbolos podemos escribir cualquier cantidad. Pues bien, no le pido que las escriba todas físicamente sino mentalmente: escribir, uno tras otro, los números desde el 1 hasta el 2020.

La cuestión que se plantea es bien sencilla: ¿cuántos dígitos necesita escribir para tenerlos todos?

Recuerde, porque es muy importante, que debe ser ordenado; si puede, resuélvalo y pida a otra persona que lo haga. Comparen los resultados... Se trata de pasar el rato poniendo en funcionamiento las neuronas...

### **5.8.- El tonto del pueblo**

*(Enigmas y juegos de ingenio, Tim Dedopulos, Edit. Grijalbo)*

El pueblo de Whitchurh era el hogar de un tonto de gran renombre. Era conocido en toda la región por equivocarse siempre con el dinero. Cuando se le ofrecía elegir entre dos monedas, nunca fallaba. Tomaba la de menor valor y se marchaba, encantado con su elección errónea. A un fraile, en particular, le costaba entender por qué el tonto del pueblo se comportaba de aquella manera, así que probó a ofrecerle combinaciones de monedas de distinto tamaño, antigüedad e incluso brillo. Aunque el pobre desgraciado no daba la sensación de tener el menor concepto del valor, de algún modo se las ingeniaba para tomar la opción que lo dejaba peor parado. Al final, el fraile pudo descartar el peso, grosor, diámetro, color, lustre e incluso la antigüedad como factores que hacían que el tonto, invariablemente, optara por la oferta de menor valor. Desde luego, no podía ser que tuviera tan, tan mala suerte.

¿Cómo podía ser que el tonto del pueblo eligiera siempre la moneda menos valiosa?

### **Curiosidad**

#### **Multiplicación de fracciones.**

Suponemos que, en más de una ocasión, se habrá planteado cómo se puede explicar, de manera gráfica, la multiplicación de fracciones. En lo que sigue, el signo de multiplicación lo vamos a representar por un asterisco (\*).

Debe tener claro que  $4 * 5$  significa tomar el 5 cuatro veces y sumarlos:  $5 + 5 + 5 + 5$ .

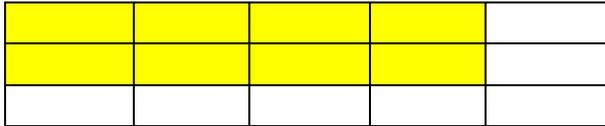
Veamos entonces:

#### **Multiplicación de fracciones. Una interpretación visual.**

La siguiente figura representa los  $4/5$  de la unidad.



Ahora, si se pide  $\frac{2}{3} * \frac{4}{5}$  (dos tercios multiplicados por cuatro quintos), lo que realmente se nos pide son los  $\frac{2}{3}$  pero de los  $\frac{4}{5}$  de la unidad. Esto quiere decir que en cada  $\frac{1}{5}$  de los cuatro que tenemos en la figura de arriba, se divide en tres partes y se toman dos, como muestra la figura siguiente:



La parte coloreada es el resultado de la operación solicitada. Y esta última figura ¿qué representa de la unidad? Pues son sus  $\frac{8}{15}$  (pues tomé 8 de las 15 partes iguales en que se dividió la unidad). Por lo tanto  $\frac{2}{3} * \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$ .

Siguiendo esa misma estrategia, intente usted representar gráficamente el producto  $\frac{3}{4} * \frac{2}{5}$

Tenga en cuenta que, en esta operación al final tendrá que simplificar... ¡¡Ánimo!!

*Día Escolar de las Matemáticas*

*Mirar el Arte con ojos matemáticos*

*AP<sub>m</sub>*

Santillana

12 de mayo de 2006

© 2006 Santillana

## LA MUJER, INNOVADORA EN LA CIENCIA



**Sofía Kovalevskaya**  
Rusia, 1850 - Suecia, 1891

Tuvo que casarse para poder salir de Rusia a estudiar y, aunque al principio Weierstrass no quería dar clase a una mujer, al ver su capacidad se convirtió en su mejor defensor. Investigó sobre muchos aspectos de las matemáticas, siendo los más conocidos sus trabajos sobre ecuaciones diferenciales y sobre los anillos de Saturno. Luchó por dar clases remuneradas, consiguiéndolo en Suecia, pero murió a consecuencia de una gripe, sin apenas paladear su triunfo.

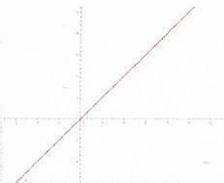


## LA MUJER, INNOVADORA EN LA CIENCIA

Recuerda que la derivada tiene que ver con el *cambio* de una función. Dada esta gráfica:



¿Podrías decir cuál de las dos siguientes corresponde a la derivada?



Envía tu respuesta a:  
[mujermatematica@gmail.com](mailto:mujermatematica@gmail.com)  
<http://www.rsme.es/comis/mujimat/mujer-ciencia>



## Ejercitando las neuronas. Día 9.

Luis Balbuena Castellano, Paula Pérez Pacheco, Ignacio Jiménez San Andrés

### 1.9.- Moviendo anillas

Observen que en el pivote de la izquierda hay 6 anillas, en el del centro hay 11 y en el de la derecha hay 7. Total: 24 anillas. Pues bien, el objetivo es colocar 8 anillas en cada



pivote, pero no pueden moverse de cualquier manera pues eso sería muy fácil.

La condición para mover anillas de un pivote a otro es que solo se puede mover un número de anillas igual al número de anillas que haya en el pivote hacia el que se quieren mover. Espero que se entienda. Por si lo clarifica: por ejemplo, al pivote de en medio no se pueden llevar anillas porque se necesitaría que en el pivote de partida hubiese 11 anillas y eso no sucede...

Pues a ponerse a trasegar anillas y a conseguir el objetivo de dejar 8 en cada pivote en el menor número de movimientos...

### 2.9.- Cipreses

En un tramo de 100 m de largo del jardín del parque se quieren plantar cipreses a 10 metros de distancia entre ellos y por cada lado del tramo. El jardinero encargado de hacer la plantación, ¿cuántos cipreses debe solicitar que le traigan del vivero?

### 3.9.- Un error de Jaimito

Este diálogo lo mantuve con Jaimito:

- *Jaimito, te voy a plantear dos pruebas pero no te equivoques. La primera: eleva al cuadrado el número que tú quieras. Me da igual que sea grande o pequeño. Puedes usar una calculadora si quieres. ¿Ya lo hiciste? ¿Sí?, pues ahora te indico la segunda prueba: toma solo el último dígito del cuadrado que has calculado y multiplícalo por diez. Cuando tengas el resultado, me lo dices.*
- *70, dijo Jaimito.*
- *No puede ser Jaimito, te has equivocado.*

¿Por qué supe que estaba mal lo que había hecho Jaimito?

### 4.9.- La mosca viajera



Dos ciclistas están separados 40 km. y se van acercando uno al otro a 20 km. por hora.

Hay una mosca (moscón...) que vuela a 30 km. por hora y hace el siguiente recorrido: parte de un ciclista y se va hasta el otro. Lo toca y vuelve al primero y así vuela yendo y viniendo de uno a otro

hasta que los ciclistas se cruzan.

La pregunta es:

**¿Cuántos kilómetros recorre la mosca en este ir y venir de uno a otro?**

### 5.9.- Un clásico: dos mechas

Se tienen dos mechas iguales en estas características:

- tienen la misma longitud y la misma elaboración
- una vez que se encienden, se consumen en una hora de manera uniforme

Y ahora viene la cuestión a resolver: Con esos datos, ¿cómo se las arregla para medir exactamente 15 minutos?

**Curiosidad**

**División de fracciones.**

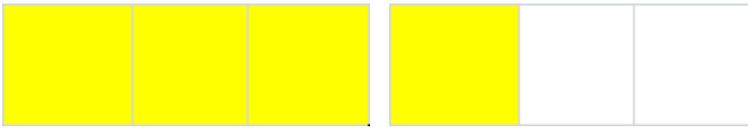
**Primer método.**

Recordar que la división de fracciones se puede transformar en un producto ya que, por ejemplo:

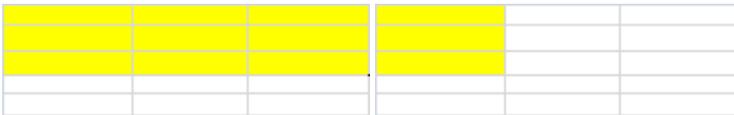
$$3/5 : 3/4 = 3/5 * 4/3$$

Para interpretarlo gráficamente, por tanto, usamos el método seguido con la multiplicación de fracciones, es decir:

4/3 (se toman dos unidades cada una dividida en tercios y se marcan 4)



3/5 \* 4/3 (cada uno de los tercios de la figura anterior se dividen en 5 y se toman 3):



Este es el resultado de la división de las dos fracciones iniciales. Vemos que la unidad queda dividida en 15 trozos y se han tomado 12, lo tanto la respuesta es 12/15.

## Segundo método

Antes de explicarlo, conviene recordar una interpretación de la división que se utiliza poco. Según esta interpretación, la división consiste en averiguar cuántas veces cabe el denominador (divisor) en el numerador (dividendo).

Así, por ejemplo, decir que 8 dividido entre 2 es igual a 4 se interpreta como que el 2 (denominador, divisor) <<cabe>> 4 veces en el 8 (numerador, dividendo).

Tener presente también que, por ejemplo, 7/3 es igual a 2 más un tercio (6/3 + 1/3).

Pues bien, veamos algunas divisiones en las que intervengan fracciones:

$$2 / (1/2)$$

Dividimos 2 entre 1/2. Debemos averiguar cuántas veces cabe 1/2 en 2. No resulta difícil <<ver>> que cabe 4 veces. Por tanto:

$$2 / (1/2) = 4$$

Veamos ahora la división de dos fracciones:

$$(4/5) / (1/3)$$



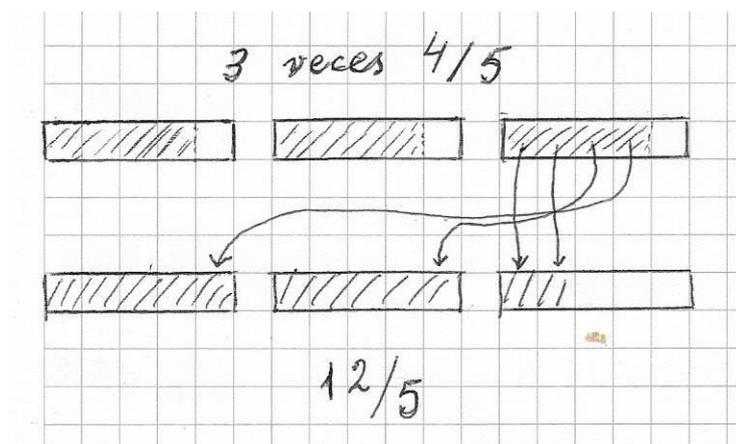
Vemos que el denominador cabe más de dos veces en el numerador. Al aplicar el algoritmo:

$$(4/5) / (1/3) = 12/5 = 2'4$$

Si ahora utilizamos la transformación en producto y la interpretación gráfica dada a la multiplicación tenemos:

$$4/5 : 1/3 = 4/5 * 3$$

Gráficamente:

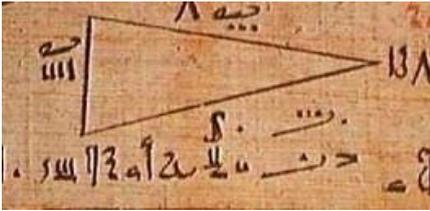


### Diccionario etimológico de términos matemáticos.

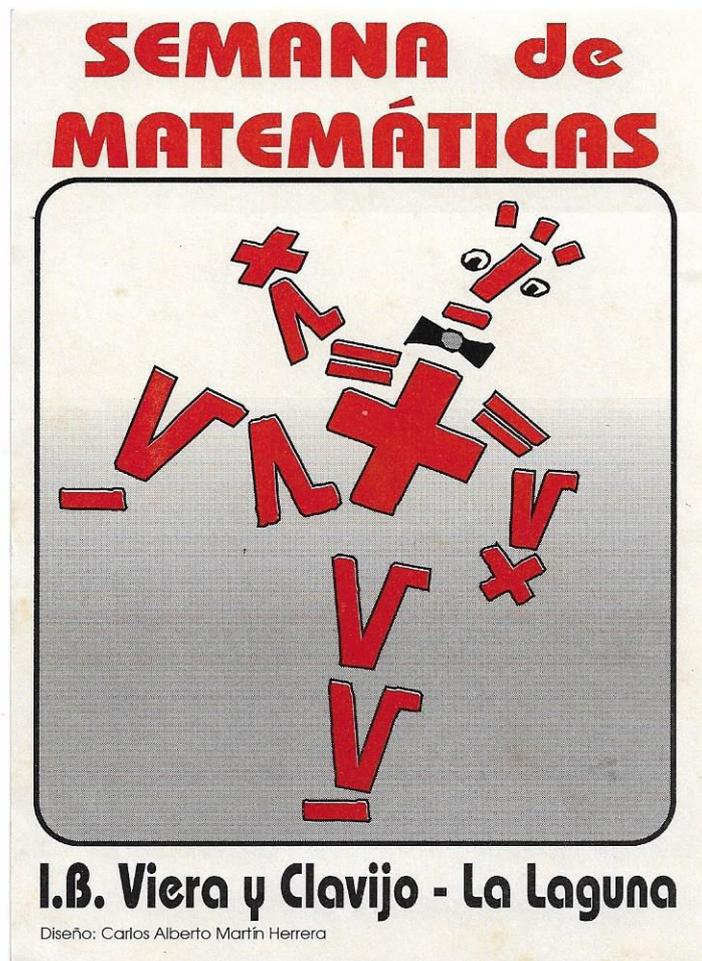
**Francisco Santana Santos y Luis Balbuena Castellano**

Fracción	Del latín <i>fractio,-ionis</i> , derivada de <i>frango</i> = quebrar, hacer pedazos; es decir, cosa rota, quebrada.
Función	Del latín <i>functio</i> = ejecución, ejercicio de alguna facultad. Procede

	del verbo <i>fungi</i> = cumplir, desempeñar una función, pagar, cumplir, emplear, ...
Geometría	Del griego γῆ/γέα "ge/o" que significa tierra, y μέτρια "metria" que significa medición. Esto tiene mucho sentido porque el origen de la geometría puede situarse en Egipto, cuando los empleados del faraón tuvieron que utilizar determinadas técnicas de medición para calcular la extensión de terreno que poseía cada agricultor y así poderlos restituir después de las inundaciones que producía el Nilo cada años.
Hecto	Del griego ἑκατόν = cien
Hélice	<p>Del griego ἑλιξ = vuelta, espiral (rosca?). Es la curva que se forma sobre una superficie cilíndrica, cónica, esférica, ... cuando el extremo de un radio vector gira con velocidad angular constante a la vez que su origen se desplaza con movimiento rectilíneo uniforme sobre el eje del cuerpo. También se les denomina <i>helicoide</i></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;">  <p>Helicoide cónico</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Helicoides cilíndricos</p> </div> </div>
Hexaedro	Del griego ἑξά ἕδρα = "seis bases o asientos"
Hexágono	Procede del griego ἕξ = seis y γώνο = ángulo que significa seis

	<p>ángulos. La Real Academia Española admite esta palabra con hache y sin ella. Lo adecuado a la etimología es con h porque, en griego, lo requiere.</p>
<p>Hipotenusa</p>	<p>Del griego ὑποτενούσα participio del verbo ὑπτείνω. Significa " la que está tendida debajo".</p> <p>El nombre está, por tanto, ligado al modo con el que se dibujaba antiguamente al triángulo rectángulo. En casi todos los documentos antiguos en los que aparece, lo hace con la hipotenusa como base del triángulo, es decir, en la parte baja de la figura. Obsérvense estas imágenes, una del <i>Papiro Rinh</i>, que fue escrito por el escriba Ahmes hacia el siglo XVI a. C. y que se encuentra en el Museo Británico y otra sacada de los <i>Elementos</i> de Euclides, cuya vida discurrió aproximadamente entre los años 325 y 265 a. C.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  <div style="font-size: small;"> <p>son rectos. Luego tiradas dos líneas rectas. A C. A. desde vna línea recta. A B y desde vn punto en ella. A. no hacia vnas mismas partes de vna y otra por ángulos yguales a dos rectos. por la 4.ª proposición y luego i derecho ella la. A C. A. y por ello recto B A es y derecho de. A T y por el ángulo. D B C. es yguale al ángulo. Z B A. por el cada vno de ellos es recto yguale con el ángulo. A B C. Luego todo D B A es yguale a todo el ángulo. Z B C. y por el las dos. A B B D. son yguales a las dos. B Z B C. la vna a la otra y el ángulo. D B A es yguale al ángulo. Z B C. luego la base. A D por la. 4.ª proposición. es yguale a la base. Z C. y el triángulo. A B D. al triángulo. Z B C. es también yguale. Y el paralelogramo. B L. por la. 4.ª es doblado del triángulo. A B D por</p> </div> </div>
<p>Hipótesis</p>	<p>Del griego ὑπόθεσις = "posición, colocación debajo" (sub-posición). De ahí lo que se pone de base para sustentar algo</p>
<p>Icosaedro</p>	<p>Del griego, εἴκοσα ἔδρα = "veinte bases o asientos"</p>
<p>Isometrías</p>	<p>Son movimientos en los que, una vez realizados, las figuras conservan las distancias entre sus puntos. Del griego ἴσον μέτρον = "igual medida" . <i>Iso</i> = igual; <i>métrica</i> = medida</p> <p>Se trata de la traslación, el giro, la simetría axial y la simetría con deslizamiento.</p>
<p>Isomorfismos</p>	<p>Son movimientos en los que una vez realizados, la figura conserva la forma inicial. Del griego ἴση μορφή = "igual forma, aspecto" .</p> <p><i>Iso</i> = igual; morfo = <i>forma</i></p> <p>Así, por ejemplo, si un cuadrado se gira 90º, entonces se obtiene la misma figura, un cuadrado. Cada figura posee sus propios isomorfismos y es un buen ejercicio averiguarlos. Por ejemplo, el cuadrado tiene ocho. ¿Cuáles son?</p>
<p>Isósceles</p>	<p>Del griego ἰσοσκελής = "de piernas iguales"</p>
<p>Kiliógono</p>	<p>Del griego χίλιοι = mil y γώνος = ángulo.</p>

	Polígono de mil lados y mil ángulos
Kilo	Del griego χίλιοι = mil
Lateral	Del latín <i>lateralis</i> (perteneciente al <i>latus</i> "el lado") = "situado al lado"
Línea	Proviene del latín <i>līnĕa</i> , que quería decir "hilo de lino", derivado de <i>līnum</i> , "lino". Los griegos decían <i>λίνον</i> para indicar "lino" o "cosa hecha de lino" o directamente "hilo".
Logaritmo	Del griego λόγος "logos" que significa razón, proporción, manera o relación y de ἀριθμός "arithmos" que significa número. Indica por tanto la relación que hay los términos (números) de una progresión aritmética y los de una geométrica. Al principio, Neper llamo a los logaritmos <i>números artificiales</i> .



## Ejercitando las neuronas. Día 10. Soluciones

Luis Balbuena Castellano, Paula Pérez Pacheco, Ignacio Jiménez San Andrés

### 1.-10.- Poesía numérica

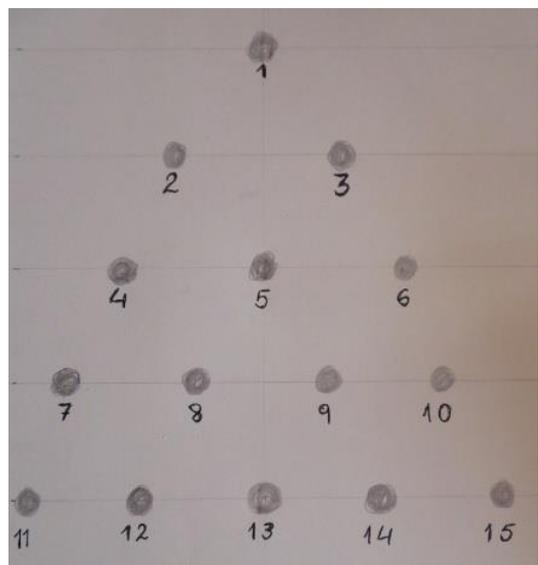
Yo sé que dos son tres  
como tres es cuatro, es cierto  
como cuatro es cinco advierto  
y en cinco, cinco veis.  
Si acaso no lo entendéis  
razonad de varios modos  
veréis que son cinco todos  
como dos y dos son seis.

¿Cómo se explican tantos aparentes disparates?

### 2.10.- Un solitario entretenido con tablero fácil de conseguir

Su nombre indica que es un juego para jugarlo de manera individual. Como tiene un tablero fácil de hacer, si varios quieren jugar, lo que se puede hacer es preparar un tablero para cada uno y que jueguen al mismo tiempo cada uno en su tablero.

¿Qué se necesita para hacer el tablero? 14 fichas que pueden ser chapas de botellas de refrescos o cervezas, tapas de botellas de agua, botones, monedas, etc... y preparar el tablero que está en la figura. Aunque los números no son imprescindibles para jugar, conviene ponerlos por lo que luego les diremos.



¿Cómo se juega? Se les va a indicar a continuación cómo han colocar las 14 chapas para empezar a jugar, lo que quiere decir que quedará libre uno de los 15 sitios. Pues bien, en la instrucción se indica también dónde debe quedar la última chapa. Una vez colocadas las chapas como se indique, se juega como en el *juego de las damas*, es decir, se toma una chapa, se pasa por encima de otra hacia un sitio libre y aquella sobre la que se pasa se saca del tablero. Por ejemplo, en el tablero de la fotografía se puede empezar tomando la chapa que está en el lugar 6, se pasa por encima de la que está en el lugar 3 y se coloca en el sitio 1 que está libre. También se podría haber empezado tomando la 4 y pasando sobre la 2 hacia el sitio 1. En este caso, se saca la chapa 2 del tablero.

¿Entendido?

Ahora se van a indicar cuatro posiciones de partida distintas y juéguelas una a una. Cuando lo haya conseguido, hay que anotar las jugadas para que compruebe si lo ha hecho bien cuando les demos la solución... Una forma de anotar la jugada es escribir en número de partida y el de llegada. Así, por ejemplo, en el párrafo anterior se hicieron las jugadas (6,1) y (4,1).

Situaciones de partida:

- 1.- Dejar libre la 1 y que la última quede en esa misma posición (es la que figura en la foto).
- 2.- Dejar libre la 6 y que la última quede en la 6.
- 3.- Dejar libre la 5 y que la última quede en l 13.
- 4.- Dejar libre la 4 y que la última quede en la 4.

**¡¡A jugar!!**

### **3.10.- La escalera de Jaimito**

.Resulta que la casa en la que vive Jaimito es de pisos y no tiene ascensor. Y como es tan *desinquieto* dijo el otro día que sube los escalones de 2 en 2 y los baja de 3 en 3. Un dato importante que aporta es que ha dicho que si sube y baja en esas condiciones, entonces da un total de 100 saltos... y el reto que plantea a sus amigos y a ustedes es ¿Cuántos escalones hay que subir para llegar a su casa pero subiéndolos de uno en uno?

#### 4.10.- Descubrir el truco y practicar con alguien...

Seguir las siguientes instrucciones. Ayúdese con una calculadora, si quiere...

- . Escriba un número de 4 dígitos.
- . Añádale un cero al final.
- . Con una calculadora, réstele el número inicial.
- . Tache una de las cifras del resultado.
- . Díganos las cifras que te han quedado en el orden que quiera y le diremos la que ha tachado.

#### 5.10.- De lo que aconteció con el joven Gondomar y su justicia con los números.

(Luis Balbuena Castellano, *Cuentos del cero*, Edit. Nivola)

Cuando don Quijote y Sancho llegaron, oyeron voces altas en medio de una discusión. No podían distinguir de qué se trataba porque todos hablaban al mismo tiempo.

- Escucha, Sancho; he aquí un ejemplo de lo que te he dicho que no se debe hacer. No es bueno que todos hablen alto y, además, al mismo tiempo porque todos hablan y ninguno escucha y sin escuchar no se puede responder. Sin duda alguna estamos ante una aventura; a los caballeros nos está encomendado poner paz donde reine la diabólica Discordia.

- Es cierto, señor, mas espero que de esta nueva aventura no acabe molido y con alguna costilla astillada como suele ser costumbre – respondió Sancho

Se acercaron a donde estaba el grupo y vieron que eran tres. Dos llevaban ropas de pastor mientras que el tercero, el más joven, quizá de menos de veinte, parecía de alta condición. Don Quijote se colocó en medio y les dijo alzando la voz:



- ¿Qué es lo que os hace discutir con tanto acaloramiento? Os ruego que me expliquéis las razones para dar la solución que me inspire la Ley de la Caballería que profeso.

- Honorable caballero – contestó el joven – me llamo Gondomar de Sotomayor, hijo del Conde del Encinar. Ayer salí de cacería con mis amigos. Al atardecer

*divisé el más hermoso ejemplar de jabalí que jamás había visto. No me lo pensé dos veces y salí tras de él, solo y con el deseo de darle pronta cacería. Pero el animal desapareció a pesar de mi frenética persecución. Me di por vencido y decidí regresar. Ya era tarde y el negro manto de la noche tapaba hasta los árboles que estaban cerca porque la luna no le acompañaba. Estuve vagando toda la noche dando gritos por si me escuchaba alguien. Todo en vano. En algún momento debí quedarme dormido porque lo siguiente que recuerdo es el instante en que estos dos pastores me despertaron bien entrada la mañana.*

*- ¡Señor Sotomayor! – le interrumpió don Quijote - ahórrese tantas explicaciones y dígame cuál es el motivo por el que antes chillaban para yo poder actuar.*

*- A eso iba ahora y espero que vuestra merced me ayude a traer la paz que existía entre estos dos hermanos, y que, al parecer, yo he interrumpido. Les pregunté dónde estaba y qué tendría que hacer para volver a mi casa. Me dijeron que estaba muy lejos, que tardaría mucho tiempo en regresar y me aconsejaron que permaneciese con ellos hoy y que mañana, al alba, partiera hacia el castillo de mi padre que ellos conocen.*

*- Le insisto: abrevie y cuente la razón de la disputa – reclamó don Quijote ligeramente molesto por tantas explicaciones que él consideraba innecesarias.*

Sancho seguía el relato con interés e intrigado por conocer también qué había pasado allí. El joven continuó:

*- Voy a explicárselo a usted inmediatamente, mi improvisado juez. Es el caso que pedí a los hermanos algo para comer porque estaba ciertamente hambriento con tantas horas sin llevarme nada a la boca. Uno de ellos, Mercenio, me dijo, después de mirar su morral, que le quedaban cinco panes y el otro, Blasón, que tres. Estupendo, les dije, hay suficiente para todos. Se pusieron los panes sobre una piel de cordero y empezamos a comer mientras yo les contaba lo que me había pasado. Cuando acabamos me di cuenta de que debía ser generoso con estos hermanos que tan bien me habían acogido y les dije:*

*- Amigos, no he puesto nada para comer y como me siento tan agradecido, les voy a repartir entre ustedes los ocho escudos que llevo en mi bolsa.*

*Y así lo hice, a Blasón le di un escudo y a Mercenio, siete...*



*- ¡Pero eso es una barbaridad y una injusticia! - interrumpió Sancho de manera impulsiva y acalorada - ¡Menos mal que mi señor intervendrá! Yo no sé leer ni mucho de cuentas pero es evidente que si Mercenio puso cinco panes, entonces le corresponden cinco escudos, mientras que a Blasón le debe dar vuestra merced los tres escudos restantes porque ese es el número de panes que aportó a la comida. ¿Cómo se le ocurre ese reparto tan injusto?*

*- Esa es, señor escudero y señor caballero – dijo Gondomar – la razón de esta discusión que manteníamos porque no consideran justo este criterio mío de reparto.*

*- Sancho, amigo – intervino don Quijote - la justicia está muy relacionada con los números. Has de saber que un reparto equitativo siempre será*

*justo porque la equidad es una base de la justicia. Son los hombres que hacen las leyes los que a veces favorecen a quien no deben porque olvidan ese principio. Si un reparto se hace de acuerdo con las leyes que emanan de los números, ningún juez debe violentarlo porque no hará justicia. Creo que debemos escuchar a este joven para que nos explique cuál es la suprema razón que le ha llevado a hacer este reparto tan descompensado en apariencia antes de yo decidir si debo apoyar o no su reparto.*

**Y hasta aquí puede leer hoy la historia. Ahora debe pensar qué razonamiento debió hacer el joven para convencer a don Quijote y, sobre todo a Sancho, que ese reparto es el justo...**

### Curiosidad

#### Diccionario etimológico de términos matemáticos.

**Francisco Santana Santos y Luis Balbuena Castellano**

Matemáticas	Procede del verbo griego μανθάνω “mánthano”, que significa aprender, pensar, aplicar el espíritu. A partir de ahí se forma el sustantivo μαθήμα “máthema”, que significa conocimiento, y de éste el adjetivo μαθηματικά “matemática”. En el latín se adoptó la forma <i>mathematicus</i> . El significado de la palabra matemáticas sería entonces aquello que se piensa y se aprende, y el matemático es aquel que piensa, que aprende, que aplica el espíritu. El hecho de que sea frecuente utilizar este término en plural es porque en latín <i>matemática</i> es un sustantivo plural. También se ha dicho que se prefiere el término en plural porque abarca a una serie de disciplinas, como son la geometría, el álgebra, el análisis, la topología, la estadística, etc. Platón consideraba que nadie podía considerarse educado si no tenía conocimientos de matemáticas.
Mediatriz	Del latín <i>mediatrix</i> = "la que media o está en el medio"
Miria	Del griego μύρια = diez mil, innumerable, incontable
Mono	Del griego μόνος (monos) = solo, único
Mosaico	Del latín <i>mosaicum</i> [opus] = "obra de las Musas" es decir, "artística". Se aplica a la obra de piedras o ladrillos de colores, variada.
Oblicuo	Del latín <i>Obliquus</i> = clinado, sesgado

Octaedro	Del griego ὀκτὰ ἔδρα = "de ocho bases o asientos"
Once	Del latín <i>undecim</i>
Orto	Del griego ὀρθός = recto, derecho, correcto. En matemáticas se utiliza a esta raíz para referirse a la perpendicularidad. Las alturas de un triángulo se cortan en un punto llamado ortocentro
Ortoedro	Del griego ὀρθός = recto, derecho ἔδρα = base, asiento, lado. "bases rectas". Es el caso particular de paralelepípedo en el que las caras son rectangulares y perpendiculares entre sí. Un ejemplo cotidiano de ortoedro es la caja de zapatos.
Ortogonal	Del griego ὀρθός = recto, derecho γώνος = ángulo. "De ángulos rectos, perpendiculares"
Paradoja	Del griego παράδοξος (παρά y δόξος) y significa contra la opinión o lo creíble
Paralelas	Del griego παράλληλος = una junto a la otra
Paralelepípedo	Del griego παραλληλεπίπεδον <i>parallelepipedum</i> literalmente "junto al otro que está a nivel", planos paralelos. Se trata del sólido formado por seis bases que son paralelogramos y paralelos dos a dos. El hexaedro o cubo es un ejemplo
Paralelogramo	Del griego παράλληλος = una junto a la otra y γράμμος = línea, trazo, lado. Es decir "de lados paralelos". Los paralelogramos son los cuadriláteros cuyos lados son paralelos dos a dos y se clasifican en cuadrados, rectángulos, rombos y romboides
Perihelio	Del griego περί ἥλιο = "alrededor del sol"
Perpendicular	Del latín <i>perpendicularis</i> , derivado de <i>perpendicularum</i> = plomada. Esto se suele expresar "a plomo", "que cae de arriba abajo"
Pirámide	Dos explicaciones: 1.- Del griego πυραμίδα = "pirámide", palabra de dudoso origen, probablemente egipcia según Heródoto.  2.-Del griego πυραμοῦς = "pastel de harina de trigo y miel" quizá de forma piramidal.  Al latín llegó como <i>pyramis</i> .
Poliedro	Del griego πολύ ἔδρον = "de muchas bases o asientos"

Polígono	Del griego πολύ = mucho y γώνος = ángulo. "De muchos ángulos"
Polinomio	Del griego πολύ = mucho y νομός = división, distrito, unidad de territorio. Sería "que tienen muchas secciones o divisiones"
Primo	Referido a los números que sólo tienen dos divisores. Viene del latín <i>primus</i> que significa primero, y alude a la propiedad, conocida como teorema fundamental de la aritmética, que indica que todo número ha de obtenerse como producto de números "primeros"; es decir, los "primeros" son los que "producen" a todos los otros.
Prisma	Del griego πρῖσμα literalmente "algo serrado, cortado con sierra" y también el cuerpo geométrico "prisma". Probablemente a partir del hecho de cortar con la sierra algo (madera, piedra) para que tuviera una base plana sobre la que asentarse.
Punto	Del latín <i>pūnctum</i> = punzada, picadura y también espacio o momento muy breve.
Quince	De latín <i>quindecim</i>
Radio	Del latín <i>radium</i> = "vara, radio de rueda, rayo"
Recta	Del latín del verbo <i>rego</i> = "dirigida, guiada, que va por camino derecho"
Sagita	Del latín <i>sagitta</i> = flecha, saeta
Sector	Del latín del verbo <i>seco</i> (cortar) "cortador, trozo cortado"
Segmento	Del latín <i>segmentum</i> = franja, guarnición del verbo <i>seco</i> =cortar. "Lo que se corta o se separa"
Seno	Esta palabra surgió de una traducción equivocada. Los hindúes utilizaron la palabra <i>jiva</i> para designar a la semicuerda que hoy conocemos como seno. Los árabes adoptaron para este concepto la palabra <i>jiba</i> . Cuando Roberto de Chester traducía una obra del árabe se encontró con la palabra técnica <i>jiba</i> , desconocida para él, y la confundió con la palabra <i>jaib</i> que significa bahía o ensenada (recordemos además que los árabes omiten las vocales al escribir). Así que <i>jiba</i> fue traducida por la palabra latina <i>sinus</i> que significa curva hueca, bahía o ensenada.
Solsticio	Del latín <i>solstitium</i> = "parada, quietud del sol". Este nombre viene motivado por el hecho de que cuando el Sol, en su movimiento aparente en el orto o en el ocaso, en torno a los días 21 de junio y

	22 de diciembre, parece como si se “parase” varios días en el mismo punto antes de iniciar el regreso aparente a los equinoccios.
Superficie	Del latín <i>superficiem</i> y ésta de <i>super faciem</i> = "lo que está sobre o encima de la cara, del exterior, del aspecto"

## Alejandría

Se trata de una ciudad que existe en el norte de Egipto, a orillas del Mediterráneo. Fue fundada por Alejandro Magno en el año 332 a. C., de ahí su nombre.

Cuando Alejandro muere, sus generales se distribuyen el imperio que él creó y es Ptolomeo el que se convierte en el gobernante de Egipto. Los primeros de esta dinastía trataron de convertir a la ciudad de Alejandría en lo que, posiblemente, su fundador hubiera querido: el foco cultural de su imperio.

Las dos instituciones que más brillaron y en las que se basó su esplendor fueron: el Museo y la Biblioteca.

El primero fue realmente un gran centro de investigación. No existía una enseñanza más o menos reglada sino que los sabios de las distintas parcelas trabajaban con jóvenes interesados en aprender y en continuar avanzando en los conocimientos que recibían de sus maestros.

La Biblioteca fue la más importante de la antigüedad. Aunque sufrió muchos avatares hasta su definitiva destrucción, parece que llegó a tener depositados hasta 700 000 rollos, pero algunos conteniendo más de una obra. No obstante, conviene aclarar que se dispone de muy pocos datos fiables. Tampoco se sabe exactamente cuándo se destruyó pues se supone que fue entre los siglos III y IV d. C. Algunos lo concretan en 273.

Uno de los personajes que brilló en esta ciudad fue Euclides (325-265 a.C.), el autor de *Los Elementos*, una de las obras más importantes de la historia de la ciencia...

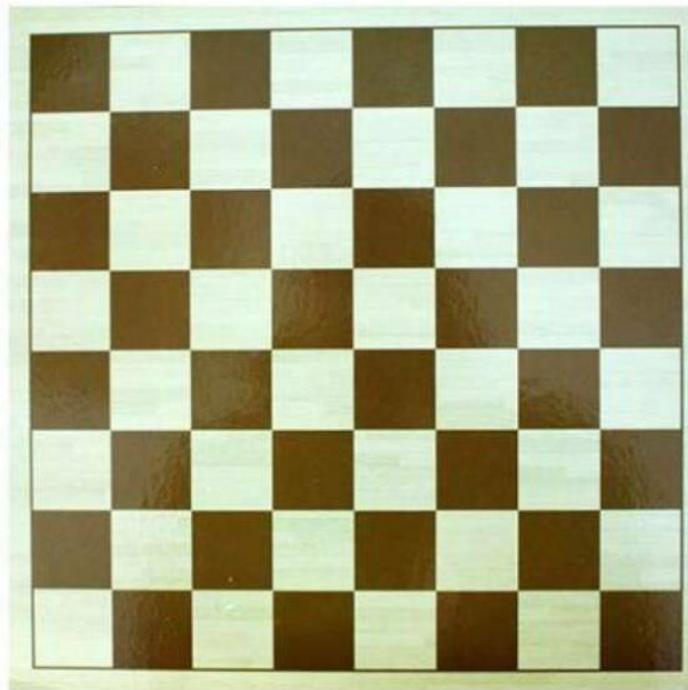
## Ejercitando las neuronas. Día 11.

Luis Balbuena Castellano, Paula Pérez Pacheco, Ignacio Jiménez San Andrés

### 1.11.- Tablero de ajedrez

Es un tablero que da mucho juego... El que ahora les propongo ha de salir sin dificultad si es que se han trabajado las páginas anteriores. Precisamente esta es una de las estrategias de la resolución de problemas: ir acumulando en el disco duro que todos tenemos, esas formas de resolver situaciones que luego se repiten iguales o parecidas...

La actividad consiste en contar todos los cuadrados que se pueden ver en un tablero de ajedrez... Sean ordenados...



### 2.11.- Ah!, sí, la mayor toca el piano...

Dos compañeros de bachillerato se ven después de tantos años. Hablan de muchas cosas y entre ellas de esto:

- Oye, ¿te casaste?
- Sí, y tengo tres preciosas hijas...
- ¡Qué bien! ¿Qué edades tienen?

- Pues como supongo que no has perdido tu afición a los acertijos matemáticos, te diré que sus edades multiplicadas dan 36 y la suma es igual al número de la casa que está enfrente, ¿lo ves?
- ¡Ya! Pero con esos datos no tengo suficiente...
- ¡Ah!, sí, la mayor toca el piano...
- Ahora sí, ya sé...  
¿Y usted lo sabe? Pues a pensar...

### 3.11.- Errores

A veces los que relatamos cuentos se nos escapan errores que son debidos más que nada, a la ignorancia y la falta de estudios. A ver quién detecta los deslizados en este relato corto:

Pues si, por fin los Reyes Católicos recibieron a Cristóbal Colón para que les contase su proyecto. Le invitaron a comer un rico pescado a la portuguesa al que los cocineros pusieron una especial salsa de tomates. Cuando Colón acabó su relato, la reina le dijo que tenía para financiarlo porque, justo el día anterior, le había llegado un tesoro encontrado en Itálica, cerca de Sevilla, que contenía un buen número de monedas de oro, que los sabios sabían que son de la época de César Augusto porque todas tienen en el reverso la inscripción: *anno 12 A.C.*

La velada terminó con un melodioso concierto de piano y con la firma de los compromisos que adquirirían para llevar a cabo la famosa hazaña...

### 4.11.- Para pagar la pensión...

Una chica consiguió un buen trabajo en la ciudad y no se lo pensó dos veces. Aceptó las condiciones y tras firmarlas se fue en busca de pensión. Una de las condiciones del trabajo le estipula que cobrará cada siete días así que le dijo al dueño de la pensión que le pagaría cada semana a lo que éste le contestó que lo sentía pero cada día había que pagarlo por adelantado... Pero la chica tenía recursos y le propuso lo siguiente:

- Mire, tengo esta cadena de oro que, como ve, tiene 7 eslabones. Yo le doy uno cada día y, cuando le pague, me los devuelve. ¿De acuerdo?

Y así cerraron el acuerdo.

La chica, además, se dio cuenta que no necesita separar todos los eslabones. ¡Qué espabilada es! ¿Cómo lo hizo?

## 5.11.- Rectángulo áureo



El palacio de Nava es uno de los edificios más notables de la ciudad de La Laguna. La



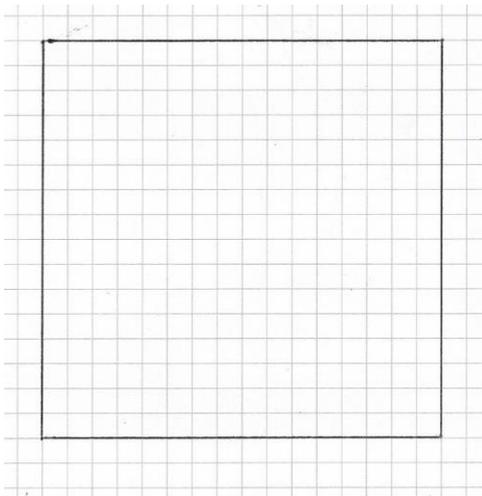
fachada que da a la plaza del Adelantado es de una singular belleza, entre otras cosas, porque es de basalto, una roca volcánica. Como puede observarse, a ambos lados de la fachada hay un curioso almohadillado cuyos rectángulos no fueron diseñados al azar sino que tienen la proporción áurea.

Se trata de una proporción muy utilizada en el arte desde muy antiguo y que tiene una afectación notable en nuestra cultura. Vamos a construir el rectángulo que tiene esa proporción y ya daremos pautas para detectarlo en nuestro entorno.

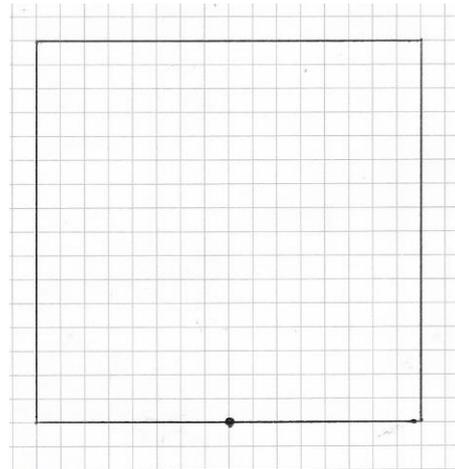
Para hacerlo con rigor, prepare un papel, preferiblemente una hoja de papel cuadrado, y un compás. Las pautas a seguir son las que le esquematizamos a continuación:

- 1.- Dibuje un cuadrado de, por ejemplo, 16 cuadraditos de lado.
- 2.- Marque el punto medio de la base de ese cuadrado (está en el cuadrado 8º).
- 3.- En el punto que acaba de marcar, pinche el compás y lleve el lápiz a la esquina superior derecha.
- 4.- Ahora baje el punto anterior hasta que corte a la prolongación del lado para, finalmente,
- 5.- Cerrar en la forma que se señala y tener así construido el famoso rectángulo áureo.

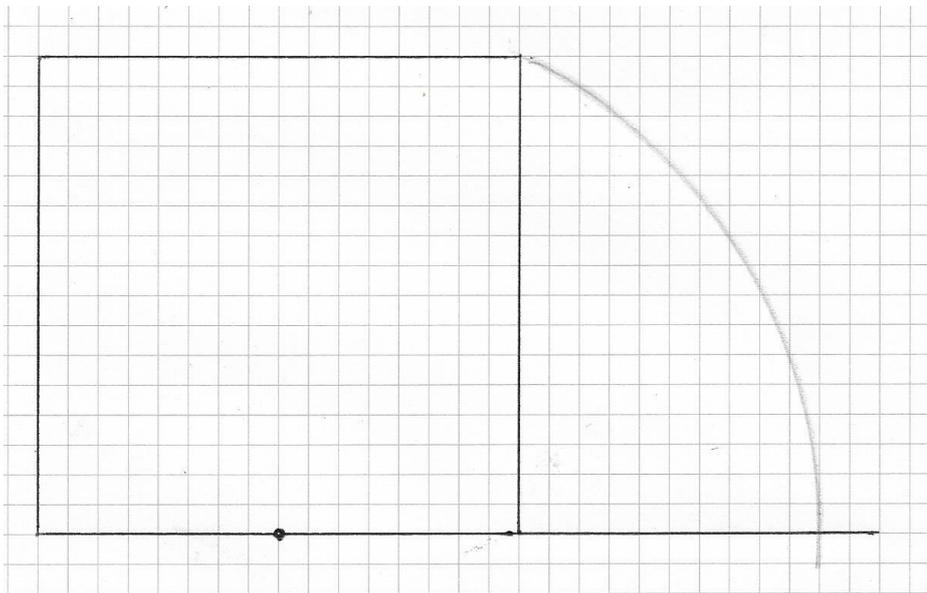
1



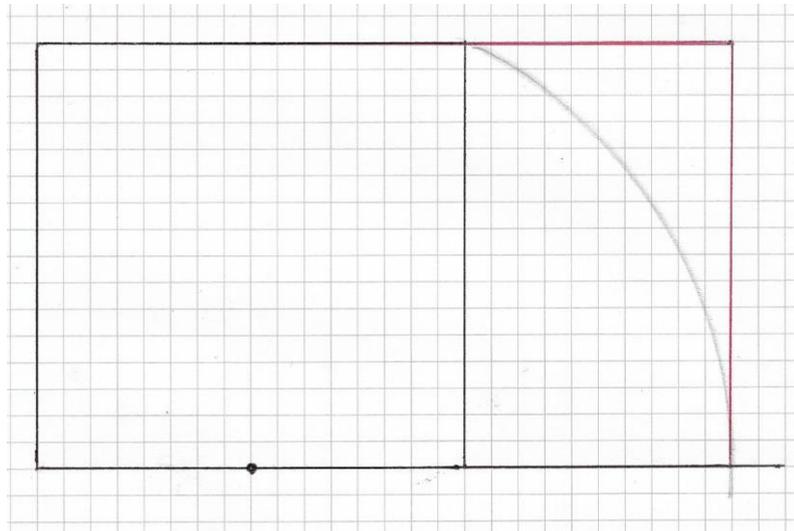
2



3



4 y 5



La palabra usada para denominarlo ya da a entender la importancia que se le ha dado pues oro, en latín, es *aurum* y, de ahí que se pueda hablar del rectángulo de oro...

El siguiente paso es determinar cuál es el valor de la proporción áurea, es decir, si se divide la medida del largo del rectángulo entre el ancho, ¿qué valor tiene? Mediante una aplicación no muy complicada del teorema de Pitágoras, se tiene que ese número, llamado también *número áureo* y, algunos un poco más exaltados, le llaman *divina proporción*, se le representa por la letra griega phi y es:

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,618$$

Es un número con interesantes propiedades que pueden buscarse en internet pues hay muchísimos trabajos.

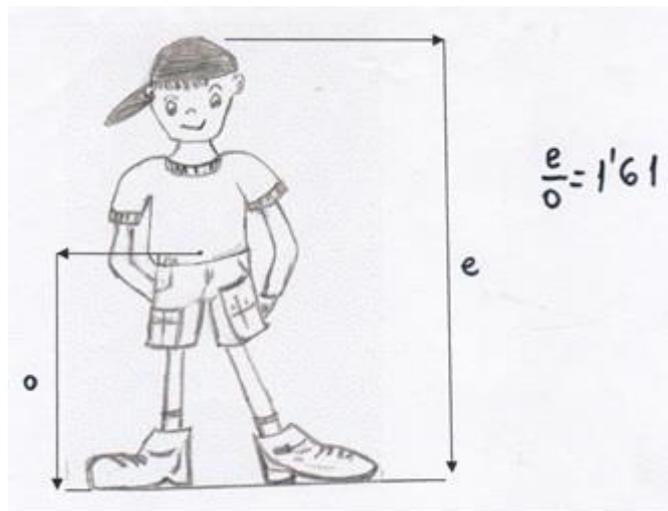
¿Cómo se sabe si un rectángulo que tenemos delante es o no áureo? Una forma consiste en medir el largo y el ancho, dividirlos y comprobar que el resultado es 1,6 o al menos muy próximo a ese número. Pero hay otra forma que conocemos como *test de Paula*, que permite la comprobación sin necesidad de medir. Consiste en lo



siguiente: debo tener en mis manos un rectángulo que sepa que es áureo. Puede servir el que hemos hecho o utilizar el DNI o una tarjeta de crédito o similares... Para testar un rectángulo que no sabemos si lo es o no, colocamos el que tenemos en nuestras manos entre nuestro ojo y el rectángulo incógnita. Si comprobamos la coincidencia de ambos, ¡es áureo! Y si no, pues ya sabemos que no lo es...

Lo que debe hacer ahora es tratar de estudiar si tiene en su casa rectángulos de este tipo: ventanas, libros, adornos rectangulares, folios, etc.

También hay un test para saber si un cuerpo tiene la proporción áurea. Prepare un metro y una calculadora. Mida su estatura y la distancia que hay del ombligo al suelo. Si al dividirlos da próximo a 1,61 pues ya sabe: tiene un cuerpo áureo. No se desanime si no lo tiene pues la belleza es subjetiva...



