Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

Selectividad 2021

Comunidad autónoma de

MURCIA

www.apuntesmareaverde.org.es

Autor: Javier Sánchez

UNIVERSIDAD DE MURCIA   Región de Murcia   Universidad Politécnica de Cartagena

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
207 MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES
EBAU2021 - JUNIO

OBSERVACIONES IMPORTANTE: Debes responder a un máximo de 4 preguntas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 preguntas, sólo se corregirán las cuatro primeras que haya respondido el estudiante. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

CUESTIÓN 1. (2,5 puntos) Discutir el sistema lineal de ecuaciones en función de los valores del parámetro a:

$$\left.\begin{array}{r} x+3y+z=5 \\ ax+2z=0 \\ ay-z=a \end{array}\right\}$$

Resolverlo para a=1.

CUESTIÓN 2. (2,5 puntos) En un terreno en la huerta de Beniel se quieren plantar dos tipos distintos de naranjos: A y B. No se puede cultivar más de 8 hectáreas con naranjos de tipo A ni más de 10 hectáreas con naranjos de tipo B. Cada hectárea de naranjos de tipo A necesita 4 m^3 de agua anuales y cada una de tipo B, 3 m^3. Se dispone anualmente de 45 m^3 de agua. Cada hectárea de tipo A requiere una inversión de 500 € y cada una de tipo B, 225 €. Se dispone de 4575 € para realizar dicha inversión. Si cada hectárea de naranjos de tipo A y B producen, respectivamente, 500 y 300 kilos anuales de naranjas:

a) Calcular las hectáreas de cada tipo de naranjo que se deben plantar para maximizar la producción de naranjas. Razone la respuesta.
b) Obtener la producción máxima.

CUESTIÓN 3. (2,5 puntos) El coste de producción de x unidades de un determinado producto viene dado por la función $C(x)=\frac{1}{4}x^2+35x+25$ y su precio de venta es: $p=50-\frac{x}{4}$ euros. Hallar:

a) El número de unidades que debe venderse diariamente para que el beneficio sea máximo.
b) El precio al que deben venderse las unidades obtenidas en el apartado a).
c) El beneficio máximo.

CUESTIÓN 4. (2,5 puntos) Dada la función $f(x)=ax^3+bx+c$, calcular el valor de a, b y c para que:

a) La función pase por el origen de coordenadas y tenga en el punto $(1,-1)$ un mínimo local.
b) Para los valores obtenidos en el apartado anterior, determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

UNIVERSIDAD DE MURCIA — Región de Murcia — Universidad Politécnica de Cartagena

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
207 MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES
EBAU2021 - **JUNIO**

CUESTIÓN 5. (2,5 puntos) Representar gráficamente el recinto del plano limitado por la parábola $f(x) = -x^2 + 4x + 3$ y la recta $g(x) = 3 + x$. Calcular su área.

CUESTIÓN 6. Dada la función $f(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$:

a) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x)$ en el punto $x = 0$ (1 punto).

b) Calcular $\displaystyle\int \frac{2x}{x^2+1}\,dx$ (1 punto).

c) Calcular $\displaystyle\int_1^2 \frac{2x}{x^2+1}\,dx$ (0,5 puntos)

CUESTIÓN 7. (2,5 puntos) En un viaje de estudios el 52% de los jóvenes son hombres. De ellos el 35% son rubios así como el 40% de las mujeres. Si elegimos a un estudiante al azar:

a) Calcule la probabilidad de que sea rubio. (1 punto)
b) Sabiendo que NO es rubio, ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer? (1,5 puntos)

CUESTIÓN 8. (2,5 puntos) Alex y Fran son dos amigos que practican asiduamente en las pistas el baloncesto. La probabilidad de que Alex enceste un tiro libre es del 65% y de que lo haga Fran es del 48%. Dado que los dos sucesos son independientes, calcule la probabilidad de los siguientes sucesos al lanzar un tiro libre:

a) Ambos enceste un tiro libre. (1 punto)
b) Solo Alex encesta la pelota. (1 punto)
c) Al menos uno de ellos encesta la pelota. (0,5 puntos)

UNIVERSIDAD DE MURCIA · Región de Murcia · Universidad Politécnica de Cartagena

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
207 MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES
EBAU2021 - **JUNIO**

CRITERIOS DE VALORACIÓN

CRITERIOS GENERALES

Cada error de cálculo trivial se penalizará con 0,1 puntos y cada error de cálculo no trivial con 0,2 puntos.

Los errores ortográficos graves se tendrán en cuenta en la calificación total del ejercicio.

CRITERIOS ESPECÍFICOS

CUESTIÓN 1. (2,5 puntos)

- Discusión correcta: 2 puntos.
- Resolución correcta: 0,5 puntos.