## Ejercitando las neuronas. Día 12.

Luis Balbuena Castellano, Paula Pérez Pacheco, Ignacio Jiménez San Andrés

### 1.12.- Torneo de tenis

En las fiestas del pueblo se ha convocado un torneo de tenis para el que se apuntan 51 jóvenes. Los partidos se juegan a una vuelta de modo que el que gana continúa en el torneo y el que pierde queda eliminado. ¿Cuántos partidos se han de jugar para saber quién gana el torneo?

### 2.12.- Círculos y secantes

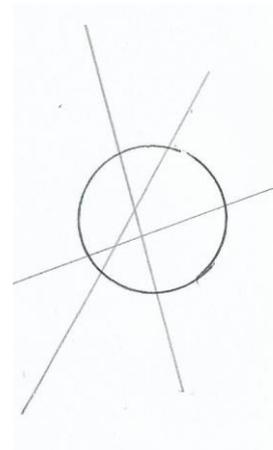
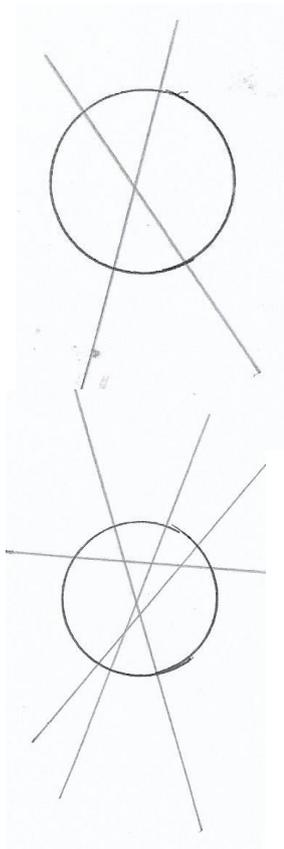
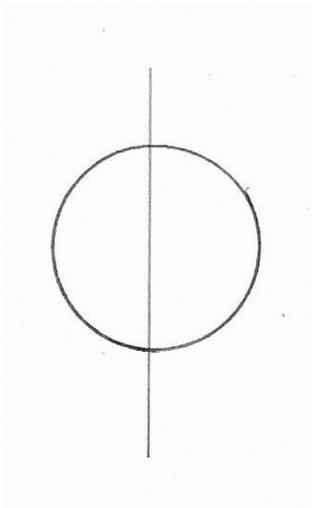
Observa la siguiente situación:

Un círculo se corta con una secante y queda dividido en 2 regiones.

Si se añade una secante más que no sea paralela a la anterior, aparecen 4 regiones.

Si son 3 secantes, en las mismas condiciones (no paralelas y cortándose todas entre sí), aparecen 7 regiones. Hágalo con 4 secantes y cuente cuántas regiones aparecen.

Si se atreve, pero ya no debe dibujarlo porque tendrá muchas dificultades... ¿cuántas regiones aparecen con 7 secantes? A ver si da con la ley de formación...



### 3.12.- Nueve números

En la siguiente *sopa de letras* debe encontrar nueve números naturales:

A	V	E	Q	U	M	L	A	T
M	E	W	U	Y	O	S	H	E
T	I	K	N	E	I	C	Y	V
U	N	O	Z	E	L	L	I	E
X	T	X	S	M	L	E	P	U
A	E	F	K	O	A	C	J	N
O	C	N	I	C	D	E	X	A
U	V	B	Y	S	G	R	I	U
M	T	R	E	I	N	T	A	H

### 4.12.- Clásico criptograma

Como ya sabe cómo resolver un criptograma, le vamos a proponer uno más, que además es de los clásicos. Se trata de una suma. Tome nota de este mensaje en inglés, o sea que, como valor añadido, va a aprender una frase en inglés que igual le hace falta algún día:

S E N D

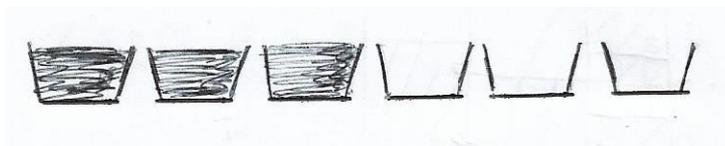
M O R E

M O N E Y

No se desespere porque es algo durillo. Pero si puede, trate de resolverlo con alguien. Es más divertido... Recuerde que las letras han de ser sustituidas por números y que dos letras distintas, obviamente, representan números distintos. Es evidente que la M es el 1, ¿no?...

### 5.12.- Tres desplazamientos...

1.- Tiene seis vasos iguales alineados. Los tres primeros están llenos de agua y los tres últimos, están vacíos. Solo puede mover un vaso para conseguir que los llenos y vacíos queden alternados.



2.- Tiene seis monedas colocadas en la forma del triángulo de la figura. Solo debe mover dos monedas para que la punta del triángulo cambie de sentido.



3.- Dispone de 10 monedas formando el triángulo de la figura. Solo debe desplazar tres monedas para conseguir el cambio de sentido del triángulo.



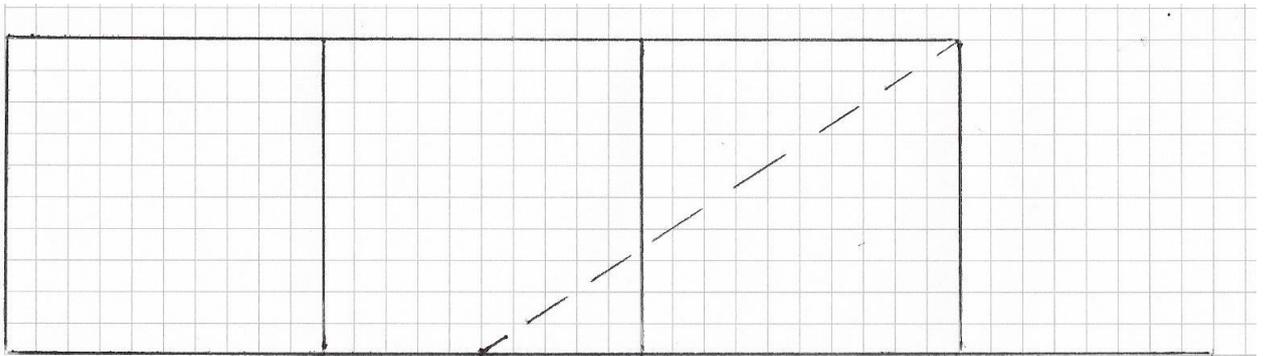
## Curiosidades

### Otro número metálico

#### El número de bronce

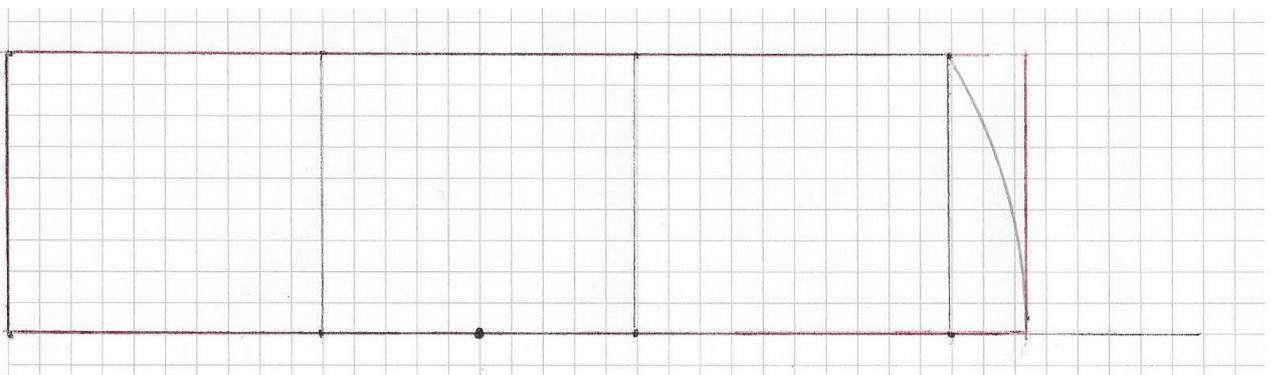
Un capítulo interesante de los infinitos a que da lugar el estudio de los números, es el dedicado a los llamados *números metálicos*. Se trata de números irracionales (recuerde que son números de infinitas cifras decimales no periódicas), que, considerados como proporciones, dan lugar a rectángulos de los cuales el más famoso es el rectángulo áureo o de oro. Ya presentamos también el de plata y ahora le toca el turno al de bronce. La construcción y el estudio de estos tres números es material para más que suficiente para un entretenido taller.

Haremos su construcción por pasos. Prepare un compás.



1.- Dibuje tres cuadrados como se indica en la figura:

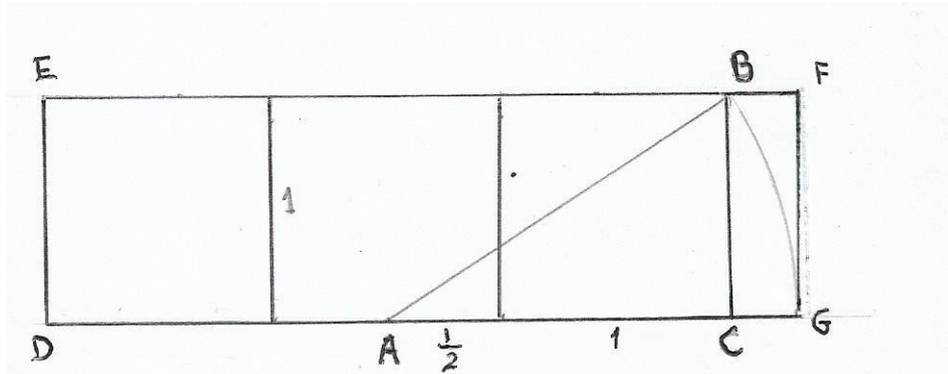
Marcamos el punto central y trazamos esa línea auxiliar.



2.- Tomamos el compás y lo pinchamos en el punto señalado en la figura anterior para abatir el vértice superior de la derecha sobre la prolongación de las bases:

Cerramos la figura y se tiene el rectángulo de bronce.

Para calcular el valor del número de bronce habrá que calcular la proporción de los lados de ese rectángulo:



Cálculo del número de bronce

Necesitamos calcular el valor de la hipotenusa AB del triángulo ABC.

$$AB = \sqrt{\left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{1^2 + 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{3 + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{13}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

Por tanto, la proporción de los lados del rectángulo de bronce EDGF es

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2} = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$$

Valor aproximado: 3,30277563...

Se puede avanzar un poco más si se mira la página siguiente:

[http://gpdmatematica.org.ar/wp-content/uploads/2017/12/gpdm\\_nros\\_metalicos.pdf](http://gpdmatematica.org.ar/wp-content/uploads/2017/12/gpdm_nros_metalicos.pdf)

cuyas autoras son María Cristina Covas y Ana Bressan.

No todos los números irracionales tienen la misma naturaleza. Se les puede clasificar en dos grupos: los algebraicos y los trascendentes. Los primeros son los que aparecen como solución de alguna ecuación algebraica mientras que los otros no. Al primer grupo pertenecen los metálicos, como ahora vamos a indicar. Mientras que en el segundo grupo están números tan populares como el número pi ( $\pi$ ) y el número e.

Pues bien, resulta que los números metálicos con la solución positiva de una ecuación del tipo:

$$x^2 - px - q = 0, \text{ siendo } p, q \text{ dos números naturales.}$$

En el cuadro se esquematizan los datos y si desea entretenerse, resuelva las correspondientes ecuaciones de segundo grado y comprobará que, en efecto, los números metálicos son algebraicos:

Número	p	q
De oro	1	1
De plata	2	1
De bronce	3	1

Finalmente, la expresión

$$y = x^2 - px - q$$

es un función cuadrática cuya representación gráfica es una parábola. Pues bien, con un programa informático se pueden representar en unos mismos ejes cartesianos las tres parábolas correspondientes a los tres números metálicos y serán los cortes con el eje OX, en su semieje positivo, los que les representen gráficamente.

### El cero, el uno y el dos

Graves autores contaron  
que en el país de los Ceros  
el Uno y el Dos entraron;  
y, desde luego, trataron  
de medrar y hacer dineros.

Pronto el Uno hizo cosecha,  
pues a los Ceros honraba  
con amistad muy estrecha,

y dándoles la derecha,  
así el valor aumentaba.

Pero el Dos tiene otra cuerda,  
¡todo es orgullo maldito!  
Y con táctica tan lerda,  
los ceros pone a la izquierda,  
y así no medraba un pito.

En suma, el humilde Uno  
llegó a hacerse millonario,  
mientras el Dos importuno  
por su orgullo cual ninguno  
no pasó de un perdulario.

Luego ved con maravilla  
en esta fábula ascética,  
que el más baja más brilla,  
y el que se exalta se humilla  
hasta en la misma Aritmética.

**Cayetano Fernández** – (Cádiz, 1820 - Sevilla, 1901)

## **Ejercitando las neuronas. Día 13.**

**Luis Balbuena Castellano, Paula Pérez Pacheco, Ignacio Jiménez San Andrés**

### **1.13.- Tres nueve.**

Esta actividad va a tener dos partes:

1.- con tres nueve y con la ayuda de la suma, resta, multiplicación, división y extracción de raíces cuadradas, conseguir expresar los números enteros desde el 0 hasta el 10. A lo mejor no encuentra expresión para alguno de ellos... pero inténtelo. Basta con una expresión

2.- ¿Cuál es la mayor cantidad que se puede expresar con tres 9?

### **2.13.- Para los amantes de los juegos de palabras**

Los juegos de palabras dan lugar a entretenimientos curiosos como éste en el que es necesario interpretar bien lo que se dice:

¿Es lo mismo la mitad de una docena de docenas que seis docenas de docenas?

### **3.13.- El testamento se complica**

En un lejano lugar (estas cosas solo ocurren en países muy lejanos... menos mal), el padre enferma y decide hacer el testamento de la siguiente forma: su mujer está embarazada y los 4500 ducados de su fortuna ordena que se repartan así:

*si su mujer tuviese un hijo, entonces le darían los dos tercios de esa cantidad y el tercio restante para su madre. Si en cambio fuese una hija, entonces los dos tercios serán para la madre y el tercio restante para la hija.*

Muere el hombre tranquilo y al poco tiempo la mujer da a luz a un hijo y a una hija.

¿Cómo ha de repartirse esa cantidad de ducados para que se respete la voluntad del testador?

### **4.13.- Los 10 sacos de monedas de oro**

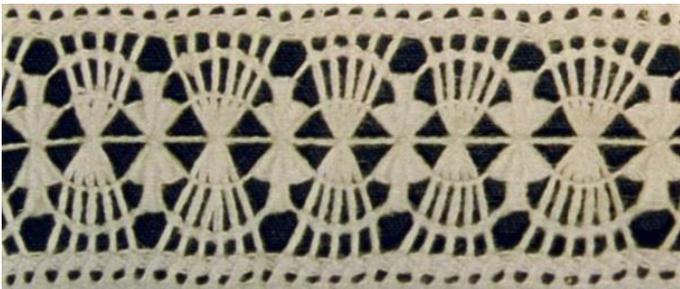
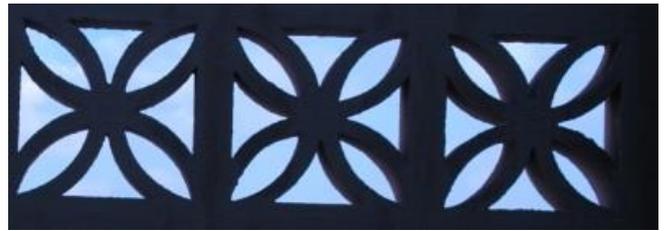
Se tienen 10 sacos con monedas de oro. Que sean de oro no es una imposición imprescindible... Lo importante es que las monedas de todos los sacos son aparentemente iguales, pero hay un saco en el que todas sus monedas pesan 2 gramos menos que las monedas de los demás.

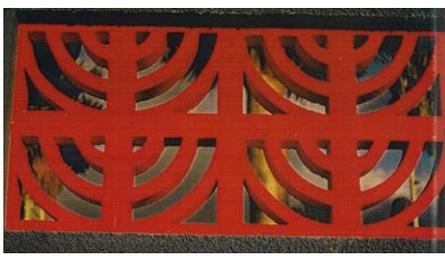
Lo que hay que averiguar es cuál es el saco en el que están las monedas que pesan menos pero con una fuerte restricción: ¡¡con una sola pesada!!

### 5. 13.- Nueve partes de las matemáticas

En esta sopa de letras debe encontrar nueve partes que se estudian en matemáticas

F	E	S	T	A	D	I	S	T	I	C	A
T	A	Y	H	C	L	M	A	R	T	I	N
A	K	E	A	I	R	T	E	M	O	E	G
A	Y	V	A	T	O	L	U	C	L	A	C
I	N	J	A	E	L	P	O	T	I	R	A
G	E	A	L	M	B	E	R	T	I	B	A
O	L	Ñ	L	T	F	G	A	E	N	E	X
L	A	E	R	I	P	O	N	M	A	G	E
O	L	P	I	R	S	E	F	T	J	L	L
P	R	O	B	A	B	I	L	I	D	A	D
O	F	E	H	J	A	T	S	E	L	M	O
T	A	S	T	R	O	N	O	M	I	A	E





En la página anterior se muestran imágenes de elementos de naturaleza totalmente diferente. Observe que hay celosías que son piezas que se utilizan en la construcción para rematar muros, azoteas, etc. También puede ver rejas, que son de hierro. Hay azulejos y también calados canarios que son delicadas piezas de artesanía hechos a partir de tela de lino, especialmente. Pero se habrá dado cuenta de que hay algo en común en todas las imágenes: los diseños. En todos ellos hay una pieza (que llamaremos *módulo*), que se repite por traslación. En lo que sigue, de una manera sintética pero esperamos que clara, vamos a tratar de construir los modelos matemáticos a los que se acogen todos esos diseños. Es lo que se conoce como

## FRISOS

Conceptos matemáticos necesarios:

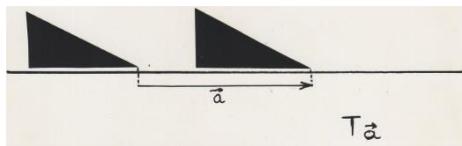
### 1.- Movimientos en el plano.

Los movimientos en el plano se pueden clasificar en:

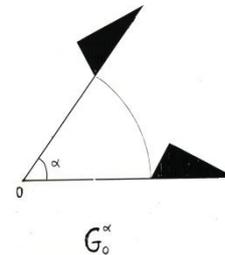
#### 1.a.- Movimientos isométricos (isometrías) (iso = igual; métrica= medida)

Son aquellos movimientos en los que la figura mantiene su forma, una vez terminado el movimiento. Son cuatro:

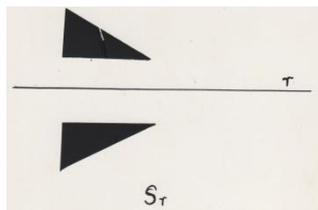
Traslación:



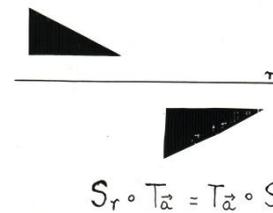
Giro:



Simetría axial:



Simetría con deslizamiento:

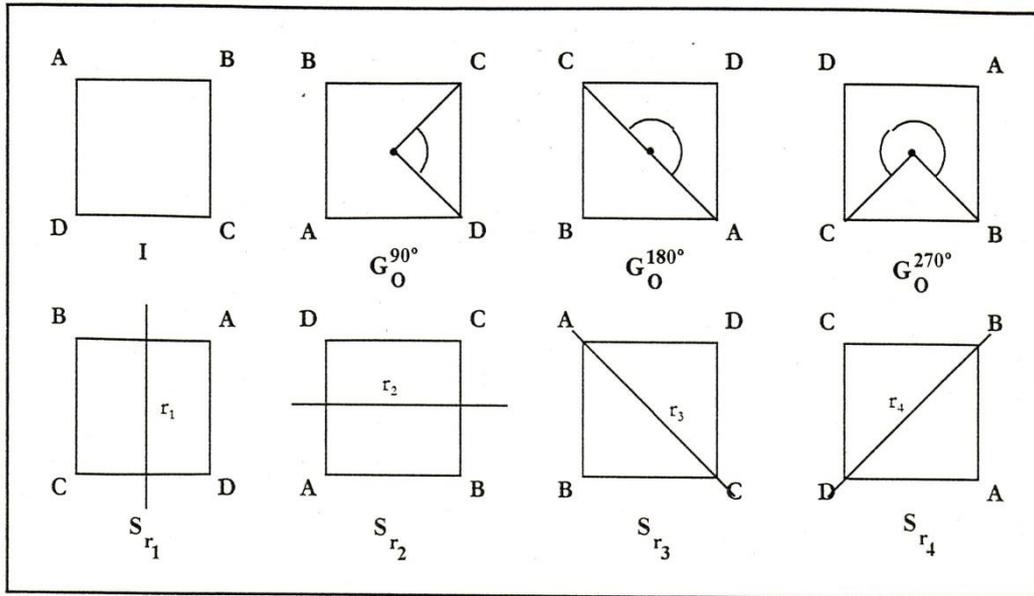


Un ejemplo de simetría con deslizamiento lo tiene en la siguiente situación: suponga que está descalzo en la parte lisa y húmeda de la arena de una playa. Tiene los pies juntos. Sus formas son simétricas. Pues bien, si ahora empieza a caminar, las huellas que van dejando sus pies es un ejemplo de simetría con deslizamiento.

#### 1.b.- Movimientos isomorfos (isomorfismos) (iso = igual; morfo= forma)

Se trata de los movimientos que se pueden realizar en una figura de manera que, una vez terminado, la figura mantiene la forma.

Cada figura tiene sus propios isomorfismos. Por ejemplo, en el siguiente cuadro se muestran los ocho isomorfismos de un cuadrado. Como ve son: cuatro giros de amplitud, respectivamente,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$  y  $360^\circ$  (que es la identidad porque los vértices vuelven a estar como en la posición inicial) y cuatro simetrías cuyos ejes están señalados:



Para reforzarlo, puede plantearse determinar: ¿Cuántos y cuáles son los isomorfismos de un triángulo equilátero? ¿Y de un triángulo escaleno?

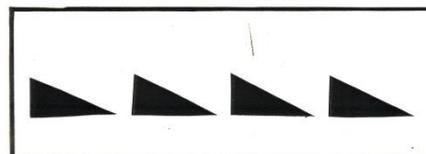
Esos dos elementos matemáticos (isometrías e isomorfismos) nos permiten estudiar los frisos que definiremos a continuación y construiremos después los siete modelos que se pueden hacer, solo siete.

## 2.- Los frisos.

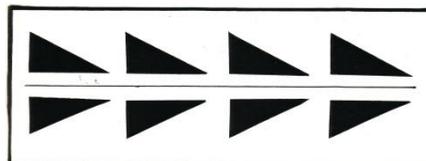
Se llama friso a una banda formada por una figura que se repite por traslación a lo largo de una dirección. Le remitimos a los modelos mostrados en la primera página para que compruebe que todas las imágenes responden a la definición dada. Es decir, que todos son frisos. Lo que pretendemos ahora es: ¿Cómo se pueden clasificar esos frisos? ¿Cuáles son los modelos?

Como ya se ha indicado, existen siete grupos de frisos, a saber:

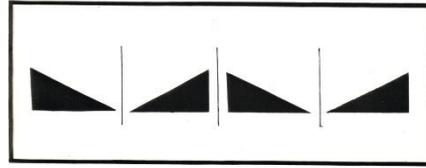
2.1.- Solo tiene traslación:



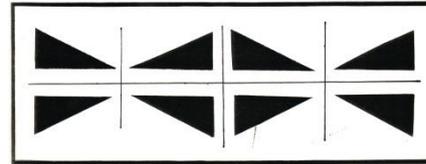
2.2.- Tiene simetría horizontal:



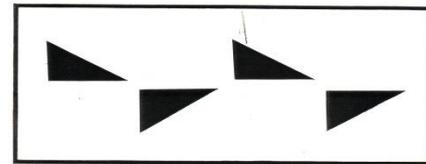
2.3.- Con simetría vertical:



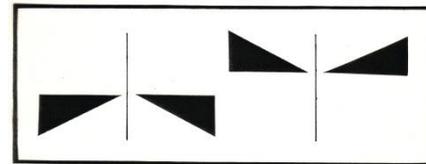
2.4.- Hay simetrías horizontal y vertical:



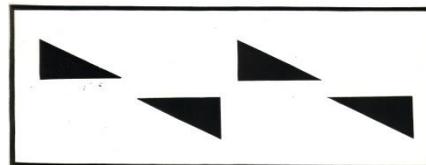
2.5.- Simetría con deslizamiento:



2.6.- Hay simetría vertical y simetría con deslizamiento:

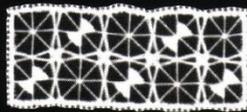
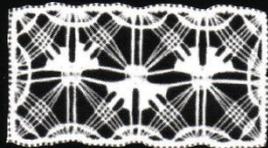
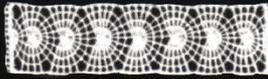
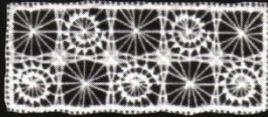


2.7.- Se gira la figura 180°:



**Síntesis.**- En el marcalibros que le mostramos a continuación tiene un resumen de los frisos y un ejemplo de cada uno tomado de los calados canarios. Observe que en cada friso hay un código alfa numérico. Naturalmente, cada letra y cada número tienen un significado pero esa es una notación que no podemos explicar en este resumen y que le dejamos para que amplíe conocimientos si siente curiosidad...

## Calados Canarias



2000

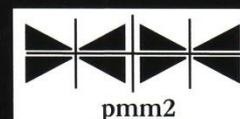
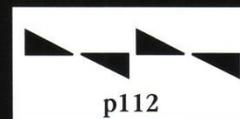
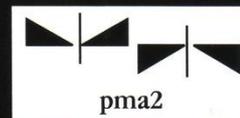
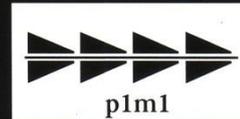
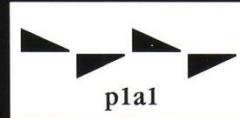
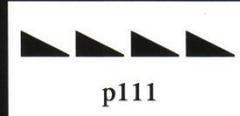
Año Mundial de las  
Matemáticas

Departamento de  
Matemáticas

I.E.S. Viera y Clavijo  
*La Laguna - Tenerife*  
ISLAS CANARIAS

*L. Balbuena*

## Frisos



2000

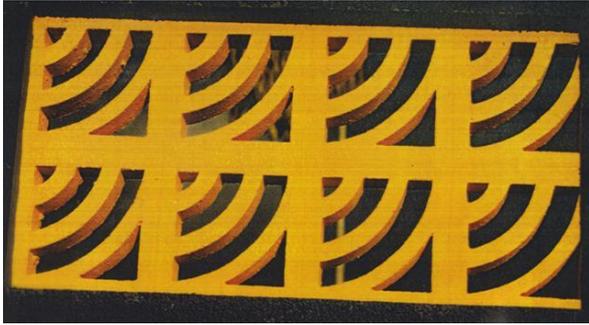
Año Mundial de las  
Matemáticas

Departamento de  
Matemáticas

I.E.S. Viera y Clavijo  
*La Laguna - Tenerife*  
ISLAS CANARIAS

*L. Balbuena*

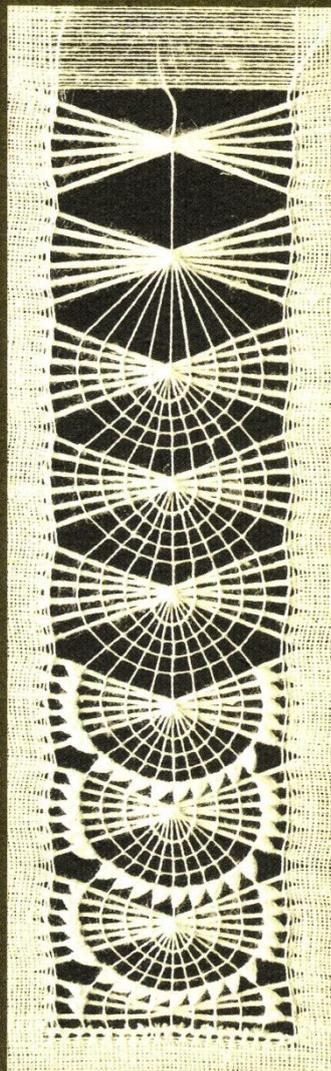
Trate de determinar cuáles son los modelos de frisos que están en la primera página y los de las siguientes imágenes:



Este marcalibros lo hemos titulado: **de la nada al friso...**

# *Geometría de los Calados Canarios*

*Luis Balbuena Castellano  
Lola de la Coba García*



  
**CajaCanarias**  
OBRA SOCIAL + CULTURAL

*Con esta aportación ambas partes quedan beneficiadas. Las Matemáticas, porque las hemos puesto al descubierto en algo tan cotidiano como esta labor en la que centramos el estudio, y los calados porque, en contra de esa tendencia a pensar que las artesanías están alejadas de cualquier aspecto cercano a la ciencia y ver en ellas sólo el virtuosismo y habilidad de los artesanos, intentamos transmitir que son algo más, lo que les eleva la categoría y el aprecio.*



*El libro  
Geometría de los Calados Canarios  
es una publicación de*

  
**CajaCanarias**  
OBRA SOCIAL + CULTURAL

## Ejercitando las neuronas. Día 14.

Luis Balbuena Castellano, Paula Pérez Pacheco, Ignacio Jiménez San Andrés

### 1.-14. La soledad del chico de los platillos

Un curioso habitante de la ciudad de La Laguna que, dicho sea de paso, es Patrimonio de la Humanidad desde 1999, ha observado que cuando la banda de música desfila de dos en dos, el chico de los platillos va al final solo. Si lo hacen de tres en tres, pasa lo mismo y también si desfilan de cuatro en cuatro. A la visto de esto, se fue a hablar con el director y le sugirió que los hiciera desfilan de cinco en cinco para que el pobre chico fuera en una fila con sus compañeros. Y así lo hizo de forma que comprobó la siguiente vez vio cómo el chico estaba en la última fila pero con cuatro más.

Se trata de averiguar cuántos músicos tiene la banda sabiendo que son más de 50 y menos de 100.

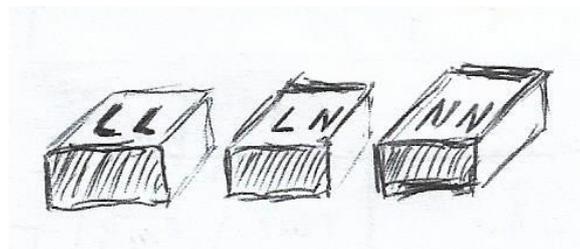
### 2.14.- Un clásico: El pozo y el caracol.

Un pobre caracol cae en un pozo de 13 metros. Puede alcanzar la pared y empieza a subir. Pero la pared es de azulejos y sube de día 3 metros y por la noche, al pararse a dormir, se resbala hacia abajo y baja un metro. ¿Cuántos días necesita para llegar al brocal del pozo?

### 3.14.- Jaimito el goloso...

Su padre le llamó y le dijo que encima de la mesa había puesto tres cajas con tapa. Dentro de una caja hay dos caramelos de naranja, en otra dos de limón y en la otra un caramelo de naranja y otro de limón... Jaimito le dio las gracias pues eran sus caramelos preferidos...

- *Un momento, le dijo su padre, no tan rápido. Fíjate que las cajas tienen en la tapa las letras LL, NN, LN que ya sabes lo que significa, ¿no?*
- *Supongo que LL significa que en esa caja están los dos caramelos de limón, en la NN los dos de naranja y en la LN el de naranja y el de limón.*
- *Si y no, le aclaró su padre, ocurre que ninguna caja señala lo que hay dentro... Y solo te llevarás las tres cajas si me dices cuál es el contenido de cada caja pero con una condición: solo puedes sacar un caramelo de una de las cajas...*



Jaimito ya nos ha demostrado que es espabilado así que se puso a pensar cómo llevarse todos esos caramelos. ¿Cómo lo consiguió?

#### **4.14.- Rara situación.**

Una chica que trabaja en Santa Cruz de Tenerife y vive en La Laguna, va todos los días en guagua (bus) y lo mismo le da ir en la 014 que en la 015 porque ambas tienen una parada al lado de su oficina y sabe que pasan cada 10 minutos. Así que cada día laborable, llega a la terminal, se pone en la parada y se sube en la primera que arribe sin fijarse si es de una línea o de la otra. Es el azar quien decide por ella. Pero cuando se baja de la guagua sí que ve el número que ha tomado. Sin embargo, cuando ya ha hecho un mes de viajes, se da cuenta de que ocurre algo raro: de cada 10 viajes que realiza, 9 los hace en la 015... Está pensando en cómo explicarlo. Ayúdele...

#### **5.14.- Moneda falsa.**

Se dispone de 24 monedas que son iguales en apariencia. Pero ocurre que hay una que pesa menos que las demás... Nos han dejado una balanza de platillos para que localicemos la falsa pero utilizando la balanza el menor número de veces...

#### **23 de abril, día del libro a pesar del virus...**

De haber sido un curso escolar normal, por estos días se hubieran celebrado, en los centros educativos de España, muchos actos en torno al Libro pues el día 23 de abril es el día dedicado a ese elemento, que tanta importancia ha tenido y tiene entre nosotros. Como se sabe, es el aniversario, no de la muerte de Cervantes, sino de su entierro... y otra historia que contaremos otro día es la "coincidencia" con el fallecimiento de Shakespeare...

En la **Casa Museo de la Matemática Educativa** de La Laguna también se habría celebrado una semana que, este año, se titulaba *Leer en el cielo* porque la intención era que durante esos días acudiesen estudiantes de distintos centros y edades para darles pautas para que aprendiesen a leer lo que dicta el cielo, especialmente por las noches, igual que el curso pasado vinieron para enseñarles a *Leer un mapa...*

Pero *No se suspende*, dice Lola de la Coba, la promotora de estas lecturas, *sino que se aplaza... pues al cielo no le afecta la pandemia que nos confina a nosotros.*

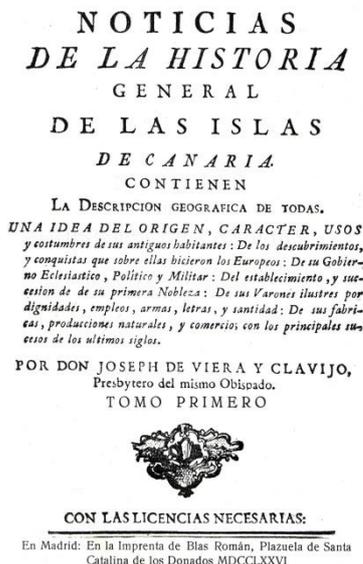
En homenaje al libro y también al cielo, vamos a comentar brevemente el cuadernillo titulado *Noticias del cielo. Astronomía para niños* que publicó José de Viera y Clavijo (1731-1813). Justamente 200 años después, hicimos una actualización de esas noticias.

***Noticias del cielo o Astronomía para niños*** (José de Viera y Clavijo)

***Una actualización 200 años después*** (Luis Balbuena y Oswaldo González)

**José de Viera y Clavijo** (Realejos-Tenerife,1731 – Las Palmas de Gran Canaria,1813) es un clérigo cuya biografía nos muestra a una persona de enorme inquietud intelectual por lo que vivió intensamente la época que le tocó vivir: la Ilustración. Su vida discurre en la isla de Tenerife hasta el año 1770 en que se traslada a Madrid. Allí entra al servicio como ayo del hijo del Marqués de Santa Cruz y consigue publicar la primera parte de su obra cumbre: *Noticias de la historia general de las Islas de Canaria*. Hace

dos interesantes viajes por Europa (el primero a París y el segundo a muchas ciudades entre las que están París, Viena y Roma).



En 1782 es nombrado arcediano de Fuerteventura por parte del Cabildo Catedralicio de la Diócesis de Canarias, instalándose definitivamente en Las Palmas de Gran Canaria dos años después, desarrollando una intensa vida cultural en esta ciudad. El año 1786 funda un colegio y dedica parte de su tiempo a la docencia. En 1811 publica “Noticias del cielo” que lleva como subtítulo “Astronomía para niños”. Es un pequeño cuadernito de 14 cm de largo. El contenido está escrito en el estilo de preguntas y respuestas de forma que formula sus *noticias* con 79 preguntas y sus correspondientes respuestas. En ellas da

información sobre aspectos de la Astronomía en un lenguaje sencillo y divulgativo. En un *Taller de Astronomía* que impartía en el Instituto de La Laguna que lleva precisamente el nombre de este políglota, utilicé este texto para que el alumnado se percatara de los extraordinarios avances que ha tenido esta ciencia en los doscientos años transcurridos.

**Historia de Canarias, 1776**



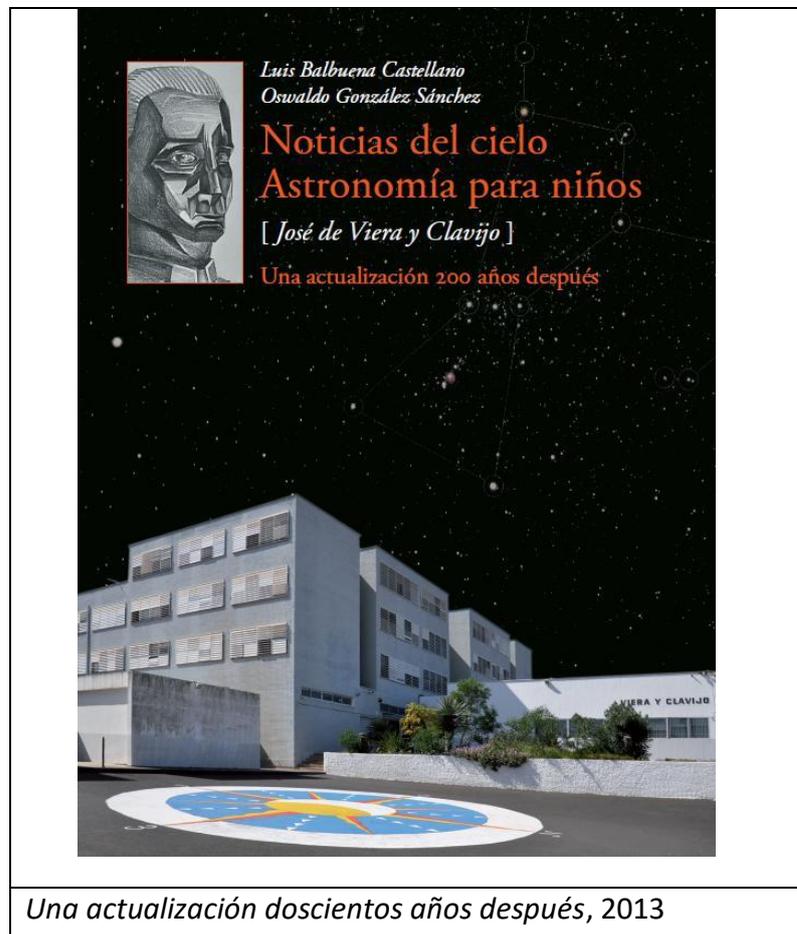
*Noticias del cielo*, original de la Biblioteca Municipal de Santa Cruz de Tenerife

El centro es el que aparece en la portada de la actualización junto con ese cielo limpio en el que se puede distinguir la constelación de Orión y la estrella Sirio, que Viera nombra entre otras. Algunas de las preguntas que formula tienen hoy la misma respuesta que entonces; otras han sufrido modificaciones radicales como, por ejemplo, a la que pregunta *¿El Sol se mueve?* contesta así: *Aunque nos parezca a nosotros que se mueve, demuestran los Astrónomos, que está casi inmóvil como centro del Sistema Planetario.* En la actualización que aportamos, no solo decimos que se mueve sino que lo hace a *una velocidad de 220 km/s en compañía del resto del Sistema Solar.* El hecho de trabajar Oswaldó en el Instituto Astrofísico de Canarias, nos ha permitido aportar datos cerrados el día antes de la entrega del original a la imprenta...

En el apartado dedicado a los planetas, se pregunta *¿Cuántos son los Planetas que se conocen?* A lo que responde: *En estos últimos años se han llegado a conocer hasta once.* La siguiente pregunta es casi obligada: *¿Cómo se llaman?* Y he aquí lo que responde: *Mercurio es el que se mueve más cerca del Sol. Luego Venus. Después la Tierra. Después Júpiter. Después Saturno. Después Urano o Herschell, descubierto en 1781. Y posteriormente Ceres, Palas, Juno y Hércules.*

Como puede leerse, se olvidó de Marte y nombra a los primeros asteroides que se habían descubierto en fechas recientes para él pues Ceres, que fue el primero; lo hizo

Piazzini en 1 de enero de 1801. Esta noticia puede servir de argumento para afirmar que Viera mantuvo su curiosidad hasta el final de su vida.



Pero en estos doscientos años han sucedido también algunos acontecimientos astronómicos dignos de ser destacados así que añadimos unas nuevas preguntas que son las que, a nuestro juicio, consideramos más importantes. Hemos mantenido el estilo y el carácter divulgativo por lo que está adaptada no solo para niños, sino para cualquier persona que desee tener algunas *noticias* de ese cielo que nos rodea y que algún día enseñaremos a leerlo a los escolares que vengán a la Casa Museo de la Matemática Educativa de La Laguna...

**P: ¿Se han observado muchos Cometas, distintos unos de otros?**

**R:** Se dice que se han reconocido ya hasta noventa y uno. Y que el período de uno es de setenta y cinco años, y el de otro, de ciento veinte y nueve, de modo que se pueden pronosticar sus retornos.

**R:** Más allá de Plutón, a distancias comprendidas entre 10.000 y 40.000 U.A., hay una región del sistema solar en la que se encuentran millones de cometas, aunque conocemos apenas unos mil.

**P: ¿Qué otras irregularidades tienen los Cometas?**

**R:** Que no se mueven todos de Occidente a Oriente como los demás Planetas, sino que hay algunos que caminan de Oriente a Occidente. Y que ordinariamente se aparecen con una cabellera o una gran cola.

**R:** Se conocen cometas que se han roto en pedazos, como el Biela que dejó de verse un tiempo y al reaparecer en 1845 se había fragmentado en dos pedazos. Otro más reciente es el Shoemaker-Levy 9 que se rompió en múltiples pedazos al pasar por las proximidades de Júpiter y, terminó chocando contra él en mayo de

1994, acontecimiento que pudo ser captado por telescopios que lo retransmitieron.

El astrónomo danés Tycho Brahe (1546-1601) comprobó, en 1577, que la cola de los cometas se orienta siempre en sentido opuesto al Sol.

**P: ¿Cuál puede ser la causa de esta apariencia?**

**R:** La más verosímil es la que la atribuye a los densos vapores que ocasiona en su superficie el intensísimo calor del Sol al acercarse tan demasiado a él.

**R:** Cuando un cometa se acerca al Sol, su superficie comienza a calentarse y los materiales volátiles se evapo-



*Y el gnomo alcanzó al cometa*



MUSEO  
DE LA  
CIENCIA Y  
EL COSMOS

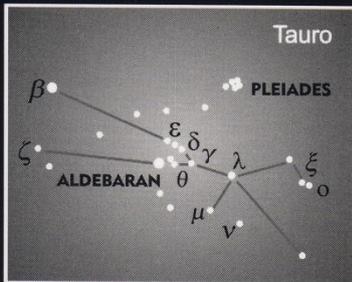
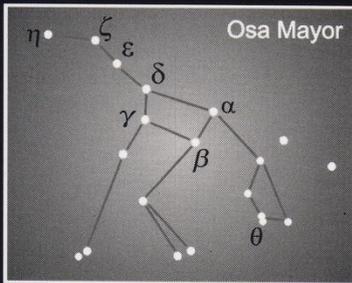
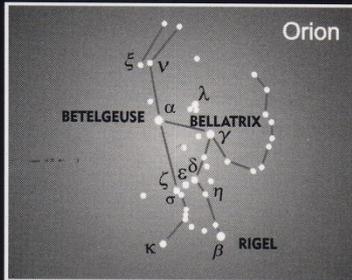
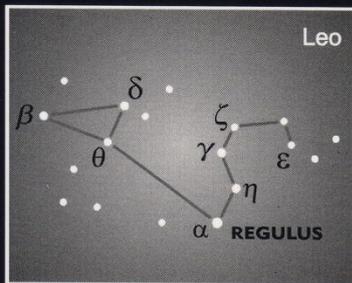
ORGANISMO  
AUTÓNOMO DE  
MUSEOS Y CENTROS



"ISAAC NEWTON"  
Medalla de Oro de Canarias

Semana de las

# MATEMÁTICAS



MUSEO  
DE LA  
CIENCIA Y  
EL COSMOS

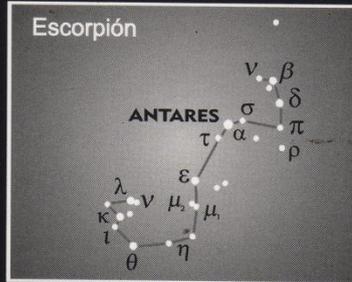
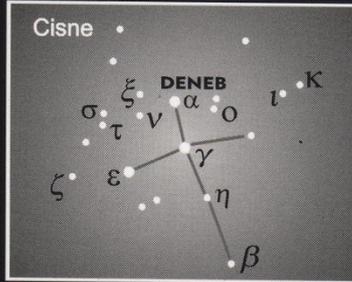
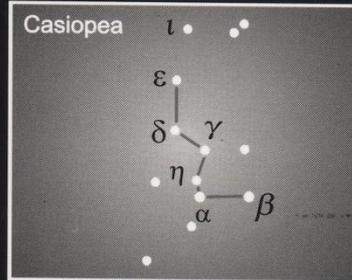
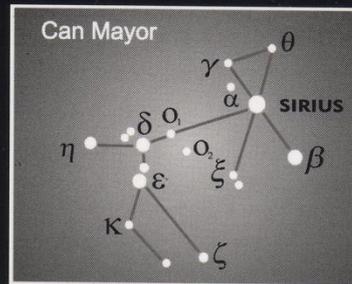
ORGANISMO  
AUTÓNOMO DE  
MUSEOS Y CENTROS



"ISAAC NEWTON"  
Medalla de Oro de Canarias

Semana de las

# MATEMÁTICAS



## Ejercitando las neuronas. Día 15.

Luis Balbuena Castellano, Paula Pérez Pacheco, Ignacio Jiménez San Andrés

### 1.15.- No se precipite...

1.- ¿Cuántas veces se puede restar uno a diez?

2.- En un folio, con un lápiz muy afilado ha dibujado un ángulo que mide  $1,5^\circ$ .

Ahora toma una lupa de 10 aumentos, mira el ángulo y ¿cuántos grados mide a través de la lupa?

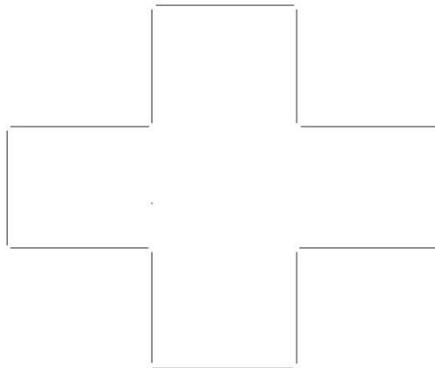
3.- ¿Es posible tomarse dos vasos de leche en ayunas?

### 2.15.- Traspasos de agua

Se dispone de dos recipientes, uno de 7 litros y otro de 4. Ir a la fuente y conseguir 10 litros en el menor número de trasiegos.

### 3.15.- Entrenamiento con 12 palillos.

Busque 12 palillos o similares. Con ellos forme la cruz griega del dibujo.



Tomaremos como unidad de área la del cuadradito que se forma con un palillo de lado.



Suponemos que no tiene dificultad en comprobar que el área de la cruz griega es de 5 cuadraditos...

Pues bien, ahora, con esos mismos 12 palillos hay que construir superficies cuyas áreas midan:

1.- 6 unidades.

2.- 7 unidades.

3.- 8 unidades.

4.- 9 unidades.

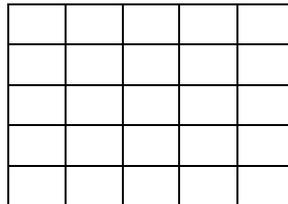
5.- 4 unidades.

#### **4.15.- Grifos (I)**

Un grifo tarda 3 horas en llenar un depósito; otro tarda 5 horas y un tercero lo hace en 15 horas. Si se ponen a funcionar los tres al mismo tiempo, ¿cuánto tiempo tardan en llenar el depósito?

#### **5.15.- Damas de ajedrez en un tablero de 5x5**

En un tablero de 5x5 deben colocarse cinco damas del ajedrez de forma tal que no se <<maten>> entre sí. Se recuerda que las damas pueden moverse en todas las direcciones: filas, columnas y diagonales:



## Las proporciones en las banderas de los estados del mundo

Se trata de un aspecto de las banderas que proporciona un magnífico material didáctico cuando se estudian las fracciones. Al final se incluyen algunas orientaciones en este sentido.

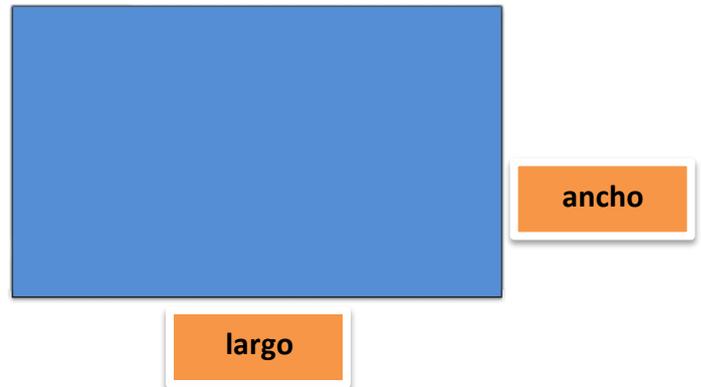
Cuando se mira la voz “bandera” en alguna enciclopedia, sobre todo si tiene sus añitos, nos podemos encontrar que el aspecto físico de las banderas de los estados del mundo se muestra con una o varias páginas como la siguiente:



¡¡Error!! En efecto, se observa que las banderas están enmarcadas en rectángulos iguales y eso es falso. Todas las 195 banderas del mundo, excepto tres (Nepal,

Vaticano y Suiza), son rectangulares pero los rectángulos no son todos iguales como veremos en lo que sigue.

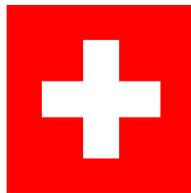
Como es sabido, el rectángulo es un cuadrilátero que tiene los cuatro ángulos rectos y formado por cuatro lados que son iguales y paralelos dos a dos. Es decir, todos los rectángulos tienen un lado mayor que otro. Al mayor le llamaremos *largo* y al menor *ancho*.



Definimos la *proporción* de una bandera como la relación (es decir, el cociente) que existe entre los números que dan la medida del ancho y la del largo del rectángulo que la contiene, (también se puede definir con la fracción inversa, es decir, el largo dividido por el ancho). Así, por ejemplo, si se dice que una bandera tiene la proporción 2:3, entonces se quiere indicar que si el ancho del rectángulo mide dos unidades, entonces el largo mide tres. Según esto, si la proporción es 1:1 entonces significa que los dos lados son iguales y por tanto, la bandera es cuadrada. Esta es la proporción de las banderas de Suiza y Vaticano.



Nepal

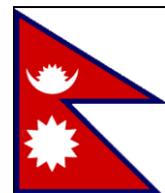


Suiza



Vaticano

(Dedicamos un breve paréntesis para explicar la forma de la bandera de Nepal. Se suele decir que está formada por dos triángulos, lo cual es falso también. Geométricamente es un pentágono cóncavo pues tiene un ángulo que mide más de 180°. Ese pentágono está inscrito en un rectángulo de proporción 4:3).



Posiblemente el error de pensar que todos los rectángulos sean iguales esté inducido, como se ha indicado al principio, porque en algunas enciclopedias y atlas aparecen así. Esto ya ha sido corregido por las editoriales. Lo cierto es que, si incluimos a las cuadradas, hay veintidós modelos diferentes de proporcionalidad en las dimensiones. Un interesante trabajo de indagación es averiguar cuáles son. Una vez que las tengamos, se verá que varían entre la proporción 11:28 de Qatar y la cuadrada 1:1. Ahora vamos a transformar todas las proporciones obtenidas en números decimales. Para ello hay que hacer la división ayudándose con una calculadora. Como podrá comprobarse, aparecen ejemplos de todos los tipos de números decimales (exactos,

periódicos puros y mixtos). Pero en algunos casos, si se quiere llegar a completar el periodo de cifras decimales, no basta con la calculadora, porque en la pantalla sólo aparece un determinado número de cifras decimales (suelen ser entre ocho y diez). Por eso, hay que dedicar algún tiempo para conseguirlo. Inténtelo, por ejemplo, con la proporción 10:19, que es la correspondiente a las banderas de Estados Unidos, Liberia e Islas Marshall.

En definitiva, se obtienen proporciones y los decimales que están en el siguiente cuadro, ordenadas de menor a mayor. Aclaremos que las cifras decimales que aparecen subrayadas son las correspondientes al periodo del número que se obtiene al hacer la división:

Proporción	Número decimal
11:28	0'39285714
1:2	0'5
10:19	0'526315789473684210
5:9	0'5
21:38	0'5526315789473684210
4:7	0'571428
10:17	0'5882352941176470
3:5	0'6
11:18	0'61
5:8	0'625
7:11	0'63
2:3	0'6
7:10	0'7
5:7	0'714285
18:25	0'72
8:11	0'72
3:4	0'75
28:37	0'756
4:5	0'8
13:15	0'86
1:1	1

A continuación vamos a colocar una bandera de cada una de las proporciones, también ordenadas de menor a mayor y, obsérvese cómo se pasa de la “tira” de la bandera de Qatar hasta llegar a la cuadrada de Suiza:





DJIBUTI  
(Djibuti)  
África. 21:38



MYANMAR  
(Naipyidó)  
Asia. 5:9



MÉXICO  
(México, D.F.)  
Centroamérica. 4:7



ALEMANIA  
(Berlín)  
Europa. 3:5



FINLANDIA  
(Helsinki)  
Europa. 11:18



SUECIA  
(Estocolmo)  
Europa. 5:8



ESTONIA  
(Tallin)  
Europa. 7:11



FRANCIA  
(Paris)  
Europa. 2:3



BOLIVIA  
(Sucre)  
Suramérica. 15:22



BRASIL  
(Brasilia)  
Suramérica. 7:10



ALBANIA  
(Tirana)  
Europa. 5:7



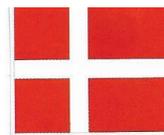
ISLANDIA  
(Reikyavik)  
Europa. 18:25



NORUEGA  
(Oslo)  
Europa. 8:11



GABÓN  
(Libreville)  
África. 3:4



DINAMARCA  
(Copenhague)  
Europa. 28:37



MÓNACO  
(Mónaco)  
Europa. 4:5

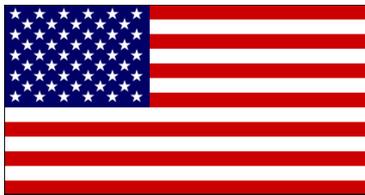


BÉLGICA  
(Bruselas)  
Europa. 13:15

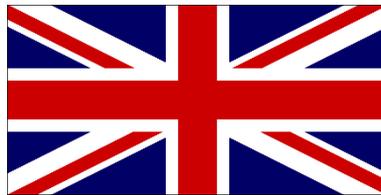


SUIZA  
(Berna)  
Europa. 1:1

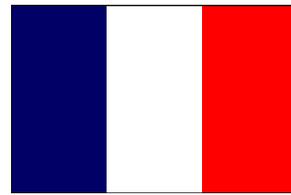
Los dos modelos más abundantes son las de proporción 2:3, que es la que tiene la bandera de Francia, la famosa “tricolor”, que se tomó como símbolo de la lucha por la libertad y la independencia, con un 43%, seguida con un 28% de las de proporción 1:2 que tiene la bandera del Reino Unido, y que adoptaron muchas naciones que pertenecieron al imperio inglés. Entre las dos copan casi las tres cuartas partes del total.



Estados Unidos (10:19)



Reino Unido (1:2)



Francia (2:3)

En cambio, hay proporciones que solo la tiene un estado. Por ejemplo Qatar o Finlandia.

Como todas las dimensiones son números racionales, ninguna bandera tiene la proporción áurea. El famoso número áureo es:

$$(1 + \sqrt{5}) : 2 = 1'618\dots$$

Observamos que es un número irracional. En la relación de proporciones, el valor más cercano es la proporción 11:18 = 0'61 (Finlandia).

### **Orientaciones didácticas**

Algunas ideas para utilizar este material con fines didácticos. Obviamente hay que adaptarlo a la formación del alumnado.

La ciencia que se dedica al estudio de las banderas y símbolos similares recibe el nombre de vexilología. Existe una asociación nacional cuya web es:

[www.vexilologia.org](http://www.vexilologia.org)

En internet, además, hay mucha información sobre las banderas. Basta con escribir *banderas* o *flags* en el buscador. Una de las informaciones es la proporción que tiene cada una, por lo que hacer el vaciado de la distribución de proporciones es una indagación a su alcance. A partir de ese dato, se pueden plantear diversas cuestiones entre las que destaca la transformación en números decimales de todas las fracciones. Como ya se indicó, en algunos casos, la calculadora no da todas las cifras decimales de que consta el periodo. Se pide a los estudiantes que elaboren un algoritmo con la calculadora para obtenerlas, es decir, que se van deduciendo una a una hasta que se empiecen a repetir. La 10:19 de Estados Unidos es un interesante y buen ejemplo para esa actividad.

Una vez obtenidos todos los valores decimales, se procede a ordenarlos de menor a mayor o al revés. Hay que pensar.

Clasificar los decimales obtenidos agrupándolos en decimales exactos, periódicos puros y periódicos mixtos. Obsérvese que se trata de un ejemplo para estos conceptos que se suelen explicar sin ejemplos que le de significado.

Obtener el porcentaje que representa en el total cada una de las proporciones.

Hacer ver que los conceptos de *relación*, *proporción*, *cociente* y *división*, realmente son lo mismo. Este aspecto es interesante porque, en ocasiones, se presentan como si fueran distintos.

En otros trabajos apuntaremos más aspectos de las banderas explotables didácticamente...

**LA MUJER, INNOVADORA  
EN LA CIENCIA**



**Sofia Kovalevskaya**  
Rusia, 1850 - Suecia, 1891

Tuvo que casarse para poder salir de Rusia a estudiar y, aunque al principio Weierstrass no quería dar clase a una mujer, al ver su capacidad se convirtió en su mejor defensor. Investigó sobre muchos aspectos de las matemáticas, siendo los más conocidos sus trabajos sobre ecuaciones diferenciales y sobre los anillos de Saturno. Luchó por dar clases remuneradas, consiguiéndolo en Suecia, pero murió a consecuencia de una gripe, sin apenas paladear su triunfo.

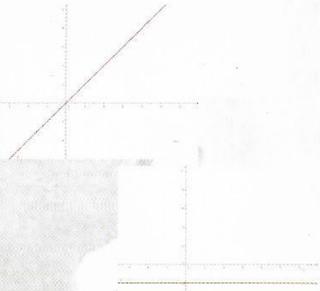


**LA MUJER, INNOVADORA  
EN LA CIENCIA**

Recuerda que la derivada tiene que ver con el *cambio* de una función. Dada esta gráfica:



¿Podrías decir cuál de las dos siguientes corresponde a la derivada?



Envía tu respuesta a:  
[mujermatematica@gmail.com](mailto:mujermatematica@gmail.com)  
<http://www.rsme.es/comis/mujmat/mujer-ciencia>



## **Ejercitando las neuronas. Día 16.**

**Luis Balbuena Castellano, Paula Pérez Pacheco, Ignacio Jiménez San Andrés**

### **1.16.- Grifos (II)**

En el depósito de la cuestión 4.15, en el momento en que los tres grifos se ponen a funcionar simultáneamente para llenar el depósito, se abre un grifo en la parte baja que es capaz de vaciar el depósito en 7 horas. Pues bien, estando abiertos tanto los que lo llenan como el que lo vacía, ¿cuánto tiempo tardará ahora en llenarse el depósito?

### **2.16.- La botella y su tapón, no apto para precipitados...**

Una botella cuesta un euro más que el tapón. Si ambos cuestan un euro más diez céntimos, ¿cuál es el precio de cada uno?

### **3.16.- Puntos y partes del círculo.**

Dibuje cuatro círculos. Si dispone de un compás, mejor si no los puede hacer a mano alzada porque no es necesaria la precisión en esta actividad. En el primer círculo marque dos puntos en la circunferencia y los une. Verá que la cuerda construida divide al círculo en dos partes.

En el siguiente círculo, marque tres puntos de la circunferencia separados convenientemente. Ahora une los puntos con cuerdas y aparecerá un triángulo. ¿En cuántas regiones queda dividido el círculo? A contar.

En el tercer círculo va a marcar cuatro puntos en la circunferencia y ahora, atento, porque aparece un cuadrilátero en el que además de los lados también trazará las dos diagonales. ¿Cuántas regiones aparecen? No se líe. Lo puede hacer sin dificultad.

En el cuarto círculo ya intuye lo que debe hacer: marcará cinco puntos y a continuación trace tanto los lados del pentágono y como todas sus diagonales. También ha de contar todas las regiones en las que queda dividido el círculo.

Pues bien, sintetice los resultados y a la vista de ellos,

- a) ¿Cuántas regiones aparecerán cuando haga lo mismo pero con seis puntos marcados en la circunferencia?
- b) ¿Cuántas regiones aparecerán cuando haga lo mismo pero con siete puntos marcados en la circunferencia?

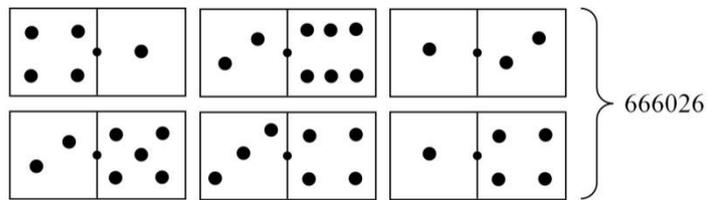
### **4.16.- Triángulos en una cuadrícula de 3x3**

Tome un papel y dibuje, de momento, una cuadrícula como la siguiente:

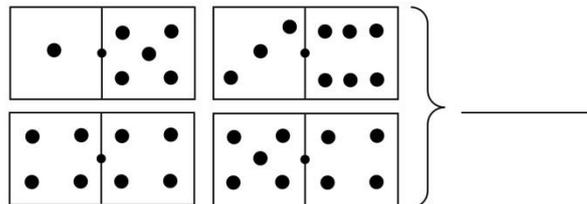


Cada vez que una tres puntos no alineados en esa cuadrícula se forma un triángulo. Pues bien, haga las cuadrículas que vaya necesitando porque la actividad consiste en dibujar todos los tipos de triángulos diferentes que se pueden dibujar en esa cuadrícula. Se sobreentiende que si dos triángulos se pueden superponer mediante giros o traslaciones o simetrías, entonces se les considera iguales... esta condición es importante.

**5.16.- Con fichas de dominó**



A la derecha de las seis fichas de arriba se han colocado unos dígitos siguiendo un criterio que debe descubrir. Cuando crea que lo tiene, señale los dígitos que deben ir a la derecha de las cuatro fichas inferiores y compruebe si lo hizo bien...



## Banderas, distribución de los colores

### 1.- Introducción.-

Se habrá fijado que las banderas, además de ser un símbolo para algún colectivo, también es un objeto que llama nuestra atención de manera destacada. Parece ser que dos de las formas de llamar la atención del ser humano son el movimiento y el color. Las banderas tienen los dos. Por eso no es una casualidad que, allá donde se quiera que fijemos la atención, suelen estar las banderas. En los lugares turísticos, por descontado, en las ferias de lo que sea, allí están y así un largo etcétera de situaciones.

Pues bien, en estas páginas vamos a centrarnos en los colores de las 195 banderas de los estados soberanos actuales. Siempre existe una vertiente didáctica que los docentes sabrán aprovechar también. Incluso ciertas actividades de este estudio están al alcance de los más pequeños porque los conceptos y las herramientas matemáticas no hay por qué complicarlas. Con los medios actuales de información, una indagación se centrará en localizar cuál es el significado de cada color en las distintas banderas. Ese código no está, ni mucho menos, estandarizado, es decir, un mismo color puede tener significados diferentes en los distintos países. Así, por ejemplo, el color rojo significa:

Significado	Países
Libertad	Francia, Argelia
Lucha por la libertad	Malawi, Mozambique
Revolución	Corea del Norte, China, Portugal
Sangre derramada	Armenia, Burundi, Chile
Sabana	Gambia
Igualdad Universal	Singapur

### 2.- Vexilología

La ciencia que estudia el mundo de las banderas se llama vexilología. Es un nombre que proviene del término latino *vexillum* que son las tiras que se desplegaban en las lanzas de los legionarios romanos. Como toda ciencia, tiene también su argot del que destacamos estos dos conceptos que se manejarán en los estudios que se propondrán:

**Campo:** es la figura geométrica en la que se dibuja la bandera. Solo puede ser : cuadrado (Suiza y Vaticano), pentágono cóncavo (Nepal) y rectangular (todas las demás). Así, por ejemplo, diríamos, la bandera de Marruecos tiene una estrella de Salomón verde en el centro de su campo que es rojo; la de Francia tiene el campo cubierto por tres franjas verticales iguales con los colores azul, blanco y rojo.

**Carga:** cualquier figura que aparezca en el campo sobrepuesta a sus colores. Por ejemplo, la bandera de Japón tiene un círculo rojo en el centro de su campo blanco

que representa al sol naciente; la de España tiene una carga que es el escudo nacional situado en la franja central a un tercio del mástil.

Para profundizar en estos aspectos relacionados con las banderas, existen en internet muchas páginas entre las que destacamos:

[www.vexilología.org](http://www.vexilología.org)

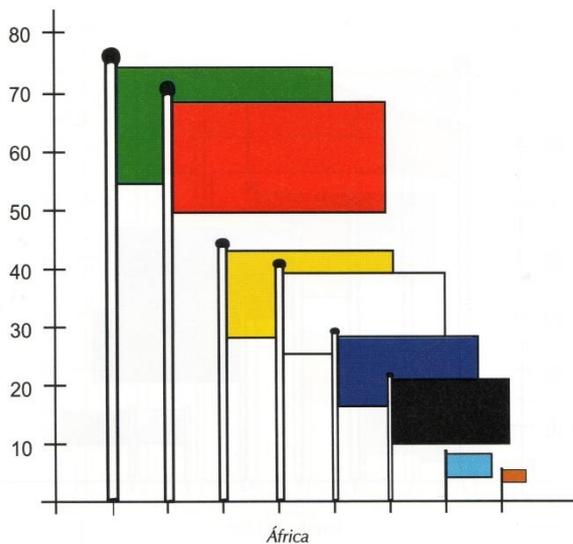
[www.crwflags.com](http://www.crwflags.com)

### 3.- Distribución de colores por continentes y mundial

Este aspecto puede ser estudiado desde los primeros niveles si bien la formalización posterior se irá adaptando a los conocimientos que vayan adquiriendo de la estadística descriptiva. Conviene, no obstante, discutir y adoptar una serie de acuerdo sobre aspectos como:

- Si se distingue entre los matices de los colores. Por ejemplo, en el azul hay dos tonalidades que destacan: celeste y marino. ¿Se aceptan como un solo color o se diferencian las tonalidades?
- ¿Se consideran o no las cargas?
- Cuando se haga el recuento de los colores, aprovechar para contabilizar también el número de colores que tiene cada bandera para hacer posteriormente el estudio de la distribución.

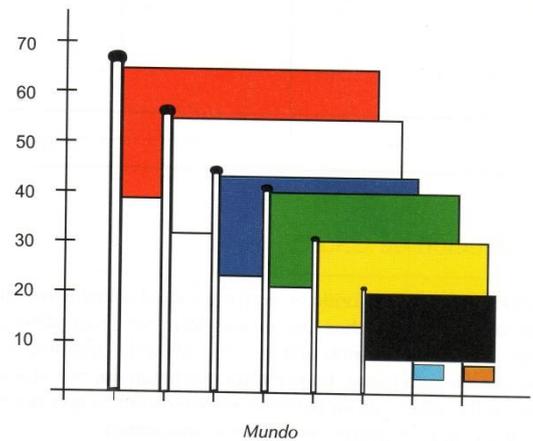
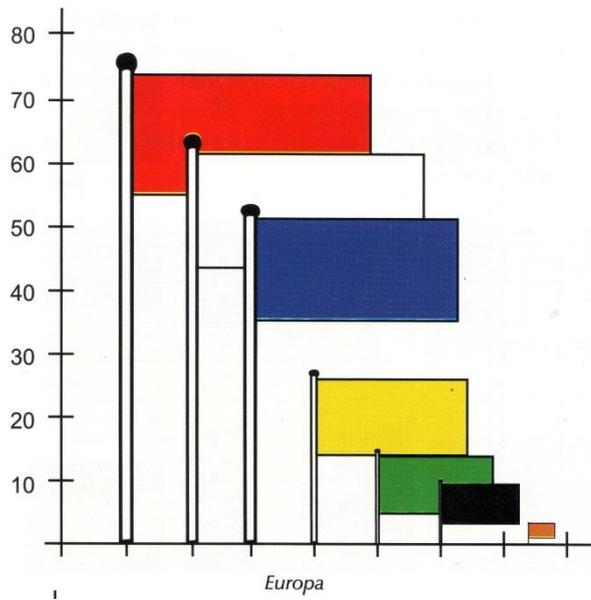
Es un trabajo adecuado para que se haga en equipos porque hay que consultar muchos datos y el trabajo colaborativo mejorará la eficacia y los resultados. Si se encargan a los distintos equipos estudiar una parte del mundo, después habrá que aportar lo de cada



uno para llegar a construir los datos globales. Una vez terminado el vaciado de los datos, hay que organizarlos y decidir cómo sintetizarlos. Por ejemplo, cada equipo que trabaje este aspecto debe crear un pictograma para representar gráficamente los resultados. De esta forma se sabrá cuáles son los colores más abundantes en cada zona y en el mundo, averiguar cuántos colores diferentes son necesarios para dibujar todas las banderas (solo sus

campos), etc.

Presentamos algunos resultados del estudio de la distribución de colores:

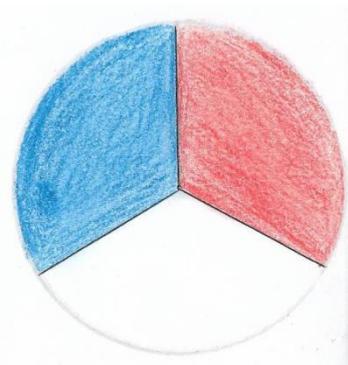


#### 4.- Ciclogramas.

Seguimos con el estudio de los colores de las banderas. En este caso se trata de hacer ciclogramas (o diagramas de sectores) con la distribución de los colores en el campo de la bandera. Si la bandera no tiene cargas, el ciclograma se dibuja sin mayor dificultad. Si las tiene, hay que decidir si se considera o no. Pero en casi todos los casos, es necesario hacer algunas medidas y cálculos así que hay que tener preparada una regla graduada, una calculadora y un transportador de ángulos...

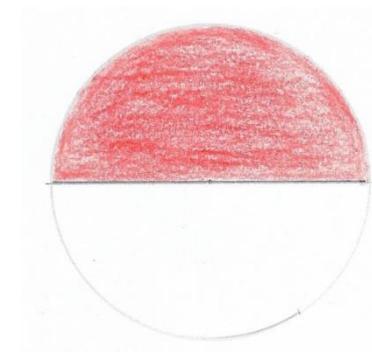
Veamos algunos ejemplos:

El ciclograma es un círculo en el cual, mediante sectores circulares, se señala la parte que ocupa cada color en el campo de la bandera. Vamos a construir el de la bandera de Francia. Para este caso, será un ciclograma con tres sectores circulares iguales porque cada banda (azul, blanca y roja) ocupa exactamente un tercio del campo. Por lo tanto, los  $360^\circ$  del círculo se distribuyen en tres sectores iguales a  $360:3 = 120^\circ$  :



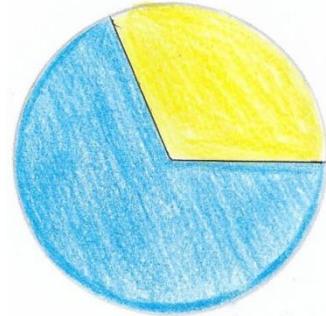
Ciclograma de Francia

El ciclograma de la de Mónaco, también es fácil de construir porque es un círculo con la mitad blanca y la otra roja.



Ciclograma de Mónaco

Para construir el ciclograma de la bandera de Suecia, es necesario averiguar qué porcentaje del área total ocupa cada color. Hechas las medidas y los cálculos se tiene que el color azul ocupa el 68% y el amarillo el 32%. En este caso, hay que hacer un reparto proporcional de los  $360^\circ$  del círculo entre esos dos porcentajes, es decir, el 68% de  $360^\circ$  son  $245^\circ$  y, por tanto, el color amarillo ocupa los  $115^\circ$  restantes y el ciclograma tiene los dos sectores:



Ciclograma de Suecia

Existen diseños de banderas en los que el cálculo de las áreas de cada color requiere acudir a ciertas estrategias. Por ejemplo, si se desea hacer el ciclograma de la de Seychelles, en algunos colores se fracciona la superficie en triángulos y se suma las áreas de los que aparezcan:



## 5.- Algunas actividades más

- Estudiar la nacionalidad de todo el alumnado del centro de estudio y hacer las banderas en algún soporte (tela, en cartulina pintándolas o con trocitos de papel de colores recortados de folletos publicitarios, revistas, et.) y exhibirlas en algún lugar del centro.
- Hacer la distribución de las banderas agrupándolas por su letra inicial, es decir, banderas cuyos estados empiezan por A, por B y así hasta la Z. Representar el resultado en un diagrama de barras.



- **Memory de banderas**

Juego para dos o más personas de 3 años en adelante...

Material:

- Las banderas de las naciones soberanas del mundo. Son 195. Para cada bandera hay dos fichas, por tanto, se tiene un total de 390 fichas aunque se pueden reducir considerando por ejemplo los países de la Unión Europea o de una parte del mundo, etc.
- En cada ficha, además del nombre del país en español, se pueden añadir datos como su capital, la parte del mundo en la que está, etc.

Reglas del juego:

- Pueden jugar dos o más personas. Sortear quién empieza la partida.
- Se selecciona un número de países que se aconseja que esté entre 10 y 15. Se separan del mazo las dos fichas de cada uno de los países seleccionados. De esta forma se tendrán entonces entre 20 y 30 fichas.
- Se barajan las banderas y se colocan boca abajo en la mesa (aunque se pueden colocar de cualquier forma es aconsejable que formen un rectángulo).
- Empieza el juego: el jugador que inicia el juego da la vuelta solo a dos fichas.
- Si son del mismo país las retira de mesa, las pone boca arriba a su lado y sigue jugando.
- Si son de diferentes países, entonces les vuelve a dar la vuelta en el sitio en el que están. Todos los jugadores lo deben grabar en su memoria pues es una información importante. Pasa el turno al siguiente jugador y se aplican los criterios ya explicados.
- Una vez que se sacan todas las fichas de la mesa, la partida la gana aquel que tiene más países en su cuenta personal.

Algunos consejos:

- El juego es una excelente forma de aprenderse las banderas de los países, su situación en el mundo y sus capitales. Cuando se compruebe que ya se conoce una bandera, sustituirla por otra del mazo.
- El juego requiere concentración, fijación de la atención y uso de la memoria al tener que recordar cuál es la posición de las banderas que se van descubriendo y que no se puede llevar el que juega porque no forma pareja.



- Hacer el vaciado de la información obtenida acerca del número de colores que conforman la bandera.
- Observar cómo, en África, hay un conjunto numeroso de banderas que comparten los llamados colores “panafricanos”: amarillo, verde y rojo. Tratar de averiguar por qué se produce esta circunstancia. Estas son algunas:



Guinea



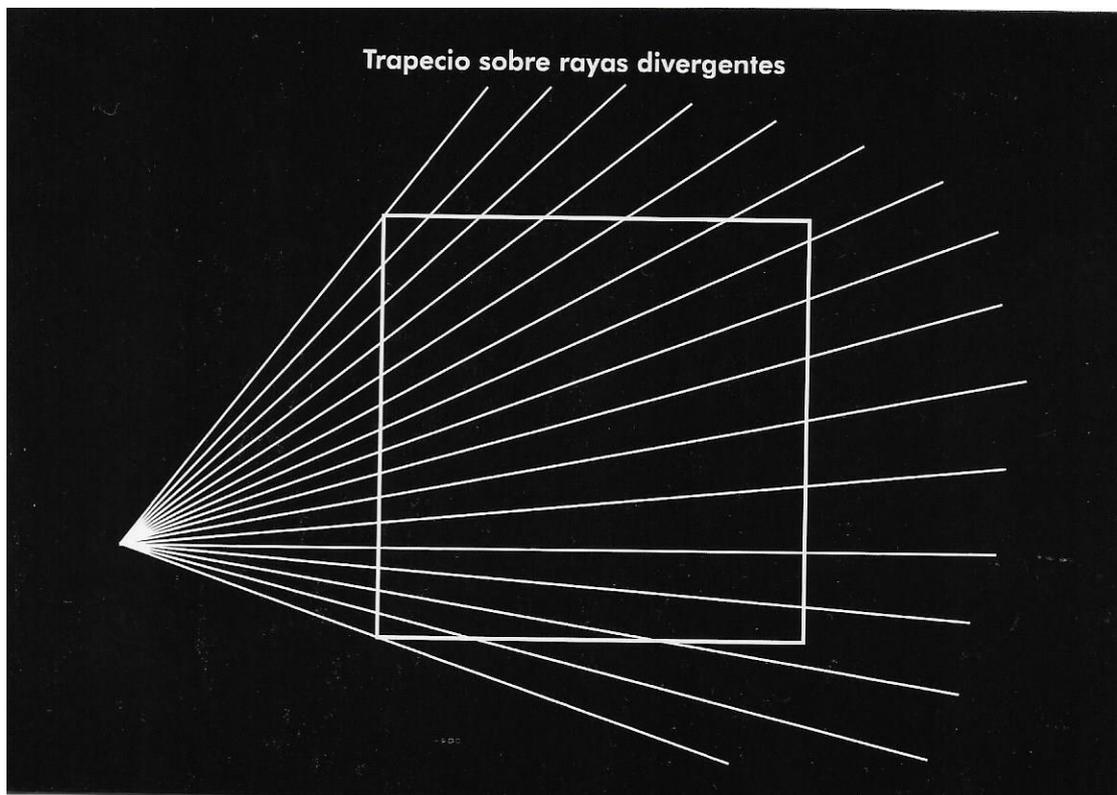
Guinea Bissau



Senegal



Ghana



## LA MUJER, INNOVADORA EN LA CIENCIA



**Madame du Châtelet**  
Francia, 1706 – 1749

Mujer ilustrada de su tiempo, estudió con los mejores matemáticos de la época. Aprendió latín e inglés para traducir los escritos de Newton. Gracias a ella las teorías newtonianas entraron en el continente.



## LA MUJER, INNOVADORA EN LA CIENCIA

La imagen es la de una toesa, réplica de la toesa de Châtelet. El nombre no alude a Emilie, sino al lugar donde estaba empotrada en París. La toesa equivalía a seis pies de rey y se estima que equivalía a la estatura de Carlomagno.  
¿Cuánto medía el emperador?  
¿Y su pie?

Envía tu respuesta a:  
[mujermatematica@gmail.com](mailto:mujermatematica@gmail.com)  
<http://www.rsme.es/comis/mujmat/mujer-ciencia>



Los 5 sólidos platónicos

## LA MUJER, INNOVADORA EN LA CIENCIA



**Grace Chisholm Young**  
Inglaterra, 1868 - 1944

Se doctoró en matemáticas en Göttingen bajo la dirección de Klein. Empezó su carrera investigadora pero, al enfermar su padre, vuelve a Inglaterra, donde se casa con su antiguo profesor Young. Es ella la que le anima a que, además de a la enseñanza, se dedique a la investigación. Trabajan juntos, pero sólo aparece el nombre de él en casi todos los escritos. Escribió libros didácticos para sus hijos que son auténticos manuales para la enseñanza de las matemáticas.



Los 5 sólidos platónicos

## LA MUJER, INNOVADORA EN LA CIENCIA

En los poliedros regulares,  
cuenta el número de caras,  
vértices y aristas.

¿Encuentras una relación  
entre ellos?



Envía tu respuesta a:

[mujermatematica@gmail.com](mailto:mujermatematica@gmail.com)

<http://www.rsme.es/comis/mujmat/mujer-ciencia>

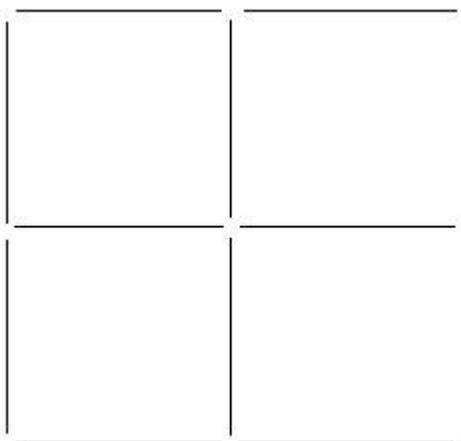


## Ejercitando las neuronas. Día 17.

Luis Balbuena Castellano, Paula Pérez Pacheco, Ignacio Jiménez San Andrés

### 1.17.- Ventana de cuatro cuadrados

Consiga 12 palillos o similares y construya la ventana que ve a continuación formada por cuatro cuadrados. A continuación se le propondrán actividades en las que tendrá que quitar o desplazar palillos. En el primer caso, hay que sacarlos de la ventana y, en el segundo, debe quitarlos pero volver a colocarlos para conseguir el objetivo que se plantea. Esperamos que los logre todos. Es una actividad muy adecuada para esperar a que sirvan el primer plato o para entretener a los más jóvenes...



#### Actividades:

- 1.- Quitar cuatro palillos y dejar un cuadrado.
- 2.- Quitar dos palillos y dejar dos cuadrados.
- 3.- Quitar dos palillos y dejar tres cuadrados.
- 4.- Quitar un palillo y dejar dos cuadrados.
- 5.- Desplazar tres palillos y conseguir tres cuadrados.
- 6.- Desplazar cuatro palillos y conseguir dos cuadrados.
- 7.- Desplazar dos palillos y conseguir seis cuadrados.
- 8.- Desplazar cuatro palillos y conseguir diez cuadrados.

(*Palillos, aceitunas y refrescos matemáticos*, Balbuena L.; Cutillas L.; De la Coba L.; Edit, Rubes)

### **2.17.- Pasar del 1% al 2%**

En una sala hay 3 mujeres y un número de hombres tal que las mujeres representan el 1% del total.

Ahora deseamos que esas 3 mujeres representen al 2% del total. ¿Cuántos hombres deben abandonar la sala para conseguir ese objetivo? Haga primero una estimación sobre cuántos cree que deben abandonar la sala y después razone y haga los cálculos.

### **3.17.- No hay cambio...**

Este es un diálogo ¿posible? entre un *cliente* y la cajera:

*-Por favor, ¿me podría cambiar este euro en monedas menores?*

La cajera mira las monedas que tiene y le contesta:

-No, lo siento. No puedo.

*-Bueno, pues una de 50 céntimos...*

-Tampoco puedo.

*-Bien, pues una de 20 céntimos...*

-Lo siento, no puedo.

*- Caramba, pues una de 10 céntimos...*

- No es posible...

*-¿Y una de 5 céntimos?*

- Tampoco

*- Pues al menos una de 2 céntimos...*

- No puede ser...

*- Pero yo veo que tiene monedas en la caja...*

-¡Ya!, tengo más de un euro, concretamente 1,39, pero ya le digo que no puede ser...

*- ¡¡¡Me rindo!!!*

¿Cómo explicarlo?

#### 4.17.- Entretenerse con la calculadora.

Tenga una calculadora a mano (vale la del móvil). Le proponemos dos entretenimientos:

1.- Considere el número 12345679. Ve que están todos los dígitos menos el 8 y el 0.

Pues bien, multiplique ese número por los múltiplos de 9 hasta el 81 (9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81) y observe los resultados.

2.- Consideramos los 9 dígitos: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Con ellos hay que formar tres números de tres dígitos de forma que no se repiten dígitos. Si los números formados son:  $x = abc$  ;  $y = def$  ;  $z = ghi$  entonces tienen que cumplirse estas dos propiedades:

$$y = 2x$$

$$z = 3x$$

#### 5.17.- Extraña sucesión...

Cuando nos den una sucesión de números es porque hay una ley de formación tal que nos permite continuarla de manera indefinida salvo que se limite el número mayor. Pues teniendo en cuenta ese principio, les damos esta sucesión de números naturales y han de tratar de buscar la ley de formación para indicar cuál es el siguiente:

2, 10, 12, 16, 17, 18, 19, ... ?

#### El cero, el uno y el dos

Graves autores contaron  
que en el país de los Ceros  
el Uno y el Dos entraron;  
y, desde luego, trataron  
de medrar y hacer dineros.

Pronto el Uno hizo cosecha,  
pues a los Ceros honraba  
con amistad muy estrecha,

y dándoles la derecha,  
así el valor aumentaba.

Pero el Dos tiene otra cuerda,  
¡todo es orgullo maldito!  
Y con táctica tan lerda,  
los ceros pone a la izquierda,  
y así no medraba un pito.

En suma, el humilde Uno  
llegó a hacerse millonario,  
mientras el Dos importuno  
por su orgullo cual ninguno  
no pasó de un perdulario.

Luego ved con maravilla  
en esta fábula ascética,  
que el más baja más brilla,  
y el que se exalta se humilla  
hasta en la misma Aritmética.

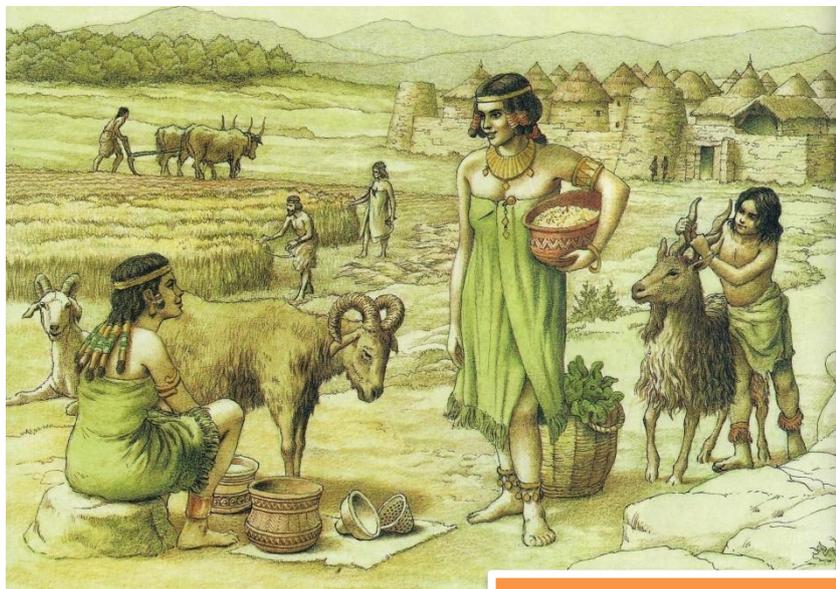
**Cayetano Fernández** – (Cádiz, 1820 - Sevilla, 1901)

### ¿Por qué la Semana Santa no es siempre el mismo día?

Cuando comienza el curso en el mes de septiembre, hay una pregunta que nos solemos hacer tanto el profesorado como el alumnado aunque con finalidades distintas... Se trata de saber *¿en qué fecha “cae” la Semana Santa?* El profesorado quiere conocer esa fecha para programar el segundo trimestre del curso pues si “cae” pronto, será un trimestre corto... Al alumnado lo que desea saber es qué fecha “caen” los carnavales pues sabe que están ligados a la Semana Santa sin saber muy bien por qué...

Vamos a tratar de explicar ese aparente misterio.

Nos remontamos a la época remota en la que la humanidad era nómada. Deambulaba de un lado para otro en función de ciertos factores como si



había o no alimentos o agua potable, las temperaturas, etc. En esta situación, el control del tiempo no era ningún problema porque su sustento no dependía de cómo variara la climatología. Pero sabemos que en un momento determinado, los pueblos decidieron hacerse sedentarios, es decir, instalarse en un determinado lugar y desarrollar allí su vida. En este caso, la situación con respecto al tiempo cambia radicalmente porque, entre otras cosas, debe prever alimentos o leñas para cuando el tiempo se haga adverso. El relato, obviamente, se puede adornar con todas las historias que se quieran. Suelo utilizar esta: un buen día, uno de estos hombres recién llegado a un lugar, observa que hay una planta con unas semillas que, al degustarlas, le producen buenas sensaciones. Se trata del trigo y decide plantarlo. El otoño (término que él desconoce, por supuesto), acaba de empezar y el trigo, con las primeras aguas, germina y empieza a crecer.

*Qué hermoso está el campo con estas semillas que planté, piensa nuestro hombre...*

Pero aparece el frío invernal y en una helada de una de aquellas noches, el trigo se congela y pierde la cosecha... Le produce una gran frustración pero no se desanima. Allá por el mes de marzo lo intenta de nuevo y comprueba que ahora sí que germina y termina dando los apetitosos granos con los que empieza a experimentar y a obtener, por ejemplo, la harina...

Bien, la historia me sirve para dar el paso siguiente: cae en la cuenta de que es necesario conocer cómo evoluciona el tiempo para poder hacer muchas de las faenas a las que le obliga el ser sedentarios. En definitiva, aunque él no lo sepa, necesita crearse un calendario. ¿En dónde orientarse? Pues en los elementos que observa que están allí dando permanentes señales de manera regular, especialmente en el cielo. La Luna y el Sol se convierten en sus aliados para ir pasando de padres a hijos información sobre cuándo es el momento de plantar, cuándo se deben cruzar los animales, etc.

Nos fijamos en la Luna porque sus crecidas y desapariciones se producen con una regularidad que no falla... Encima, la regla en la mujer se produce "por lunas", el embarazo se rige "por lunas", las mareas, ... Así que confía en nuestro satélite para construir ese calendario que necesita. Pero la Luna tarda poco más de 29 días en hacer su ciclo, exactamente 29 días, 12 horas, 44 minutos y 28 segundos... En consecuencia, el "año lunar" no es válido para medir las estaciones pues los desfases son muy notorios.

Suponemos que pronto se dieron cuenta de que quien realmente marca el paso de las estaciones no es la Luna sino el Sol.

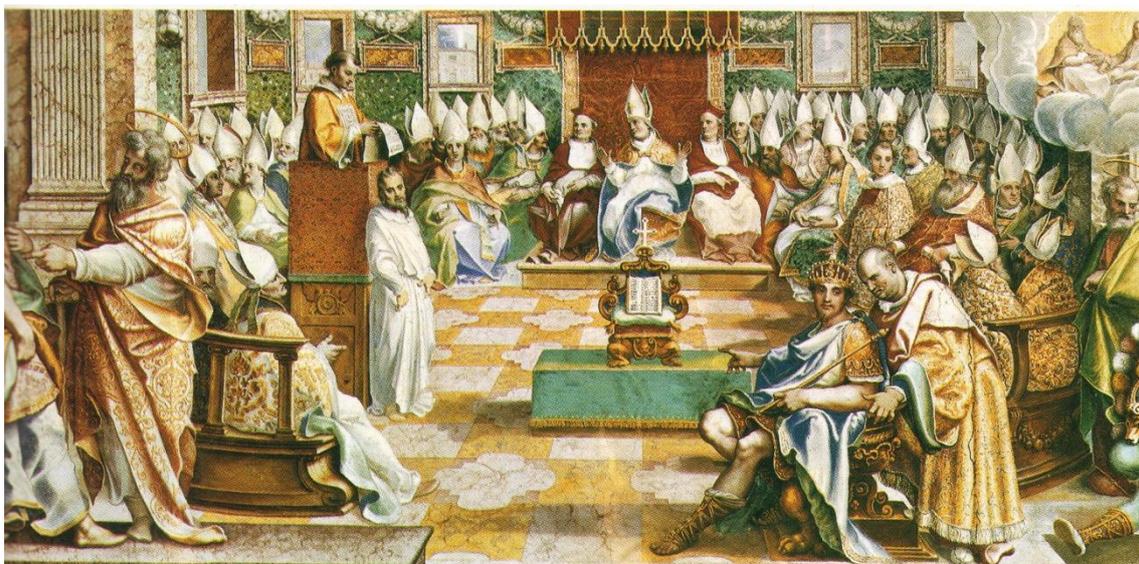
Como es sabido, en la cultura egipcia, desde unos 4000 años a.C. ya sabían que el año duraba 365, 25 días, es decir, 365 días y un cuarto de día más. Es un resultado de gran precisión que realmente sorprende teniendo en cuenta los medios con que seguramente lo consiguieron.



Pero la Luna no se abandonó del todo. Los países de mayoría musulmana se rigen por un calendario lunar. No vamos a entrar en los detalles porque queremos llegar a dar respuesta a la pregunta del título.

Y es que la fiesta más importante del cristianismo es la

que celebra la Resurrección de Jesucristo. Es la celebración de ese acontecimiento que, según las Escrituras, se produjo al tercer día de la muerte de Cristo, es decir, el conocido como Domingo de Resurrección con el que acaba la Semana Santa que había empezado ocho días antes con el Domingo de Ramos. Es la Pascua de Resurrección. Tan importante la considera esta religión que es el punto de partida de todos los períodos en que se divide el año: cuaresma, adviento, epifanía, pentecostés, etc. Pues bien, hubo una época en la que la Pascua cristiana (Pascua de Resurrección o Pascua Florida), coincidía con la judía y para tratar de corregir esa situación, en el Concilio de Nicea, convocado por el emperador Constantino en el año 325, se decide fijar cuál debe ser el Domingo de Resurrección a partir de ahí y esto es lo que deciden:



Se fija como Domingo de Resurrección *el primer domingo que se produzca después de la primera Luna llena que se produzca después del equinoccio de primavera* (el 21 de

marzo). Aunque parezca un trabalenguas, no lo es... Analícese el texto decretado y se verá que lo más temprano que puede ser ese domingo es el 22 de marzo pues la norma dice también que si el 21 es domingo y hay Luna llena, entonces se pasa al domingo siguiente. Obsérvese, por tanto, que es la Luna la que fija ese día y como el ciclo de la Luna dura 29 días, hay que sumar 6 días más para saber cuál es el día último en el que se puede producir y así llegamos al 25 de abril. Dicho en otras palabras: el domingo de Resurrección puede ser cualquier día de los comprendidos entre el 22 de marzo al 25 de abril, ambos inclusive.

Y el Carnaval ¿qué? Pues su ligazón con el dato anterior es que, 40 días antes del comienzo de la Semana Santa se celebra el Miércoles de Cenizas que marca el inicio de la cuaresma. Pues bien, tradicionalmente, el día anterior se hacían fiestas que simbolizaban algo así como la despedida de la carne para entrar en un periodo de recogimiento y sacrificio. Como ya tiene los datos, puede averiguar cuál es el día que más pronto puede “caer” el Martes de Carnaval y hasta cuándo se puede llegar.

## LA MUJER, INNOVADORA EN LA CIENCIA



**María Goeppert-Mayer**  
Silesia, 1906 – USA, 1972

María Goeppert es, con Marya Skłodowska (Curie), una de las dos únicas mujeres que han conseguido el premio Nobel de física, ¡y fue en 1963!

Se graduó en 1930 utilizando el cálculo de probabilidades para analizar la órbita del electrón en su tesis.

Junto con su marido, el químico Mayer, trabajó en la Universidad Hopkins, pero ella no percibió sueldo hasta 1960.

Recibió el Nobel con Jensen y Wigner por afianzar el modelo nuclear de capas.



## LA MUJER, INNOVADORA EN LA CIENCIA

¿Conoces el problema de las tres puertas? Este problema nos muestra que, aunque a veces dos sucesos parecen tener la misma probabilidad, no tiene por qué ser así. Piénsalo antes de responder la siguiente pregunta:

*Suponed que la probabilidad de nacer niño o niña es la misma. ¿Qué probabilidad hay de que en una familia de cuatro hijos/as, dos exactamente sean niñas?*



Envía tu respuesta a:  
[mujermatematica@gmail.com](mailto:mujermatematica@gmail.com)

<http://www.rsme.es/comis/mujimat/mujer-ciencia>

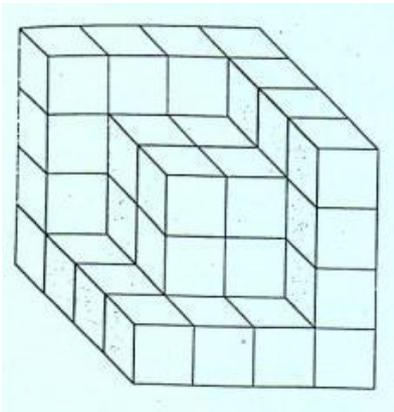


## Ejercitando las neuronas. Día 18.

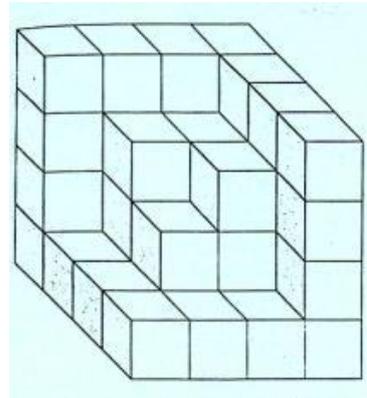
Luis Balbuena Castellano, Paula Pérez Pacheco, Ignacio Jiménez San Andrés

### 1.18.- Imaginación espacial

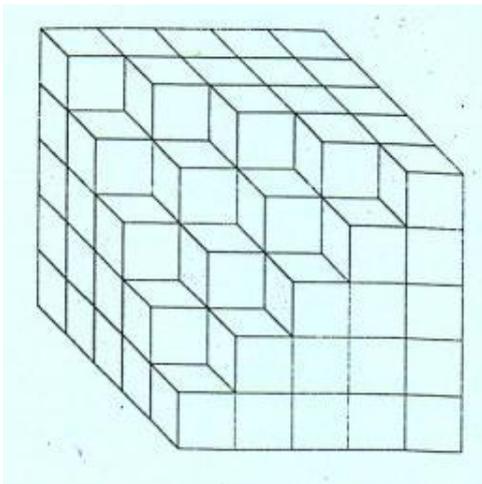
Con esta actividad va a poner a prueba su imaginación espacial. Como ve, se trata de amontonamientos de cubitos y lo que hay que averiguar en cada uno de los cinco casos es cuántos cubitos se necesitan para formar un cubo de  $4 \times 4 \times 4$  cubitos y, en un caso, de  $5 \times 5 \times 5$ . Sería bueno que el cálculo lo hiciesen más de una persona pues así podrían comparar los resultados y resolver aquellos en los que no coincidan...



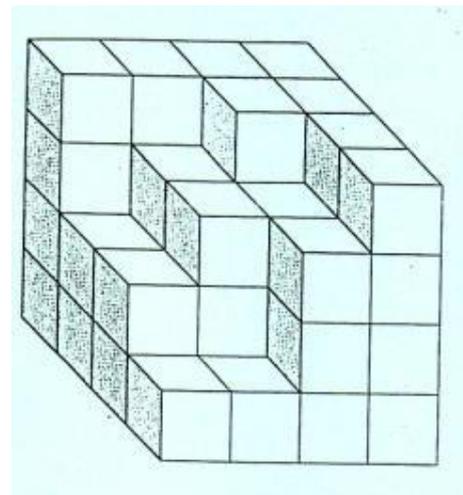
1



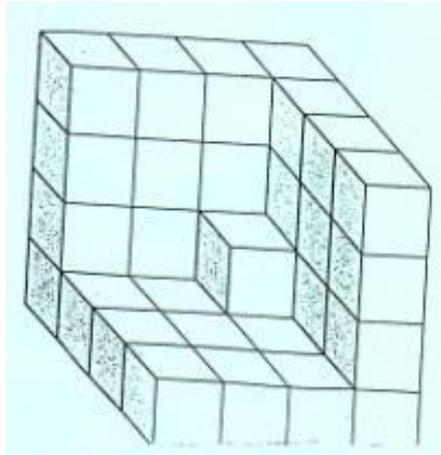
2



3



4



5

### 2.18.-Más imaginación espacial

Lo que vamos a relatar y pedir, debe hacerse solo con su imaginación espacial, es decir, no debe apoyarse en ningún dibujo ni en piezas reales. Todo virtual.

Se trata de lo siguiente: dispone de 27 cubitos de madera, todos iguales y sin pintar. Con ellos puede construir un cubo de tres cubitos de arista, o sea, un cubo de 3x3x3 cubitos. Una vez que ya lo tiene construido en su imaginación, le va a pintar de su color favorito las seis caras que ve, solo el exterior del cubo. La cuestión a la que debe responder es esta: averiguar cuántos cubitos no tienen caras pintadas, cuántos tienen una, cuántos tienen dos, etc... Siempre virtualmente.

### 3.18.- Un juego solitario: ordene las cartas de la baraja

Necesita una baraja española de 40 cartas. Se trata de un curioso juego que ha de hacer solo, es decir, no pida ayuda a nadie y consiste en lo siguiente:

Tome las diez cartas de un mismo palo de la baraja, por ejemplo los diez oros, al que llamaremos mazo, y póngalas boca abajo en una mano.

Fíjese en lo que ha de hacer: la carta que está en la parte baja del mazo, pásela encima del mazo y la siguiente póngala sobre la mesa.

A continuación va repitiendo ese mismo proceso, es decir, la que está ahora en la parte baja del mazo, pásela encima y la siguiente póngala en la mesa a pegada a la que ya tiene como para formar una fila.

Continúe ese mismo proceso (pasar la abajo arriba y la siguiente ponerla encima de la mesa) hasta que tenga las diez cartas encima de la mesa una tras otra en el orden en el que las ha ido sacando. Esto parece fácil, ¿no?

Ahora viene el entretenimiento porque la pregunta es:

¿En qué orden ha de colocar las cartas en el mazo para que al acabar de ponerlas sobre la mesa y al darles la vuelta, aparezcan ordenadas, es decir, la primera ha de ser el 1 de oros, la siguiente el 2, luego el 3 y así hasta la última, que ha de ser el rey de oros?

No se rinda antes de tiempo. Pasará un rato entretenido. Le podemos adelantar que el as de oros debe estar en el segundo lugar...

#### 4.18.- Calcule el tiempo que pasa

Si en un reloj digital vemos la hora 3:03 observamos que el número que da las horas (el 3) es el mismo que da los minutos (el 3). Averigüe:

- El tiempo que ha de pasar para que se vuelva a producir la siguiente coincidencia, esto es, las 4:04
- ¿Cuál es el tiempo más corto que ha de pasar entre dos lecturas de tiempo seguidas con esa misma característica?

#### 5.18.- Iteración

Con lo visto ya en situaciones anteriores, esperamos que no tenga demasiadas dificultades para resolver la primera parte de la que proponemos ahora.

Observe la sucesión de embaldosados con baldosas blancas y negras



Primera cuestión a resolver: ¿cuántas baldosas se necesitan para hacer la figura pero con 11 baldosas en la fila central?

Segunda: si tiene ciertos conocimientos y se anima, tratar de obtener una fórmula general que permita saber cuántas se necesitan cualquiera que sea el número de baldosas de la fila central que, obviamente, siempre es un número impar...

## El rectángulo más deseado...

Hay una pregunta que solemos hacer en un taller dedicado a *una figura familiar* que dice así: *De las figuras que conoce de sus estudios de la geometría, ¿cuál piensa que es la más abundante en el entorno cotidiano en que nos movemos?*

Pues bien, salvo contadas excepciones, la figura escogida es *el cuadrado*. Curiosamente con personas de todas las edades... El caso es que cuando se les pide que busquen cuadrados en el aula o en el lugar en el que estamos, rápidamente se dan cuenta que no es el cuadrado sino el rectángulo... Ya hemos dedicado atención por tanto a esta figura familiar presentando los rectángulos que aparecen en las banderas de los estados del mundo (y en todas las demás), como ejemplos de rectángulos con proporciones (el cociente entre lo que mide el largo y lo que mide el ancho) racionales, es decir, como cociente de dos números naturales en ese caso. También vimos otros rectángulos cuyas proporciones son números irracionales. Así sucede con los llamados números metálicos y los rectángulos DIN.

Vamos a centrar la atención en otro rectángulo que, entre estas figuras tan extendidas, es el más codiciado porque se trata de los billetes de dólar, sea cual sea su valor porque son todos iguales...

Antes de entrar a estudiarlo, les mostramos una curiosa forma de obtener un ángulo de  $30^\circ$ . Por cierto que si quiere hacer otro

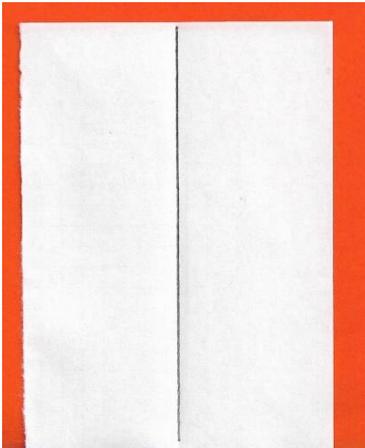
experimento, pida a su alumnado que dibuje, a mano alzada, un ángulo de  $30^\circ$ . Si tiene la curiosidad de llevar un transportador de ángulos y hacer comprobaciones con los dibujados, verá el “amplio” espectro con el que se encuentra... Sin embargo, a otro grupo pida que dibujen un reloj analógico y que marquen la una en punto y ¡oh sorpresa!, casi todos lo hacen bien y es un ángulo de  $30^\circ$ ...

Vamos a obtener el ángulo de  $30^\circ$  por pasos:

Paso 1.- Tome un folio o un rectángulo cualquiera y dóblelo a la mitad longitudinal-

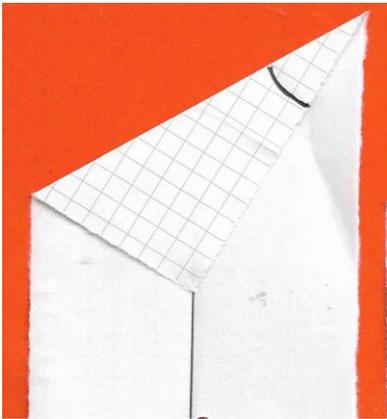
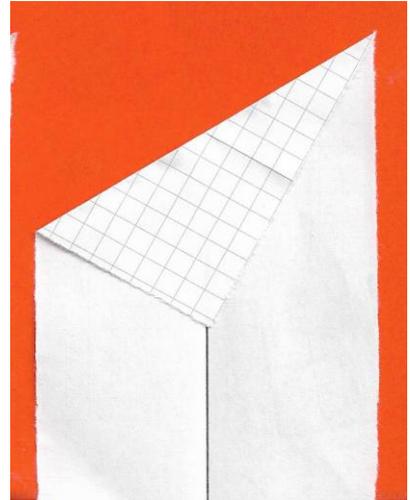


mente. Aunque no sea necesario hacerlo, remarco la línea central.



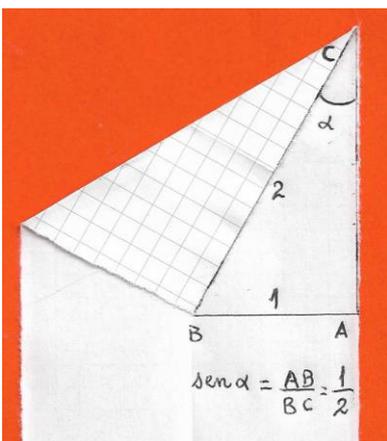
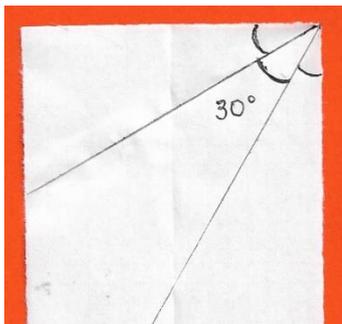
Paso 2.- Ahora tomo uno de los vértices y doblo el papel como se indica. Fíjese bien.

Paso 3.- El ángulo señalado, mide 30°.



¿Cómo probarlo? Lo haré de dos formas que puede utilizar en función de los conocimientos de su alumnado.

Método 1.- Empírico: volvemos a doblar el papel como se indica en la figura y verá que se forman tres ángulos exactamente iguales cuyos vértices confluyen en el vértice del rectángulo. Es evidente entonces que la amplitud de esos ángulos agudos es de  $90 / 3 = 30^\circ$ .



Método 2.- Trigonometría. Se observa que en el triángulo ABC destacado. El seno del ángulo es igual a  $1 / 2$  pues el cateto opuesto es la mitad de la hipotenusa. Por tanto, el ángulo mide 30°.

Con este conocimiento asimilado, tomamos ahora un billete de dólar. Vale de cualquier valor. Vale una fotocopia. Y si no lo consigue, constrúyase un rectángulo de estas dimensiones que las he tomado de un billete auténtico...

Largo: 15,6 cm

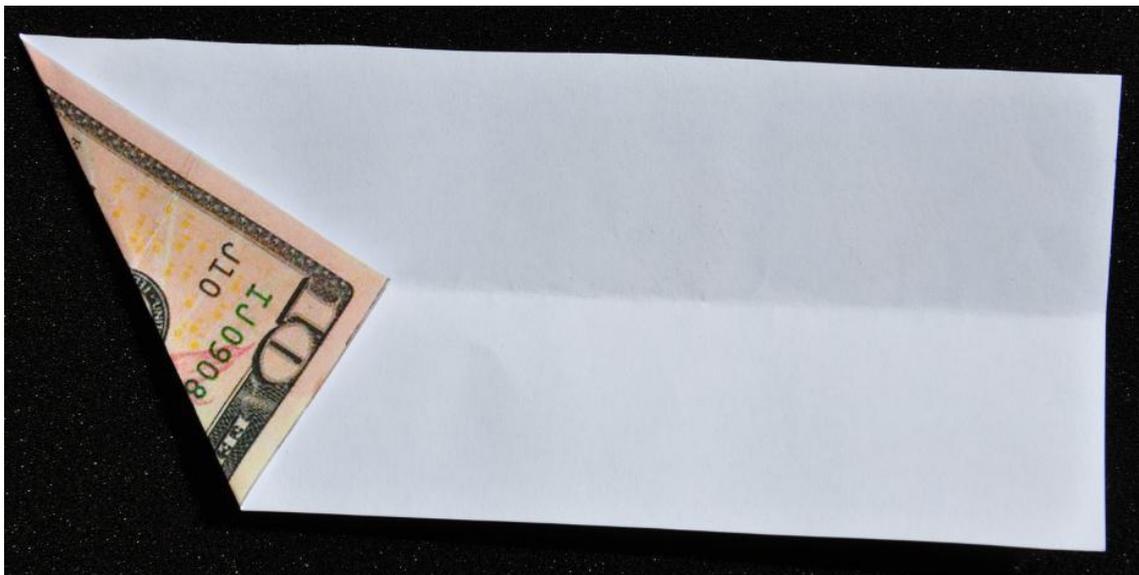
Ancho: 6,6 cm

Con el fin de no liarnos, vaya haciendo lo que le indico paso a paso:

1.- Doble el billete por la mitad longitudinalmente. Lo mismo que hizo antes con el folio.



2.- Tome uno de los vértices y consiga el ángulo de 30°.



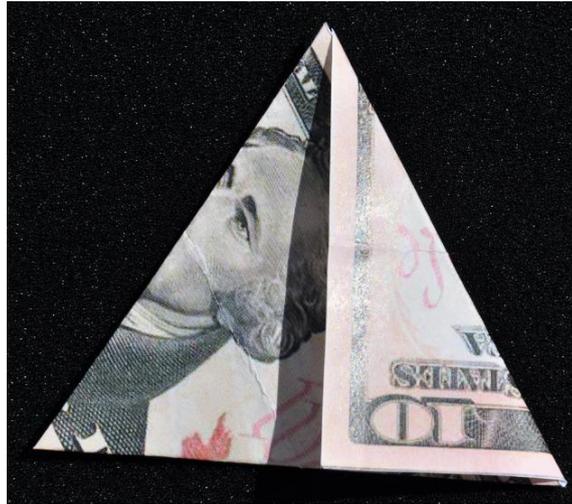
3.- Ahora por esa línea que he marcado pero que no tiene que hacer, doble el billete. Si le sale bien, debe ver un curioso triángulo equilátero...



4.- Vuelva a doblar por el lado en el que lo puede hacer. Le debe quedar un triángulo equilátero y una solapa.

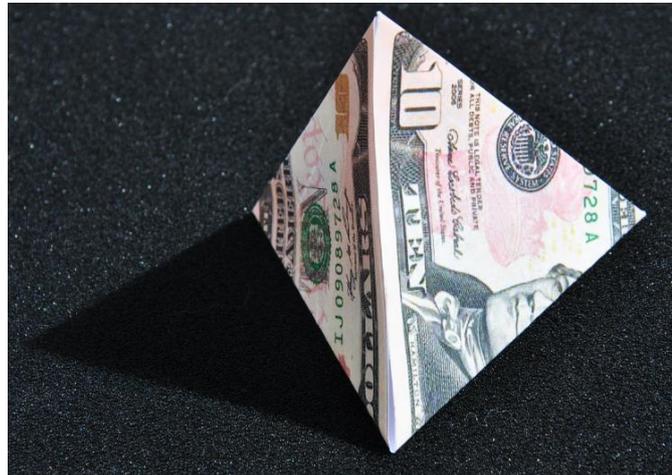


5.- Doble la solapa y si los dobleces se han hecho bien, debe conseguir un atractivo triángulo equilátero.



Prepárese ahora para lo que viene:

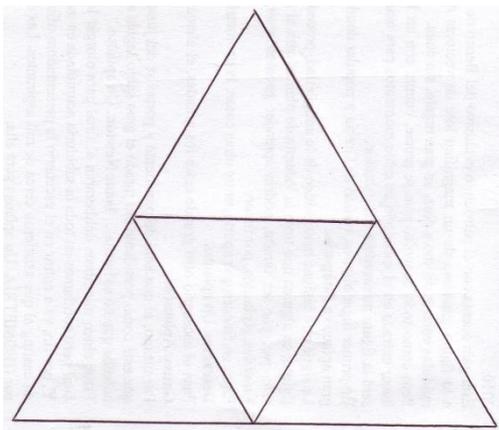
6.- Desdoble lo que ha hecho con cuidado y, con un poco de habilidad, verá que se le forma ¡un tetraedro regular perfecto!!!



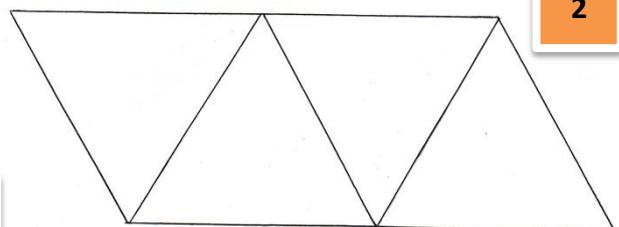
Observe las dos solapas que forman una de las caras: cada una es la mitad del triángulo equilátero porque el ángulo agudo menor tenemos garantizado que es de  $30^\circ$ ... así que las dos solapas unidas en esa forma consiguen el triángulo equilátero.

Vamos a analizar ahora ese sorprendente resultado.

Si pide a su alumnado que desarrollen un tetraedro, es decir, que recorten por las aristas para obtener los cuatro triángulos unidos por un lado, verá que la mayoría opta por el desarrollo 1 y tal vez alguno haga el 2.

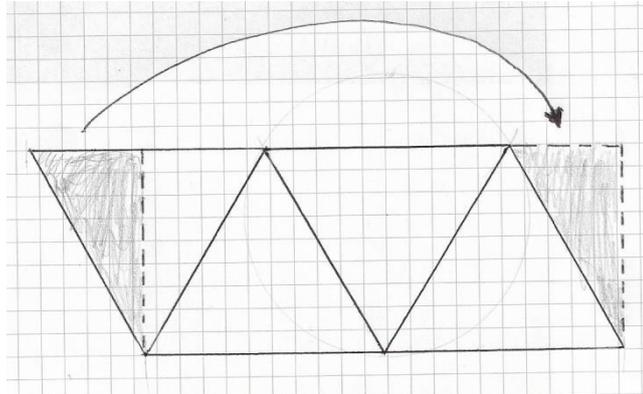


1



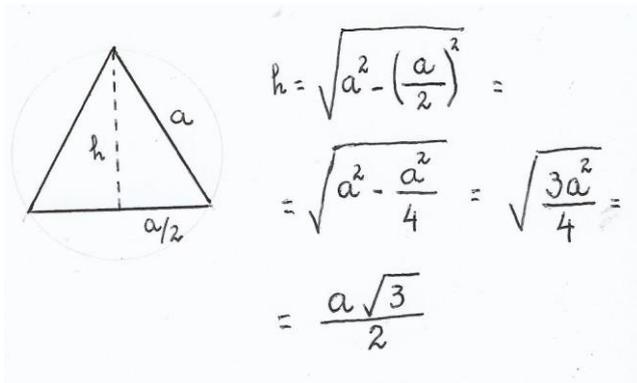
2

Este segundo es el que nos permite conseguir el rectángulo que enmarca al dólar. En efecto, observe la siguiente figura y verá que es muy sencillo.



Lo cierto es que, en definitiva, los famosos y deseados billetes de dólares no fueron diseñados de forma aleatoria sino siguiendo este modelo matemático. Se podría especular sobre por qué fue así. Por decir algo, parece ser que muchos de los padres de la patria norteamericana eran masones y, como es sabido, el triángulo equilátero es uno de los iconos más apreciados de este colectivo. Que yo sepa no hay ningún documento que apoye esta hipótesis, pero es plausible...

Para cerrar este análisis, solo nos queda obtener la proporción de este rectángulo. Para ello, sea  $a$  el valor del lado del triángulo equilátero obtenido que coincide, claro, con la arista del tetraedro... Pues bien, con ese valor conocido vamos a obtener el valor del ancho del billete que se ve con claridad que es la altura del triángulo. Una sencilla aplicación del teorema de Pitágoras nos conduce a su valor.



Por lo tanto, la proporción es:

$$p = \frac{\text{largo}}{\text{ancho}} = \frac{2a}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \approx 2,31$$

Es otro número irracional por la presencia de la raíz cuadrada de 3...

¿Se podrá hacer lo mismo con alguno de los billetes de euros? Inténtelo con uno de ellos.

Comprobaré que no es posible y un ejercicio interesante es averiguar por dónde hay que doblar la parte ancha para que se pueda conseguir el tetraedro con el rectángulo resultante.

En una ocasión escribí al Banco Central Europeo interesándome por la existencia del criterio utilizado para diseñar los rectángulos de estos billetes. Les muestro la respuesta que recibí. Por cierto, con un error en el año...



[info@ecb.int](mailto:info@ecb.int)

9:03 (hace 14 horas) 20 enero 2024

Buenos días Sr Balbuena, Gracias por su mensaje del 9 de enero.

Le informamos que **no existe pauta matemática concreta.**

Al definir los tamaños de las diferentes cuantías, se han tenido en cuenta distintos aspectos. Las cuantías tienen que diferir unas de las otras de la forma más clara posible, para evitar errores en las transacciones y permitir a las personas incapacitadas

visualmente el reconocimiento de la cuantía de cada billete. **Además, los tamaños se eligieron para optimizar la producción y el procesado de los billetes.**

Esperamos que la información sea de ayuda.

Atentamente.

EUROPEAN CENTRAL BANK

Directorate General Communications and Language Services

Global Media Relations

Kaiserstraße 29

D-60311 Frankfurt am Main

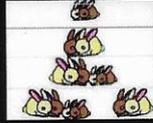
Tel: [+49 69 13 44 74 55](tel:+496913447455)

Fax: [+49 69 13 44 74 04](tel:+496913447404)

E-mail: [info@ecb.europa.eu](mailto:info@ecb.europa.eu)

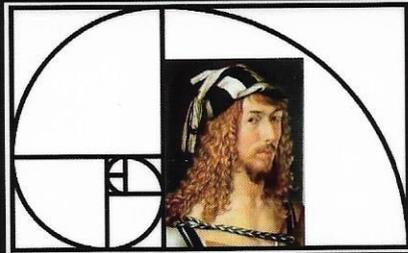
## Matemáticos y su huella

**Fibonacci (Leonardo de Pisa)**  
(1170 - 1240)



1 1 2 3 5 8 13 21 34  
55 89 144 233 377 610 987  
1597 2584 ...

**Alberto Durero**  
(1471 - 1528)

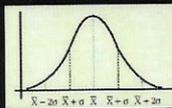


**Leonhard Euler**  
(1707 - 1783)

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$



**Carl Friedrich Gauss** (1777 - 1855)



$$f(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

**lemus**

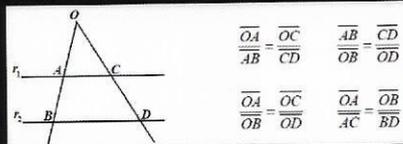
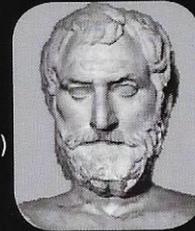
www.librerialemus.com

## Matemáticos y su huella

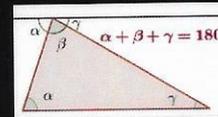
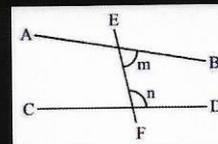


**Pitágoras** (aprox. 569 - 475 A.C.)

**Thales de Mileto**  
(aprox. 625 - 547 A.C.)

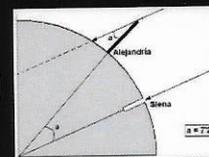


**Euclides** (aprox. 325 - 265 A.C.)



(La Academia de Rafael)

**Eratóstenes** (aprox. 276 - 194 A.C.)



Casa-Museo  
de la Matemática  
Educativa

www.sinewton.org

Calle La Isa, 33. Cercado Mesa  
38205 · La Laguna · Tenerife

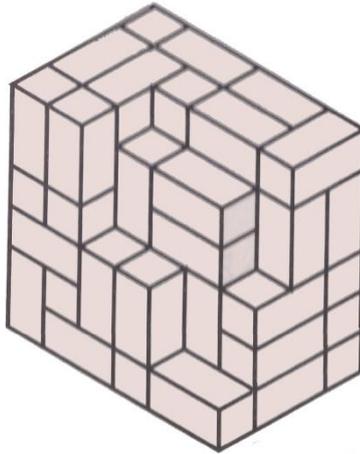
Diseño: L. Balbuena

## Ejercitando las neuronas. Día 19.

Luis Balbuena Castellano, Paula Pérez Pacheco, Ignacio Jiménez San Andrés

### 1-19.- Más imaginación espacial

Como ve, este dibujo en tres dimensiones está formado por taquitos que tienen la estructura 2x1x1.



Las preguntas son sencillas:

- ¿Cuántos tacos hay?
- ¿Cuántos tacos faltan para convertir la figura en un ortoedro?

### 2.- 19.- Ayúdale al cuadrado a ser mágico

En la cuadrícula de 4x4 se han colocado unos números. Observe que los colocados en las esquinas suman 68. Pues bien, le proporcionamos diez números que debe colocar en las cuadrículas no ocupadas, pero de forma tal que han de sumar 68 también:

- Las filas.
- Las columnas.
- Las dos diagonales.
- Las cuatro cuadrículas que forman el centro.
- Busque más cuaternas cuya suma sea también 68

32		4	26
	12		
8			2

Estos son los números que debe colocar:

**6, 10, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 28, 30**

### 3.19.- Identifico una carta de la baraja

Nos situamos en el supuesto siguiente: tengo en mis manos cuatro cartas de una baraja y le doy la siguiente información:

Tres cartas son de oros.

Dos cartas son sotas.

Una carta es un siete.

Si le adelanto que una de las cartas es la sota de oros, debe identificar otra de las que tengo en la mano.

### 4.19.- Cuadrado mágico incompleto

En el siguiente cuadrado de 4x4 se han colocado los números impares desde el 1 al 15. Hay que completarlo con los pares del 2 al 16 de manera que sea mágico, es decir, que la suma de los números colocados en las filas, columnas y diagonales sea igual a 34. Pero para que no sea tan fácil, también han de sumar esa cantidad los cuatro números del centro y los de las cuatro esquinas.

	7		1
	9		15
3		5	
13		11	

### 5.19.- De *El hombre que calculaba*, Malba Tahan, RBA

*Donde se cuenta la particular aventura de los treinta y cinco camellos que debían ser repartidos entre tres hermanos árabes. Cómo Beremiz Samir, el Hombre que Calculaba, logró un trato que parecía casi imposible, dejando totalmente conforme a los tres interesados.*

La ganancia sorpresiva que obtuvimos en la transacción.

Habían pasado unas pocas horas de viaje ininterrumpido cuando sucedió una aventura, digna de ser contada, en la que Beremiz, mi compañero, con un gran despliegue de talento, demostró en la práctica sus habilidades de genio de la ciencia matemática.

En las cercanías de un antiguo y casi abandonado refugio de caravanas, vimos a tres hombres que discutían apasionadamente al lado de un grupo de camellos.

Entre los gritos y los insultos, en la plenitud de la disputa. Agitando los brazos como poseídos, se escuchaban distintas exclamaciones:

- ¡No puede ser!
- ¡Esto es un robo!
- ¡Yo no estoy para nada de acuerdo!

Entonces Beremiz intentó informarse sobre el tema en discusión.

- Somos hermanos – explicó el mayor de los hombres – y hemos recibido una herencia de 35 camellos. Según la voluntad de mi padre, me corresponde la mitad de los animales; a mi hermano Hamet Namit, la tercera parte; a mi hermano Harim, el más joven, la novena parte. Pero no sabemos cómo realizar la división, y en cada intento de reparto propuesto, la palabra de uno de nosotros va seguida de la negativa por parte de los otros dos. No ha aparecido un resultado que conforme en ninguna de las particiones ofrecidas. Si la mitad de 35 camellos es 17 y medio, si su tercera parte y también la novena de la cantidad en cuestión, tampoco son exactas, ¿cómo proceder a la división?
- Muy fácil – dijo el hombre que Calculaba –. Me comprometo a realizar con equidad el reparto, pero antes permítanme que junte los 35 camellos heredados a este maravilloso animal que hasta aquí nos trajo en buena hora.

Aquí intervine en la situación.

- ¿Cómo puedo aprobar semejante desatino? ¿Cómo podremos seguir con nuestro viaje si perdemos el camello?

- Que no te preocupe, bagdalí – dijo, en voz muy baja, Beremiz – conozco bien lo que estoy a punto de hacer. Préstame el camello y verás a qué conclusión arribamos.

El tono de seguridad empleado para hablarme hizo que le entregara, sin la menor duda, mi hermoso *jamal* (\*) que, al instante, pasó a engrosar la *cálifa* (\*\*) que sería repartida entre los tres hermanos herederos.

- Amigos – dijo –, voy a hacer la división de los que ahora, como pueden apreciar, son 36 camellos, de manera justa y exacta.

Se volvió hacia el mayor de los hermanos, y habló de esta manera:

- Deberías recibir, amigo mío, la mitad de los 35 animales, o sea, 17 y medio. Ahora bien, recibirás la mitad de 36 y, por tanto, serán 18. No tienes reclamo que hacer, ya que sales beneficiado en esta operación.

Se dirigió al segundo de los herederos y dijo:

- Tú, Hamed, deberías recibir un tercio de 35, o sea, 11 y un poco más. Entonces tendrás un tercio de 36, esto es, 12. No habrá protestas, porque tú también sales con ventaja en esta división.

Por último dijo al más joven:

- Tú, joven Harim Namir, según la última indicación de tu padre, tendrías que beneficiarte con una novena parte de 35, es decir, 3 camellos y parte de otro. Pero te entregaré la novena parte de 36, o sea 4. Será también apreciable tu ventaja y bien podrías decirme gracias por el resultado.

Luego terminó la cuestión con la mayor claridad:

- Debido a este generoso reparto que a todos ha ayudado, corresponden 18 camellos al primero de ustedes, 12 al segundo y 4 al tercero, la suma de las cantidades tiene como resultado  $(18 + 12 + 4)$  34 camellos. De los 36, quedan sobrando 2. Uno, como saben, es propiedad del bagdalí, mi amigo y compañero aquí presente; y el restante es lógico que me corresponda a mí, por haber solucionado, en forma satisfactoria, este enredar problema de la herencia.
- Eres inteligente, viajero – pronunció el más viejo de los hermanos – y aceptaremos el reparto propuesto con la confianza de que fue justo y equitativo.

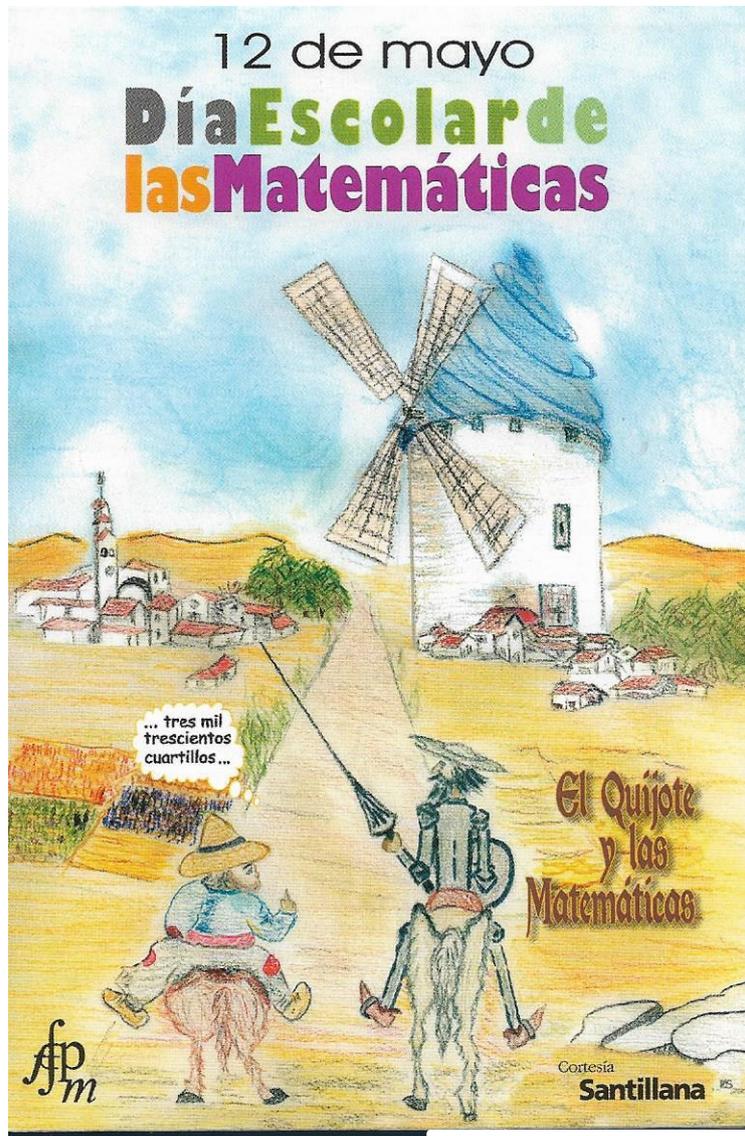
El hábil Beremiz hizo suyo uno de los más hermosos jamales del grupo y me dijo, alcanzándome la rienda de mi animal:

- Ahora sí podrás, estimado amigo, seguir el camino en tu camello, tranquilo y confiado. Ya que tengo otro animal a mi servicio.

Entonces volvimos al camino que nos llevaba hacia Bagdad.

(\*) Una de las denominaciones que los árabes dan al camello.

(\*\*) Grupo numeroso de animales.



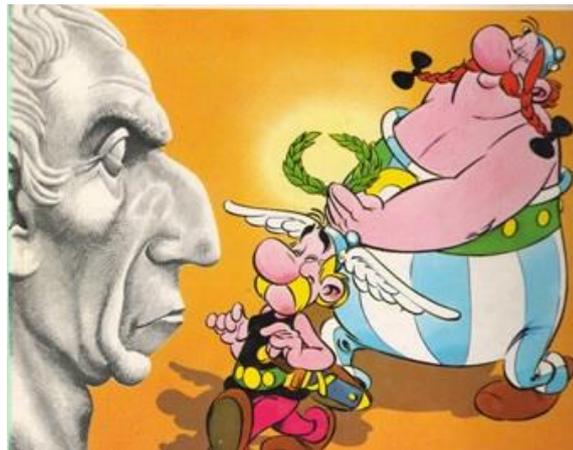
Pilar Acosta

## ¿Murieron Cervantes y Shakespeare el mismo día? Si y no

Todos los años, cuando llega el 23 de abril, además de celebrar el día del libro, tenemos que escuchar o leer en más de una ocasión, algo que es erróneo. Y lo malo es que, en ocasiones, lo dicen personas que opinan de casi todo. Como sé que eso es falso, ¿quién garantiza que otras cosas que diga sean correctas?... Y no digamos nada cuando lo que afirman es que ese día *nacieron* esos dos literatos...

A ver si con esta aclaración, al menos ustedes que lo leen, saben explicar lo sucedido y corregir al que yerra...

Hay que remontarse a Julio César (100 a. C., 44 a. C.), un prestigioso militar que se hizo con el poder en Roma y gobernó entre los años 49 y 44 a. C. No fue emperador, como también escucho alguna vez...



En esa época, el calendario en Roma era un tanto caótico pues no era el mismo en todo el mucho territorio que ya tenían que gobernar. César se

asesoró convenientemente y se trajo a Roma el calendario que le aconsejaron los sabios: el egipcio. Constaba de 365 días más un cuarto de día, lo cual es una precisión muy notable teniendo en cuenta los medios científicos de que disponían. Como es sabido, se tuvo que instaurar el año bisiesto para ajustar ese cuarto de día de más y por eso, cada cuatro años se añade un día al mes de febrero y es como una especie de vuelta al principio. Pero resulta que el tamaño del año no lo fija Julio César sino el Sol y éste nos indica que el año dura 365 días, 5 horas, 48 minutos y 14 segundos, es decir, que la diferencia entre uno y otro es de 11 minutos y 14 segundos.



¿Qué sucedió entonces? Pues que en pocos años, ese desfase no se nota pero cuando habían pasado ya 1500 años, hagan los cálculos y verán que el desfase ya era de unos diez días. Tal vez el asunto podría haber pasado desapercibido más años pero se da la circunstancia que para la iglesia católica, el inicio de la primavera (21 de marzo) es una fecha clave porque todo el calendario religioso (cuaresma, adviento, etc.), se rige por un día (la Pascua de Resurrección) cuya fijación depende de la luna y de ese equinoccio. Entonces, los sabios del momento advertían al papa que el calendario no era correcto

debido a ese desfase. Y así las cosas, Gregorio XIII, que fue papa desde 1572 hasta 1585, decide crear una comisión para estudiar el asunto poniendo al frente de ella al jesuita Cristoffer Clavius.

Por fin, la comisión comunica al papa las conclusiones de sus estudios y éste decide decretar la que se conoce como *reforma gregoriana* del calendario publicada el 24 de febrero de 1582. En esta bula papal, entre otras determinaciones, se indica que ese año se pasará del día 4 de octubre al 15. Es decir, que de un “plumazo”, suprime diez días para corregir el desfase: los días 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 y 14 de octubre de 1582 no existieron.... Se decretaron otras decisiones, pero la que nos interesa para nuestro asunto es la señalada.



Obviamente, los estados que eran cristianos como por ejemplo España, acatan ese mandato del papa y corrigen su calendario, pero los que no tenían por qué respetar su autoridad “pasaron” del decreto y continuaron con el calendario juliano, con lo cual seguían acumulado el desfase. Pues bien, uno de los que no hicieron caso fue Inglaterra que, además, estaba “a la greña” con el papado por otros asuntos que no vienen al caso.

Pues ya, con esos antecedentes, vayamos a aclarar ese “Si y no” de la respuesta a la pregunta formulada en el título. Resulta que el día 23 de abril de 1616 enterraron a Cervantes (había muerto el día anterior) y “ese” mismo día, murió el Shakespeare pero ya ha deducido que no era el mismo día porque los calendarios eran distintos. Si Inglaterra hubiese aceptado la reforma, entonces habría muerto el 3 de mayo... así que aclarado el asunto y cuando lo oiga, si puede, corrija el error que es cierto que el mundo no se hunde porque se diga pero, por esa regla de tres, podemos llegar muy lejos...



Por cierto que Inglaterra, finalmente, aceptó la reforma un siglo más tarde,, en 1752 y tuvo que eliminar un día más, pasó del 2 al 14 de septiembre... En el mundo ortodoxo, tampoco la aceptaron cuando la decretó Gregorio XIII sino que Rusia lo hizo en 1918 y Grecia en 1924. Turquía lo hizo en 1927. Una conocida anécdota relacionada con la supresión de esos días es la de la muerte de Santa Teresa de Ávila, que murió el 4 de octubre y la enterraron el 15...

## LA MUJER, INNOVADORA EN LA CIENCIA



**Julia Bowman  
Robinson**  
USA, 1919 – 1985

Julia fue la primera mujer que entró en la Academia Nacional de las Ciencias americana. Su conjetura (*la hipótesis de Robinson*) fue básica en la resolución del décimo problema de Hilbert. En su obra *Un método iterativo de resolución de juegos*, demuestra un teorema de convergencia que está considerado como el más importante en la teoría elemental de juegos.



## LA MUJER, INNOVADORA EN LA CIENCIA

Tres personas van a medirse en un duelo de dos en dos.

*Gabru* acertaba en dos de cada tres tiros.

*Ramphla* nunca fallaba.

*Tück* sólo acertaba uno de cada tres tiros.

Las reglas son las siguientes: primero debía disparar *Tück* porque era el peor tirador, después le tocaría a *Gabru* (si todavía vivía), a continuación a *Ramphla*, *Tück*, *Gabru*, y así sucesivamente. ¿A quién debería disparar *Tück*?

Envía tu respuesta a:

[mujermatematica@gmail.com](mailto:mujermatematica@gmail.com)

<http://www.rsmé.es/comis/mujmat/mujer-ciencia>



## LA MUJER, INNOVADORA EN LA CIENCIA



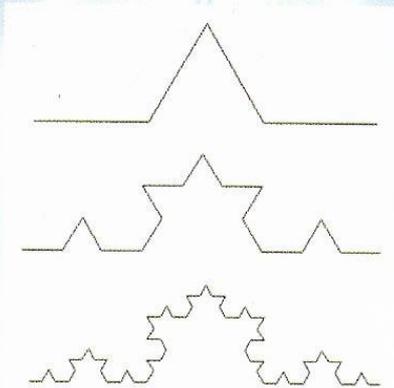
**Mary Lucy Cartwright**  
Inglaterra, 1900 – 1998

Se puede decir que con sus estudios con Littlewood empieza la teoría del caos. Fue la primera matemática que ingresó en la Real Sociedad de Inglaterra. Obtuvo la medalla De Morgan de la Sociedad Matemática de Londres, que también presidió. En 1969 recibió el título de Lady (equivalente al de Lord). Siempre tuvo un gran amor por la historia, lo que se refleja en las biografías de matemáticos que ha elaborado.



## LA MUJER, INNOVADORA EN LA CIENCIA

La curva de Koch tiene dimensión fractal  $4/3$ : cada curva es  $4/3$  de la anterior.



La primera imagen es fácil de medir con una regla; utiliza la dimensión fractal para saber la longitud de la última.

Envía tu respuesta a:

[mujermatematica@gmail.com](mailto:mujermatematica@gmail.com)

<http://www.rsme.es/comis/mujimat/mujer-ciencia>



## Ejercitando las neuronas. Día 20.

Luis Balbuena Castellano, Paula Pérez Pacheco, Ignacio Jiménez San Andrés

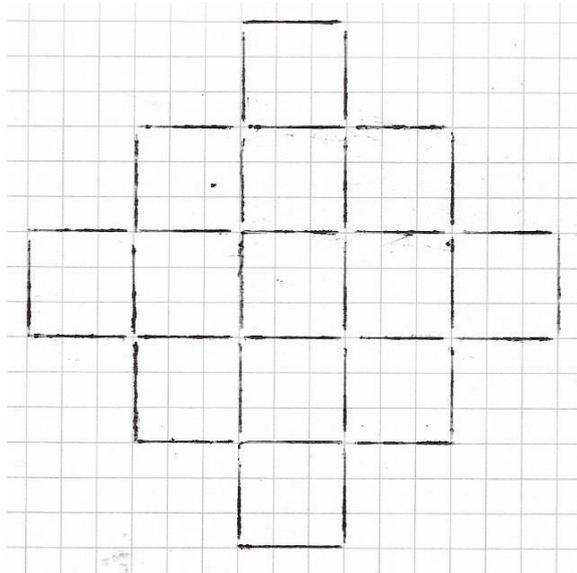
### 1.20.- Cuadrado mágico incompleto

Como ve, en el siguiente cuadrado de 4x4 se han colocado los números impares del 1 al 15. Ahora debe colocar los pares desde el 2 al 16, pero no de cualquier forma sino consiguiendo que la suma de todos los números de cada fila y los de cada columna sumen 34. También han de sumar esa cantidad los cuatro números del centro y los colocados en las cuatro esquinas.

	7		1
	9		15
3		5	
13		11	

### 2.20.- Reducir a la mitad

En la siguiente figura que puede hacer con palillos, puede ver una cierta cantidad de cuadrados. Pues bien, de la figura debe sacar cuatro palillos y reducir el número de cuadrados a la mitad:



### 3.20.- Príncipe generoso

El príncipe enamorado de Blancanieves le pidió que se casara con él y se fueran a vivir al palacio. Ella aceptó y entonces él, para recompensar a los enanitos por las atenciones que habían tenido con ella, les dejó 70 monedas de oro de gran valor y les dijo que se las repartieran de modo que al mayor en edad le tocara una cierta cantidad de monedas y a cada uno de los demás, una moneda más hasta llegar al más pequeño que sería el que más monedas recibiría.

¿Cuántas monedas recibió cada uno? Por cierto, no había enanos gemelos...

### 4.20.- Jaimito en el cuartel, listillo como siempre

El polvorín había que custodiarlo. El sargento hizo cuentas y escogió a 28 soldados para colocarlos alrededor del edificio. Nombró jefe de aquella tropa a Jaimito, que llevaba una buena carrera militar pues ya había ascendido a cabo. El sargento le dio esta instrucción:

- He colocado a los soldados como te indico en este esquema. Quiero que en cada lado del polvorín estén siempre 9 soldados pues ya sabes que esta es una instalación muy delicada y no podemos bajar la guardia. Te insisto, en cada lado debe haber siempre 9 soldados. Yo vendré de vez en cuando a vigilar que se cumpla esta orden.
- No se preocupe, mi sargento. No le fallaré.

2		5				2	
5		POLVORÍN					5
2		5				2	

Se fue del recinto. El sargento no contaba con las ya probadas habilidades de Jaimito.

A la hora de estar la guardia vigilante, hizo una reestructuración y logró mantener los 9 soldados por lado pero con 4 soldados menos. Y dos horas más tarde, dio permiso a otros 4 y montó la guardia con 9 soldados por lado.

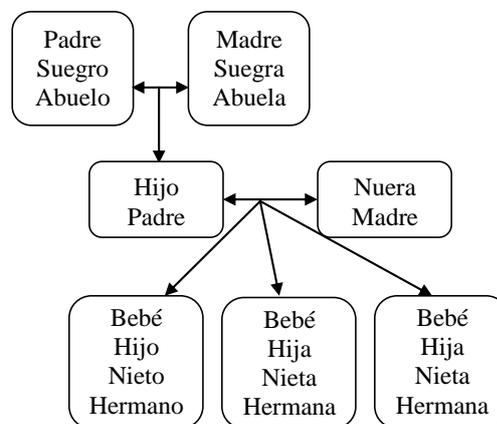
El sargento, por supuesto, cada vez que venía contaba los 9 soldados en cada lado y volvía a marcharse tranquilo... Los soldados, por supuesto, agradecieron la maniobra de Jaimito pero ¿cómo lo logró?

### 5.20.- Fiesta concurrida

Se acaba el confinamiento y por fin se puede reunir la familia para celebrar los cumpleaños pendientes... Como ya no hay restricciones, aparecen en la fiesta: una abuela, un abuelo, dos padres, dos madres, tres bebés, tres nietos/as, un hermano, dos hermanas, dos hijos, dos hijas, un suegro, una suegra y una nuera. Si los cuenta, así, sobre el papel, comprobará que son 22 pero resulta que cuando se les contó en la realidad ¡¡solo había 7 personas!! Trate de explicar cómo es eso posible y decir quiénes son las personas que están en la fiesta...

#### Solución:

Es evidente que algunas personas han de ser más de una de las parentelas que se nombran. Esperamos que no haya tenido demasiados quebraderos de cabeza para construir este cuadro en que se ponen de manifiesto las relaciones entre los siete presentes:



Compruebe que el esquema cumple todas las condiciones expuestas.

## LAS CRUCES

La cruz, como símbolo, es considerado uno de los más antiguos y extendidos de la historia de la humanidad. No resulta fácil fijar el lugar donde se originó, aunque, teniendo en cuenta los restos hallados hasta el momento, los primeros ejemplares parece que corresponden a esvásticas localizadas en India.

En general, en nuestro entorno cultural, la cruz se suele asociar al polígono cóncavo formado por dos barras que se cruzan perpendicularmente; es la conocida como cruz latina. Pero esa información es incompleta porque, a lo largo de los siglos, lo que denominamos "cruz" ha adoptado una gran variedad de formas y se le dan interpretaciones y usos diferentes en cada cultura. Abundan las interpretaciones más o menos esotéricas a las que no prestaremos atención. Muchos grupos y organizaciones, religiosos o no, han utilizado algún modelo de cruz como símbolo y por eso hay tantas formas y cada una de ellas, con interpretaciones acordes con el grupo en cuestión.

Son muchos los matices y los aspectos sobre los que se podrían estudiar en torno a las cruces. Pero en este breve reportaje solo nos fijaremos en cuestiones relacionadas con las matemáticas.

Alguna cuestiones de lenguaje propio. Existen cruces cuyos diseños responden a modelos genéricos. Así, por ejemplo, cuando una cruz se dice que es de tipo "paté" se debe a que, en su diseño, los brazos se van estrechando desde el extremo hasta que llegan al centro. La cruz de hierro es un claro ejemplo de este tipo de cruces. Otro modelo de diseño que se repite mucho es el conocido como cruz "flordelisada". Son las que acaban sus brazos con una flor de lis de diseño más o menos complicado. La cruz de los dominicos, por ejemplo, pertenece a este tipo. Una cruz "perfilada" es aquella en la que solo se encuentran los bordes. El interior está recortado. Un ejemplo lo constituye la cruz de la Orden de Cristo de Portugal.



El valor cultural de las cruces es evidente. Desde el punto de vista de las matemáticas, no cabe duda de que se trata de un objeto que se presta al análisis de sus formas en donde se pueden encontrar elementos matemáticos como las simetrías, las poligonales, rosetones de diverso tipo, etc. Todo ello permite hacer clasificaciones atendiendo a distintos criterios, lo que hace que sea un material susceptible de ser explotado didácticamente. Es lo que pretendemos. Cada cual debe adaptarlas a sus estudiantes y, obviamente, aportar sus propias iniciativas.

Con estas propuestas de trabajo, pretendemos varios objetivos que se pueden resumir del siguiente modo:

- Conocer distintos modelos de cruces y tratar de indagar datos en torno a sus historias, su presencia en lugares cotidianos, en manifestaciones religiosas o culturales, etc.
- Reproducir algunos modelos como ejercicios de dibujo geométrico y de creatividad plástica.
- Utilizar este material para realizar diversos juegos y clasificaciones.
- Conseguir un aprendizaje más significativo de las matemáticas haciendo un análisis matemático de los distintos modelos, así como manipularlos para obtener datos cuantitativos.

Como ya se ha indicado, desde tiempos remotos, se ha ido creando un amplio conjunto de cruces que suele ser muy poco conocido. En nuestro entorno cultural, las llamadas cruces *latina* y *griega* son las más populares, pero existe una gran cantidad y variedad de cruces cuya generación responde a historias no siempre debidamente documentadas. Además, se constata que no todas las cruces están ligadas al cristianismo, sino que las hay procedentes de otros entornos culturales.

Veamos alguna propuestas: El conjunto de actividades que se exponen a continuación tiene un carácter orientativo en el sentido de que se pueden proponer o no, se pueden ampliar si se desea y, sobre todo, como ya se ha indicado, hay que adaptarlas a los distintos niveles del grupo.

#### ● **Trabajos de indagación**

Se trata de recabar información acudiendo a las fuentes habituales, especialmente las enciclopedias, diccionarios, internet y la consulta oral a personas según la naturaleza de la indagación. Por ejemplo, una que ha de realizarse es la de estudiar el origen y la historia de cada una de las cruces que se encuentren en el templo parroquial. Las hay con mucha documentación que habrá que resumir y, en cambio, hay otras de las que apenas se tienen datos en las fuentes de consulta habituales.

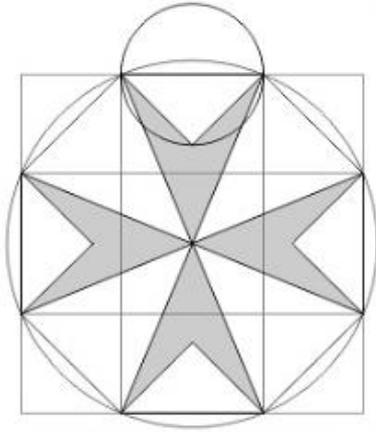
#### ● **Memory**

Es un juego que puede realizarse con grupos de tres o cuatro participantes o bien con equipos de dos que pueden competir incluso en una liguilla. Con ello se persigue, entre otros objetivos, que aprendan los nombres y las formas de los distintos modelos de cruces.

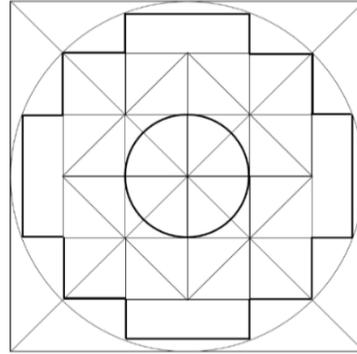
#### ● **Dibujo y cruces**

Es evidente que muchas de las cruces pueden ser dibujadas sin demasiada dificultad al estar formadas por líneas poligonales. Sin embargo, hay otras que requieren uso de regla y compás. Esto aumenta el grado de dificultad pero que están al nivel del alumnado de Educación Primaria. Pedir que se dibujen partiendo de las fichas y cambiando las escalas. En algunas de las que tienen trazos curvilíneos, pedir que averigüen cómo localizar los centros de los correspondientes círculos para trazar los arcos. Un ejemplo interesante lo constituye la cruz vasca.

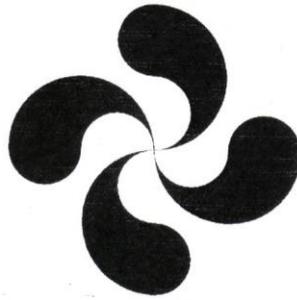
**Cruz de Malta.** Dibujarla.



**Cruz chacana.** Dibujarla.



**Lauburu o cruz vasca.** Estudiar la forma de dibujarla



● **Clasificaciones**

Observar que las cruces tienen formas geométricas. Por tanto, pueden clasificarse teniendo en cuenta diversos criterios. Para ello, una vez explicado el criterio, se procederá a realizar la clasificación, bien de forma individual o por equipos según se decida en cada caso.

Posibles criterios:

- **Simetrías.** Si las cruces están numeradas, para hacer la clasificación, colocar el número de la cruz en la casilla que corresponda del siguiente cuadro.

<b>Simetría</b>	<b>Cruces</b>
Solo simetría vertical	
Solo simetría horizontal	
Con ambas simetrías	
Con más simetrías	
Con antisimetría	

Sin simetrías	
---------------	--

- **Rosetones.** Separar en dos grupos: las que son rosetones y las que no lo son. Clasificar a continuación las que sean rosetones colocando su número en la casilla que corresponda del siguiente cuadro.

Rosetones	Cruces
Diédricos	
Cíclicos	

- **Polígonos cóncavos.** Separar las que son polígonos cóncavos proponiendo la clasificación por el número de lados, según sus simetrías, etc.
- **Presencia de cruces.** La cruz es utilizada como elemento simbólico en muy diversas situaciones. Se propone, por ejemplo, indagar la presencia de cruces en:



Agate



- Los escudos de los municipios de Canarias.
- Las banderas de las comunidades autónomas y de las naciones del mundo.
- Los escudos de las naciones del mundo.
- Las cruces en el entorno cotidiano: farmacias, iglesias, Cruz Roja, joyas, etc.



## Estudio de cruces

Esta actividad se puede proponer a equipos de dos componentes. Como podrá observarse, es necesario hacer cálculos y medidas. El trabajo final debe presentarse pasado a limpio. Como el mismo trabajo será realizado por varios equipos, es normal que no coincidan los resultados de los cálculos que se han hecho, debido a la imprecisión en la toma de medidas. Analizarlos y comprobar que no existe una disparidad notable pues, si existiera, estaría motivado porque alguno de los equipos habría tomado mal las medidas o efectuado mal los cálculos. Una vez que se tengan todos los resultados, ¿cuál es el que se toma como más próximo al valor real? La media aritmética podría ser ese valor sin que ello signifique que sea el exacto. Habría que calcularlo ahora. Tratamiento con una de las cruces a modo de ejemplo:

### **Cruz latina**

- 1.- Es un polígono cóncavo. Describirlo. Obtener la suma de sus ángulos interiores.
- 2.- Con una regla graduada, calcular el perímetro y el área de la figura.
- 3.- Dibujar un rectángulo que, teniendo 4 cm de base, tenga la misma área que la cruz. Obtener su perímetro.
- 4.- Dibujar un cuadrado cuya área sea igual a la de la cruz. Obtener el perímetro del cuadrado resultante.
- 5.- El área de los brazos de la cruz, ¿qué porcentaje representa del área total de la cruz?
- 6.- Dibuja una cruz semejante con una escala 2:1, es decir, que la dimensión lineal se duplica.
- 7.- Calcular el área de la cruz dibujada en el apartado 6 y compararla con el área de la cruz original. ¿Es el doble también?
- 8.- Estudio de las simetrías.
- 9.- Si se construye una cruz de oro de esas dimensiones y con 0,5 cm de espesor, ¿cuánto pesará? (Se necesita la densidad del oro)
- 10.- Recabar datos sobre la historia de esta cruz y resumirlos en un máximo de un folio, incluidas las imágenes.



### **3.4.- GUÍA PARA EL PROFESORADO.**

Algunas indicaciones metodológicas:

- El trabajo en equipos de dos o tres componentes parece una metodología adecuada al contenido de este proyecto.
- Los ítems de las actividades deben adaptarse a los conocimientos de los estudiantes. Por eso se les debe indicar cuáles son los que pueden hacer.

#### **• Cruz latina**

Se trata de la más popular en la órbita católica. Para calcular los datos (área y perímetro) debe utilizarse la regla graduada. Tener en cuenta que va a suceder que los datos de los distintos equipos no coincidirán aunque sí han de estar en un pequeño entorno. Si alguno de los resultados está muy alejado de ese entorno, pedir al equipo que lo repita. La no coincidencia en el resultado permite hacer un uso de la media aritmética como ayuda para decidir sobre la medida más acertada.

La construcción de las figuras solicitadas en los apartados 3 y 4 tiene como objetivo principal la comprobación de cómo figuras de la misma área, no tienen por qué tener el mismo perímetro; para el punto 4 se necesita la raíz cuadrada que se pide redondearla a la décima.

El punto 7 pretende hacer ver cómo un aumento lineal de las dimensiones al doble, lleva a un aumento cuádruple del área. Se podría plantear qué pasaría si la cruz hubiera tenido tres dimensiones. En el apartado 9 se utiliza esa dimensión para el cálculo del peso. Recuérdese que el volumen de un prisma se calcula multiplicando los valores de las tres dimensiones. La densidad del oro es de 19,35 gramos por centímetro cúbico.



Panel de la Exposición permanente de cruces en la iglesia de San Bartolomé de



Fontanales – Moya – Gran Canaria

**Las CRUCES**  
ELEMENTO CULTURAL



Cruz de Alcántara



Cruz Chacana



Cruz de Malta



Cruz Gamada o Esvástica



[www.librerialemus.com](http://www.librerialemus.com)

Diseño: L. Balbuena

**Las CRUCES**  
ELEMENTO CULTURAL



Cruz de los Dominicos



Cruz de la Orden de Cristo



Cruz Vasca o Lauburu



Cruz Matrimonial



Diseño: L. Balbuena

## LA MUJER, INNOVADORA EN LA CIENCIA



### Emmy Noether

Alemania, 1882 - USA, 1935

Una persona alegre, a pesar de que ser mujer, científica y judía era bastante complicado en la Alemania previa al gobierno de Hitler. Mientras estuvo en Europa no pudo cobrar por las clases que impartía en la universidad, teniendo que decir Hilbert en su defensa: *Esto es una universidad, no un baño*. Tuvo que emigrar a Estados Unidos cuando los nazis llegan al poder. Fue pionera en el álgebra abstracta, y hay una estructura algebraica que lleva su nombre: *los anillos noetherianos*.



## LA MUJER, INNOVADORA EN LA CIENCIA

Si un anillo conmutativo cumple la propiedad del elemento inverso para **las dos** operaciones internas, se dice que tiene estructura de **cuerpo**. Hemos visto que los números enteros tienen estructura de anillo, pero... ¿tienen estructura de cuerpo? ¿Qué conjunto numérico se te ocurre que tenga estructura de cuerpo?

$$(\partial^3 / x)^4$$

Envía tu respuesta a:

[mujermatematica@gmail.com](mailto:mujermatematica@gmail.com)

<http://www.rsme.es/comis/muimat/mujer-ciencia>





Paréceme que yo he sido como un niño que jugara en la playa, y que me divertiera cuando hallaba alguna piedrecita muy pulida o una concha más bonita que las comunes, mientras el gran océano de la verdad permanecía ante mi totalmente desconocido. **Isaac Newton (1642, 1727)**

## ●●● MARGARITA RIVERO ÁLVAREZ

PROFESORA HONORARIA DEL DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS, ESTADÍSTICA E INVESTIGACIÓN OPERATIVA DE LA ULL

# “Las empresas reconocen el valor añadido que aportan los matemáticos”

Luis Balbuena Castellano

Margarita Rivero Álvarez, Académica de Número de la Real Academia Canaria de Ciencias (RACC), recibió el encargo de la Facultad de Ciencias de presidir la Comisión responsable del programa de actividades organizado con motivo de los 50 años de estudios matemáticos en ULL.

### ¿Qué han significado para Canarias estos 50 años de estudios matemáticos?

La creación de los estudios de Matemáticas en la ULL ha influido en la mejora de la enseñanza de las Matemáticas en Secundaria y Bachillerato, debido a que muchas plazas docentes han sido ocupadas por especialistas en la materia. En cuanto a la enseñanza universitaria, hemos pasado de la precariedad con la que se empezaron los estudios a obtener un alto reconocimiento nacional e internacional. El crecimiento de las publicaciones de calidad que nuestros investigadores realizan junto a otros colegas de diversos centros punteros del mundo (USA, Francia, Holanda, etc.), ha sido exponencial. Por otra parte, debemos destacar que, por fin, las empresas han reconocido el valor añadido que los matemáticos proporcionan, especialmente, por sus habilida-

des de abstracción y lógica, aplicables a numerosas áreas externas al campo académico, lo que ha llevado a que el índice de paro entre los graduados en Matemáticas es prácticamente nulo.

### ¿Qué objetivos se ha marcado la Comisión que usted preside?

Transmitir a la sociedad la importancia de las Matemáticas en todos los ámbitos de la vida y hacer visible el nivel alcanzado por esta titulación en la ULL.

### ¿Qué actividades destacaría del programa elaborado?

Tenemos un amplio programa de actividades que se prolongará todo el curso académico. Hay, por ejemplo, un Carnaval Matemático para los alumnos de Primaria y sesiones de magia hecha con Matemáticas. Además, se plantearán 50 problemas en el tranvía y las guaguas de TITSA. En el ámbito más académico, hay que destacar el ciclo de conferencias previsto en la semana inaugural, con ponentes de prestigio internacional. Todas las actividades pueden consultarse en: [eventos.ull.es/go/50math](http://eventos.ull.es/go/50math).

### ¿Existen titulados en la ULL trabajando fuera de las islas?

Hay numerosos titulados por la ULL que son profesores en otras universidades españolas y extranjeras, desde Montreal a Kasajistan. Además, hay un



Margarita Rivero Álvarez.

continuo intercambio entre profesores de La Laguna y de otras instituciones extranjeras, que vienen a la ULL para trabajar con grupos de investigación locales, y profesores canarios liderando proyectos de investigación nacionales y europeos. En cuanto a las empresas, existen titulados por la ULL trabajando como directivos en empresas privadas u organismos oficiales como, por ejemplo, Amadeus IT Group, City de Londres, o consultorías e industrias españolas. En Canarias, encontramos matemáticos de la ULL en empresas como TITSA, Binter, Seur, ISTAC etc.

### ¿Cómo valoran las agencias

### de evaluación el trabajo que se realiza en la ULL en torno a las Matemáticas?

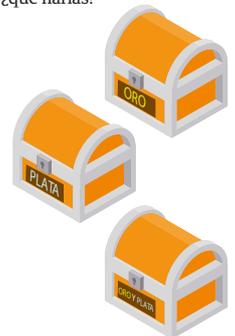
A nivel docente los matemáticos son siempre muy bien valorados por la gran vocación con que afrontan su trabajo, si bien la disminución del número de horas lectivas hace que la labor sea cada vez más compleja. A nivel de investigación, Matemáticas está entre las cuatro disciplinas mejor situadas dentro de la ULL. Sin embargo, la falta de oportunidades para incorporar personal joven pone en peligro la alta productividad actual, dada la elevada edad media que van teniendo los profesores.

## EL RINCÓN DEL PENSAR

### Cofres y monedas

Hay 3 cofres, uno con monedas de oro en su interior, otro con monedas de plata y un tercero con ambas cosas. Cada cofre tiene un cartel: uno pone ORO, otro PLATA y el otro ORO Y PLATA y sabemos que los tres carteles están mal colocados.

Solo puedes tomar una moneda de un cofre para identificar qué caja es cada una, ¿qué harías?



Envía tu respuesta a [50math@ull.edu.es](mailto:50math@ull.edu.es). Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio y un lote de libros editados por la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM).

**Coordinador:**  
Ignacio García Marco

## LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

# No todos tus amigos son iguales

Antonio Alberto Sedeño Noda, ULL

No todos tus amigos son iguales, pero ¿cuáles de tus amigos te influyen más? Para saberlo, podemos usar la Teoría de Grafos. Dibujemos un grafo. Coge papel, lápiz y una moneda de un euro. Pinta un círculo con la moneda y en su interior pon tu nombre. Haz lo mismo con todos tus amigos. Une tu círculo con una línea conectando cada uno de los otros círculos. Tantas líneas como amigos. Recuerda que tus amigos pueden ser amigos entre ellos. Une cada par de amigos que son amigos. Ya tienes

tu grafo de la 'amistad'. ¿A qué es muy bonito? Los círculos son los nodos y las líneas las aristas. Podemos extender más este grafo agregando los amigos de tus amigos que no lo son tuyos y conectándolos.

Ahora la pregunta es ¿quiénes son los más influyentes en Facebook o en Twitter? Los más influyentes son los nodos que aparecen con mayor frecuencia como nodos de paso en cadenas de amigos que conectan cualquier par de nodos de la red. Por ellos pasa mucha de la información de la red. Si asociamos a cada nodo una estrella (5,

4, ..., 0) que mida su credibilidad, tendremos un problema de Optimización en Grafos.

Consiste en determinar los nodos 'centrales', con mayor número de estrellas. Seguro que estos influyen sobre tu opinión y condicionan tus decisiones, y tú ni los conoces.

Los grafos permiten modelizar problemas de muchas disciplinas donde aparecen redes: transporte, biología, química, neurociencia, computación, etc. La teoría de grafos caracteriza estas redes y toma decisiones sobre las entidades que circulan por ellas.

## JUEGOS DE ESTRATEGIA

# Diviértete con las matemáticas

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz, del Club Matemático, explicarán en este espacio una serie de juegos para recordar: su procedencia y las reglas del mismo.

Habrán juegos de tablero, sin tablero y alguno para jugar sobre una hoja de papel en blanco, utilizando un lápiz o un bolígrafo; un par de ellos serán para jugar con baraja; y, también, algunos puzzles para el que no necesite compañero de juego y pueda entretenerse en solitario.

Siempre que sea posible, se dará la dirección de un sitio web para descargar (gratuitamente) el juego en su tableta o móvil, o jugar directamente en línea. El adversario, se lo deberá buscar cada persona.

Les recomendamos que busque la sección Juegos en los ejemplares de la revista Números, de la Sociedad Canaria Isaac Newton de Profesores de Matemáticas, que se pueden consultar de manera gratuita en la página: [www.sinewton.org/numeros](http://www.sinewton.org/numeros).

**50 ANIVERSARIO DE MATEMÁTICAS EN LA ULL**

La filosofía está escrita en ese inmenso libro que tenemos abierto ante los ojos. [...] Está escrito en lengua matemática y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es imposible entender ni una palabra, sin ellos es como girar vanamente en un oscuro laberinto.

*Il saggiatore, Galileo Galilei (1564-1642)*

# La Medalla Fields y otros premios en Matemáticas

Fernando Hernández Guarch

Alfred Nobel dejó escrito en su testamento que se instituyeran cinco premios para quienes hubieran aportado "el mayor beneficio a la humanidad" en Física, Química, Medicina, Literatura y la Paz. Nobel era un ingeniero químico que levantó su fortuna investigando en Mecánica y Química; patentó unos trescientos cincuenta inventos y produjo un sinfín de armas y explosivos en sus fábricas. Probablemente por eso dejó fuera de sus premios a otros campos del conocimiento que le resultaban más lejanos, entre ellos, la Matemática.

El noruego **Marius Sophus Lie** propuso, casi inmediatamente, que se crease otro premio con la misma intención de los Nobel para entregar a un matemático destacado. Pero su país tardó más de un siglo en hacerlo realidad, ya que hasta 2002 no se creó el Premio Abel, en memoria de su matemático más destacado **Niels Henrik Abel** (1802-1829). La Academia Noruega de Ciencias y Letras lo concede cada año, lo



financia el estado noruego (una cantidad equivalente a la de los Nobel), y lo entrega el rey de aquel país. Fue noticia destacada este año porque por primera vez se otorgó a una mujer: **Karen Uhlenbeck** (Cleveland, 24 de agosto de 1942), por "sus investigaciones con ecuaciones en derivadas parciales".

Sin embargo, el premio con mayor tradición y seguridad de más prestigio en Matemáticas es la llamada Medalla Fields. Es un galardón creado por la Unión Internacional de Matemáticas (IMU, por sus siglas en inglés), en 1936. Lleva ese nombre por el matemático canadiense **John Charles Fields** que fue quien la



impulsó y quien dejó un fideicomiso para financiarla. Se creó para concederla cada cuatro años a dos jóvenes matemáticos (no pueden haber cumplido 40 años), que hayan realizado una contribución sobresaliente en esta disciplina. Posteriormente, 1966, se aumentó hasta cuatro el número de premiados. La medalla va acompañada de un premio de 15.000 dólares canadienses (unos diez mil euros). Hasta ahora se han concedido sesenta premios, entre ellos ningún español y solo una mujer, en 2014, **Maryam Mirzakhani** (Irán, 1977; EEUU, 2017).

Según los estatutos, la medalla debe ser en oro de 14 kilates.

En el anverso figura una cabeza barbada que pasa por ser del matemático griego **Arquimedes**, cuyo nombre en griego aparece al lado, y la inscripción "Transire suum pectus mundoque potiri" ("Ir más allá de uno mismo y dominar el mundo"). En el reverso figura una esfera inscrita en un cilindro y la inscripción "Congregati ex toto orbe mathematici ob scripta insignia tribuere" ("Los matemáticos de todo el mundo se reunieron para dar esta medalla por escritos excelentes").

Una curiosidad: en el anverso figura en números romanos el año de su creación y jestá mal escrito! En vez de poner "MC-MXXXIII" escribieron "MC-NXXXIII". Hasta el mejor escribano echa un borrón...

La IMU ha creado otros premios: el Premio Nevanlinna (ahora Abacus por haberse descubierto las actividades nazis del finés **Rolf Nevanlinna**); el Premio Carl Friedrich Gauss financiado por la Sociedad Matemática Alemana y la Medalla Chern, que promueve y financia la fundación creada por **Shiing-Shen Chern**.

## EL RINCÓN DEL PENSAR

### Resta chiquitita

Utiliza los 10 dígitos (0, 1, 2, ..., 8, 9) para formar dos números de 5 cifras tal que su diferencia sea lo más pequeña posible. Ejemplo:



Envía tu respuesta a [50math@ull.edu.es](mailto:50math@ull.edu.es) Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio y un lote de libros editados por la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM).

**Coordinador:**  
Ignacio García Marco

## LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

# Matemáticas y deportes: Una simbiosis 'perfecta'

María Muñoz Pérez y Sifridio González Díaz, IES La Laboral

La historia de la reflexión filosófica sobre la relación entre el cuerpo y la mente a partir de Descartes, es la historia de los innumerables intentos por separar la parte física, de la parte mental, otorgando un papel de dependencia, y subordinación, de una sobre la otra.

Desde la simplicidad, la materia de Matemáticas está asociada a la mente y al intelecto, la Educación Física y el Deporte, por el contrario, conexiona con la parte física a través del movimiento. En el IES La Laboral de La Laguna defendemos el engranaje entre estas materias como el eje vertebrador para el desarrollo integral de la persona.

Es fácil encontrar contextos interesantes para los problemas matemáticos en las medidas de



Cartel de la semana temática "Mueve tu cuerpo, mueve tu mente."

campos de juego, en los análisis de desempeño de los deportistas, o en las estadísticas de torneos. Pero no se trata de que el deporte proporcione algunos problemas matemáticos.

La Matemática está asociada al determinismo. El deporte es

azaroso. En el deporte la toma de decisiones en la competición, a veces casi instantánea, es la auténtica situación de resolución de problemas cuyas alternativas podemos estimar, analizar y discutir desde las Matemáticas.

La principal aportación de las Matemáticas se resume en la búsqueda de patrones y propiedades universales que minimicen el azar deportivo.

Muchas personas disfrutan con las Matemáticas y muchas más están locamente enamoradas del Deporte. Esta pasión, la estructura matemática y la magia deportiva, son fundamentales para una simbiosis "perfecta".

Siguiendo esta corriente en el mes de octubre se celebrará en los complejos deportivos de San Benito, El Polvorín (Taco) y La Cuesta, una semana temática con el nombre "Mueve tu cuerpo, mueve tu mente".

## MATEMÁTICAS, PARTE A PARTE

# ¿Qué es el análisis matemático?

José M. Méndez Pérez, ULL

Aunque existen antecedentes en la Grecia clásica (390-355 a.C.), no será hasta el siglo XVII cuando dos genios de la talla de **Isaac Newton** (1643-1727) y **Gottfried Wilhelm Leibniz** (1646-1716) fundaron, simultáneamente, el Cálculo Infinitesimal como una rama importante de las Matemáticas, que hoy conocemos como Análisis Matemático y que se desarrolla en tres apartados: Cálculo Diferencial (límites, continuidad, derivadas, problemas de optimización); Cálculo Integral (hallar áreas, volúmenes, longitudes) y Algoritmos Infinitos (sucesiones y series, productos infinitos).

Durante mucho tiempo, se redujo a un conjunto de reglas y algoritmos útiles y eficaces, pero carentes de una

seria fundamentación. Hasta que un siglo más tarde, con **Augustin-Louis Cauchy** (1789-1857), el Análisis Matemático se construye sobre definiciones precisas y demostración de la validez de las fórmulas. Con el llegó el Análisis de Variable Compleja.

La consolidación del Análisis Matemático vino avalada por los éxitos logrados en sus aplicaciones. Es lo que ocurrió cuando **Alexis Claude Clairaut** (1713-1765) predijo el retorno del cometa Halley o cuando los astrónomos **John C. Adams** (1819-1892) y **Urbain J. J. Leverrier** (1811-1877) conjeturaron, sobre el papel, que el movimiento anómalo de Urano se debía a la atracción gravitatoria ejercida por otro planeta. Estas predicciones se confirmaron empíricamente cuando el 23 de septiembre de 1846, el astrónomo **Johann Galle** dirigió su telescopio hacia el lugar fijado. Allí estaba Neptuno.

# Los números de los estudios de Matemáticas en La Laguna

José M. Méndez Pérez, ULL

En los años cincuenta del siglo pasado solamente se podía estudiar Ciencias Exactas, como se denominaba entonces, en las universidades de Madrid, Barcelona y Zaragoza. En 1963 se crean estos estudios en Santiago de Compostela y Granada, y más tarde en Valencia y Sevilla. Mientras tanto crecía la oferta de nuevas titulaciones en nuestra Universidad de La Laguna (ULL), siendo las Matemáticas imprescindibles para impartir las carreras de Física, Informática u otras Ingenierías. Por ello, los Doctores Joaquín Cascante y Nácere Hayek, catedráticos de Análisis Matemático, impulsaron y solicitaron la creación de los estudios en Matemáticas durante el rectorado del Profesor Antonio González.

El Ministerio de Educación autorizó a la ULL impartir el primer ciclo de esos estudios el 26 de septiembre de 1969, comenzando así su andadura después de no pocos esfuerzos. En algunos mentideros de Agüere se comentaba que era una locura y un de-



roche mantener unos estudios tan minoritarios, en lugar de buscar en universidades peninsulares a quienes desearan cursarlos. Vamos, que esta titulación no era rentable. Los números, cincuenta años después, desmienten rotundamente esas especulaciones. Pero, antes de demostrar este aserto, recuerdo dos hechos.

Por una parte, tras una larga etapa de frustraciones motivada, salvo contadas y honrosas excepciones, por las aves de paso (profesores que opositaban

a nuestras plazas vacantes e inmediatamente solicitaban traslado), no se logró la consolidación hasta que la plantilla estuvo integrada por profesores numerarios formados en nuestras aulas.

Por otra, en los años sesenta la asignatura de Matemáticas en los institutos de bachillerato era explicada, en la mayoría de los casos, por no especialistas. Con la llegada de la Autonomía a Canarias creció exponencialmente la creación de escuelas, IES y centros de FP, así como la oferta de

nuevos estudios universitarios. La enorme demanda de profesorado de Matemáticas que ello produjo pudo ser satisfecha porque ya existía la carrera.

¿Ha resultado positiva para Canarias? Categóricamente, sí. Poco más de 3.000 alumnos han pasado por nuestras aulas, de los que han obtenido el título de licenciado o graduado un total de 1.245. Se han leído 160 tesis doctorales, nuestros investigadores publican en revistas de alto impacto, participan en proyectos competitivos y presentan ponencias en congresos nacionales e internacionales. Actualmente la mayoría de los profesores que dan clases de Matemáticas en los institutos son matemáticos. Es una carrera que no conoce el paro y nuestros egresados son solicitados en empresas y trabajos antaño inimaginables. Sin duda, estos estudios están completamente consolidados y nadie puede dudar de que han contribuido de forma sobresaliente a elevar el nivel científico de la ULL y mejorar la calidad de la docencia de las Matemáticas en Canarias.

## EL RINCÓN DE PENSAR

### Carreras de caballos

Tienes 25 caballos y quieres averiguar cuáles son los 3 más rápidos. Para ello puedes organizar carreras en las que corren 5 caballos de tu elección. ¿Cuántas carreras necesitas para saber cuáles son los tres caballos más veloces?



Envía tu respuesta a [50math@ull.edu.es](mailto:50math@ull.edu.es). Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx-570SP X II y un lote de libros editados por la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM).

**Solución a los retos anteriores** en <http://matdivu.webs.ull.es/2019/10/01/el-rincon-de-pensar/>

**Coordinador:** Ignacio García Marco

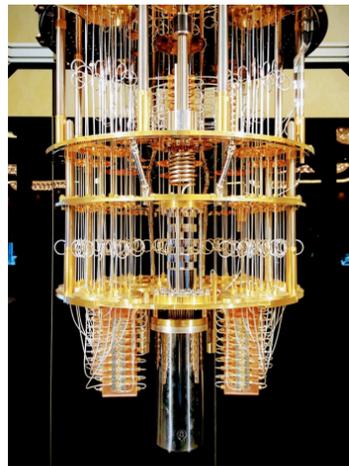
## LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

# Criptoapocalipsis: ¿el fin de la seguridad en internet?

Irene Márquez Corbella, ULL

Como usuarios de internet o de tarjetas bancarias nos preocupa cómo se protege nuestra información. Cada vez que utilizamos una web que comienza con https, se usa un protocolo que nos permite conectarnos de forma segura con un servidor. Este protocolo combina una serie de operaciones matemáticas cuyo principal objetivo es que nadie externo pueda entender la información que estamos enviando. El área de las Matemáticas que se encarga de proteger nuestros secretos es la Criptografía.

Cuando el uso de internet no se había extendido bastaba con la Criptografía Simétrica, aquella que requiere de un acuerdo previo (una clave) para cada par de personas que quieran comunicarse. De ahí su principal incon-



**IBM Q SystemOne, el primer ordenador cuántico de uso comercial presentado en 2019 por IBM.**

veniente: el número de claves crece a medida que aumenta el número de participantes. La solución surgió en 1976 con la creación de la Criptografía Asimétrica,

en la que cada participante genera dos claves: una pública y otra que se mantiene en secreto. De esta forma, cualquier persona puede escribirnos un mensaje pero solo nosotros podemos leerlo (con la clave privada).

Hoy en día, la seguridad de la Criptografía Asimétrica se basa en la dificultad de factorizar grandes números enteros de forma rápida. Es decir, cualquier lector es capaz de multiplicar rápidamente 67 por 71 (4.757), pero le costará más esfuerzo obtener los divisores del número 4.757. Este problema es difícil de resolver con los ordenadores actuales, pero no lo será con un ordenador cuántico. ¿Existen herramientas matemáticas que protejan nuestra información de la potencia de cálculo de estos nuevos ordenadores? La respuesta está en la Criptografía Post-Cuántica.

## JUEGOS DE ESTRATEGIA

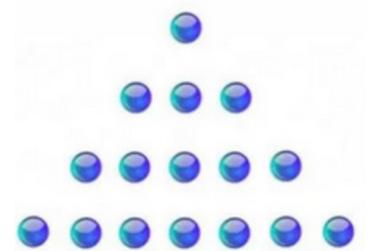
### Nim 1-3-5-7

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz

Los Juegos de Nim son muy antiguos y se ignora su procedencia. En ellos dos jugadores disponen de un cierto número de piezas que deben retirar alternativamente en una determinada cantidad, hasta que solo quede una.

Existen distintas versiones según la disposición inicial de las piezas, las reglas para retirarlas o el objetivo final, es decir, si quien debe tomar la última resulta ganador o perdedor. La variante más simple agrupa las piezas en un montón y pueden retirarse en número variable (entre una y tres por turno, por ejemplo). En otras versiones las piezas se distribuyen inicialmente en varios montones o según una configuración geométrica determinada.

El Nim 1-3-5-7, conocido también como Juego de Mariem-



bad, Dernier o Nim de 4 filas, se inicia con dieciséis piezas colocadas como muestra la figura.

¿Cómo se juega? Los jugadores las deben retirar por turno tomando las que quieran, pero todas de la misma fila. Pierde quien se ve obligado a coger la última pieza.

Encontrarás un tratamiento más extenso en los volúmenes 70 y 71 de la revista NÚMEROS, y puedes jugar online en: [https://www.archimedes-lab.org/game\\_nim/play\\_nim\\_game.html](https://www.archimedes-lab.org/game_nim/play_nim_game.html) | <http://nosolomates.es/nim.htm>

**MANUEL DE LEÓN RODRÍGUEZ**  
PROFESOR DE INVESTIGACIÓN DEL CSIC

# “Es necesario una mayor implicación de las Matemáticas en los problemas reales”

Edith Padrón Fernández, ULL

Manuel de León Rodríguez, profesor del CSIC, es fundador del Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT), académico de la Real Academia de Ciencias y de su homóloga en Canarias.

**¿Qué es lo que más destacaría de la evolución de las Matemáticas en estos 50 años en España?**

Por una parte, el desarrollo espectacular de la investigación en prácticamente de todas las áreas, pasando de ser marginal a una auténtica potencia. Todavía nos falta conseguir una mayor visibilidad internacional desde el punto de vista institucional, pero se han creado infraestructuras que van en esa dirección. El otro aspecto a destacar es el de la divulgación y la comunicación matemática. Me atrevo a decir que en este tema, España es líder.

**¿Hacia dónde cree que deben evolucionar en un futuro?**

Aparte de continuar trabajando en los problemas básicos de la disciplina, construyendo, por así decirlo, más Matemáticas, es ne-



cesaria una mayor implicación en los problemas reales. Los Objetivos para un Desarrollo Sostenible (ODS) señalados por la ONU deberían marcarnos la hoja de ruta.

**¿Cuáles piensa que son las fortalezas y debilidades de las Matemáticas españolas?**

La fortaleza es la existencia de jóvenes matemáticos muy bien formados, con una gran proyección internacional, pero que estamos comenzando a perder por la falta de plazas. Esto a la vez que el envejecimiento de plantillas amenaza la continuidad del logro alcanzado con gran sacrificio durante varias décadas.

**¿Cómo se podría mejorar la implicación de las mujeres en la**

**investigación matemática?**

Lo que voy a decir no es muy popular entre mis colegas del sexo masculino, pero creo que son necesarias medidas drásticas, como las que se están poniendo en marcha en universidades australianas y holandesas para ofrecer puestos solo a mujeres matemáticas. Obligar a cada centro a elaborar un Plan de Género y hacer seguimiento de su cumplimiento es otra necesidad.

**¿Cuál es su opinión sobre la evolución de la investigación matemática en la ULL?**

Mi primera visita a la ULL fue en febrero de 1978, con unas Matemáticas incipientes. La evolución ha sido muy positiva y

hoy hay grupos excelentes. Pero la Universidad debería ser más agresiva en la captación de talento externo, con programas propios, autonómicos y estatales.

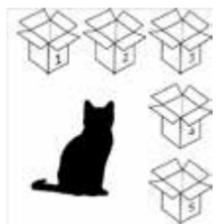
**¿Qué cambios cree que debería recoger una nueva Ley de Educación en relación con las Matemáticas?**

Lo primero que se debe hacer es preguntar al profesorado de secundaria, porque ellos conocen como nadie la problemática. Se necesita una apuesta valiente, en lo que serían los elementos curriculares y en lo que se refiere a la valoración del profesor y que éste pueda contar con una buena formación inicial y continua. También un adecuado ratio de alumnos. No olvidemos que la variedad de alumnos es grande, con diferentes aptitudes y actitudes. Que no haya reparos en cuidar de los más dotados, a la vez que reforzamos la enseñanza al resto para que las tasas de abandono no sean tan preocupantes. Finalmente, una buena oferta de FP con puentes al bachillerato y universidad ayudaría a encaminar a muchos jóvenes.

**EL RINCÓN DE PENSAR**

**Gato encerrado**

Tenemos cinco cajas numeradas del 1 al 5. Cada noche el gato duerme en una de ellas, que es consecutiva a la que usó la noche anterior. Por la mañana, puedes abrir sólo una caja para mirar si el gato está dentro. ¿Cuántos días necesitas para estar seguro de encontrar al gato?



Envía tu respuesta a [50math@ull.edu.es](mailto:50math@ull.edu.es) antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx-570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM.

**Solución a los retos anteriores** en <http://matdivu.webs.ull.es/2019/10/01>

**Ganadores del reto nº 1:** Ibai Noda Martín y Gregorio Rodríguez Pérez

**Coordinador:** Ignacio García Marco

**LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO**

## Algunas Matemáticas en algunos libros

Carlos Bruno Castañeda,  
Profesor de Matemáticas y poeta

La Literatura y las Matemáticas son mundos anchos y ajenos que nos habitan. El tiempo finito nos impide abarcarlos y siempre tomamos dolorosas elecciones en nuestras lecturas de libros o en nuestros estudios de Matemáticas. Por cada senda escogida abandonamos, desconsolados, muchas otras. Mencionaremos unos pocos miradores literarios desde donde otear sugerentes horizontes matemáticos.

Ineludible iniciar con La biblioteca de Babel de Jorge Luis Borges, donde el formidable autor entrelaza libros y Matemáticas para la eternidad.

Las Matemáticas se convierten



en el protagonista central de El diablo de los números, obra del pensador Hans M. Enzensberger en clave de literatura infantil. Podemos contraponerle El hombre que calculaba, de MalbaTahan, donde se muestra el carácter más resolutivo de las Matemáticas, y al tiempo sorprendente, ambientado como si de Las mil y una noches se tratara.

El teorema del loro de Denis Guedj y Los crímenes de Oxford

de Guillermo Martínez tienen similar registro, de eficaces tramas policíacas. En el primero se gira en torno a una parte sustancial e histórica de las Matemáticas y en el segundo encontramos cuestiones más abstractas y contemporáneas.

Sutil e íntima es la novela La fórmula preferida del profesor de YokoOgawa, que describe la perspectiva psicológica y cotidiana de los que dedican su vida y su atención a las Matemáticas.

Para romper con la narrativa, finalizar con la maravillosa obra de poesía Alfabeto de Inger Christensen, donde, sin mencionarlo, la serie de Fibonacci se encarna en sus versos. Poesía y Matemáticas vinculadas e indistinguibles.

**MATEMÁTICAS, PARTE A PARTE**

## Probabilidades

Carlos M. González Alcón, ULL

La incertidumbre la experimentamos a diario: si tendré que parar en ese semáforo, qué tiempo atmosférico habrá, si tendré que pagar la ronda que me estoy jugando a cara o cruz con los amigos... Son fenómenos que, aunque repitamos una y otra vez en circunstancias parecidas, nunca estaremos seguros de cuál será el resultado de cada ocasión. Decimos que están regidos por el azar, por la (buena o mala) suerte.

Podríamos pensar que de algo cuyo resultado es completamente impredecible las Matemáticas no tienen nada que decir. Sin embargo, ya en el siglo XVI, algunos pensadores observaron ciertas regularidades que aparecían en los populares juegos de dados de la época.

Pero el impulso definitivo de lo que se conocerá como Cálculo de Probabilidades, surgió del intercambio epistolar entre dos franceses entusiastas de las Matemáticas: el jurista Fermat (1601-1665) y el pensador y científico Pascal (1623-1662). El objeto de tales cartas no era otro que diversas cuestiones planteadas por aficionados al juego de dados. Pero habría que esperar casi trescientos años para poder ver una teoría matemática coherente, que definiera de forma lógica y a través de axiomas qué es la Probabilidad. Fue obra del matemático ruso Andréi Kolmogorov (1903-1987).

La ‘probabilidad’ es intuitiva. Pero ¡cuidado! Es fácil incurrir en errores, pues a menudo es también paradójica incluso para los expertos.

# Avances en igualdad: los apasionantes 60

Fidela Velázquez Manuel,

Alcaldesa de la Villa de San Juan de la Rambla

Los estudios de Matemáticas en la ULL se implantaron en los años sesenta del pasado siglo, década que marcó un antes y después en igualdad. En ese momento la educación levanta grandes expectativas mundiales como superadora de desigualdades, lo que condiciona a cambiar el discriminador sistema educativo en España para recibir ayudas internacionales. En ese momento la Universidad era casi inaccesible a clases obreras, población rural y mujeres: un escaso 10% de hijos de trabajadores son universitarios. La modelización no existía, pues las escasas alumnas de Bachillerato no encontraban profesoras a quien emular y tampoco eran visibles modelos históricos. La mujer había sido convenientemente ocultada. Felizmente muchos factores producen una pequeña, pero significativa, revolución. La Ley General de Educación (1970) respondió a las exigencias, uni-



Mujeres en la primera promoción de Matemáticas de la ULL

versalizando la educación con una red de centros que aminoró diferencias entre población rural y urbana. Las primeras mujeres licenciadas entran vigorosamente a la docencia, constituyendo una poderosa, aunque exigua, plataforma modelizadora. Emularon así a las matemáticas precursoras, con la divulgación como evidencia de su extenso



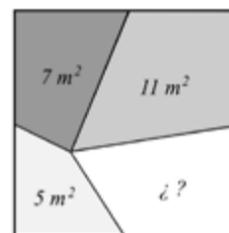
conocimiento matemático. Muchas docentes del nuevo sistema educativo son modelos femeninos, las maestras. Eso incentivó las matriculaciones de mujeres, no es casual que entre las primeras matemáticas hubiera varias maestras. La docencia permitía la conciliación familiar y no generaba conflictos sociales, produciendo un crecimiento ex-

ponencial de mujeres en Matemáticas, tras la tímida incorporación inicial. La Facultad de Matemáticas, más que Ingeniería o Arquitectura, fue pionera en equiparar a mujeres y hombres. Pero aquel acicate inicial fue también un obstáculo para acceder a estudios de postgrado o puestos de responsabilidad, que no se ha compensado suficientemente. Aquella esperanza inicial confirma que queda mucho por hacer respecto a mujeres y Matemáticas: empoderarlas definitivamente, eliminando ámbitos de persistente inequidad. Añadir a las virtudes colaborativas femeninas el aspecto competitivo y, al revés, que esa virtud colaborativa impregne trabajo e investigación matemáticos. Hacer visibles los modelos femeninos en materiales didácticos y divulgativos... En suma, mantenerse vigilante sobre la equidad, para la que nuestra Facultad es históricamente receptiva. Esta última circunstancia es la más esperanzadora. Confiamos en ello.

## EL RINCÓN DE PENSAR

### Área desconocida

Tenemos un cuadrado en el que hemos marcado los puntos medios de cada lado y lo hemos dividido en cuatro regiones como muestra la figura:



Calcular el área de la región ¿?

Envía tu respuesta a [50math@ull.edu.es](mailto:50math@ull.edu.es) antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx-570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM.

Solución a los retos anteriores en <http://matdivu.webs.ull.es/2019/10/01>

Ganadores del reto nº 2: Dácil Pérez y Carlos Ledesma

Coordinador: Ignacio García Marco

## LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

# Las Matemáticas de la Décima Espinela

Francisco Javier Díaz Díaz, ULL

Si bien la Décima Espinela es una estrofa poética clásica, en zonas rurales de Iberoamérica y también en Canarias se ha convertido en un fenómeno cultural de gran arraigo popular. De esta manera, desde la literatura hasta la oralidad, ha recorrido un camino inverso al realizado por la mayor parte de la poesía. Pero, ¿a qué se debe este tránsito? Una décima espinela consta de diez versos octosílabos con rima consonante y estructura abba ac cddc, y las matemáticas ocultas tras esta escueta descripción nos pueden dar una explicación.

Por un lado está el número de versos, diez, importante en todas las culturas. De hecho los Pitagóricos lo consideraban el número perfecto, que todo lo engloba. Y casi es así, si pensamos en la aplicación n3 desarrollada por el can-

### La Décima Espinela

*Su estrofa diez versos son de ocho sílabas formados que deben estar rimados con simétrico patrón. Tiene alma de canción por su estructura fractal y por eso es musical si se junta con un tres es curioso, ya lo ves, este mundo decimal.*

tautor uruguayo Jorge Drexler, que combinando los versos de diez décimas compuestas por varios autores permite obtener 10<sup>10</sup> nuevas décimas. Suficientes para recitar durante miles de años.

Luego, el octosílabo. El número ocho marca la respiración del idioma castellano, su ritmo natural. Si pensamos en citas o frases célebres nos percatamos de

que a menudo tienen ocho sílabas. Títulos de libros, de canciones... ¡Hagan la prueba!

Además, una décima no deja de serlo si se lee desde el último verso al primero. Esta simetría la dota de su redondez característica y permite que al encadenar varias estrofas se obtenga una estructura que recuerda al concepto matemático de fractal, haciendo que la poesía sea rítmica y sencilla de memorizar. Y no olvidemos que el tres y el cuatro son instrumentos musicales que acompañan a la décima cantada, o que el seis es el son con que se interpreta en Puerto Rico.

Hemos hallado números, simetría y fractalidad, elementos que dotan de belleza a flores, rocas, nubes, semillas... Probablemente, la aceptación popular de la Décima y su pervivencia estén relacionadas también con su belleza matemática.

## JUEGOS DE ESTRATEGIA

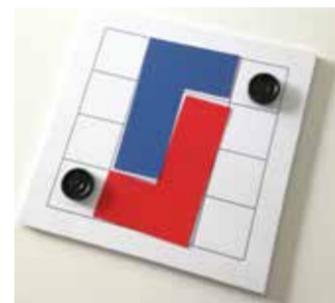
# Juego de la 'L'

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz

Edward de Bono, escritor y psicólogo maltés, creó este juego de estrategia que precisa de pocas piezas y reglas. Su intención era que exigiese únicamente habilidad e inteligencia, sin que el hecho de efectuar el primer movimiento diera ventaja ni desventaja.

El material necesario es un tablero de 4x4, dos fichas en forma de 'L' de distinto color, una para cada jugador, y otras dos fichas neutrales. Todo dispuesto inicialmente como muestra la imagen.

¿Cómo se juega? Tras sortear quién comienza, cada jugador mueve su 'L' por turno a una posición libre. No es válido dejar la 'L' inmóvil, pero el resto de movimientos son aceptados: giros, simetrías (volteando la pieza), traslaciones, etc. Tras colocar la 'L' el jugador puede, si lo desea, mover también una



de las piezas neutrales a cualquier casilla vacía, para obstaculizar la siguiente jugada de su oponente.

Gana quien consigue inmovilizar la 'L' del contrario, pero se puede llegar a empate por acuerdo o cuando ambos jugadores repiten movimiento tres veces seguidas.

Es un juego muy entretenido, y aunque parece tener pocas posiciones puede dar lugar a centenas de movimientos. Buscar la estrategia ganadora es un buen ejercicio matemático.

Más información en <https://www.youtube.com/watch?v=I-c3YIXbXnaM>

## ●●● TOMÁS SÁNCHEZ GIRALDA

CATEDRÁTICO DE ÁLGEBRA DE LA UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

## “Es crucial mantener la identidad de las Matemáticas como disciplina”

Luis Balbuena Castellano

**Profesor Sánchez Giralda, usted fue uno de los ganadores de la Primera Olimpiada Matemática que convoca la RSME. ¿Qué supuso ese acontecimiento para su trayectoria posterior?**

Ser uno de los ganadores por el distrito de La Laguna supuso tomar la decisión de orientar mi futuro hacia las Matemáticas, pues la beca que se concedía como premio tenía esa restricción. Como aquí no existían aún esos estudios, tras el primer año marché a la Universidad Complutense de Madrid hasta terminar la licenciatura en 1969. Luego vino mi estancia en la Universidad de Orsay, en París, con el profesor Jean Giraud, discípulo del reconocido matemático Alexander Grothendieck. Leí y defendí mi tesis doctoral en 1976, como culminación de mi etapa formativa.

**Ha colaborado con nuestra Facultad de forma continuada, ¿Cómo ha visto la evolución de las Matemáticas en la ULL?**

Sí, he seguido la evolución de los estudios de Matemáticas



en La Laguna. Ya en diciembre de 1969 se celebró un congreso organizado por el profesor Joaquín María Cascante, en el que colaboré junto con el profesor Luis Balbuena, al que asistieron importantes matemáticos como, por ejemplo, Dieudonné. Luego tuve la oportunidad de dirigir la tesis doctoral de la profesora Margarita Rivero, que realizó un destacado trabajo a pesar de la falta de medios. He mantenido contacto con miembros de la Facultad y he detectado una progresiva mejora de la calidad, tanto docente como investigadora.

**¿Cuáles son, desde su punto de vista, los hechos más importantes durante estos 50 años en el campo de las Matemáticas?**

Han sido muchos. Si tuviera que destacar sólo uno citaría a Andrew Wiles y su solución al Último Teorema de Fermat, tras más de 350 años de ser planteado, por la que fue distinguido con el importante Premio Abel en 2016. Wiles trabajó durante décadas hasta encontrar en 1994 una demostración, que no es de fácil acceso. En el informe de concesión del premio se puede leer: “Son pocos los resultados que

tienen una historia matemática tan rica y una demostración tan espectacular.”

**Las Matemáticas están de moda. ¿Cuáles cree que serán sus principales campos de desarrollo en un futuro?**

Las Matemáticas seguirán siendo una disciplina necesaria para las Ciencias Experimentales, Ingenierías, Economía o Ciencias Jurídicas y Sociales, al tiempo que éstas serán fuente de problemas para modelar con las Matemáticas. Este carácter interdisciplinar se verá reforzado con profesionales con varias titulaciones, una de ellas las Matemáticas, como ocurre en la actualidad. Las aplicaciones se verán potenciadas sin duda, pero es crucial mantener la identidad de las Matemáticas como disciplina, con la investigación básica ocupando un lugar relevante. En este sentido me preocupa la actual falta de relevo generacional, porque hace peligrar el actual lugar de privilegio a nivel mundial de las Matemáticas producidas en España, logrado con un esfuerzo de muchos años.

EL RINCÓN  
DE PENSAR

## El periódico

Entré en una cafetería y me dispuse a leer el periódico El Día. Observé que tenía 60 páginas y deduje que estaba compuesto de 15 hojas grandes que se doblan por la mitad.

Cuando me marchaba del bar decidí llevarme la hoja que tenía el Sudoku para hacerlo en casa. Si el Sudoku estaba en la página 53, ¿qué otras tres páginas me llevé?



Envía tu respuesta a [50math@ull.edu.es](mailto:50math@ull.edu.es) antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx-570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM.

Solución a los retos anteriores en <http://matdivu.webs.ull.es/2019/10/01>

Ganadores del reto nº 3: Juset Gil y Thalía García.

Coordinador: Ignacio García Marco

## LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

## Los cimientos matemáticos de la Biología

Guido Santos Rosales, ULL

Aristóteles, considerado padre de la Biología, observó meticulosamente el medio natural macroscópico. Esta apertura al análisis objetivo de la naturaleza culminó con la obra ‘Teoría del origen de las especies por selección natural’ de Charles Darwin, que dio sentido a toda esa diversidad observada y categorizada.

Por la misma época y aplicando la misma meticulosidad científica, pero a menor escala, Louis Pasteur halló las pruebas que demostraban que las enfermedades infecciosas eran transmitidas por microorganismos. Y unos años después, con los ojos pegados a un microscopio, Santiago Ramón y Cajal descubría la estructura neuronal del cerebro.



El mundo natural demostraba seguir teniendo estructuras complejas a una escala aún menor que la de microorganismos y neuronas. Sin embargo la mera observación ya no era suficiente.

A mediados del siglo XX, muchos investigadores comenza-

ron a utilizar metodologías con una resolución cercana a la atómica, llegando hasta la última frontera de los sistemas vivos. Estas metodologías no estaban solo basadas en la observación directa, sino que requerían de espacios proyectivos, transformaciones y pesados análisis matemáticos. Destacan en ello Linus Pauling, descubriendo estructuras básicas presentes en las proteínas y James Watson, Francis Crick y Rosalind Franklin descubriendo la estructura en doble hélice del ADN. Las Matemáticas rompieron las barreras de la observación directa en Biología.

Para conocer los personajes de este artículo, visítalos en el mural de la entrada del edificio de Biología en la ULL.

## MATEMÁTICAS PARTE A PARTE

## Estadística

Área de Estadística e I. O., ULL

De entre las acepciones de la palabra ‘estadística’, nos referimos aquí a la disciplina científica que engloba el conjunto de métodos para recoger, clasificar, representar y resumir datos, así como extraer consecuencias a partir de ellos. Su origen etimológico es “ciencia del estado”.

Al principio, la Estadística fue solo descriptiva, se limitaba a clasificar, representar y resumir los datos, pero gracias al Cálculo de Probabilidades pasó a extraer consecuencias de ellos. Su origen se remonta a la recogida de datos que realizaban las antiguas civilizaciones sobre población con fines impositivos, pero sus comienzos como ciencia se producen en el siglo XVII, cuando John Graunt (1620-1674) hace un estudio so-

bre la mortalidad en diferentes parroquias de Londres.

Otros científicos que han contribuido de forma significativa a su desarrollo son Thomas Bayes (1702-1761), autor del teorema que lleva su nombre y precursor de la Estadística Bayesiana; Florence Nightingale (1820-1910), pionera en el uso de gráficos estadísticos; Karl Pearson (1857-1936) que desarrolló la correlación lineal y es fundador de la Bioestadística.

Hoy forma parte de otras muchas disciplinas científicas (Medicina, Física, ...). Se ha dividido en numerosas ramas (Diseño de Experimentos, Teoría de Muestras, Análisis Multivariante, etc). Incluso, han surgido nuevas ramas (Minería de Datos y Big Data) que tratan de analizar un conjunto enorme de información, diverso y en constante actualización.

# Sociedades y federaciones

Luis Balbuena Castellano

En noviembre de 1977 celebramos en mi casa una reunión a la que acudieron Ángel Isidoro, Manuel Linares y Antonio Martín. Los cuatro trabajábamos en Enseñanza Media y nos preocupaba la gran dificultad que presentaba el aprendizaje de las Matemáticas para un buen número de estudiantes. ¿Qué hacer? La tormenta de ideas aportó muchas posibilidades de trabajo, pero la que nos pareció más eficaz fue la de crear una sociedad que reuniera a quienes teníamos esa misma inquietud. Por otra parte, pensamos que a la hora de solicitar ayudas no sería lo mismo acudir “los cuatro” que hacerlo con el respaldo de muchos más. Así las cosas, decidimos convocar a los colegas a una reunión en la que discutiésemos esa posibilidad y apuntásemos otras líneas de trabajo.

Nos reunimos en el IES Viera y Clavijo de La Laguna en una tormentosa tarde que nos hizo presagiar lo peor. Pero no fue así, la asistencia fue numerosa y con grandes deseos de arrancar. Los

primeros objetivos quedaron claros: crear una gestora que llevase a cabo toda la tramitación para poner en marcha la Sociedad Canaria Isaac Newton de Profesores de Matemáticas, que sería pionera en España, publicar un Boletín que recogiese tanto la vida de la Sociedad como diferentes artículos, crear equipos para trabajar en temas diversos y convocar anualmente unas Jornadas en las que exponer experiencias, debatir e invitar a colegas de otros lugares.

Con la perspectiva que nos da el tiempo, hoy vemos que durante esos primeros años dábamos muchos “palos de ciego”, porque realmente poco sabíamos de lo que llamábamos “Didáctica”. Pero la necesidad y los deseos de avanzar eran altos y el panorama empezó pronto a cambiar: las Jornadas aportaban ideas y materiales, el Boletín se transformó en la revista NÚMEROS y se promovieron contactos con otros grupos. Pero fue el IV International Congress on Mathematical Education (ICME), celebrado en Berkeley (California) en agosto de 1980, y al que asistimos Ma-



Creación de la Federación Iberoamericana de Sociedades de Educación Matemática.

nuel Fernández Reyes y yo, lo que nos abrió una enorme puerta. Establecimos intercambios con numerosas revistas de todo el mundo, conocimos a figuras como Emma Castelnuovo o Claude Gaulin (al que invitamos posteriormente en varias ocasiones) y sobre todo comprobamos que no estábamos tan desorientados.

Esa semilla plantada empezó a dar otros frutos. En las distintas comunidades autónomas se fueron creando sociedades con los mismos objetivos y en 1989 se tomó la decisión de federarse, poniendo en marcha, entre otras acciones, la revista SUMA, las Jornadas para el Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas (JAEM) y la Olimpiada Nacional.

La idea atravesó el Atlántico. En agosto de 1995, en una reunión celebrada en Santiago de Chile, se habló por primera vez

de crear una federación iberoamericana. Me comprometí a preparar un borrador de estatuto y procuré mantener encendida la llama hasta que, en julio de 2003, procedimos a firmarlos en las XI JAEM celebradas aquí, en el Puerto de la Cruz. La brasileña Celia Carolino fue elegida primera presidenta y yo secretario general.

He querido aportar estas pinceladas de una historia que está por escribir pero que tiene el valor añadido de haber sido una iniciativa que partió del profesorado de a pie (en expresión del recordado Gonzalo Sánchez Vázquez) y se ha mantenido con ese espíritu en todas las fases posteriores. La agilidad e inmediatez que tiene hoy la comunicación hace que podamos estar conectados unos 80.000 profesores y profesoras de todo el ámbito iberoamericano.

## EL RINCÓN DE PENSAR

### Saco de arena

Tenemos un saco con 24 kilos de arena y una balanza de platillos como la de la figura. ¿Cómo podemos hacer para coger exactamente 9 kilos de arena?



Envía tu respuesta a [50math@ull.edu.es](mailto:50math@ull.edu.es) antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx-570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM.

Solución a los retos anteriores en <http://matdivu.webs.ull.es/2019/10/01>

Ganadores del reto nº 4: Alonso Yanes Estévez y Lara González Barrios

Coordinador: Ignacio García Marco

## LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

### Transporte e investigación operativa

Carlos González Martín, ULL

La intercomunicación es una de las características del mundo actual. Tráfico y transporte constituyen actividades trascendentes que pueden sustentarse en ideas y procedimientos desarrollados desde la Investigación Operativa.

En 1975, T. C. Koopmans (1910-1985) y L. V. Kantorovich (1912-1986) recibieron el Premio Nobel en Economía por sus contribuciones a lo que en principio se denominó Activity Analysis y que posteriormente se conoce como Programación Lineal. Paradójicamente, el considerado ‘padre’ de la Programación Lineal, G. B. Dantzig (1914-2005) no fue incluido entre los galardonados.

Los trabajos de Kantorovich, Koopmans y Dantzig se desarrollaron en distintos momentos y por separado. Sin embargo, tienen en común motivaciones relacionadas con el transporte y las



comunicaciones. En el caso de Kantorovich (1939) con la organización y planificación de la producción (incluyendo transporte) en la URSS. Koopmans se ocupó en 1942 de la reorganización y planificación eficiente de parte del tráfico marítimo mundial. También Dantzig trabajó, tras la Segunda Guerra Mundial, en programas de comunicaciones y abastecimiento en zonas necesitadas, introduciendo el Método

del Simplex, segundo algoritmo más usado en el siglo XX.

El magnífico legado de estos pioneros se enriquece con el apoyo de los avances en computación. La imprescindible participación del ordenador permite, bajo el paraguas de la Investigación Operativa, la aplicación eficiente de nuevos algoritmos en la resolución de problemas complejos de conectividad muy importantes en nuestros días.

## JUEGOS DE ESTRATEGIA

### El Juego del Drago

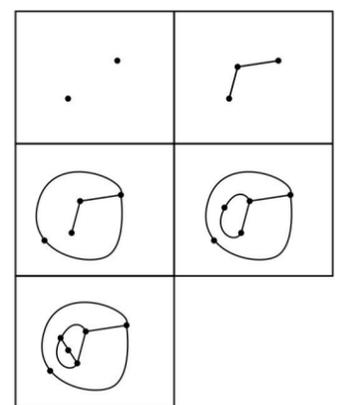
José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz

También conocido como Brotes (Sprouts) o Coles de Bruselas, es un juego para dos o más jugadores inventado por los matemáticos J. H. Conway y M. S. Patterson en 1967.

Para jugar sólo se necesita papel y bolígrafo. Comienza con varios puntos llamados brotes dispuestos como queramos. Pueden ser dos puntos, tres, cuatro,... A más brotes, mayor complejidad.

Alternativamente, cada jugador debe unir con una línea (rama) dos de esos brotes (puede unir un brote consigo mismo), y luego añadir un nuevo brote sobre la rama que acaba de dibujar. Pero ¡jojo!, debe seguir tres reglas:

1. Una nueva rama no puede cortarse a sí misma ni tampoco a otra rama.
2. Una nueva rama no puede



pasar por otros brotes que no sean sus extremos.

3. No pueden salir más de tres ramas de ningún brote.

Cuando no se puedan dibujar más ramas, gana el que haya añadido la última. La partida de la imagen superior finaliza porque, aunque aún quedan dos brotes vivos (con sólo dos ramas), es imposible unirlos sin cortar otra rama (regla 1).

Más información en “19 juegos con papel y lápiz. E. Solomon. RBA.”

Gabinete de Comunicación. ULL

Martin Hairer, una de las figuras más relevantes en la investigación matemática mundial, visitó la Universidad de La Laguna para celebrar los 50 años de estudios matemáticos del centro académico. Hairer habló del Análisis Estocástico, conectado con otras ramas de las Matemáticas, de la necesidad de implicar a los niños en el aprendizaje de esta disciplina y de que a algunos gobiernos solo les interesan los grandes proyectos de investigación.

La de Martin Hairer es una de esas mentes matemáticas que mueven el mundo. Y lo hace desde el campo que domina: las ecuaciones diferenciales parciales estocásticas, un trabajo por el que en 2014 obtuvo la Medalla Fields, el más alto galardón en su disciplina, equivalente al Nobel de Matemáticas.

Este experto mundial, profesor del Imperial College de Londres más centrado en la investigación que en la enseñanza, decidió ser matemático en vez de físico porque "las teorías matemáticas, una vez que las demuestras, se mantienen para siempre".

**Usted trabaja en el área de las ecuaciones estocásticas, algo que, de puertas afuera, parece muy complicado. ¿Se puede predecir lo aleatorio?**

No realmente... Cuando algo es aleatorio no lo puedes predecir. De lo que se trata es de describir cosas, tal y como se hace en las teorías matemáticas de probabilidad. Hay modelos matemáticos muy exactos. Con los dados, por ejemplo, se puede ser muy preciso. Si lanzas los dados al aire pocas veces, no puedes predecir con seguridad lo que te saldrá, pero si los lanzas miles de veces puedes estimar que ciertas cosas que van a pasar serán muy probables y



Martín Hairer. | E.D.

MARTIN HAIRER  
GANADOR DE LA MEDALLA FIELDS

## "Se debería permitir a los niños descubrir las Matemáticas por sí mismos"

otras muy improbables. Lo que no quiere decir que se tenga el control.

**¿Puede darnos algún truco para que los niños pierdan el miedo a las matemáticas?**

Lo importante es hacerles entender que las matemáticas no consisten en aprender unas reglas y luego replicarlas. A nadie le gusta aprenderse cosas para tener que recordarlas, pero es cierto que los profesores tienen que dar los contenidos con cierta premura a niños con distintas habilidades. El quid de la cuestión está en que a los niños se les permita descubrir las matemáticas por sí mismos, involucrándolos para que pregunten y argumenten. Eso es lo que hacemos los matemáticos.

**¿Qué considera que aún queda por hacer o por mejorar en el campo de las matemáticas?**

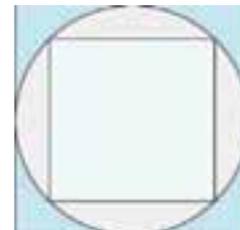
En realidad, hay muchas cosas, pero me gustaría que los gobiernos no se focalizarán tan solo en los grandes proyectos. Muchos matemáticos serían felices con una cantidad anual para viajar, intercambiar opiniones y participar en proyectos internacionales.

### EL RINCÓN DE PENSAR



#### Área de cuadrados

Sin medir los lados ¿cuál es la relación entre el área del cuadrado grande y del cuadrado pequeño?



Envía tu respuesta a 50math@ull.edu.es antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx-570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM.

Solución a los retos anteriores en: <http://matdilu.webs.ull.es/2019/10/01>

Ganadores del reto nº5: Eva Perera y Salvador Jover

Coordinador: Ignacio García Marco

### MATEMÁTICAS PARTE A PARTE

## Geometría y Mecánica

Juan Carlos Marrero

ULL

¿Pueden explicar las Matemáticas por qué un gato cae desde una cierta altura aterriza siempre con las patas? Hay una joven disciplina que da una explicación científica de este hecho: La Mecánica Geométrica.

Esto es una simple anécdota, porque esta parte de las Matemáticas aborda problemas sofisticados de la Dinámica de Cuerpos Rígidos (por eso explica lo del gato), de la Mecánica de Fluidos, de la Teoría de Control, de la Mecánica Cuántica, de la Computación Gráfica o de la Ingeniería Robótica. Los resultados que genera son muy útiles para explicar aspectos interesantes como los que se encuentran en locomoción robótica y biológica, en el control de la posición de satélites y submarinos, o en la dirección de coches y remolques.

La Mecánica Geométrica tra



de abordar problemas de la Mecánica usando métodos de la Geometría, y a pesar de su juventud sus raíces se remontan al trabajo de ilustres matemáticos y físicos de los siglos XVIII, XIX y XX, tales como Euler, Lagrange, Poisson, Hamilton, Lie, Poincaré o Noether. Pero sus orígenes se sitúan en los años 60 del siglo pasado con las contribuciones de matemáticos como Arnold, el Meda-

llista Fields Smale (sinónimo de Premio Nobel en Matemáticas), Souriau, Abraham o Marsden.

Esta teoría ha experimentado un desarrollo espectacular desde los años 70 hasta la actualidad, al que España ha sido ajena. Fruto de ello ha sido la creación de la red matemática nacional *Geometría, Mecánica y Control* (2005), coordinada desde sus inicios por la Universidad de La Laguna.

### LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

## Aquí, magia

Luis Cutillas Fernández

La magia es una disciplina que utiliza las matemáticas para realizar trucos asombrosos, y es uno de los mejores métodos que existen para despertar el interés por nuestra materia en los estudiantes de todos los niveles e incluso en quienes han dejado sus estudios atrás.

Un buen truco de magia atrae la atención del espectador, lo introduce en un mundo de misterio y sorpresa y, sobre todo, lo hace estar receptivo. ¿Existen mejores condiciones para abordar la enseñanza y el aprendizaje?

Ahora bien, hagamos magia. Te propongo que elijas una palabra cualquiera de los dos primeros párrafos de este artículo, cuentes el número de letras que tiene y avances tantas palabras como letras contaste. Si por ejemplo elijas la palabra *matemáticas* contarás

once letras y saltarás once palabras hasta *métodos*, que tiene siete letras y te hará saltar hasta por, que a su vez, al tener tres letras, te llevará hasta en. Sigue así, seguro que vas a AQUÍ.

Participa en el truco, haz el experimento todas las veces que quieras, e independientemente del número de letras que tenga la palabra que elijas te aseguro que siempre te mandaré a donde pone la palabra subrayada AQUÍ.

Por supuesto que hay truco y como siempre, ante todo truco de mago, debemos dudar de los cálculos relámpagos, de las predicciones y sobre todo de los efectos de adivinación del pensamiento.

Lo que hay detrás de este truco es pura ciencia y les invito a justificarlo en base al *Conteo de Kruskal*, quien descubrió el fenómeno en los años setenta del siglo pasado.

# Las matemáticas en el Museo Elder

Jacinto Quevedo Sarmiento

En el proyecto que desarrollé para el diseño y puesta en marcha del Museo Elder de la Ciencia y la Tecnología de Las Palmas de GC, los exhibits (contenidos) de matemáticas ocuparon un lugar estelar, pues en mis visitas previas a centros de la Ciencia pude observar que esta era una carencia de la mayoría. Cuestión aparte era lo presentado por la Cité des Sciences de París, que visité en 1987 con Luis Balbuena. Allí crearon la exposición itinerante 'Horizontes Matemáticos' que trajimos a nuestras islas en el año 90.

Cuando se acercaba la inauguración del Museo Elder, hace justamente veinte años, la Sociedad Canaria Isaac Newton de Profesores de Matemáticas preparaba, de la mano de Lola de la Coba, una exposición itinerante para celebrar el año 2000 (Año Mundial de las Matemáticas). Yo quería que el Museo tuviera una cantidad de exhibits de matemáticas que, al menos, superara los contenidos de las exposiciones itinerantes conocidas tocando aspectos de Geometría, Topología, Probabilidad, Estadística, resolución de problemas y juegos matemáticos. Y así lo hice, con exhibits realizados íntegramente por el personal técnico del Museo se conformó la inauguración y la primera exposición temporal titulada 'Pero..., ¿esto son matemáticas?' que luego se convirtió en contenido perma-



Máquina de movimiento perpetuo de Betancourt. MUSEO ELDER

nente, constituyendo el grueso de su oferta matemática. Fue de gran ayuda en todo el proceso la colaboración de los profesores Luis Balbuena, Fernando Hernández Guarch, Lola de la Coba, José Antonio Rupérez, Manuel García Déniz, Franci Puerta, Mariano Martínez, J.M. Pacheco, Florencio Brook y José Antonio Mora.

Quiero dejar constancia del contenido matemático presentado, por si puede orientar a colegas que deseen emprender acciones de este tipo.

El mural 'El número mágico: un paseo por la historia de las proporciones y la perspectiva'. Máquinas inteligentes: Ábacos, Pascalina, Sumador de Babbage.

Urna de libros. ¡No me mates, por favor! Ajedrez circular. Anamorfosis. Cubo mágico. Papiro de Rhind. Número de 10 dígitos. Omnipoliedro. Torres de Hanoi. Cubo de Menger. Triángulo de Sierpiński de latas de cola. Puedo volar. Túnel de espejos. Pozo de espejos. ¿Qué es un fractal? Palillos y aceitunas. Cubos rodantes. Cuadrado mágico. Intruso entre platónicos. Selecciona tu poliedro. Hombres y sombreros. Alicia y el bosque del olvido. Bloques deslizantes. Caballos y Damas. Superficies de área mínima. La llave y la cerradura. Euler y las cuatro escuelas. Intercambio de posiciones. Juego de la 'L'. Viva la revolución. Botellas y gráficos. Billar elíptico. Elip-

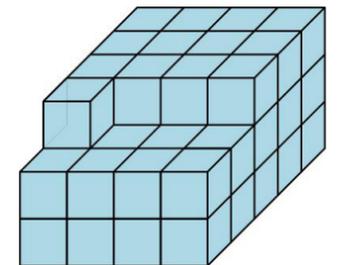
se y jardinero. Cónicas de agua. Mesa de seis sectores: Máquina de Galton, tangram, soma, dados y cometas, a primera vista, el cubo y la termita. Pósters matemáticos. Superficie reglada de hilos. Ventana al mar. Esculturas poliédricas. Mural 'Pioneros'.

Entre los conferenciantes destacaron Claudi Alsina, Luis Balbuena, Miguel de Guzmán o Juan Carlos Dalmasso, y entre las exposiciones temporales el Cubo de Menger, como homenaje al Profesor Luis Santaló y al profesorado argentino, puzzles matemáticos, libros matemáticos del siglo XIX, juegos del mundo, geometría en los puertos o Mat-Calados y formas canarias.

## EL RINCÓN DE PENSAR

### Cubitos pintados

Juntando cubitos pequeños de color blanco formamos la figura del dibujo, y luego pintamos de azul todo el exterior.



Si ahora separamos de nuevo los cubitos, ¿cuántos tendrán cuatro caras pintadas? ¿Y tres caras? ¿Y dos? ¿Y una? ¿Y ninguna?

Envía tu respuesta a [50math@ull.edu.es](mailto:50math@ull.edu.es) antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx-570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM.

Solución a los retos anteriores en <http://matdivu.webs.ull.es/2019/10/01>

Ganadores del reto nº 6: Elena Griñén y Raúl Linares.

Coordinador: Ignacio García Marco

## LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

### Experimentar para mejorar

Roberto Dorta Guerra, ULL

¿Cuándo fue la última vez que realizaste un experimento? La respuesta sería... ¡a todas horas! Al subir en el coche para desplazarte, al cocinar un determinado plato o al entrenar una habilidad. Para aprender de un proceso hay que modificarlo y posteriormente observarlo, en conclusión, experimentar. El cometido es hacerlo de forma eficiente, esto es, con el menor esfuerzo obtener la mayor cantidad de información.

De estos procesos se encarga el 'Diseño Experimental', técnica estadística que surge por la necesidad de optimizar los procesos que nos rodean. Un ejemplo de lo más simple sería cómo hacer cotufas en un microondas. El objetivo es reducir los costos, en nuestro caso el consumo de electricidad, maximizando



el número de cotufas comestibles, que en el argot de diseño de experimentos se denomina variable respuesta. Este ejemplo

tiene algunos factores que podrían modificarse para estudiar su efecto: agregar una pequeña cantidad de aceite, tapar o no el recipiente o incluso la forma de dicho recipiente. Se presentan varias combinaciones que deben ser implementadas en distintas pruebas para obtener finalmente la mejor.

En general, antes de realizar un experimento tenemos una idea de qué factores son los que tienen un efecto sobre la variable respuesta. Su diseño elimina la subjetividad y acota los factores que realmente tienen un efecto sobre lo que se está midiendo. En nuestro ejemplo, el número de cotufas comestibles. El diseño de experimentos permite conectar las Matemáticas con lo real, cuantificando los efectos de los distintos factores sobre el número de cotufas ricas y crujientes.

## JUEGOS DE ESTRATEGIA

### Abalone

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz

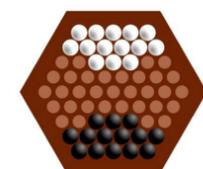
Para dos jugadores, fue diseñado en 1987 por M. Lalet y L. Lévi. Partiendo de la posición inicial de canicas sobre el tablero que se muestra, se mueve por turnos comenzando negras. El objetivo es expulsar del hexágono seis bolas del contrincante, empujándolas. Las normas son:

En cada movimiento el jugador puede desplazar una, dos o tres de sus bolas, que estén contiguas y alineadas, en cualquiera de las seis direcciones del ta-

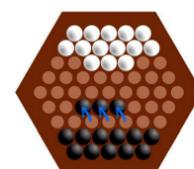
blero. Tanto 'en línea' (adelante o atrás) como 'en flecha' (lateralmente).

El empuje sobre las bolas del adversario sólo es posible mediante un movimiento 'en línea'. Las bolas atacadas deben estar en el mismo eje y el atacante debe tener superioridad numérica. También debe existir una posición libre detrás de la última bola atacada, o bien encontrarse ésta en el borde del tablero. En este último caso, queda expulsada al recibir el 'empujón'.

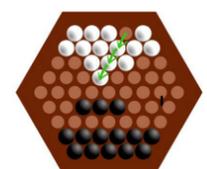
Puede jugar online en <https://onlineabalone.wordpress.com/>



Posición inicial



Movimiento en flecha



Movimiento en línea

JUAN AGUSTÍN NODA GÓMEZ - PRESIDENTE DE LA SOCIEDAD CANARIA ISAAC NEWTON

## “Nuestro principal objetivo es mejorar la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas”

Luis Balbuena Castellano

Juan Agustín Noda Gómez (S/C de Tenerife, 1977) es Doctor en Matemáticas por la ULL y trabaja actualmente en la Enseñanza Secundaria.

**¿Qué significa ser miembro de la Sociedad Canaria Isaac Newton?**

Desde mi punto de vista significa pertenecer a una gran familia motivada por la mejora de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en nuestra comunidad, así como por contribuir al desarrollo de numerosas actividades. Y debo presumir de ellas, por ser muy interesantes y bien desarrolladas.

**La Sociedad acaba de realizar sus XXXVIII Jornadas en La Palma, ¿qué conclusiones saca de su desarrollo?**

Entre todas las actividades para renovación pedagógica que ha desarrollado la Sociedad en sus 41 años de historia, este congreso es el “buque insignia”. Lo primero que se me viene a la cabeza es la satisfacción de observar, una vez más, el entusiasmo, ganas e interés de sus participantes por aprender otras formas de desarrollar la matemática en el aula, con hambre de recursos y al mismo tiempo con generosidad para compartir sus materiales.

Por otro lado, me regocija ver cómo más de 170 compañeros y compañeras de Infantil, Primaria y Secundaria crean vínculos pro-



Juan Agustín Noda Gómez

fesionales entre ellos. Sé que van a ser duraderos y servirán para apoyarse en el desempeño de esta profesión tan difícil, pero a la vez tan apasionante. Añadir que no es habitual esta interrelación de docentes entre etapas, y esto está sucediendo en Canarias gracias al desarrollo del anterior proyecto Newton, movimiento OAOA y Matemáticas Activas, que actualmente confluyen en el proyecto Matemáticas Newton Canarias (MNC), además de los seminarios que se organizan entre estas etapas.

También, el placer de contrastar que la fórmula que introduce de talleres con diversas temáticas desde las XXXV Jornadas, en particular uno para Infantil y Primaria

y otro para Primaria y Secundaria, funciona. Tengo que decir que ahí nació el proyecto MNC. Otro aspecto que me emocionó fue ver cómo responsables de diferentes actividades, pertenecientes a distintas generaciones de la Sociedad, se compenetraban naturalmente en su organización. Una prueba más de que la Sociedad es una gran familia. Todo un lujo. Además, cabe destacar el respaldo de las instituciones, tanto de la isla de La Palma como de la Consejería de Educación, Universidades, Cultura y Deportes, para su desarrollo.

**¿Qué objetivos marcaría para su Sociedad en los próximos años?**

Entre otros muchos, consolidar el Proyecto ProyectoMates con el Cabildo de Tenerife y la Fundación General de la ULL, así como extenderlo a otros cabildos. Consolidar como programa el Proyecto MNC que desarrollamos conjuntamente con la Consejería. Crear la figura de “aprendiz Newton”, esto es, permitir al futuro docente observar cómo trabaja uno de reconocida trayectoria con su alumnado. Crear una guía didáctica del proyecto MNC. Crear una casa-museo de la matemática educativa en cada isla. Nuevas actividades del Instituto de GeoGebra de Canarias... Y seguir luchando por la mejora de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

EL RINCÓN DE PENSAR



Triángulo

Tengo un triángulo con lados A, B y C. Primero mido el lado A más el lado B, y me da 12 cm. Luego mido el lado A más el lado C, obteniendo 11 cm. Finalmente mido el lado B más el lado C, y me da 9 cm. ¿Cuánto mide el perímetro del triángulo?



Envía tu respuesta a 50math@ull.edu.es antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx-570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM.

Solución a los retos anteriores en <http://matdivu.webs.ull.es/2019/10/01>

Ganadores del reto nº 7: Fernando Muñoz e Itahisa Melián.

Coordinador: Ignacio García Mar

LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

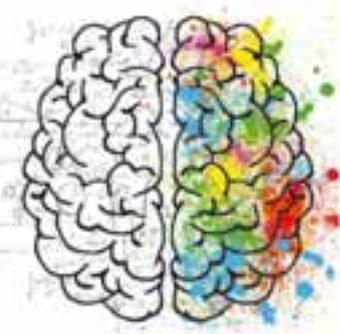
## Neurociencia: el cerebro multidimensional

Josué Remedio Gómez

ULL

Las redes de neuronas se han venido estudiando desde su descubrimiento por Santiago Ramón y Cajal hace algo más de un siglo. Desde el punto de vista de la teoría matemática de los Grafos se trata de estructuras geométricas lineales, pero recientes avances en el campo de la imagen por resonancia magnética han hecho posible que se pueda distinguir una cantidad enorme de información neurológica y entender con más precisión el trazado de las fibras nerviosas, así como el flujo de datos en el cerebro.

El análisis de los datos procedentes de distintas resonancias realizadas a un grupo de voluntarios por parte de investigadores de la Universidad de Pensilvania en 2017, utilizando herramientas matemáticas de la Topología Al-



gebraica, ha puesto de manifiesto la existencia de estructuras funcionales bidimensionales o tridimensionales conectando, de manera desconocida hasta el momento, distintas regiones cerebrales.

Paralelamente y de forma independiente, utilizando una re-

construcción digital de un fragmento del neocórtex (la parte más evolucionada del cerebro), un equipo de matemáticos integrados dentro del proyecto europeo “Blue Brain” ha podido detectar también estructuras de dimensión seis y siete con relevancia a nivel clínico. Los investigadores han encontrado evidencias de que podrían permitir distinguir individuos sanos de otros con ciertas enfermedades, así como predecir un mayor control cognitivo e inteligencia.

Una vez más, las Matemáticas nos permiten traspasar fronteras mostrando un nuevo abanico de posibilidades, esta vez en Neurociencia. L

MATEMÁTICAS PARTE A PARTE

## Álgebra

Área de Álgebra

ULL

La palabra Álgebra se debe al título de la obra “Hisāb al-ġabr wa’l muqābala” (820 d.C.), del matemático árabe Al-Juarismi, que contiene técnicas sistemáticas para resolver ecuaciones de primer y segundo grado. Las matemáticas griegas eran esencialmente Aritmética (estudio de los números) y Geometría (estudio de las formas). Esto les permitía resolver ecuaciones de segundo grado por métodos geométricos, pero la matemática árabe aportó una nueva herramienta: la manipulación simbólica. Con ella fue posible obtener la solución de la ecuación  $ax^2 + bx + c = 0$  en la forma  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ .

Así, la Aritmética evolucionó hacia la disciplina conocida como Álgebra cuando se dejó de operar con números concretos, se pasó a representarlos simbólicamente y se desarrolló un lenguaje adecuado para tal fin. Otro

paso fundamental que convirtió al Álgebra en lo que actualmente se entiende como tal consistió en permitir que dichos símbolos no solo representaran números, y las operaciones fuesen también indeterminadas. Es decir, estudiar expresiones algebraicas como  $a^b$  en las que  $a, b$  pueden simbolizar matrices, vectores, etc., y la operación  $*$  también depende de la naturaleza de lo simbolizado.

Son muchas las aplicaciones de esta parte de las Matemáticas. Por ejemplo, el físico estadounidense Gell-Mann predijo gracias a la Teoría de Grupos la existencia de nuevas partículas (como el hiperón) y fue capaz de estimar su masa. Otro campo desarrollado a partir del Álgebra, los códigos correctores, permite eliminar errores en la transmisión de datos a través de canales ruidosos. También la transmisión segura de un mensaje secreto implica a la Teoría de Grupos, la Aritmética Modular e incluso al Teorema de Fermat.



## El viaje de la Boussole y l'Espiegle

Juan Antonio García Cruz  
ULL

En 1776 dos corbetas al mando de Le Chevalier de Borda, matemático, astrónomo y marino francés, recorrieron las costas occidentales de África desde el cabo Espartel al cabo Verde, incluyendo las islas Canarias. Su objetivo fue realizar un levantamiento hidrográfico de la zona visitada. La expedición, auspiciada por la Academia de Ciencias de Francia, partió de Brest el 23 de mayo y en Cádiz se unieron los marinos españoles José Varela y Luis de Argüedas.

El informe de Borda abarca las operaciones realizadas desde la salida en Brest hasta octubre, y el diario de Varela desde Cádiz hasta la partida del archipiélago canario. Aunque no dan cuenta de las acciones posteriores sabemos que el viaje continuó bordeando la costa de África gracias al registro de Va-

rela, que incluye trece observaciones desde el cabo Bojador al cabo Verde.

El cálculo de las coordenadas geográficas se realizó desde el mar. A tal fin las corbetas se situaban sobre el paralelo del punto a determinar en el cálculo de la latitud, y en el meridiano correspondiente en el cálculo de la longitud.

La latitud se calculó por la altura del Sol y de algunas estrellas en las constelaciones del Dragón, Escorpio y Sagitario. El principal método para el cálculo de la longitud combinó el reloj marino fabricado por Berthoud con el triángulo astronómico formado por el Sol, el Polo Norte celeste y el Cenit del observador. Su resolución, que conlleva el empleo de trigonometría esférica, proporciona la hora del barco. Comparada ésta con la del reloj marino se establece la diferencia horaria entre el observatorio de partida y el barco, fijando

así la longitud de este último. La expedición contó con dos relojes marinos que guardaban la hora del observatorio de París y otro con la hora del observatorio de Cádiz. Para ajustarlos durante el viaje se establecieron las estaciones de Cádiz, Santa Cruz de Tenerife, San Sebastián de La Gomera y de nuevo Santa Cruz de Tenerife.

También se utilizaron otros métodos para el cálculo de la longitud, en colaboración con los observatorios de referencia (Cádiz y París). El 30 de julio Varela fija la longitud de Santa Cruz mediante un eclipse de Luna, y también se utilizaron los eclipses de los satélites de Júpiter. Estos métodos no proporcionan un resultado inmediato, pues hay que volver al observatorio de referencia para fijar la diferencia horaria y por ende la longitud.

Borda realizó además dos mediciones de la altura del pico del Tei-

de, primeras con resultados próximos al real, obteniendo 1905 toesas (3712 m) usando trigonometría y 1940 toesas (3781 m) por el barómetro. Este dato era importante, pues lo utilizaron como referencia para calcular posiciones de puntos desde donde El Teide era visible.

Como resultado de la expedición Borda publicó la "Carte particuliere des Îles Canaries et des côtes voisines d'Afrique" (1780). Varela publicó dos cartas náuticas de la costa de África, incluyendo Canarias, en el "Atlas Marítimo de España" (1787).

GARCIA CRUZ, J.A. (2017). *La carta náutica de las islas Canarias del Caballero de Borda (1780)*. Universidad de La Laguna. IECAN.

GARCIA CRUZ, J.A. (2019). *El viaje de José Varela y Ulloa por la costa de África y las islas Canarias (1776)*. Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

### EL RINCÓN DE PENSAR



#### Filas en una comparsa

El director de una comparsa es muy amante del orden. Un día, en un ensayo, decide formar a los bailarines en filas de 4, pero se da cuenta de que le sobra uno. Lo intenta con filas de 6 y también le sobra un bailarín. Una vez más, lo intenta con filas de 5 y le sigue sobrando uno. Si la comparsa tiene menos de 100 bailarines ¿Cuántos fueron al ensayo?



Envía tu respuesta a 50math@ull.edu.es antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx-570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM.

Solución a los retos anteriores en <http://matdive.webs.ull.es/2019/10/01>

Ganadores del reto nº 8: Ana Moreno e Ibai Noda.

Coordinador: Ignacio García Marco

### LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

## Doblamos las Matemáticas

M<sup>a</sup> Isabel Borges Pérez

Qué difícil resulta, en muchas ocasiones, enganchar al alumnado en una disciplina tan abstracta como las Matemáticas. Es curioso darse cuenta de que su desarrollo empezó con la Geometría, el mundo que podemos tocar y ver.

Y aquí es donde juega un papel importante la papiroflexia. No hay muchas actividades que conecten la mano, el ojo y el cerebro, y hacer papiroflexia es una de ellas. Desarrolla la lateralidad, la creatividad y la psicomotricidad fina, y ejercita la memoria visual. Es un arte que juega con un trozo de papel y una serie de movimientos que nos permiten obtener ángulos importantes, como los de 30°, 45°, 60° o 90°. También obtenemos partes del total: la mitad, la cuarta, la tercera, la quinta parte... o nos movemos en el mundo del plano y del espacio con la construcción de polígonos regulares o poliedros, acercándonos al mundo físico y haciéndolo más comprensible.



Entre las muchas ventajas de esta materia está el poder demostrar teoremas como el de Pitágoras.

El estudio del mapa de cicatrices, que es el patrón de líneas que quedan marcadas en el papel después de elaborar una figura, ha permitido desarrollar diseños para que el plegado de cajas, sombrillas o casetas de campaña ocupen el menor espacio posible. Las pro-

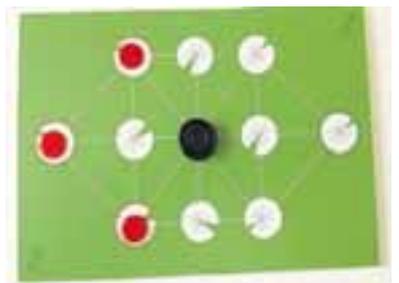
fezoras que formamos el grupo "Tinerflecta" usamos la papiroflexia en las clases de Geometría facilitando el trabajo en equipo y la comunicación del alumnado. En esta época, donde lo digital y tecnológico manda sobre otras herramientas, la utilización de esta disciplina se convierte en un valioso recurso para el aprendizaje de las Matemáticas.

### JUEGOS DE ESTRATEGIA

## Napoleón y los ingleses

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz

Para dos jugadores, se le conoce también como "Juego militar francés", "El gigante y los enanos", "El zorro y los gansos"... Según un estudio de E. Lucas publicado recientemente por Ed. NIVOLA, se diseñó por 1886 a partir de la propuesta de un militar llamado Dyen. Para jugar, se coloca sobre el tablero una ficha negra (Napoleón) y tres rojas (soldados ingleses), tal como indica la imagen. Un jugador será Napoleón y otro los soldados, y mueven por turnos comenzando estos últimos. Pueden mover un paso hacia una celdilla vacía, Napoleón en cualquier dirección y



Conway, Guy: *Winning Ways for your Mathematical Plays* Vol. 2, Academic Press (probablemente el mejor libro sobre juegos y estrategia).

PEDRO LUIS CASASÚS LATORRE - PROFESOR DE LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

# “No hace falta ser un genio para ser un excelente matemático”

Domingo Hernández Abreu  
ULL

Pedro Luis Casasús Latorre (Zaragoza, 1953) es actualmente profesor de la Universidad Politécnica de Madrid, y su investigación se enmarca en el área de la Matemática Aplicada. Fue profesor en la Universidad de La Laguna desde 1978 a 1988. Es además presidente y director del Laboratorio de Computación del Instituto RIELO para el Desarrollo Integral (Nueva York).

**Han pasado tres décadas desde que usted dejó de ser profesor de la ULL, y ha ocupado desde entonces puestos en varias universidades nacionales y extranjeras. ¿Cómo valora la evolución de esta universidad y de las Matemáticas que en ella se desarrollan?**

Mi impresión es que se ha conseguido algo que otras universidades no han logrado, y es una continuidad en el interés de los alumnos y un nivel de investigación nada fácil de alcanzar.

**Como experto en Matemática Aplicada, ¿es verdad que las Matemáticas se aplican?**

Ciertamente. Creo que especialmente hoy constituyen una “tercera vía” en el método científico, pues además de la experimentación y la deducción, permiten la simulación numérica a través de la computación masiva o modelos cualitativos. Sirva como ejemplo la simulación numérica



Pedro Luis Casasús Latorre.

simultánea de evolución de un tumor y de las diferentes terapias posibles.

**¿Qué perspectivas ve para las Matemáticas en los próximos diez o veinte años? ¿Qué puede aportar la computación cuántica?**

Las dos preguntas están relacionadas, pues la computación cuántica parece estar rompiendo el cascarón y promete ser una nueva dimensión para abordar los problemas complejos que hoy se tra-

tan con algoritmos paralelizados y miles de procesadores. Pero también hay problemas aún intratables, como lograr modelos realistas de la fisiología y la forma de operar del cerebro. No podemos olvidar las ideas innovadoras que permiten implementar algoritmos de “filosofía” muy diferente. Todo un mundo de problemas que están siendo actualmente considerados son los llamados de multifísica (fluidos reactivos + combustión + turbulencia, por

ejemplo), o de complejidad elevada debido a escalas muy diferentes, como es el caso de los modelos de clima.

**¿Qué consejos le daría a un estudiante que esté valorando elegir una carrera como Matemáticas, o esté iniciando sus estudios en la misma? ¿Qué habilidades se necesitan para ser matemático y qué habilidades aporta serlo?**

Recordaría a los nuevos estudiantes que no hace falta ser un genio para ser un excelente matemático. Pero sí hace falta un entusiasmo y una perseverancia que van creciendo según vamos conociendo la belleza de nuestro campo. Es un gran estímulo el diálogo y el aprendizaje que tiene lugar cuando trabajamos con expertos o profesionales de otras áreas, lo cual es muy natural para quien se dedica a la Matemática Aplicada. Creo que curiosidad, paciencia y tenacidad son cualidades que suelen ver en bastantes excelentes matemáticos.

**Usted es una persona sensible a las desigualdades e involucrada en actividades de índole social. ¿Cree que las Matemáticas pueden contribuir a una sociedad más justa y equilibrada?**

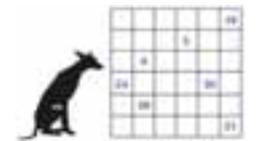
Sin duda. No sólo por los problemas que puede abordar en la investigación o por su papel en otras materias, sino también por cómo ayuda a moldear la inteligencia de un joven.

EL RINCÓN DE PENSAR



Podenco

Esta es la historia de un podenco canario muy organizado. Tanto es así, que recorrió todas las casillas de un campo cuadrado, avanzando unas veces en horizontal y otras en vertical. Llamó “número 1” a la primera casilla que visitó, y fue numerándolas a partir de ahí, sucesivamente, a medida que las recorría. En la figura te mostramos algunos de los pasos de su recorrido. ¿Serías capaz de reconstruirlo por completo?



Envía tu respuesta a 50math@ull.edu.es antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM.

Solución a los retos anteriores en <http://matdivu.webs.ull.es/2019/10/01>

Ganadores del reto nº 9: Francisco Morales y Ana Perera.

Coordinador: Ignacio García Marco

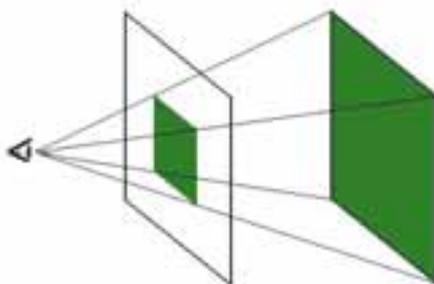
LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

## Pintando con ojos matemáticos

David Iglesias Ponte  
ULL

Durante siglos, los pintores medievales dibujaron escenas con figuras estilizadas de alta carga simbólica, pero poca relación con el mundo real. Al llegar el Renacimiento, artistas como Da Vinci o Durero revolucionaron la pintura. Estudiaron la perspectiva, la manera en que una persona representa los objetos tridimensionales en una superficie plana, fundamental para mostrar el tamaño y la posición que ocupan en el espacio y conseguir un realismo que no se había obtenido anteriormente.

Para ello, imaginaban que desde cada punto de la escena salía un rayo de luz en dirección a su ojo y que el lienzo era una pantalla de cristal interpuesta entre la escena y el observador. Matemáticamente, la operación de tomar esos rayos de luz y determinar a qué punto del lienzo corresponden se denomina proyección, y es una de



las operaciones elementales de la llamada Geometría Proyectiva. En esta geometría el espacio se extiende añadiendo los puntos del infinito, formalizando de esta manera el efecto visual de la perspectiva en el cual las líneas paralelas parecen cortarse a lo lejos.

Pero la Geometría Proyectiva no sólo se ocupa de las proyecciones y la perspectiva, sino que también incluye a las cónicas que había estudiado Apolonio en la anti-

gua Grecia y que fueron utilizadas por Johannes Kepler para describir el movimiento de los planetas alrededor del Sol. Entre los siglos XVII y XIX se produjo el apogeo de la Geometría Proyectiva y, aunque desde principios del siglo XX había perdido impulso como teoría matemática pura, ha ganado de nuevo importancia por su utilidad en los métodos y algoritmos utilizados en la reconstrucción de imágenes por ordenador.

MATEMÁTICAS PARTE A PARTE

## Análisis Funcional

Antonio Martín  
ULL

A finales del S. XIX se clarificaban los conceptos principales del Análisis Matemático, cuya noción central es la de función y las relacionadas de límite, continuidad, derivada, integral... En ese proceso surgieron nuevas disciplinas como la Teoría de Conjuntos, la Topología General y el Álgebra Lineal, y en el ámbito propio del Análisis se estudiaban las ecuaciones diferenciales e integrales. Resultó muy útil trabajar con espacios de infinitas dimensiones cuyos “puntos” eran funciones. El Análisis Funcional nace para estudiar esos espacios y las transformaciones entre ellos.

D. Hilbert (1862-1943) estudió un espacio cuyos ‘puntos’ son sucesiones, generalización natural de los usuales de dos y tres dimensiones. Otros matemáticos pensaron en espacios de funciones que llamaron ‘de

Hilbert’, con un papel destacado en la Mecánica Cuántica.

Gracias al trabajo de matemáticos franceses, especialmente de H. Lebesgue (1875-1941), surgió la Teoría de la Medida, que permitió ampliar la noción de integral y la consideración de más espacios de funciones.

Un salto hacia la abstracción fue dado por S. Banach (1892-1945), con los conocidos como “espacios de Banach”. Los “espacios vectoriales topológicos”, más generales aún, fueron utilizados por L. Schwartz (1915-2002), matemático francés que recibió la Medalla Fields en 1950, para elaborar la Teoría de las Distribuciones, que ofrece soluciones a ecuaciones físicas.

El Análisis Funcional mantiene una intensa actividad investigadora, en la que participan diferentes grupos españoles. Manuel Valdivia (1928-2014) jugó un papel destacado en su desarrollo.

# Descartes y la matematización de la naturaleza (I)

José Luis Montesinos Sirera

Fundación Canaria Orotava de

Historia de la Ciencia

En 1610, René Descartes tenía catorce años y estudiaba en el colegio jesuita de La Flèche. Ese mismo año, un jesuita frustrado asesinaba al Rey de Francia Henry IV poniendo las bases de una cruenta guerra de religión que pronto se desarrollaría en Europa. También en 1610 Galileo descubría, con la ayuda de un elemental telescopio, cosas inauditas en los cielos que iban a confirmar sus creencias copernicanas: montañas en la Luna, satélites en Júpiter, fases crecientes y decrecientes en Venus, como si de la Luna se tratara. Creyó saber con aquellas experiencias de los sentidos algo que ya sabía con la especulación matemática: Que la teoría copernicana, el heliocentrismo, no era solo uno más de los modelos que “salvaban las apariencias” celestes, sino que era la explicación real, física, del Mundo, esto es, del hoy llamado sistema solar.

Cuando el joven y enfermizo René Descartes, René le Poitevin, dibujaba triángulos en su lecho tibio y confortable del colegio de la Flèche, quedaba maravillado por la impecable sucesión de razonamientos que conducían a la demostración de propiedades como aquella: “Las tres alturas de un triángulo se

cortan en un punto, el ortocentro”. Le maravillaba sobre todo que aquella propiedad fuese válida para los infinitos triángulos que considerarse pudiesen. Certidumbre e Infinitud, frente a lo Finito e Incierto que lo rodeaba. La belleza de la Geometría iba a marcar el resto de su vida.

Bien es verdad que para la demostración de aquellos teoremas era necesaria la intuición, una profunda visión espacial y una “idea feliz”, que no siempre se encontraba. Más adelante, con la invención de la Geometría Analítica que algebriza la Geometría asociando a cada punto del plano una pareja de números, él mismo conseguiría “democrati-

zar” la Geometría, no haciendo ya necesaria la idea feliz. Ahora bastaba el Cálculo, seguramente largo y trabajoso, y el Método. Ciertamente, esa geometría euclídea necesitaba de unos principios axiomáticos evidentes y apropiados, y Descartes admiraba la sabia elección de ellos que hiciera Euclides (poco sospechaba que muchos años después se establecerían otras geometrías, no euclídeas, tan “ciertas” como aquella, cambiando los axiomas, aunque diesen resultados alejados de nuestro sentido común)

¿Y si esa certeza de la Geometría se pudiese conseguir también para la Física, para las Ciencias de la Naturaleza?



Descartes, IMPRESIONADO POSITIVAMENTE por la belleza y certidumbre de las demostraciones geométricas y de los teoremas de Euclides y Arquímedes, IMPRESIONADO NEGATIVAMENTE por “las cien interpretaciones” que de una misma cosa podían hacerse y se hacían en aquel mundo renacentista que le tocó vivir ya en sus postrimerías, va a dar un NO AL RELATIVISMO y un SÍ A LA RACIONALIDAD y a “la interpretación única” como ciertamente daba la Matemática. ¿Sería posible aplicar la Matemática a la Física, en contra del dictamen aristotélico? ¿Estaría escrito el libro de la Naturaleza en lenguaje matemático como osadamente había anunciado Galileo?

El 10 de Noviembre de 1619, en una pensión alemana, junto a una estufa que irradiaba un calor protector, Descartes tiene un sueño en el que se le revela un Método Maravilloso, con el que con la ayuda de Dios y el sabio uso de las Matemáticas podrá resolver cualquier problema por difícil que este fuese.

Diez años después, Descartes con 33 años escribirá, osadamente, a su amigo el padre Mersenne:

“He decidido explicar todos los fenómenos de la Naturaleza, es decir, toda la Física”

¡Y AHORA SÍ QUE LE HARÁ FALTA DIOS Y AYUDA!

## EL RINCÓN DE PENSAR



### La contraseña de mi primo

Mi primo es muy supersticioso y no le gusta el número 13. Es por eso que cuando tuvo que escoger una contraseña de cuatro dígitos para su cuenta en el banco, no quiso poner el 3 inmediatamente después del 1.

¿Entre cuántas contraseñas distintas pudo elegir mi primo?

Envía tu respuesta a [50math@ull.edu.es](mailto:50math@ull.edu.es) antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx-570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM.

Solución a los retos anteriores en <http://matdivu.webs.ull.es/2019/10/01>

Ganadores del reto nº 10:  
Dahiana Cappetta y Omar Oudeh.

Coordinador:  
Ignacio García Marco

## LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

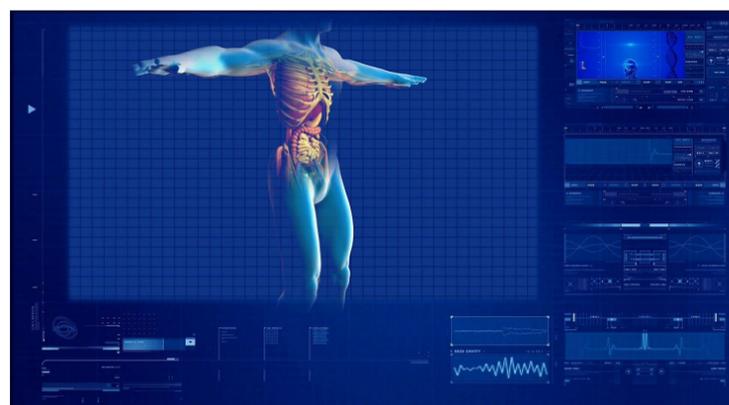
### ¿Somos Matemáticas?

Clara Rodríguez Pérez

Cuando pensamos en Matemáticas y Medicina, podríamos creer que más allá de la Estadística no hay aplicaciones directas de una ciencia en la otra. Pero lo cierto es que las Matemáticas nos permiten comprender muchos fenómenos biológicos que ocurren en nuestro cuerpo, así como las relaciones que creamos con nuestro entorno.

Por ejemplo, las ecuaciones diferenciales se emplean en Biología Molecular para modelizar la interacción entre fármacos y enzimas, en Epidemiología para predecir cómo se propagará un virus o en Neurología para analizar la transmisión de las señales nerviosas.

La Geometría y la Topología se aplican en Oncología para anali-



zar la forma de los tumores o en Óptica y Neurología para estudiar el cerebro, las redes neuronales y las oculares.

Los modelos continuos y los elementos finitos son de gran utilidad en Cardiología para modelar el corazón y el sistema circulatorio, o en Oncología para comprender el impacto de las vibraciones mecánicas producidas

por la radioterapia.

Por supuesto, en los campos de la Bioinformática y de la Biotecnología no faltan las Matemáticas para analizar la estructura de las proteínas, estudiar el ADN o diseñar prótesis.

Y es que como dijo Galileo Galilei ya en el siglo XVII: Este libro (el de la naturaleza) está escrito en lengua matemática.

## JUEGOS DE ESTRATEGIA

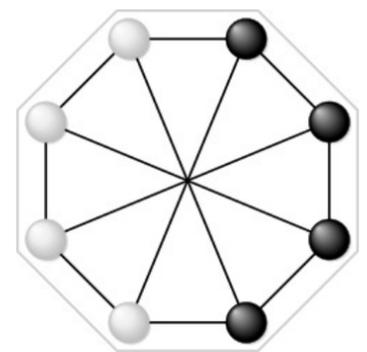
### Mu Torere

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz

Es un juego de origen maorí para dos jugadores, y sus partidas son rápidas. Se juega sobre un tablero y cada jugador dispone cuatro fichas de distinto color o forma que las de su oponente. La imagen muestra la forma del tablero y la posición inicial de las fichas.

Los jugadores, por turno, podrán mover una de sus fichas a un espacio vacío adyacente. Pero ojo, sólo se podrá mover una ficha al espacio central si es adyacente a una del contrario. Quien consiga inmovilizar las fichas del adversario será el ganador.

Existen 46 posiciones posibles en el juego (descartando rotaciones y posiciones repe-



tidas pero invertidas de lado). Son 8 con el centro vacío, 19 con una pieza negra en el centro y 19 con una blanca en el centro. Descartando también las configuraciones equivalentes pero con los colores invertidos, se llega a tener 26 posiciones básicas.

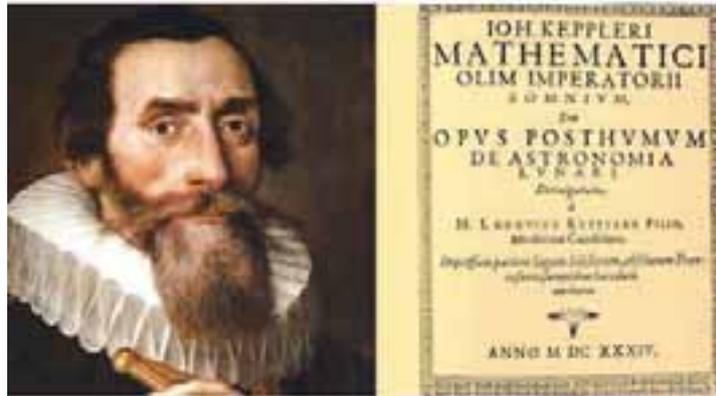
Para más información visitar <https://www.youtube.com/watch?v=5Dy7YcMQS38>

# Descartes y la matematización de la naturaleza (II)

José Luis Montesinos Sírera  
FUNDACIÓN CANARIA OROTAVA DE HISTORIA DE LA CIENCIA

Descartes en 1619 -hace ya cuatrocientos años- había decidido que la Matemática era necesaria para estudiar con fundamento los fenómenos naturales. En realidad, ya cien años antes, Agrippa de Netesheim había dicho que la Matemática era completamente necesaria... a la Magia (en una frase similar a la que muchos años después escribiera Galileo, sobre el "libro escrito en lenguaje matemático"). Se trataba entonces de la matemática de los números, de la numerología. Agrippa era un Mago, un personaje renacentista, que pretendía tratar de entender las cosas de la Naturaleza a través de la intuición y de la reflexión, partiendo de la premisa de que el Universo estaba ordenado, que existía un orden en la Naturaleza, instaurado ciertamente por el Dios Cristiano, Creador Todopoderoso.

Veinte años antes de 1619, Johannes Kepler, el gran astrónomo, según él mismo y como tal, "Sacerdote Matemático de la Obra Divina", había declarado que "la Geometría era co-eterna al espíritu de Dios". Kepler había querido ser teólogo pero resultó ser un astrónomo de una precisa habilidad cuantificadora. Es difícil, para la mentalidad de hoy, hacerse una idea de la dualidad en la personalidad kepleriana. De una parte una exquisita y certera cuantificación de las medidas astronómicas que aceptaba, y de otra su fantástica topología planetaria de los sólidos regulares. De una parte las famo-



sas "leyes" que conseguiría, y que servirían a Newton para montar su Cosmología, y de otra sus escritos en que se atribuye a Dios una voluntad cuantificadora en la Creación, a instancias de aquella Geometría que era co-eterna a su Persona misma. Él, Kepler, no era más que un humilde servidor de ese Dios matemático.

Y Descartes había leído a San Agustín, las Confesiones, que le influyó notablemente, y se dijo que algún día él escribiría las suyas (El Discurso del Método). Consciente de su finitud y de las limitaciones de los seres humanos ante la inmensidad de lo desconocido, que se iban revelando más y más con los telescopios cada vez mejores, la idea de que Algo o Alguien debería conocer y controlar esa inmensidad se le hacía presente al joven Descartes. Agustín de Hipona había, en el siglo IV, escogido como

tal al Dios Cristiano, conocedor infinito de esa infinitud, mal que le pesara a Aristóteles, que aborrecía el infinito actual.

Para Descartes, el Dios Cristiano será también el firme basamento de toda su Visión del Mundo, de su Cosmogonía. La otra pieza clave de su pensamiento será la Razón Matematizante, que a la larga se revelará incompatible con la idea del Dios Creador. El Dios de Descartes era como un amigo todopoderoso, un socio necesario en una empresa que le divierte, aristocráticamente, la de explicar el Mundo. No está obsesionado, como Galileo, por escalar en la sociedad y ser reconocido, aunque sí quiere ser considerado como el nuevo Aristóteles de la Cristianidad. Es vanidoso, pero consigo mismo. Su Dios es un Dios intelectual, racional, con poderes infinitos, más allá de los racionales. No

es un Dios amoroso, pero es cómplice. Espejo en el que la extraordinaria imaginación cartesiana se reconoce.

En 1637, Descartes publica finalmente El Discurso del Método, en el que dice:

"Las largas cadenas de razones, todas sencillas y fáciles, de que acostumbran los geómetras a servirse para llegar a sus más difíciles demostraciones me habían dado ocasión para imaginarme que todas las cosas que puedan caer bajo el conocimiento de los hombres se siguen también las unas de las otras de esta manera, y solo con cuidar de no recibir como verdadera ninguna que no lo sea y de guardar siempre el orden en que es preciso deducirlas unas de otras, no puede haber ninguna tan remota que no se pueda llegar a ella, ni tan oculta que no se la pueda descubrir".

## EL RINCÓN DE PENSAR



### Números capicúas

Un número es "capicúa" si se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. Por ejemplo, el 17071 es un número capicúa de 5 dígitos. Este nombre proviene del catalán, donde "cap i cua" significa "cabeza y cola". Pero: ¿Hay más números capicúas de tres dígitos o bien de cuatro dígitos?



Envía tu respuesta a [50math@ull.edu.es](mailto:50math@ull.edu.es) antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx-570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM.

Solución a los retos anteriores en <http://matdivu.webs.ull.es/2019/10/01>

Ganadores del reto nº 11: Boris Bagemihl y Sofía López Herrera.

Coordinador: Ignacio García Marco

## LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

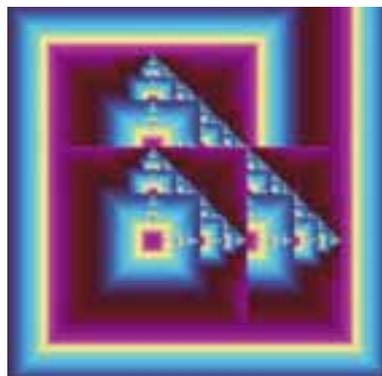
### Geometría Fractal

Esther Rodríguez Pérez

La Geometría Fractal es una rama de las Matemáticas creada durante el siglo XX, y trata de modelar y describir muchos fenómenos naturales y experimentos científicos. El término "fractal" fue acuñado por Benoit Mandelbrot en su libro "Geometría Fractal de la Naturaleza" publicado en 1982.

Es difícil dar una definición clara y asequible a todo el mundo de lo que es un fractal, pero existen dos conceptos determinantes:

Muchos fractales son objetos cuya estructura se repite a diferentes escalas, es decir, tienen la propiedad de la "autosimilitud". Una figura geométrica es autosimilar si al ver una de sus partes con lupa reconocemos la forma de toda la figura de nuevo. Sin embargo, existen objetos fractales que no tienen autosimilitud y es por ello que hay que hacer uso del concepto de "di-



mensión". Si una línea recta tiene dimensión uno y un plano tiene dimensión dos, los fractales se comportan de manera diferente: son "más que líneas" y al mismo tiempo "menos que áreas". Por eso se dice que su dimensión es frac-

cionaria o no entera. La Geometría Fractal se aplica actualmente en campos tan diversos como la Medicina, la Economía, la Meteorología... También se está utilizando en la creación de paisajes para películas de animación o videojuegos.

## MATEMÁTICAS PARTE A PARTE

### Investigación Operativa

Joaquín Sicilia Rodríguez  
ULL

Además de las disciplinas matemáticas clásicas, existen otras ramas más aplicadas que abordan problemas reales formulándolos matemáticamente para luego aplicar técnicas que permitan obtener soluciones. Una de las más recientes es la Investigación Operativa (IO), que usando una adecuada metodología, con técnicas generales o específicas, "investiga" la forma más precisa de "operar" con los recursos disponibles para obtener los mejores resultados al realizar un proyecto.

La IO intenta dar respuesta a la forma de actuar ante diferentes alternativas de problemas en la vida real, siendo su filosofía la toma de decisiones acertadas y el comportamiento a seguir ante varias opciones. Por

ejemplo, se ocupa de estudiar de forma científica la logística del transporte, planificación de la producción, compra de materiales, gestión de stocks, políticas de recursos humanos e inversiones, etc. Mediante modelos matemáticos adecuados se muestran las alternativas de que dispone el decisor, de forma que éste pueda elegir una que produzca resultados óptimos, o al menos satisfactorios de acuerdo con uno o varios criterios de utilidad.

La aplicación de la IO permite adelantarse, estimar los posibles escenarios y elegir la mejor opción tras el correspondiente análisis riguroso. Por ello es pieza clave en la actividad diaria y en la evolución futura de empresas y organizaciones, siendo una parte de las Matemáticas en alza y en pleno desarrollo.

# Descartes y la matematización de la naturaleza (III)

José Luis Montesinos Sirera

Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia

¿Cuáles son las reglas de ese maravilloso Método Cartesiano?

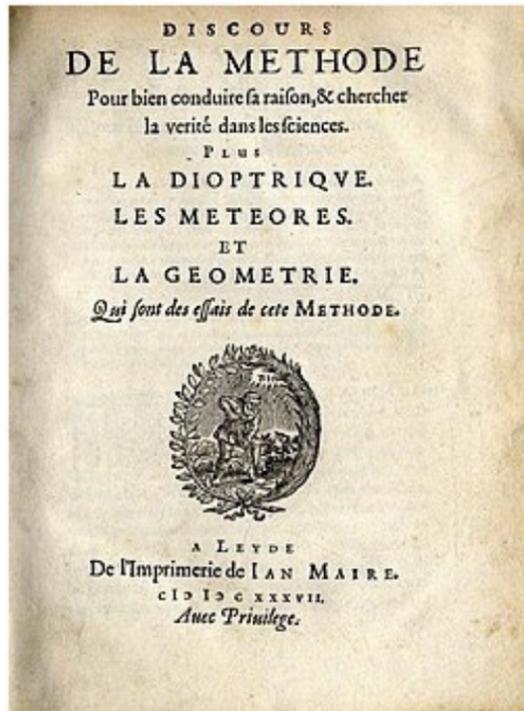
La primera consiste en no admitir cosa alguna como verdadera, si no se la había conocido evidentemente como tal. Es decir, con todo cuidado debía evitar la precipitación y la prevención, admitiendo exclusivamente en mis juicios aquello que se presentara tan clara y distintamente a mi espíritu que no tuviera motivo alguno para ponerlo en duda.

La segunda exigía que dividiera cada una de las dificultades a examinar en tantas parcelas como fuera posible y necesario para resolverlas más fácilmente.

La tercera requería conducir por orden mis reflexiones comenzando por los objetos más simples y más fácilmente cognoscibles, para ascender poco a poco, gradualmente, hasta el conocimiento de los más complejos.

Según el cuarto y último de estos preceptos debería realizar recuentos tan completos y revisiones tan amplias que pudiese estar seguro de no omitir nada.

Descartes no publicará su “Método” hasta después de haberlo probado con éxito en materias como la Geometría, la Óptica



y la Meteorología y contribuirá en gran manera a la superación del modelo aristotélico, al mantener el ambicioso proyecto de dar una nueva explicación del Mundo que englobase todos sus aspectos: físicos, matemáticos, cosmológicos, metafísicos y morales.

“La Geometrie”, publicada como apéndice del “Método”, consta de tres libros de muy difícil lectura “...que no podrá ser leído sino por aquellos que ya tienen conocimientos de lo que se expone en los estudios de

Geometría...”. Pero Descartes ha dado el fundamental paso al Álgebra, al uso de letras que permitirán, al dotar de una notación ágil a la Geometría, salir de la parálisis en que se encontraba. Descartes “democratiza” la Geometría, al pasar del mundo de las formas al de los números, lo que supone una mecanización de los problemas mentales a seguir para la resolución de un problema. Pero Descartes se cansa de resolver “todos” los problemas de las Matemáticas y decide pasar a co-

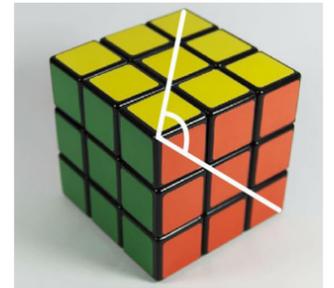
sas más serias:

“He decidido abandonar la geometría abstracta, es decir, la consideración de cuestiones que solo sirven para ejercitar la mente, para estudiar otro tipo de geometría que tiene por objeto la explicación de los fenómenos de la naturaleza”

Descartes ha escogido inicialmente la Óptica como ilustración física de su Método: La geometría de la luz. Más adelante el subtítulo de su capital obra “El Mundo”, sería también el de “Tratado de la Luz”. Descartes usó la “idea de la luz” como una poética conexión que ligaba los Cielos y la Tierra y al mismo Hombre. El Sol y las Estrellas la producían, los cielos la transmitían, la tierra y los planetas la reflejaban y era a través de la luz que el hombre veía los trabajos de la creación. Descartes explica el fenómeno de la Refracción de la Luz, manteniendo como Aristóteles que la luz se transmite instantáneamente. Más adelante dará la primera explicación no mítica del Arco Iris en su Meteorología.

“El arco iris es una maravilla de la Naturaleza (...) y siendo su causa tan poco conocida, no podría escoger otro tema más apropiado para mostrar cómo poniendo en práctica el método que sigo, se puede acceder a conocimientos que no habían sido alcanzados”.

## EL RINCÓN DE PENSAR



### El cubo de mi hermana

Sobre dos caras del cubo de Rubik de mi hermana dibujé con rotulador blanco las diagonales que se ven en la imagen. ¿De cuántos grados es el ángulo que forman esos segmentos?

Envía tu respuesta a [50math@ull.edu.es](mailto:50math@ull.edu.es) antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx-570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM.

Solución a los retos anteriores en <http://matdivu.webs.ull.es/2019/10/01>

Ganadores del reto nº 12: Bárbara Mesa y Saúl Cabrera

Coordinador: Ignacio García Marco

## LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

### Danza y Matemáticas

Judit Mendoza Aguilar. ULL

Las Matemáticas han servido a lo largo de la Historia del Arte como lenguaje o argumento, bien aportando los elementos básicos de una obra, sirviendo de concepto a representar o inspirando su escondida estructura. En particular la Danza es, dentro de las distintas disciplinas artísticas, la que maneja uno de los lenguajes más abstractos, como ocurre con las Matemáticas dentro de las Ciencias. Si las Matemáticas se codifican con símbolos, la Danza por su parte se codifica con movimientos que escribe el cuerpo.

Con los axiomas en Matemáticas, gracias a la imaginación y a las leyes de la lógica, se construyen edificios matemáticos sólidos: los teoremas o verdades eternas. Sucede lo mismo en Danza. El significado lo imprime la creadora según el concepto a representar, estableciendo unas



pautas que combinadas con honestidad y creatividad consiguen que lo expresado en escena transmita, transforme, mueva o conmueva hasta hacernos plantear cuestiones que trascienden lo cotidiano hacia lo eterno. Ambas disciplinas comparten asimismo la intensidad del proceso creativo hasta alcanzar el eureka o quod erat demonstrandum.

Como decía Sofía Kovalevskaya,

ya, las Matemáticas obligan a tener un espíritu de poeta, por esa necesidad de ver en profundidad lo que otros no ven. Tanto en Arte como en Ciencia existe un compromiso con la pregunta que nos mueve, un mismo motor y un placer humanizador en el momento del parto, de compartir el resultado con el mundo, que nos acerca un poco más a las grandes preguntas en una búsqueda sin fin.

## JUEGOS DE ESTRATEGIA

### Reversi (u Othello)

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz

Para dos jugadores, consta de un tablero de 8x8 y 64 fichas con caras de distinto color, negro y blanco, que pueden darse la vuelta durante el juego (de ahí su nombre). Fue creado en 1880 en el Reino Unido y las normas actuales se fijaron en 1971, momento en que pasó a denominarse “Othello”.

A cada jugador se le asigna un color y recibe 32 fichas. Juegan por turnos a partir de la posición inicial que muestra la imagen, comenzando negras. Los jugadores deben colocar una ficha en una casilla vacía de manera que dos fichas de su color encierren en línea y sin espacios libres una o varias fichas del contrario (sea en horizontal, vertical o diagonal). Si un jugador no puede realizar un movimiento de este tipo,



debe pasar el turno al contrario.

Las fichas encerradas se dan la vuelta, cambiando de color. Es posible que se produzcan “capturas” en varias direcciones simultáneamente, girándose todas las cadenas de fichas capturadas.

Cuando ninguno de los jugadores puede hacer más movimientos (pueden quedar casillas vacías) gana el que tenga más fichas de su color sobre el tablero.

Para jugar en línea: <https://playpacer.com/juego-reversi/>

Para saber más: Revista NÚMEROS, volumen 82.

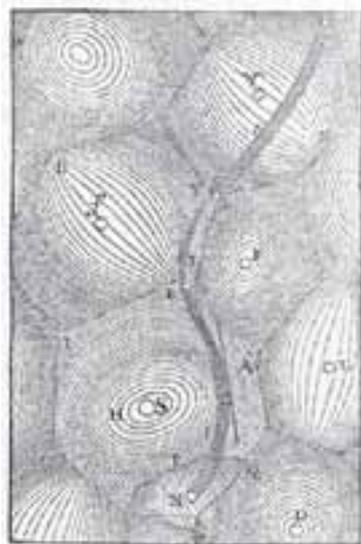
# Descartes y la matematización de la naturaleza (IV)

José Luis Montesinos Sirera

FUNDACIÓN CANARIA OROTAVA DE HISTORIA DE LA CIENCIA

Descartes explicó el Mundo con la Teoría de los Vórtices. Desde que Galileo dirigiera su telescopio a la Luna era solo cuestión de tiempo encontrar una justificación de los movimientos planetarios distinta de la aristotélico-ptolemaica, y ello requería una explicación en términos de física terrestre, una vez comprobada la idéntica naturaleza de los planetas y la Tierra. Ya en el siglo XV, el pensador renacentista Giovanni Pontano, poeta y diplomático napolitano, en lugar de la complicada explicación ptolemaica de los epiciclos, encontraba mucho más natural considerar ANIMÍSTICAMENTE que los planetas se movían en el espacio como los pájaros en el aire o los peces en el mar. Habría un fluido espacial en el que los planetas "planeaban" por fuerzas internas, por voluntad propia, o por estar sometidos a movimientos provocados por el fluido, como en el caso de un río con sus torbellinos y corrientes. Explicación animista y mecanicista.

La teoría de los vórtices puede ser descrita como la aplicación de una física de la impulsión a un problema técnico ciertamente complejo. Descartes reemplazó las esferas sólidas y cristalinas de la antigua astronomía por un sistema de vórtices fluidos idénticos en naturaleza y que se extendían indefinidamente, y en lugar de



los movimientos circulares naturales propone un mecanismo de impulsión. Aristotélicamente, para Descartes no existía el vacío pero sí, claro está, el movimiento. Las cosas se mueven en vórtices, en torbellinos, en remolinos. Que los planetas del sistema solar estuviesen situados como "en un mismo plano" ayudaba, y la potente imaginación de Descartes puso el resto. Iba a terminar así un MUNDO ANIMISTA, mágico, para dar paso a un MUNDO MECÁNICO, matematizado.

Descartes no dedica una línea al estudio cuantitativo de los cielos, esto es, al perfeccionamiento de los cálculos astronómicos (como sí lo hacía Kepler). Él desea escribir una gran obra cosmológica, opuesta a Aristóteles, en la que se dé razón de los principales fenómenos celestes y terrestres en función de las causas mecánicas que los producen. Mientras Descartes se interesaba en una amplia visión cosmológica, Kepler incidía en los precisos detalles técnicos de los movimientos planetarios,

opción seguida posteriormente por Newton.

En la explicación mecanicista cartesiana el Universo es un pleno, mientras que la luz solar y el movimiento de caída de un cuerpo en la superficie terrestre son producidos por los efectos centrífugos de gigantescos vórtices de materia celeste que giran alrededor de un centro. Con esta teoría, Descartes explica también el movimiento de los planetas alrededor del Sol. Dios habría creado un pleno, sin espacio vacío, en el que inmensos remolinos de materia fluida girarían alrededor de soles centrales arrastrando los cuerpos celestes. La Tierra y los planetas serían transportados por los cielos fluidos y girarían alrededor del Sol, pero propiamente hablando no se moverían, o al menos no lo harían como de hecho no lo hacen... "aquellos que duermen en un barco y son transportados de Calais a Dover".

... Hay que señalar que Huygens, Leibniz, Malebranche y los Bernouilli prefirieron la teoría de los vórtices de Descartes a la de Newton. Para evaluar la teoría de los vórtices se requiere conocer las corrientes del pensamiento científico de ese tiempo y especialmente lo que se pensaba entonces sobre la Naturaleza y el propósito de las teorías científicas. Únicamente en ese contexto resultan entendibles la originalidad de la teoría, el grado de éxito en relación con sus objetivos, la fuerza de las críticas contra ella y la amplitud de su aceptación.

## EL RINCÓN DE PENSAR



### Pasteles

Este finde me fui al cumpleaños de una amiga. Había doce pasteles y en total éramos doce personas. Si hubo quien comió dos pasteles, quien comió medio pastel y quien solo comió un cuarto de pastel. ¿De qué forma se repartieron los pasteles?



Envía tu respuesta a 50math@ull.edu.es antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx-570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM.

Solución a los retos anteriores en <http://matdivu.webs.ull.es/2019/10/01>

Ganadores del reto nº 13: Salvador Jover y Gregorio Rodríguez.

Coordinador: Ignacio García Marco

## LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

# Matemáticas y Música

Carmelo González Dávila

ULL

Las Matemáticas y la Música son lenguajes universales, abstractos, que buscan la belleza y se desarrollan desde la creatividad. En este sentido, Puig Adams decía que "la Música es las Matemáticas del sentido y las Matemáticas la Música de la razón".

En tiempo de la antigua Grecia, la Música no sólo era una expresión artística de las Matemáticas sino que estaba ligada a la Teoría de Números y a la Astrología. Para Pitágoras, Platón y Ptolomeo, entre otros, la teoría de la Música formaba parte de una más general conocida como la Armonía del Cosmo. Hasta el Renacimiento, era junto con Aritmética, Geometría y Astronomía una materia del Quadrivium.

Muchos de los avances en la Música han sido abordados por matemáticos y desde las Matemáticas, jugando un papel fundamental en la Teoría del Sonido y, en particu-



lar, en el problema de las cuerdas vibrantes. Desde B. Taylor a principios del XVIII hasta la resolución final del problema por parte de J. Fourier, ya bien avanzado el siglo XIX, se produjo un interesante debate entre renombrados matemáticos-físicos como Johann y Daniel Bernoulli, Euler, D'Alembert y Lagrange. Este debate, dirigido a explicar cómo una cuerda en vibración es el resultado de una suma

infinita de movimientos vibratorios de diferentes frecuencias, llevaría a la introducción de las series trigonométricas.

Hoy en día, en el intento de estructurar nuevas formas de componer música, se utiliza Teoría de Conjuntos, Álgebra abstracta y Teoría de Números. Algunos compositores, como B. Bartók, han incorporado la proporción áurea y los números de Fibonacci.

## MATEMÁTICAS PARTE A PARTE

# Seguridad e información

Pino Caballero Gil

ULL

Matemáticas, Informática y Telecomunicaciones se dan la mano para afrontar el problema de la seguridad de la información, que está en auge ahora más que nunca. La Criptografía, una de las partes más matemáticas de esa rama, estudia sistemas algorítmicos que preservan confidencialidad, autenticidad, integridad o privacidad de la información. También se usan matemáticas para modelizar amenazas en las redes.

La Criptografía es una ciencia milenaria, y la ciberseguridad ha podido desarrollarse gracias a la criptografía precomputacional. El matemático Alan Turing, considerado uno de los padres de la Informática, es la figura esencial en esta materia. Él rompió el código de la máquina Enigma en la Segunda Guerra Mundial. De la actualidad podemos destacar a Adi Shamir, con numerosas con-

tribuciones entre las que destaca el algoritmo RSA, uno de los cifrados más utilizados.

A nivel internacional, la seguridad de la información se asocia con la Agencia de Seguridad Nacional de EEUU, el mayor empleador de matemáticos del país. Su homólogo español es el CNI. Sin embargo la actividad de esos centros tiene carácter secreto, y las entidades de referencia en el ámbito científico son universidades y centros de investigación. Destacan el MIT y la Universidad Católica de Lovaina, donde nacen los principales cifrados actuales. También empresas como IBM Research dedican cada vez más recursos a esta rama. En España, la Red Temática de Matemáticas en la Sociedad de la Información y la Red de Excelencia Nacional de Investigación en Ciberseguridad engloban a los principales agentes del ecosistema investigador, entre ellos la Universidad de La Laguna.

# Descartes y la matematización de la naturaleza (V)

José Luis Montesinos Sirera  
FUNDACIÓN CANARIA OROTAVA DE  
HISTORIA DE LA CIENCIA

A medida que envejece, Descartes va comprendiendo que la física es mucho más difícil de explicar que un teorema geométrico. En 1648, dos años antes de su muerte, escribe a una admiradora lo siguiente: "Me pregunta si mantengo que lo que he escrito acerca de la refracción es una demostración (matemática). Creo que sí en tanto sea posible dar una demostración en esta materia...Y al menos en tanto que, alguna otra cuestión de mecánica o de óptica o de astronomía, o bien de cualquier otra cuestión que no sea puramente geométrica haya sido demostrada en algún momento. Exigirme demostraciones geométricas en una materia que depende de la Física es desear que realice cosas imposibles. Y si solo se desea dar el nombre de demostraciones a las pruebas de los geómetras, entonces es preciso afirmar que Arquímedes nunca demostró nada en mecánica, ni Vitelión en la óptica, ni Ptolomeo en astronomía; esto sin embargo, no se llega a afirmar". En ese mismo año de 1648 Descartes se hace retratar, pintar, sosteniendo un libro abierto entre las manos, en el que se lee *Mundus est fabula*. Descartes ha comprendido finalmente que al mundo no se lo desvela, al mundo se lo novela. Sí, y él escribe la novela del Cosmos y finalmente admitirá, a lo aristotélico, que la matemática es una bella construcción hu-



mana, que además es útil para un sinnúmero de cosas, pero que no es cierto que la naturaleza esté escrita en lenguaje matemático y que eso es una proyección antropomórfica. Descartes no aceptará la existencia de acción a distancia, como tampoco lo harán otros dos grandes científicos posteriores, Huygens y Leibniz, que disienten de la explicación newtoniana de la fuerza gravitatoria y que adoptarán también un sistema de vórtices para justificar determinados movimientos. Hay que precisar que la cualitativa física de Descartes dista mucho de ser la física matematizada que él mismo pretendiera y anunciara. Descartes ha comprendido finalmente que los números y la cuantificación son útiles, pero con ellos no se llega al

ser de las cosas. Los números no pueden con el misterio de la existencia. Con estas semillas matematizantes, Spinoza escribirá su *Ética*, more geométrico. Newton y Leibniz construyen el cálculo infinitesimal, poderosísimo instrumento para una física que será matemática como pretendía Descartes, y se produce un espejismo: el newtonianismo. Con sus leyes del movimiento y su convincente explicación del orden del mundo (de un mundo cercano a nosotros) hace exclamar a algún iluso que ya está casi toda la tarea hecha, que ya está casi todo explicado. En realidad, el siglo XX, con su "nueva física" nos mostrará que "casi nada" está explicado. Pero para entonces, el *dios ha muerto* nietzscheano recorre las trincheras de la más

espantosa de las guerras que termina con la Europa dominadora del mundo. Lo había sido gracias a esa Tecnología que la ciencia moderna y newtoniana había producido. Las matemáticas, mitificadas, siguen siendo muy importantes, pero ya se sabe de su impotencia ante los reales problemas de la existencia, aunque esa ciencia matematizada haya reemplazado a la religión, como depositaria de las esperanzas de salvación de la humanidad. Heidegger, el gran pensador del siglo XX afirmaba en 1956: "Solo un dios puede salvarnos". La tecnología, el pretendido sustituto de la divinidad "descubre, pero al mismo tiempo encubre" que diría Edmund Husserl. "La imaginación es más importante que el conocimiento" (Albert Einstein).

## EL RINCÓN DE PENSAR



### Vivimos un año autobiográfico

Un número es "autobiográfico" si, empezando por la izquierda, su primera cifra indica el número de ceros del número, su segunda cifra el número de unos, etc. Por ejemplo, el número 2020 es autobiográfico porque tiene 2 ceros, 0 unos, 2 doses y 0 treses. Hay un único número autobiográfico de diez dígitos ¿cuál es?

Envía tu respuesta a 50math@ull.edu.es antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx-570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM.

Solución a los retos anteriores en <http://matdivu.webs.ull.es/2019/10/01>

Ganadores del reto nº 14: Laura Valls y José Luis Rodríguez.

Coordinador: Ignacio García Marco

## LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

### ¿Cómo se sustenta un avión en el aire?

Juan Trujillo Jacinto del Castillo  
ULL

Para pilotar un avión moderno son muchas las técnicas utilizadas, pero el principio de sustentación principal, es decir, ser capaces de "crear una fuerza en sentido contrario de la gravedad superior a ella", es lo que hace que tal artefacto vuele. Esta fuerza de elevación es debida, esencialmente, a la velocidad del avión, a la estructura externa del mismo (principalmente la forma y perfil de sus alas y cola) y a un principio básico de la Física, conocido como Tercera Ley de Newton. Sí, esa ley es debida a ese famosísimo y gran pensador, matemático y físico del siglo XVII, y garantiza que "toda fuerza ejercida en un sentido y dirección sobre un objeto produce una igual en sentido contrario". Al desplazarse un avión con un poco de inclinación en sus alas (no más de 15 grados), las parti-



culas de aire que chocan irremediablemente contra el fuselaje del mismo golpean en particular contra las alas, a igual velocidad que la del aparato, rebotando en dirección a la tierra. Esa fuerza genera una igual y en sentido contrario que permite volar al avión. La Matemática es la ciencia que modeliza esta situación con fórmulas donde la sustentación del avión, en condi-

ciones normalizadas, depende de su velocidad, de las características del aparato (como la superficie de sus alas) y de la densidad del fluido que lo sustenta, en este caso el aire. Este último hecho ocasiona que, fuera de la atmósfera o en cuerpos celestes sin atmósfera y gravedad muy baja, como la Luna, este principio de sustentación no pueda ser aplicado.

## JUEGOS DE ESTRATEGIA

### SET

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz

La genetista M. J. Falco, en 1974, tras crear unas cartas con símbolos para representar bloques de información genética, cayó en la cuenta de lo divertido de las combinaciones y lo transformó en un juego. Dispone de un paquete de cartas con dibujos determinados por cuatro características: cantidad (uno, dos o tres), forma (óvalos, ondas o rombos), color (rojo, verde o morado) y relleno (sólido, rayado o hueco). Así, existen 81 cartas diferentes. Tres cartas formarán un "SET" si, evaluando cada una de las características POR SEPARADO sobre las cartas, las tres cumplen la característica o bien ninguna la cumple. Para jugar, un jugador coloca 12 cartas sobre la mesa, boca arriba, formando un rectángulo de 4x3. Quien localice un SET (entre 3 cartas cualesquiera) lo grita: ¡SET! Si es correcto, quien lo ha descubier-



to guarda esas cartas como suyas y se colocan 3 nuevas cartas del mazo en su lugar. Pero si el SET no fuera correcto, las cartas se quedan en la mesa y el jugador es penalizado con devolver 3 de las ya ganadas, que se barajan con las del mazo. Si fuese imposible hacer un SET se añaden 3 cartas más, con lo que habrá 15. Si aun así no se consigue, se añaden otras 3 y así sucesivamente, hasta que se agote las cartas. Gana quien más cartas haya conseguido al final. <https://cultura.ticnific.com/2016/06/15/matemáticas-juego-cartas-set-1>.

MARÍA ISABEL MARRERO RODRÍGUEZ

PRIMERA CATEDRÁTICA DE ANÁLISIS MATEMÁTICO DE LA ULL

## “Las últimas estadísticas indican que cada vez hay más mujeres investigadoras”

Luis Balbuena Castellano

El pasado día 10 de enero, la profesora María Isabel Marrero Rodríguez se convirtió en la primera catedrática de Análisis Matemático de la Universidad de La Laguna.

**¿Cuál ha sido el proceso que la ha llevado desde que ingresó en la Facultad hasta la cátedra?**

De 1979 a 1984 cursé la licenciatura en Matemáticas en la ULL. Defendí la tesis doctoral en 1992, y concursé a una plaza de profesora titular en 1996. En 2016 logré la acreditación nacional como catedrática de universidad en la rama de Ciencias, y los pasados 9 y 10 de enero superé la oposición a catedrática de universidad de Análisis Matemático. Por el camino, docencia, investigación y gestión universitaria.

**Es sabido que el Análisis Matemático ha sido la columna vertebral sobre la que se ha sustentado el desarrollo de las matemáticas. Su especialidad, ¿qué aspectos concretos estudia y qué aplicaciones tiene?**

Las matemáticas nacieron ligadas a la geometría. Los Elementos de Euclides, que supusieron la geometrización de la aritmética, dominaron las matemáticas durante 2000 años. Pero a partir del siglo XVII, la búsqueda de solución al problema de la cuerda vi-



brante obligó a clarificar, entre otros, los conceptos de función, límite e integral. El nacimiento del Análisis Funcional, mi especialidad, también está vinculado a este problema. El Análisis Funcional no estudia las funciones como entes aislados, sino como elementos de un conjunto o espacio, dotado de una estructura algebraico-topológica; las propiedades de una función se deducen entonces de la estructura del espacio que la contiene y de los operadores definidos sobre él. Este campo tiene múltiples aplicaciones. Sin ir más

lejos, la mecánica cuántica des-cansa en los espacios de Hilbert, que son los espacios de dimensión infinita más parecidos al espacio tridimensional.

**En su área hay pocas mujeres que sean catedráticas, ¿por qué?**

Según la última estadística oficial (informe Científicas en cifras 2017, publicado en 2019), la proporción de catedráticas en las universidades públicas no supera el 21%, y en las cinco áreas de conocimiento propias de Matemáticas queda por debajo de esta me-

dia (5% en Análisis Matemático o Geometría y Topología, 12% en Matemática Aplicada, 15% en Álgebra y 19% en Estadística e Investigación Operativa). Hasta ahora, la presencia de la mujer en todas las categorías de profesorado era minoritaria: según el mismo informe, el porcentaje de mujeres titulares de universidad en Análisis Matemático, que son quienes podrían optar a una cátedra de universidad, es del 26%; pero en la categoría más joven ya llega al 50%, lo que da a entender que la mujer se va incorporando poco a poco a la carrera investigadora. A medida que esto suceda, habrá más mujeres en disposición de acceder a las cátedras.

**En Matemáticas hay menos mujeres que hombres que apuesten por desarrollar una carrera investigadora, ¿qué tipo de medidas piensa que se deberían implementar para corregirlo?**

Hasta ahora, efectivamente, venía siendo así. Pero, como digo, las últimas estadísticas apuntan a una mayor incorporación de investigadoras jóvenes a los departamentos universitarios. Sirva como ejemplo que las incorporaciones más recientes a las tres áreas del Departamento de Análisis Matemático de la ULL son sendas doctoras con un futuro profesional muy prometedor.

EL RINCÓN DE PENSAR



Conseguir el 2020

Si tienes los números del 10 al 1 en orden descendente, es decir: 10, 9, 8, 7, 6, ..., 2, 1. Sin cambiar el orden de los números, ¿cómo podrías obtener el número 2020 añadiendo entre ellos únicamente paréntesis y los símbolos aritméticos de la suma, resta y multiplicación? Ejemplo: el número 2000 se puede conseguir de la siguiente forma:  $2000 = 10 \times (9 + 8 - 7) \times (6 + 5 + 4 + 3 + 2) \times 1$

En la figura te mostramos algunos de los pasos de su recorrido. ¿Serías capaz de reconstruirlo por completo? Envía tu respuesta a 50math@ull.edu.es antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM.

Solución a los retos anteriores en <http://matdivu.webs.ull.es/2019/10/01>

Ganadores del reto nº 15: Gerardo Rodríguez y Jose Luis Rodríguez

### LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

## Las Matemáticas de la Relatividad

Domingo Chinae  
ULL

La Relatividad Especial es la teoría que creó Albert Einstein en 1905 para solucionar la crisis que en la Física de finales del siglo XIX estaban produciendo las incompatibilidades entre la Mecánica de Newton y la Electrodinámica de Maxwell. Su formalización geométrica, usando unas matemáticas básicas, fue realizada por H. Minkowski en 1908.

Sin embargo, la Teoría de Gravitación de Newton no encajaba en el contexto de la Relatividad Especial, por lo que Einstein presentó en 1915 una nueva teoría de gravitación: la Relatividad General. La genialidad de Einstein le llevó a la conclusión de que un campo gravitatorio produce una deformación del espacio-tiempo. Para hacernos una idea visual, si sobre una cama elástica plana colocamos una gran bola se producirá una deformación en sus proximidades que curvará la cama, de for-



ma que las trayectorias de los objetos cercanos dejaran de ser rectas.

En lenguaje matemático, los espacios-tiempos curvados son variedades de Riemann. La distorsión producida se manifiesta a través de la curvatura de la variedad y las trayectorias de los objetos bajo la influencia del campo gravitatorio son geodésicas de dichos espacios.

Einstein desconocía la geometría necesaria para estudiar estos espacios curvados, por lo que tuvo que introducirse en los trabajos de B. Riemann, G. Ricci y T. Civita sobre Geometría Diferencial de Variedades y Cálculo Tensorial. En estos trabajos encontró las matemáticas que le permitieron formular su Teoría de la Relatividad General.

### MATEMÁTICAS PARTE A PARTE

## Topología

José Manuel García Calcines  
ULL

La resolución dada por Leonard Euler (1707-1783) en el año 1736 al problema de los siete puentes de Königsberg, sentó las bases de la rama más joven de las matemáticas: la Topología. A partir de ahí, su desarrollo por diversas vías como la geométrica, la generalización de la idea de convergencia y el análisis funcional, recabó la participación de célebres matemáticos, destacando entre ellos Henri Poincaré (1854-1912) con la aportación trascendental de su artículo Analysis Situs publicado en 1895 y sus cuatro Complementos posteriores.

La Topología estudia aquellas propiedades de los objetos geométricos que permanecen inalteradas al someterlos a deformaciones continuas, esto es, a distorsiones tales como pliegues, retorcimientos, dilataciones o contracciones, estando

prohibidas operaciones que entrañen cortar o pegar. Además, dichas deformaciones han de ser reversibles. A diferencia de la Geometría Euclídea, en la Topología no son relevantes propiedades cuantitativas tales como áreas, volúmenes o distancias. Se trata de estudiar propiedades cualitativas en los objetos, como por ejemplo si constan de una o varias piezas, los agujeros que poseen o de qué forma se conectan entre sí las diferentes zonas del objeto.

Las aplicaciones de la topología son muchas y diversas. Desde ámbitos tecnológicos como la gestión de rutas de transporte, telecomunicaciones e informática, hasta su uso en otros terrenos como la biología molecular o la teoría física de cuerdas. Recientemente se están obteniendo impactantes y novedosas aplicaciones en campos como física, robótica, neurociencia y análisis de datos.

## CARLOS BELTRÁN ÁLVAREZ

GANADOR DEL PREMIO RUBIO DE FRANCIA Y DEL STEPHEN SMALE PRIZE

# “Una persona decidida a dedicar su talento a la investigación puede conseguirlo”

Edith Padrón Fernández

Carlos Beltrán Álvarez (Madrid, 1979) es profesor de la Universidad de Cantabria e investigador en el campo del Análisis Matemático y la Matemática Computacional. En 2010 recibió el prestigioso premio José Rubio de Francia de la RSME y en 2014 el Stephen Smale Prize, de la organización Foundations of Computational Mathematics.

## ¿Qué aspectos de sus contribuciones cree que le han hecho merecedor de esas distinciones?

Según los comités de los premios que tengo el honor de haber recibido, los principales motivos han sido mis contribuciones a la resolución de dos problemas matemáticos “famosos”, los nº 7 y nº 17 de la lista de Smale. Stephen Smale (medalla Fields en 1966) es uno de los matemáticos vivos más prestigiosos e influyentes, y a finales del siglo pasado elaboró una lista de problemas que han guiado los esfuerzos de numerosos matemáticos. En particular, el nº 17 busca métodos para resolver un tipo de problemas matemáticos -sistemas de ecuaciones polinómicas- que modelan muchos procesos químicos, industriales, económicos, etc. El nº 7 busca describir conjuntos de puntos “bien distribuidos”, por ejemplo sobre



la superficie de la Tierra, con buenas propiedades, como cubrir de manera óptima el territorio. Este problema tiene aplicaciones en Física y otras disciplinas. Mis progresos fueron consecuencia de la colaboración con colegas y maestros como Luis M. Pardo y Michael Shub, entre otros muchos.

## ¿Cuál es su opinión sobre las oportunidades que tienen los jóvenes para dedicarse a la investigación matemática en nuestro país?

Hoy en día hay dificultades para conseguir financiación predoctoral o una posición, incluso temporal, en una universidad, pero no es imposible. De hecho hay posiciones para las que no se presenta ninguna candidatura. Creo que una persona decidida a dedicar su esfuerzo y talento a la investigación matemática, tiene probabilidades de conseguirlo.

## ¿Qué claves deberían tener en cuenta los jóvenes para desarrollar una carrera investigadora con éxito?

Si se trata de un alumno de máster, la elección más importante es quién le dirigirá la tesis y cuál será su temática. Es necesario buscar una persona que esté dispuesta a dedicarle tiempo y que trabaje un tema que al joven investigador le resulte emocionante, y donde lograr algo sea posible y divertido. Si es alguien que está terminando la tesis doctoral, mi primera recomendación sería la de abrir nuevos frentes en su investigación, realizando una estancia postdoctoral en la que colabore con personas distintas de quienes le dirigieron la tesis. Mi segunda recomendación sería tener presente algún problema importante en el que pensar, a la vez que se realizan progresos más modestos, leer más allá del ámbito exacto de su propia investigación y buscar colaboraciones provechosas.

## ¿Qué campos de la Matemática piensa que contribuirán más en la resolución de problemas en los próximos años?

Es tentador prestar mayor atención a los progresos que vienen de áreas nuevas, pero la contribución máxima de las Matemáticas a la humanidad seguirá siendo la que proporcionan las áreas clásicas, con su increíble flexibilidad, su fabuloso poder transformador y sus vastas áreas de aplicación.

## EL RINCÓN DE PENSAR



## El ‘Tete’ de la 96/97

El mítico CD Tenerife de la temporada 96/97 tenía 7 delanteros. En los partidos en que el mister, Jupp Heynckes, decidía alinear tres delanteros, siempre lo hacía con las siguientes restricciones. Si ponía a Juanele o a Felipe, tenía que alinear también al otro porque se entendían muy bien en el campo. Sin embargo, cuando alineaba a Kodro no debía poner a Pinilla, porque jugaban en la misma zona. ¿Cuántas posibles delanteras podía formar?

Envía tu respuesta a [50math@ull.edu.es](mailto:50math@ull.edu.es) antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM.

Solución a los retos anteriores en <http://matdivu.webs.ull.es/2019/10/01>

Ganadores del reto nº 16: Lucía Díaz González y Francisco la Spina.

Coordinador: Ignacio García Marco

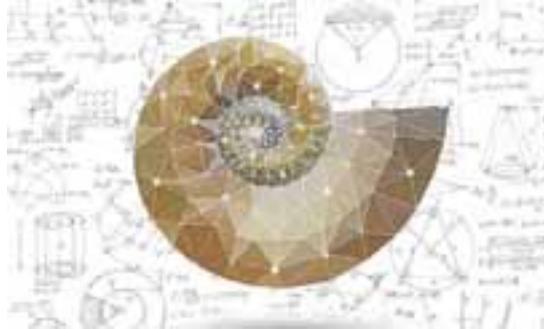
## LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

## De logaritmos y algoritmos

Isabel Marrero Rodríguez  
ULL

Nuestra sociedad sería inviable sin las matemáticas. Están detrás de la electrónica que gobierna las puertas automáticas del supermercado, del código de barras de los productos, del escáner que los lee, de la tarjeta de crédito con que pagamos, del vehículo con que transportamos la compra a casa, de los cálculos que hacemos al preparar una receta con lo adquirido o de las fotos que subimos a las redes mostrando el resultado. Pero su valor no es sólo utilitarista, también sirven para entrenar capacidades como el razonamiento abstracto, el pensamiento crítico y riguroso, la resolución de problemas, la perseverancia y la atención, necesarias para contrarrestar los excesos de información y estimulación a que nos somete internet (otra creación matemática!).

Por eso es importante divulgarlas, para que pierdan su falsa aureola de materia difícil y elitista en



la que no queda nada por investigar, para tomar conciencia de que forman parte de nuestra cultura desde los albores de la civilización y nos van a seguir acompañando en el futuro, para descubrir modelos que estimulen las vocaciones hacia las carreras CTIM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas), para atraer a colectivos minoritarios que tienden a desvincularse de estas disciplinas en ma-

yor medida que el resto, para que los ciudadanos sepamos distinguir la información veraz de las *fake news* y tomemos decisiones coherentes, y especialmente para elegir el modelo de sociedad que queremos.

En definitiva, y metafóricamente (o quizá no tanto), para entender que, aunque un término sea anagrama del otro, “logaritmos” y “algoritmos” son cosas distintas.

## JUEGOS DE ESTRATEGIA

## Trihex

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz

Es un juego para dos jugadores, también conocido como tres en raya triangular o tres en raya áureo. Su diseñador, el autor de puzzles y paradojas Thomas H. O’Beirne (Glasgow, 1915) experimentó con modelos topológicamente distintos de nueve filas para ver cuáles de ellos eran adecuados para un juego de tres en raya. Descubrió que casi todas las configuraciones tienen una sencilla estrategia ganadora para el jugador inicial, salvo la que se muestra en la figura.

Se usan dos juegos de cuatro fichas o canicas de colores diferentes que se colocan sobre el tablero, que es un triángulo equilátero. Hay nueve posiciones posibles que permiten obtener nueve líneas (una más que en el tres en raya clásico). Es un hecho curioso que, en cada alineación, el punto central divide al segmento en dos trozos que



se relacionan en la proporción áurea.

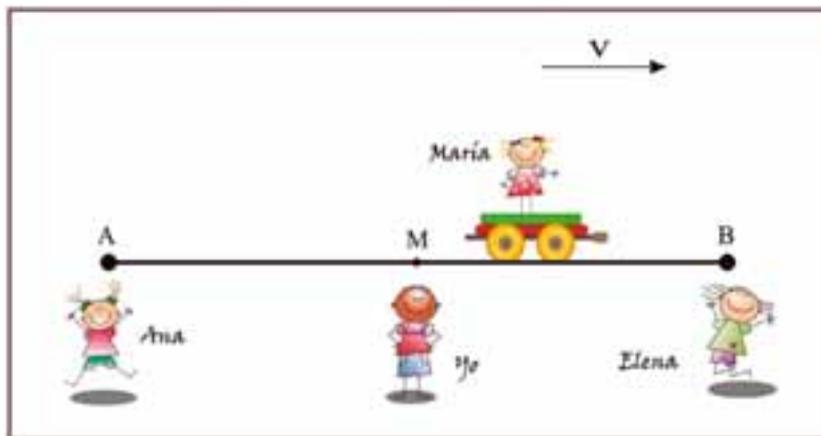
Los jugadores, por turno, van colocando una ficha en una casilla vacía, y gana el primero en conseguir “tres en raya”. Como en el juego clásico, las fichas pueden moverse una vez colocadas.

Para saber más: Martin Gardner: Festival mágico matemático, Alianza Editorial. Revista NÚMEROS, vol. 101,102. Para jugar en línea: [https://play.google.com/store/apps/details?id=com.brodski.android.trihex&hl=es\\_MX](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.brodski.android.trihex&hl=es_MX)

# El tiempo es sospechoso

Carlos Mederos Martín

Una característica aparente de la ciencia moderna es su abandono de la Metafísica, que se manifiesta por la sustitución de la pregunta ¿qué es? por ¿cómo es?. Las posibles respuestas a esta segunda pregunta se obtienen midiendo magnitudes que serán representadas por medio de variables, de tal manera que hacer ciencia consiste en encontrar relaciones matemáticas entre estas variables. El uso de instrumentos de medición para obtener valores conduce a la matematización de la Ciencia, es decir, se sustituye la metafísica por la matemática. Una de las magnitudes fundamentales de la ciencia es el tiempo, y su medición se basa en el concepto de simultaneidad. Decimos que el tranvía llega a las siete porque su entrada en la estación y el hecho de que las agujas del reloj alcancen cierta posición son sucesos simultáneos. Ahora bien, el concepto de simultaneidad presenta algunas dificultades cuando los observadores de los diferentes eventos se mueven unos con respecto a los otros. Supongamos que Ana y Elena están situadas en los puntos A y B, respectivamente, junto a la vía del ferrocarril. Ambas tienen sus relojes sincronizados y disponen de un flash. Yo me encuentro en el punto medio M del segmento AB y mi reloj también está sincronizado con los de ellas. Exactamente a la hora en punto María pasa



frente a mí, viajando en un vagón a cierta velocidad hacia la derecha. A la hora en punto también, Ana y Elena disparan sus flashes. Cierto tiempo después me llegan dos destellos simultáneos procedentes de ambos flashes, lo que confirma que los relojes de Ana y Elena aún están sincronizados. Sin embargo, María no puede estar de acuerdo con esta simultaneidad. En efecto, durante el tiempo que la luz tarda en llegar a mi posición, María se habrá acercado a Elena (alejándose de Ana) por lo que recibirá antes el destello de Elena. En consecuencia, los destellos no serán simultáneos para ella. Tenemos, pues, dos eventos que para un observador

son simultáneos, mientras que para la observadora que viaja en el vagón no lo son. Luego, si podemos cuestionar la simultaneidad de dos eventos, en la que se basa la medida del tiempo, también podremos cuestionar la medida de éste. En "Conversations with Albert Einstein", el físico R. S. Shankland escribe: "Pregunté al profesor Einstein cuánto tiempo, antes de 1905, había trabajado en la teoría de la Relatividad. Me dijo que empezó a los 16 años [...]. Abandonó muchos intentos fallidos, ¡hasta que se me ocurrió que el tiempo era sospechoso!".

¿A qué se refería Einstein al sospechar del tiempo? Se refería a las concepciones metafísicas que

sobre el tiempo imperaban a finales del siglo XIX, tales como la suposición de que existe un tiempo universal y absoluto que es igual para todos los observadores. Pues bien, la sustitución de estas ideas llevó a Einstein y otros físicos y matemáticos a encontrar otras concepciones metafísicas sobre el tiempo que sirviesen de estructura mental por las cuales hacer pasar la información que recogemos por medio de la medición. En resumen, la ciencia se desarrolla "normalmente" por medio de la aplicación de la Matemática, pero los grandes saltos se producen por el planteamiento de nuevas visiones metafísicas de lo que nos rodea.

## EL RINCÓN DE PENSAR

FEBRERO 2020											
									1	2	
3	4	5	6	7	8	9					
10	11	12	13	14	15	16					
17	18	19	20	21	22	23					
24	25	26	27	28	29						

## Año bisiesto

Un año es bisiesto si cumple una de estas condiciones:

- Es múltiplo de 400
- Es múltiplo de 4, pero no de 100.

Teniendo esto en cuenta ¿Cuántos años bisiestos ha habido desde el año 1 de nuestra era hasta el actual 2020?

Envía tu respuesta a [50math@ull.edu.es](mailto:50math@ull.edu.es) antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx-570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM.

Solución a los retos anteriores en <http://matdillu.webs.ull.es/2019/10/01>

Ganadores del reto nº 17: Manolo Aguilar y Laura Francisco.

Coordinador: Ignacio García Marco

## LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

### ¡Qué coincidencia!

Carlos González Alcón  
ULL

En estas páginas ya se ha hablado en alguna ocasión de cómo las matemáticas nos ayudan a tratar con el azar. De esto se encarga la rama llamada "Cálculo de Probabilidades", una disciplina que en ocasiones resulta paradójica y contraintuitiva, incluso para los expertos. Como ejemplo de lo anterior tenemos el llamado problema del cumpleaños. Dado un grupo de personas, es posible que algunas de ellas coincidan en su fecha de cumpleaños. Si el grupo es de más de 365 personas, entonces es seguro que al menos dos celebran su cumpleaños el mismo día (más de 366 si el año fuese bisiesto...). Por otra parte si el grupo es muy pequeño, esa coincidencia la vemos como extremadamente improbable. ¿Seguro? ¿Cuál será el tamaño que debe tener el grupo para que la probabilidad de que haya dos personas que cumplan año el mismo día del año sea del 50%?

Es decir, la misma que se tiene de sacar cara al lanzar una moneda. Pues bien, eso ocurre en gru-

po a partir de ¡solo 23 integrantes!... ¡Mucho menor de lo que la mayoría habríamos aventurado! Para hacer una comprobación experimental de este hecho R. Matthews y F. Stones tomaron los diez primeros partidos de una jornada de la liga de fútbol inglesa, la del 19 de abril de 1997. Para cada

partido consideraron 23 fechas de nacimiento: las de los once titulares de cada equipo junto con la del árbitro. Al hacer el recuento encontraron que en cuatro de ellos no hubo coincidencias y en los otros seis sí. Un resultado perfectamente esperable... ¡después de haber hecho los cálculos!



## MATEMÁTICAS PARTE A PARTE

### Didáctica de la Matemática

Matías Camacho  
ULL

La existencia de la Didáctica de la Matemática como área de conocimiento en la universidad española es reciente, pues surge a mediados de los años ochenta. Se incorporan a ella profesores de las diferentes Escuelas Universitarias de Formación de Profesorado de EGB, así como de los departamentos de Matemáticas que ofrecían una especialidad de Metodología y Didáctica. En la actualidad, la docencia de esta área se ocupa de materias relacionadas con las Matemáticas en los títulos de Maestro y en la especialidad de Matemáticas del Máster de Formación de Profesorado de Educación Secundaria. En cuanto a la investigación, en los últimos cuarenta años se ha conformado como un amplio e importante campo que se relaciona de una parte con herramientas, métodos y análisis de diferentes aproximaciones a la enseñanza y aprendizaje de

las matemáticas en todos los niveles educativos, y de otra con los conceptos, teorías y métodos para su enseñanza y aprendizaje. La Didáctica de la Matemática también se caracteriza por la existencia de colectivos, que constituyen foros en los que se muestran los avances en investigación. En nuestro país, la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM) reúne a los investigadores en el área y se organiza en diversos grupos de trabajo de materias específicas ("Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria", "Didáctica del Análisis Matemático", "Pensamiento numérico y algebraico") así como generales ("Didáctica de la Matemática como disciplina científica", "Conocimiento y desarrollo profesional del profesor") entre otros. En el ámbito internacional el área participa en foros de discusión, tales como la European Society for Research in Mathematics Education (ERME).

# A las mujeres también nos gustan las matemáticas

Ana María Delgado Marante

FUNDACIÓN CANARIA OROTAVA DE HISTORIA DE LA CIENCIA

En el año 1969 la Universidad de La Laguna ya contaba con mujeres entre su alumnado. No es que fueran muchas, pero se veían pequeños grupos recorriendo los pasillos de la universidad. Ese curso comenzaron los estudios de Matemáticas, y ¡dos mujeres se titularon en la primera promoción! Por entonces las ocupaciones del colectivo femenino estaban bien definidas, y cursar la carrera de Matemáticas no formaba precisamente parte de ellas. Sin embargo, la historia está salpicada de mujeres matemáticas. Recordemos a la pionera, la sabia Hipatia de Alejandría (siglo IV) cuyos discípulos, por cierto, eran varones.

Siempre he admirado a esas mujeres del pasado que, aún rodeadas de un ambiente totalmente hostil, lograron hacer de las matemáticas una parte de su vida. Hace unos años tuve la ocasión de conocer a dos de ellas, que vivieron entre los siglos XVIII y XIX. Una es la francesa Sophie Germain y la otra, Mary Somerville, nació en Escocia cuatro años después. Ambas descubrieron las matemáticas por casualidad, pero ese encuentro marcó sus vidas. Cuando estalló la Revolución Francesa, en 1789, Sophie tenía trece años. Su espíritu, agitado por la vorágine de



acontecimientos que azotaba las calles de París, buscó refugio en la biblioteca familiar. Allí quedó hechizada por la belleza de los números y empezó a estudiar por su cuenta, pese a la férrea oposición de sus padres. A los diecinueve años le fue denegado el ingreso a la Escuela Politécnica, pero ella, con el seudónimo de Le Blanc, logró hacer llegar sus trabajos al profesorado. La brillantez de sus razonamientos no pasó desapercibida, y cuando se

descubrió su verdadera identidad una parte de la comunidad científica le brindó su apoyo. Obtuvo resultados interesantes para las matemáticas y el reconocimiento de personajes tan prestigiosos como Gauss, pero a pesar de su perseverancia e infatigable esfuerzo nunca llegó a conseguir lo que quería: que su trabajo fuera considerado como el de sus homólogos varones y se le permitiera el acceso a los círculos de investigadores en igualdad de

condiciones. En cambio, Mary supo compaginar su dedicación a las ciencias con su rol de mujer de la época, y ello le permitió ser plenamente aceptada por la sociedad. Según cuenta en sus memorias, fue entre las páginas de una revista femenina donde encontró los símbolos algebraicos que la cautivarían. El afán por comprenderlos marcó el comienzo de su carrera científica, que avanzó con la ayuda de su tío y de su segundo marido. Con este último se introdujo en las élites intelectuales, a las que no hubiera podido acceder de haberlo intentado sola. Su capacidad para entender, analizar y expresar las matemáticas y otras ciencias hizo que algunas de sus publicaciones perduraran como manuales de enseñanza para los estudiantes. Con 91 años, todavía dedicaba cuatro o cinco horas diarias al estudio del Álgebra.

Tenemos mucho que agradecer a aquellas dos matemáticas de la primera promoción, pues abrieron el camino que otras muchas canarias pudimos recorrer después, con más facilidad. Han pasado cincuenta años desde entonces y las mujeres continúan estudiando matemáticas en La Laguna. De hecho, en los últimos años el número de graduadas y graduados es prácticamente el mismo. Contar con esta paridad debe ser un motivo de orgullo para nuestra Sección de Matemáticas de la ULL.

## EL RINCÓN DE PENSAR



### ¿Cuánto mide la mesa?

EEnvía tu respuesta a 50math@ull.edu.es antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx-570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM.

Solución a los retos anteriores en <http://matdivu.webs.ull.es/2019/10/01>

Ganadores del reto nº 18: Yazmin Geve y Sergio Méndez.

Coordinador: Ignacio García Marco

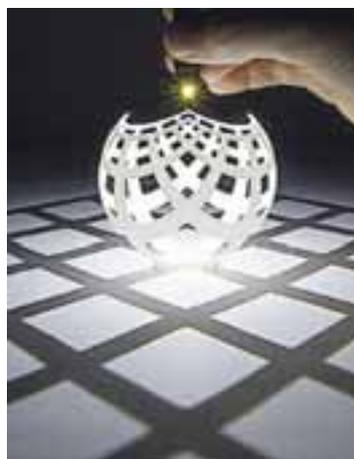
## LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

### La impresión 3D en la enseñanza de las matemáticas

Fernando de la Rosa Reyes

En la enseñanza de las matemáticas, el uso de materiales manipulables en clase es una herramienta que suele atraer la atención del alumnado y, normalmente, hacer que comprendan los conceptos y definiciones más fácilmente; ¡qué mejor que ver y tocar! Un ejemplo muy claro de esto es el uso en primaria de las regletas de Cuisenaire para realizar operaciones aritméticas. También el geoplano es una buena herramienta manipulativa, que nos da la posibilidad de construir y analizar distintos polígonos y figuras planas.

Ejemplos de estos materiales hay muchos, pero los avances tecnológicos de las últimas décadas permiten que seamos nosotros mismos (o, en este caso, nuestro alumnado) quienes creamos el material manipulativo desde cero, para después poder usarlo. El desarrollo de la impresión 3D nos permite, de forma simple y barata,



la creación de modelos con los que poder seguir aprendiendo. Hay que destacar que la comunidad del diseño y la impresión 3D es muy activa, y en páginas web co-

mo Thingiverse se pueden encontrar repositorios de diseños, muchos de ellos con fines educativos, disponibles para descargar gratuitamente, imprimirlos y poder llevarlos al aula.

Más allá que la propia impresión del producto final, el proceso asociado al uso de esta tecnología conlleva además el manipular, por ejemplo, elementos de los diseños geométricos. De esta forma, se trabaja con segmentos, ángulos, distancias, proporciones, etc., experimentando con ellos. Por tanto, es en la fase del diseño donde el alumnado tiene el papel protagonista, consiguiendo interiorizar los conceptos matemáticos utilizados.

## JUEGOS DE ESTRATEGIA

### Wari

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz

Juego milenario de origen africano también conocido como Mancala, tiene más de doscientas variantes. Describiremos la más usual. Dos jugadores se colocan frente a frente, con el tablero entre ellos. Cada uno controla la fila de seis hoyos más cercana y la casilla de almacenamiento a su derecha. En cada hoyo se colocan cuatro "semillas" (piedras, judías...) y cada jugador, por turno, toma todas las semillas de uno de sus hoyos y las "siembra" una a una en los siguientes (en sentido contrario a las agujas del reloj). Gana quien consiga más semillas cuando no se pueda jugar más. Pero ¿cómo las obtiene? Si al terminar su siembra un jugador acaba en un hoyo contrario con dos o tres semillas, las recoge en su casilla de almacenamiento. Si el hoyo precedente tiene de nuevo dos o tres semi-



llas, también las almacena. Y así hasta encontrar uno que no tenga dos o tres semillas. Aunque hay restricciones. Si la siembra diera una vuelta completa, el hoyo de origen se saltará. Si al llegar el turno de un jugador el campo del adversario no tiene semillas, realizará un movimiento que introduzca alguna, y si no es posible termina la partida recogiendo las semillas restantes. Si las capturas tras una siembra dejen el campo contrario vacío, se realiza sin capturas. Para jugar en línea <http://www.ludoteca.com/juegos?juego=wari>

IRENE MÁRQUEZ CORBELLA, PROFESORA DEL ÁREA DE ÁLGEBRA E INVESTIGADORA DE LA ULL

# "Yo siempre jugué con las matemáticas"

Edith Padrón Fernández

Irene Márquez Corbella es profesora de la Universidad de la Laguna en el área de Álgebra desde 2016. Licenciada en Matemáticas por la ULL y doctora por la Universidad de Valladolid (2013), completó su formación con un máster en Criptografía, redes y protocolos por la Universidad Paris Diderot y estancias postdoctorales en Francia y Holanda. Su investigación está centrada en "criptografía basada en códigos".

Nos podría explicar de manera simple qué es la criptografía basada en códigos y cuál es su utilidad.

La Criptografía es el área de las Matemáticas que se encarga de proteger nuestros secretos. La empleamos cada vez que utilizamos las tarjetas bancarias, una web que comienza por https o cuando descargamos una aplicación en el móvil. Hoy en día, cuando el uso de datos electrónicos resulta imprescindible tanto en nuestro entorno privado como en el institucional, la criptografía es un imperativo. Sin embargo, si se consigue crear ordenadores cuánticos estables, la protección de datos que utilizamos actualmente no será segura. Mi investigación está centrada en criptografía basada en la "Teoría de códigos correctores", una propuesta de algoritmo criptográfico que resiste la potencia de cálculo de los ordenadores cuánticos y que, por tanto, nos permitirá seguir manteniendo a salvo nuestros secretos en el futuro.

Usted fue la primera canaria que



obtuvo la prestigiosa beca de La Caixa para desarrollar su máster en París ¿Animaría a otras mujeres a que siguieran este camino?

Por supuesto animaría a todas las alumnas a completar su formación en otras instituciones, a ser posible en el extranjero, con lo que ello significa también de enriquecimiento cultural y lingüístico. Es una oportunidad de vivir y trabajar en una Europa sin fronteras de género ni de conocimiento. Hubo de todo, días buenos y etapas de magua, pero la experiencia fue extraordinariamente positiva.

Como joven investigadora ¿Podría comentarnos cómo ha sido su carrera en este campo y qué aspectos deberían ser mejorados para que más jóvenes se animaran a se-

guir este camino?

El principal aspecto a mejorar es conseguir que la investigación deje de ser un trabajo precario. Que se valore con hechos la labor que realizamos, con contratos indefinidos y relativamente remunerados. Fuera de España siempre me he sentido valorada, sin embargo aquí parece que tenemos que dar las gracias porque nos permitan dedicarnos a aquello para lo que nos hemos formado. Esta sensación hay que cambiarla, pues sin investigación la sociedad no avanza.

Habiendo participado en actividades divulgativas como "Un fisgado de Matemáticas" o "Pint of Science" ¿Qué importancia le da usted a la divulgación en la socie-

dad del trabajo que realiza?

Es fundamental que la sociedad entienda la importancia de nuestra labor y la intensidad de nuestra dedicación, y esto no puede conseguirse sin destinar un esfuerzo adicional a la divulgación de la ciencia y de los logros obtenidos. La investigación exige mucha constancia pero también una gran dosis de pasión, y las nuevas generaciones no querrán seguir nuestros pasos si no les mostramos lo interesante que son los grandes desafíos que la sociedad nos plantea. Si continuamos mostrando al investigador como una persona con una bata blanca alejada de su entorno, no conseguiremos conectar con los jóvenes. Yo siempre jugué con las matemáticas.

EL RINCÓN DE PENSAR



## Pilas cargadas

Tienes ocho pilas, de las cuales cuatro están cargadas y cuatro descargadas. Si tu robot necesita dos pilas cargadas y tienes siete intentos para ponerlo a funcionar, ¿cómo lo harías?

Envía tu respuesta a [50math@ull.edu.es](mailto:50math@ull.edu.es) antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx-570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM. Solución a los retos anteriores en <http://matdi-vu.webs.ull.es/2019/10/01>

Ganadores del reto nº 16: Lucía Díaz González y Francisco la Spina.

Coordinador: Ignacio García Marco

## LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

# La matemática que pintaba en el suelo

Manuel de León Rodríguez  
ICMAT

El premio más apreciado por cualquier matemático es, sin ninguna duda, la Medalla Fields. Este galardón fue una propuesta del matemático canadiense John Charles Fields, presidente del Congreso Internacional de Matemáticos (ICM) de Toronto en 1924, quien aportó un fondo de 47.000 dólares canadienses. Su propuesta vio la luz en el ICM de Oslo en 1936, siendo los dos primeros galardonados Lars Ahlfors y Jesse Douglas, si bien Fields no llegó a verlo.

Primero de dos en dos y luego (salvo alguna excepción) de cuatro en cuatro, las medallas fueron llegando a los jóvenes matemáticos más destacados (menores de 40 años antes del 1 de enero del año de celebración del correspondiente ICM). Pero se sucedían las distinciones ninguna premiaba a una mujer matemática. Hubieron de pasar muchas décadas y 52 medallas hasta que en 2014, en el



ICM de Seúl, la muchacha persa Maryam Mirzakhani nos cautivase con su aparente fragilidad y su enorme fortaleza interna. En Maryam se premió su extraordinaria contribución al estudio de las superficies de Riemann conectando varias disciplinas. Aquellos dibujos de toros con asas en grandes papeles que hacían exclamar a su hija Anahita: "Mamá ya está pintando en el suelo otra vez".

Esa brillantez, unida a su origen y a su condición de mujer, rápida-

mente la convirtió en un icono. Su trágica desaparición apenas tres años después, con cuarenta años, a causa del cáncer que ya le afectaba en 2014, fue un clamor de pérdida que recorrió el mundo. Maryam rompió las reglas, ya lo había hecho para poder participar en las Olimpiadas Matemáticas con su país, pero el colectivo matemático le debe a ella y a todas las jóvenes matemáticas que representa unas cuantas medallas Fields en los próximos años.

## MATEMÁTICAS PARTE A PARTE

# Análisis Complejo

Fernando Pérez González  
ULL

Al estudiar las ecuaciones de segundo grado en la enseñanza obligatoria, suele causar sorpresa el hecho de que no siempre tienen soluciones reales. Al resolver la ecuación aparece una raíz cuadrada que en ocasiones es de un número negativo, y todos sabemos que ningún número real elevado al cuadrado da un número negativo! Este problema se resuelve dando sentido a la "raíz cuadrada del número -1", que pasa a llamarse "unidad imaginaria". Decimos entonces que una ecuación de segundo grado puede tener soluciones "complejas".

Todavía en el siglo XVIII los matemáticos no tenían muy clara la naturaleza del número complejo. La unidad imaginaria expresaba una cantidad misteriosa, fuera de los números reales, que aseguraba la existencia de dos soluciones para toda ecuación de segundo grado. Pero, ¿ocurri-

rá lo mismo con ecuaciones de grado superior? Responder esta pregunta resultó clave para resolver lo que hoy se conoce como "Teorema fundamental del Álgebra", que ocupó a matemáticos de la talla de D'Alembert, Euler, Lagrange y especialmente Gauss, quien a lo largo de su vida dio cuatro demostraciones de este importante resultado.

Fue Hamilton quien en 1837 definió los números complejos tal como los conocemos hoy. Él deshizo el misterio que rodeaba a la unidad imaginaria, proporcionando una estructura intuitiva y sólida mediante la representación de estos números como puntos o vectores en el plano y dotándolos de una base lógica que permitió verlos como una ampliación natural de los números reales. A partir de ahí, durante el siglo XIX, grandes matemáticos como Cauchy, Weierstrass y Riemann contribuyeron de manera decisiva al desarrollo de lo que hoy se conoce como Análisis Complejo.

# La demostración matemática que me hizo salir por la ventana

Sergio Darías Beautell

EHS CHICAGO, USA

Escribiendo estoy desde los suburbios de Chicago, donde miro el frío a través del cristal. La ventana de mi apartamento es luminosa y da al río. El paisaje y la temperatura exterior me indican que estoy lejos, aunque para los que estudiamos en la Universidad de La Laguna (ULL) y pasamos diariamente por el puente de Anchieta esta sensación es como mínimo reconocible. En mi trabajo como profesor de Matemáticas en un instituto público de Chicago a través diariamente también un puente, al encuentro de una diversidad de alumnado como nunca antes habría imaginado. De hecho nunca pensé, cuando veía en las noticias la caravana de emigrantes que atravesaba Honduras, Guatemala y México en busca de una vida mejor en Estados Unidos, que los iba a tener en mi aula ávidos de aprender Geometría. En este centro formo parte de un departamento en el que aprendo cada día nuevas formas de enseñar nuestra disciplina. Todo esto, además de un reto, es también una oportunidad de crecimiento personal y profesional que se debe a una sucesión de ventanas que se han abierto ante mí, fruto de una primera que se abrió a finales de los años 80 en la Facultad de Matemáticas de la ULL y que se materializó en un trozo de papel mal



arrancado de una libreta. Corría el año 1988 y un profesor extraordinario, José Méndez, nos propone encontrar una función continua y no derivable en todos sus puntos, a lo que mi imberbe intuición responde con una especie de línea en zigzag a altura 1 en los racionales y altura 0.9999... (periódico) en los irracionales. Mi distinguido profesor tardó unos segundos en echarla abajo, pero mi obstinación me llevó al pasillo, después de la clase, a rebatible su respuesta. Él me contestó cortésmente, como siempre, con la demostración matemática de que  $1=0.9999\dots$ , lo que despejaba cualquier duda sobre el asunto.

Ese trozo de papel con una sencilla e impecable demostración me produjo tal fascinación que me hizo atravesar una ventana a un nuevo y maravilloso mundo, el de las matemáticas y su lenguaje universal. Quién iba a pensar en ese instante que ese hecho me traería a Chicago treinta años después. Muchas ventanas se han abierto desde entonces y muchas amistades fraguadas en la ULL se mantienen cerca a pesar de los años. Esto me lleva a una segunda oportunidad que me brindó nuestra Facultad, e hizo que me sentara con mi compañero y amigo Andrés Palenzuela en el alféizar de una nueva ventana desde la que ob-

servamos el inicio de la tecnología tal y como la conocemos hoy. En concreto, la programación en Fortran 77 (con los Intel 386 de la sala de computación del edificio calabaza) me fascinó y me ha permitido adaptarme con cierta facilidad a todos los cambios que se han producido desde entonces. Actualmente, es tan potente el uso de la tecnología y tan universal el lenguaje matemático que permiten a mi alumnado español, pero también húngaro y ahora americano, utilizar programas como GeoGebra (software libre) para expresarse matemáticamente y grabar vídeo explicaciones que considero, en muchos casos, mejor herramienta de evaluación que un simple examen. También en la ULL, a principios de los noventa, una palabra vino a mi para quedarse, Didáctica, que conjuntamente con el descubrimiento de la Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas Isaac Newton, a través del genial e infatigable Luis Balbuena, me ha permitido atravesar una serie de ventanas en una especie de fachada infinita en la que me mantengo. En definitiva, el estado natural de constante investigación dentro del maravilloso mundo de las técnicas y métodos de enseñanza de la matemática me ha traído aquí, al otro lado del Atlántico, pero también a otros muchos lugares donde uno toma perspectiva mientras mira el frío a través de la ventana.

## EL RINCÓN DE PENSAR



### Saltamontes

Un saltamontes puede saltar hacia la izquierda o hacia la derecha. En el primer salto avanza un centímetro, en el segundo dos centímetros y así sucesivamente, aumentando un centímetro en cada salto... Tras treinta saltos, ¿puede terminar donde empezó?

Envía tu respuesta a [50math@ull.edu.es](mailto:50math@ull.edu.es) antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx-570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM.

Solución a los retos anteriores en <http://matdivu.webs.ull.es/2019/10/01>

Ganadores del reto nº 20: Amaia Alcalde y Jose Fernández.

Coordinador: Ignacio García Marco

## LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

### Impacto económico de las matemáticas en España

María Candelaria González Dávila,

ULL

Las matemáticas son un bien estratégico que acelera el crecimiento económico, señala el informe titulado "Impacto socioeconómico de la investigación y la tecnología matemáticas en España" (2019). Este estudio, realizado por la consultoría Afi (Analistas financieros internacionales) y promovido por la Red Estratégica en Matemáticas, es el primero que mide la "intensidad matemática" en la economía española, concretamente los beneficios para quienes poseen y aplican ese conocimiento en sus actividades. Para ello se han inspirado en trabajos similares realizados en Reino Unido (2012), Países Bajos (2014) y Francia (2015). El análisis revela que la contribución de la investigación y la transferencia tecnológica matemática, desde la complementariedad de los enfoques ocupacional



y de productos, sería responsable de más de un millón de ocupados (6% del empleo total) y de 103.000 millones de euros de contribución al valor añadido bruto (VAB), un 10,1% del total de la economía española en 2016. Si se suma el impacto indirecto sobre otras actividades económicas en España, las cifras alcanzan el 19,4% del empleo y el 26,9% del VAB. Aunque la empresa española incorpora aún pocos profesionales de alta intensidad matemática respecto a otros países europeos, como es-

pecialistas en bases de datos, finanzas o diseñadores de software, estas son las ocupaciones más productivas y que más crecerán. De hecho, si España alcanzase los mismos niveles que Francia, se estima que la productividad del trabajo aumentaría un 2,2% sobre los valores actuales. Para conseguirlo es necesario cuidar la educación matemática en todos los niveles, potenciar la investigación y conectar el mundo académico con el empresarial.

## JUEGOS DE ESTRATEGIA

### Puzle del ocho

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz

Se suele atribuir al inventor de puzzles y juegos Sam Loyd, que lo introdujo en 1914. Sin embargo, ya aparece mencionado en libros previos de W. W. Rouse Ball (1892) y Profesor Hoffman (1893). Es un solitario perteneciente a la familia de juegos de intercambio de fichas, y se juega sobre un tablero formado por dos cuadrados  $3 \times 3$  con una casilla común, vértice de ambos. Se usan dieciséis fichas, ocho de un color y ocho de otro, que se colocan inicialmente de manera que las de cada color ocupen uno de los cuadrados, salvo la casilla común que queda libre. El objetivo del juego es intercambiar las posiciones de las fichas de ambos colores con el menor número de movimientos posibles. Pero, ¿Cómo se mueven las fichas?



Se pueden desplazar a una casilla adyacente o saltar sobre una ficha del color opuesto hasta una casilla vacía, en vertical u horizontal, pero no en diagonal. ¡Les advertimos que este juego no es nada sencillo! Profesor Hoffman dio una solución en 52 movimientos, Ball en 48 y el matemático H. E. Dudeney, experto en juegos, en 46. Para saber más: <https://cultura-scientifica.com/2014/01/15/el-salto-de-la-rana-y-familia>.

# En la nube

José Luis Fernández Pérez  
UAM - AFI

¡Ay!, esos matemáticos tan dedicados ellos, tan fieles, tan concentrados, un punto aislados, absortos y, sí, distraídos. La esposa de un reputado colega, tras la marcha de sus hijos del hogar, constata con resignación que en su casa quedaban tres personas: él, ella y Lady Matemática. Un afamado matemático húngaro de principios del siglo pasado casi exigía celibato a sus ayudantes de cátedra para evitar distracciones. ¿Distracciones? No, no se dispone de datos fehacientes sobre el nivel de cumplimiento de

tamaño privación. Concentrarse en una cuestión matemática, aunque pueda tener que ver con asuntos científicos, económicos, algorítmicos, computacionales o lo que sea de la vida real, ¡vaya!, es adentrarse en un remanso confortable de un universo abstracto, de perfección tal que hasta huele bien. Seguir investigando en matemáticas "hasta el final" no es raro. Puro bálsamo, casi droga. He visto y atesorado unas pocas y únicas sonrisas en los últimos días de un dilecto colega que afloraban sólo cuando se discutían y compartían detalles de alguna investigación matemática.

A Poincaré, gran matemático francés, inmerso en los preparativos de una excursión geológica, le sobreviene sin estar pensado en ello, pura epifanía, la insospechada conexión entre dos ramas distantes de las matemáticas. ¡El subconsciente concen-

trado y a la carga por su cuenta y riesgo! Lo siente como una evocación: pura madalena de Proust. Evocación de qué, ¿de la caverna de Platón?

Hilbert, otro que tal baila, pero alemán. Seminario en Gotinga, los pocos participantes y asistentes regulares son también, ¡atención!, parte de la historia de las matemáticas. Discute H. unos cuantos teoremas rompedoramente nuevos, es lo que tiene un seminario de H. De un paso de una demostración en la pizarra afirma que es trivial. Vacila, para, calla, se gira y mira sin ver a los asistentes. Sale al pasillo. Los asistentes quedan, perplejos. Deambula H. sin ton ni son, se cruza sin acaso sentirlos con colegas y alumnos, y esboza de cuando en cuando algún que otro jeribequé con las manos. Pasan los minutos. Regresa. Mira a la pizarra. ¡En efecto, sí, claro, es trivial! La perplejidad del público se ahonda. Continúa H. con

otro asunto.

Las matemáticas son esa ciencia tan especial que estudia y habla de objetos abstractos, pero, oiga, precisos y diáfanos, claros y distintos en sus bordes y en sus límites: el lenguaje de la ciencia. Razonamiento abstracto sobre objetos abstractos que para el matemático son reales y familiares. No es fácil, no, trasladar ese universo de abstracción a la gente, a la calle, a la sociedad. Una dificultad intrínseca.

Pero hete aquí que es la sociedad de la revolución digital en que vivimos la que se está haciendo matemática, ¡oiga!, usando lenguaje y razonamiento matemático por doquier, no sólo en matemáticas y en las ciencias, sino cada vez más en ingenierías (duras y blandas) y en tecnología: inteligencia artificial, algoritmia, comunicaciones, cifrado, logística, comprensión de imagen y sonido. Tanto de cada uno de nosotros es ahora digital, ¿verdad? y lo al-

macenamos, ¡vaya!, en la nube. Nada más abstracto y matemático: en la nube.

Y esto se sabe, vaya que si se sabe. Sí, mucha ocupación profesional del futuro exigirá matemáticos bien formados. Incentivo honesto que algunos han amalgamado con pasión por las matemáticas, que buenos y convencidos docentes le han transmitido, y con un punto de amor propio que surge al destacar en una actividad exigente. El resultado es que en los tiempos que corren se tienen (se disfruta de) excelentes promociones de alumnos en las carreras de matemáticas, con altas notas de corte, con devoción por las matemáticas, con un nivel de competencia de partida que da gusto. Un lujo.

A poco que se haga moderadamente bien, tendremos un brillante futuro de investigadores, profesionales y docentes de matemáticas. En la nube y pisando fuerte. Que así sea.



## EL RINCÓN DE PENSAR



### Siete puntos

Enrique pintó siete puntos en un folio de forma que no había tres en la misma línea recta. Maite observó que usando tres puntos cualesquiera de los que había dibujado Enrique, se puede pintar un triángulo que los tiene como vértices. Y Santiago se entretuvo dibujando los treinta y cinco triángulos. Elena se preguntó: ¿Puede haber una línea recta que toque todos los triángulos?

Envía tu respuesta a [50math@ull.edu.es](mailto:50math@ull.edu.es) antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx-570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM.

Solución a los retos anteriores en <http://matdivu.webs.ull.es/2019/10/01>

Ganadores del reto 21: Danyana Pérez y Rubens Hernández.

Coordinador: Ignacio García Marco

## LAS MATE QUE MUEVEN EL MUNDO

### Pasen y aprendo

Israel García Alonso  
ULL

¿Cómo es una clase de matemáticas por dentro? Esto que parece una cuestión baladí no lo es si nuestro objetivo es mejorar el aprendizaje mejorando su enseñanza. Cada uno de nosotros ha estado dentro de un aula donde se imparten matemáticas, pero la mayoría sólo con el rol de estudiante. ¿Cuántos profesores han observado con mirada profesional una clase con el objeto de discutir con sus colegas sobre buenas prácticas?

Hay sistemas educativos en los que observar el desarrollo de una clase forma parte de la dinámica profesional. Observar para aprender. Analizar para mejorar. No para evaluar o para criticar.

Japón implementa desde 1872 un programa de desarrollo profesional docente basado en el modelo de Estudio de Clases (Lesson Study, en inglés). Este modelo consiste en que los profesores se organizan en comunidades de

aprendizaje con objeto de planificar una clase entre todos. Luego uno de ellos la desarrolla mientras todos los profesores observan in situ, sin intervenir, y recogen evidencias. Posteriormente, se cierra el ciclo de formación con un análisis retrospectivo de todo el proceso y proponiendo mejoras al mismo, nunca al docente que la implementó. En Canarias el proyecto de innovación "ProyectaMates", financiado por el

Cabildo de Tenerife, desarrolla este modelo de formación. A diferencia del modelo japonés, en ProyectaMates se graba una implementación que luego los profesores analizan con su mirada profesional, ofreciendo las mejoras que consideren.

Es necesario que abramos las puertas de nuestras aulas. Observemos y aprendamos de nuestros colegas de matemáticas. Hablemos de buenas prácticas.



## MATEMÁTICAS PARTE A PARTE

### Análisis Numérico

Severiano González Pinto  
ULL

El Análisis Numérico es una rama de las Matemáticas que estudia los "algoritmos", que no son otra cosa que métodos efectivos de solución cuantitativa (numérica) de los problemas matemáticos. No solo se trata de programarlos, también se debe analizar la bondad de los algoritmos implementados, es decir, si son fiables, estables, eficientes, etc.

Pero, ¿qué es realmente un algoritmo? Unos ejemplos ilustrativos sencillos son el algoritmo de la división, el de la multiplicación con números de varias cifras o el que se enseñaba antiguamente en la escuela para hacer raíces cuadradas. Sin embargo, debemos resaltar que la resolución práctica de cualquier problema de la ciencia o ingeniería conlleva el uso de métodos numéricos (y algoritmos) mucho más sofisticados. Por ejemplo, en la resolución cuantitativa de las ecuaciones que

aparecen en Mecánica Celeste, para obtener las trayectorias del movimiento (posiciones, velocidades, aceleraciones) de planetas, cometas, satélites, estrellas, galaxias y naves espaciales, o para el estudio de los circuitos eléctricos. Los ordenadores surgieron en los años cincuenta para agilizar las computaciones numéricas y controlar los vuelos de aviones y de naves espaciales.

Los métodos numéricos también son imprescindibles en la predicción del tiempo, y en Ingeniería aparecen en la construcción de cualquier infraestructura, puentes, túneles, puertos, diseño de aviones, trenes, coches, barcos... Actualmente se usan también en Economía para estudiar la evolución de la bolsa y los distintos derivados financieros, en Medicina y Biología para modelar el desarrollo y crecimiento de tumores, o para estudiar la evolución y expansión de poblaciones de virus y bacterias.

# ¡25 páginas matemáticas!

Fran Díaz  
ULL

Los estudios de Matemáticas en la Universidad de La Laguna (ULL) fueron implantados en el curso 1969/70, a pesar de la oposición de ciertos sectores políticos y sociales que veían tal inversión como innecesaria. Transcurrido exactamente medio siglo, hemos conmemorado tal efeméride con la publicación de veinticinco páginas matemáticas en el periódico EL DÍA de Tenerife, bajo la sabia coordinación del profesor Luis Balbuena Castellano y la profesora Edith Padrón Fernández. Esta iniciativa ha servido para constatar lo erróneas que fueron aquellas reticencias iniciales, permitiendo extraer conclusiones de incalculable valor.

Leyendo los artículos contenidos en estas páginas hemos observado cómo, desde la precariedad inicial, los estudios de Matemáticas en la ULL han pasado a tener un alto reconocimiento nacional e internacional. En la sección "Matemáticas parte a parte" hemos visto cómo profesores de nuestra universidad hacían un repaso de sus distintos campos de estudio, que abarcan prácticamente toda esta ciencia, en los que trabajan en colaboración con investigadores punteros a nivel mundial, algunos de los cuales han sido entrevistados durante estas veinticinco semanas. En la sección "Las mates que mueven al mundo" hemos descubierto cómo las Matemáticas están literalmente



por todos lados: Biología, Física, Deporte, Arte, Literatura, seguridad en Internet... contribuyendo en un 10.1% a la economía española. También hemos podido conocer su papel en la Historia, y todo ello sin olvidar las secciones dedicadas a juegos y retos matemáticos que tan buena aceptación han tenido entre los lectores.

Otro aspecto positivo remarcado en esta colección de artículos es cómo el número de mujeres egresadas en Matemáticas en la ULL ha pasado de ser solo dos en la primera promoción a la actual paridad entre sexos, o cómo

se ha incrementado el número de investigadoras. Si bien nuestra facultad ha sido pionera en ese aspecto, el hecho de que el número de mujeres que llegan a la cima de la carrera académica sea aun inferior al de hombres nos hace pensar que resta un largo camino por recorrer. Estamos en ello.

Hemos descubierto también cómo alrededor de 3.000 alumnos han pasado por nuestras aulas y que, a pesar de las dificultades, existe la posibilidad de dedicarse a la investigación para quienes realmente tienen vocación para ello. O cómo muchos

titulados en Matemáticas por nuestra universidad se han incorporado al profesorado encargado de formar a los jóvenes. Si pretendemos construir una realidad social y económica vinculada al desarrollo y el conocimiento es necesario redundar en este modelo, poniendo los medios necesarios para que nuestros universitarios no se vean obligados a abandonar Canarias y permitiéndoles poner su talento y trabajo al servicio de esta tierra.

En definitiva, a lo largo de veinticinco semanas hemos comprobado que las matemáticas no son solo necesarias para abordar problemas o por su aplicación en otras materias, sino también por cómo ayudan a moldear la inteligencia y permiten a un joven aspirar a un futuro brillante y provechoso para la sociedad. Por todo ello, deben ser una línea estratégica en cualquier plan educativo, social o cultural, si queremos construir un mañana esperanzador.

No queremos terminar sin mostrar nuestro más sincero agradecimiento a EL DÍA, y en particular a su director D. Joaquín Catalán, por habernos ofrecido generosamente este espacio semanal. También a Cristina Roldán de Metròpolis Comunicación por su trabajo en la edición y, por supuesto, a todos los que han colaborado en esta gratificante experiencia periodístico-matemática, ya sea aportando contenidos o simplemente disfrutando de ellos. ¡Seguimos en contacto!

## EL RINCÓN DE PENSAR



### Punto cubano

La décima espinela, ya sea recitada, escrita o cantada (punto cubano), está muy presente en la tradición canaria. Para terminar esta serie de problemas los dejo con uno planteado en esta estrofa poética. ¡Que lo disfruten!

Ochenta duros tenía pa unas quícaras comprar y en La Zarza pude dar con un viejo que vendía. Para aprovechar el día tantas quícaras compré como pesetas pagué por cada una, con gusto, si el dinero me dio justo ¿cuántas quícaras llevé?

Envía tu respuesta a [50math@ull.edu.es](mailto:50math@ull.edu.es) antes de diez días. Entre los participantes se sorteará una calculadora Casio fx-570SP X II y un lote de libros editados por la FESPM.

Solución a los retos anteriores en <http://matdivu.webs.ull.es/2019/10/01>

Ganadores del reto nº 22: Lara González Barrios y Alonso Yanes Estévez.

Coordinador: Ignacio García Marco

## LAS MATES QUE MUEVEN EL MUNDO

### Las matemáticas de la lucha canaria

Justo Roberto Pérez Cruz  
ULL

En lucha canaria "resultará perder el luchador que primero toque el suelo con cualquier parte del cuerpo que no sea la planta de los pies", es decir, quien primero pierda el equilibrio. Una cuestión matemática. El equilibrio de un objeto depende de que la proyección de su centro de masas caiga en la superficie que contiene su base de sustentación, en este caso el área entre sus pies. No vamos a entrar en la definición del centro de masas, pues nos vale con saber que explica por qué permanecemos en pie. El luchador es conocedor de ello, aunque sea de forma inconsciente. La colocación de sus pies o la flexión de sus rodillas están condicionadas por la posición de su centro de masas. Es más, para desequilibrar al contrario necesita ejercer un par de fuerzas, es decir, dos fuerzas actuando en sentido contrario. Esto no es tan evidente porque la atención se fija normal-



mente en un punto, como por ejemplo el pie al trabar un garabato, pero el empuje del hombro realiza la segunda fuerza del par. Aquí está la esencia. Toda contra se basa en anular una de las fuerzas del par, o aún mejor, aprovechar el empuje del contrario en beneficio propio. Pero además, el terrero está lleno de matemáticas: La salida a silla, el tiempo de cada agarrada, el control del marcador o el propio sistema de lucha. Me

corresponde el honor (o soy el culpable, según se mire) de haber propuesto el sistema vigente: "resultará vencedor el luchador que obtenga ventaja al finalizar la segunda agarrada", alternativo al tradicional (tres agarradas) y al de lucha corrida (una). Tan sencillo como contar 1, 2 y 3, pero provino de visualizar todos los aspectos que rodean la lucha canaria y su espectáculo desde un punto de vista estrictamente matemático.

## JUEGOS DE ESTRATEGIA

### Solitario del abanico

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz

Según testimonio recogido de un compañero, maestro mayorero de familia afincada en Vallebrón (La Oliva), cuando de niño cuidaba de las cabras con su familia, para entretener el tiempo dibujaban un tablero en el suelo de arena o sobre una laja, con una piedra caliza, para jugar al "Abanico". Utilizaban como fichas pequeñas piedras redondeadas o incluso chuchangas, muy frecuentes en el jable. Este solitario debe su nombre a que se juega sobre un tablero que recuerda a un abanico, con dieciséis intersecciones donde se colocan las fichas. Para comenzar se colocan piezas en todas las posiciones menos en una cualquiera de ellas, y mediante movimientos consecutivos de saltar y comer, a lo largo de las líneas, se deben eliminar todas las fichas excepto la última, de manera



similar al Solitario Inglés. Aunque algunos autores utilizan el término de "juego canario", a nuestro juicio esa terminología no es correcta. En el archipiélago encontramos principalmente variantes de juegos ya conocidos, que llegaron a través de viajeros que por estas tierras recalaban. En las exposiciones que residen en la Casa Museo de la Matemática Educativa, en La Laguna, pueden ver dos ejemplares de este solitario, y en la revista NÚMEROS nº 68 encontrarán referencias a juegos similares.