CUESTIÓN 2. (2,5 puntos)

- Apartado a): 2 puntos.
- Apartado b): 0,5 puntos.

CUESTIÓN 3. (2,5 puntos)

- Apartado a): 1,5 puntos.
- Apartado b): 0,5 puntos.
- Apartado c): 0,5 puntos.

CUESTIÓN 4. (2,5 puntos)

- Apartado a): 1,5 puntos.
- Apartado b): 1 punto.

CUESTIÓN 5. (2,5 puntos)

- Representar gráficamente el recinto: 1 puntos.
- Calcular su área: 1,5 puntos.

CUESTIÓN 6. (2,5 puntos)

- Apartado a): 1 punto.
- Apartado b): 1 punto.
- Apartado c): 0,5 puntos.

UNIVERSIDAD DE MURCIA   Región de Murcia   Universidad Politécnica de Cartagena

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
207 MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES
EBAU2021 - JUNIO

CUESTIÓN 5. (2,5 puntos) Representar gráficamente el recinto del plano limitado por la parábola $f(x) = -x^2 + 4x + 3$ y la recta $g(x) = 3 + x$. Calcular su área.

CUESTIÓN 6. Dada la función $f(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$:

a) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x)$ en el punto $x = 0$ (1 punto).

b) Calcular $\displaystyle\int \frac{2x}{x^2+1}\,dx$ (1 punto).

c) Calcular $\displaystyle\int_1^2 \frac{2x}{x^2+1}\,dx$ (0,5 puntos)

CUESTIÓN 7. (2,5 puntos) En un viaje de estudios el 52% de los jóvenes son hombres. De ellos el 35% son rubios así como el 40% de las mujeres. Si elegimos a un estudiante al azar:

a) Calcule la probabilidad de que sea rubio. (1 punto)
b) Sabiendo que NO es rubio, ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer? (1,5 puntos)

CUESTIÓN 8. (2,5 puntos) Alex y Fran son dos amigos que practican asiduamente en las pistas el baloncesto. La probabilidad de que Alex enceste un tiro libre es del 65% y de que lo haga Fran es del 48%. Dado que los dos sucesos son independientes, calcule la probabilidad de los siguientes sucesos al lanzar un tiro libre:

a) Ambos enceste un tiro libre. (1 punto)
b) Solo Alex encesta la pelota. (1 punto)
c) Al menos uno de ellos encesta la pelota. (0,5 puntos)

RESPUESTAS CONVOCATORIA DE JUNIO

Cuestión 1:

Discutir el sistema de ecuaciones lineales $\left.\begin{array}{r} x+3y+z=5 \\ ax+2z=0 \\ ay-z=a \end{array}\right\}$ en función de los valores del parámetro a.

Resolverlo para $a=1$.

Solución:

Las matrices de coeficientes y ampliada son:

$$M=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ a & 0 & 2 \\ 0 & a & -1 \end{pmatrix} \text{ y } M'=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 \\ a & 0 & 2 & 0 \\ 0 & a & -1 & a \end{pmatrix}.$$

El rango de la matriz de coeficientes en función del parámetro a es el siguiente:

$$|M|=\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ a & 0 & 2 \\ 0 & a & -1 \end{vmatrix}=a^2-2a+3a=0;\;\; a^2+a=0;\;\; a(a+1)=0 \Rightarrow a_1=0, a_2=-1.$$

Para $a\neq 0$ y para $a\neq -1$ el sistema es compatible determinado al ser los rangos iguales a 3 e iguales al número de incógnitas

$Para\ a=0 \Rightarrow M'=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow Rang\ M'=2.$ Luego el sistema es compatible indeterminado

$$Para\ a=-1 \Rightarrow M'=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix}=5-3=2\neq 0 \Rightarrow Rang\ M'=3.$$

Como el rango de la matriz ampliada es distinto del rango de la matriz de los coeficientes el sistema es incompatible.

Para $a=1$ el sistema es: $\left.\begin{array}{r} x+3y+z=5 \\ x+2z=0 \\ y-z=1 \end{array}\right\}$, que es compatible determinado. Resolvemos por la regla de Cramer:

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}}{1\cdot(1+1)}=\frac{6-10}{2}=\frac{-4}{2}=-2;\; y=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}}{2}=\frac{1-2+5}{2}=\frac{4}{2}=2;\; z=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{2}=\frac{5-3}{2}=\frac{2}{2}=1.$$

$$x=-2, \qquad y=2, \qquad z=1$$

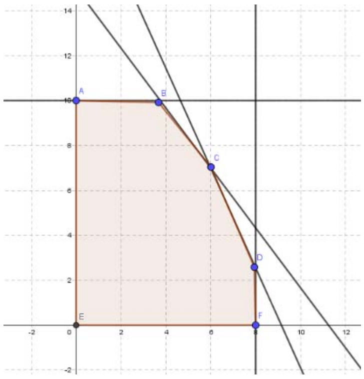
Cuestión 2:

En un terreno en la huerta de Beniel se quieren plantar dos tipos distintos de naranjos: A y B. No se puede cultivar más de 8 hectáreas con naranjos de tipo A ni más de 10 hectáreas con naranjos de tipo B. Cada hectárea de naranjos de tipo A necesita 4 m^3 de agua anuales y cada una de tipo B, 3 m^3. Se dispone anualmente de 45 m^3 de agua. Cada hectárea de tipo A requiere una inversión de 500 euros y cada una de tipo B, 225 euros. Se dispone de 4 575 euros para realizar dicha inversión. Si cada hectárea de naranjos de tipo A y B producen, respectivamente, 500 y 300 kilos anuales de naranjas:

a) Calcular las hectáreas de cada tipo de naranjo que se debe plantar para maximizar la producción de naranjas. Razone la respuesta.

b) Obtener la producción máxima.

Solución:



Sean x e y el número de hectáreas de naranjos de los tipos A y B que se plantan en la huerta de Beniel, respectivamente.

Las restricciones, según el enunciado, son:

$$\left.\begin{array}{r} x \leq 8;\ \ y \leq 10 \\ 4x+3y \leq 45 \\ 500x+225y \leq 4.575 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x \leq 8;\ \ y \leq 10 \\ 4x+3y \leq 45 \\ 20x+9y \leq 183 \end{array}\right\}.$$

La región factible es la de la figura adjunta.

Los vértices de la sección factible, además del origen de coordenadas, son:

$A: \left.\begin{array}{r} x=0 \\ y=10 \end{array}\right\} \Rightarrow A(0,10).$

$B: \left.\begin{array}{r} y=10 \\ 4x+3y=45 \end{array}\right\} \Rightarrow\Rightarrow 4x+30=45;\ \ 4x=15; x=15/4 \Rightarrow B(15/4,10).$

$C: \left.\begin{array}{r} 4x+3y=45 \\ 20x+9y=183 \end{array}\right\} \begin{array}{r} -12x-9y=-135 \\ 20x+9y=183 \end{array}\Bigg\} \Rightarrow 8x=48 \Rightarrow x=6;\ \ 24+3y=45;\ \ y=7 \Rightarrow C(6,7).$

$D: \left.\begin{array}{r} x=8 \\ 20x+9y=183 \end{array}\right\} \Rightarrow 160+9y=183;\ 9y=23 \Rightarrow D(8,23/9).$

$E: E(0,0).$

$F: \left.\begin{array}{r} x=8 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow F(8,0).$

La función objetivo es $f(x,y)=500x+300y$. Los valores de la función de objetivos son:

$A: f(0,10)=500\cdot 0+300\cdot 10=0+3\,000=3\,000.$

$B: f(15/4,10)=500\cdot \frac{15}{4}+300\cdot 10=1\,875+3\,000=4\,875.$

$C: f(6,7)=500\cdot 6+300\cdot 7=3\,000+2\,100=5\,100.$

$D: f(8,23/9)=500\cdot 8+300\cdot \frac{23}{9}=4\,000+766.67=4\,766.67.$

$F: f(8,0)=500\cdot 8+300\cdot 0=4\,000+0=4\,000.$

El máximo beneficio de 5 100 euros se obtiene en el punto $C(6,7)$, plantando 6 hectáreas de A y 7 de B

Cuestión 3:

El coste de producción de x unidades de un determinado producto viene dado por la función $C(x) = \frac{1}{4}x^2 + 35x + 25$ y su precio de venta es: $p = 50 - \frac{x}{4}$ euros. Hallar:

$a)$ El número de unidades que debe venderse diariamente para que el beneficio sea máximo.

$b)$ El precio al que deben venderse las unidades obtenidas en el apartado $a)$.

$c)$ El beneficio máximo.

Solución:

$a)$ El beneficio es la diferencia entre el precio de venta y el precio de coste.

$$B(x) = V(x) - C(x) = 50x - \frac{1}{4}x^2 - \left(\frac{1}{4}x^2 + 35x + 25\right) =$$

$= 50x - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x^2 - 35x - 25 \Rightarrow B(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 15x - 25.$

El beneficio es máximo cuando se anula su primera derivada y es positiva la segunda derivada para los valores que anulan la primera:

$B'(x) = -x^2 + 15x. \qquad B''(x) = -2x + 15.$

$B'(x) = 0 \Rightarrow -x^2 + 15x = 0;\ -x(x - 15) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 15.$

$B'(x) = -x^2 + 15x.$

$B''(0) = 15 > 0 \Rightarrow Mínimo.$

$B''(15) = -2 \cdot 15 + 15 = -15 < 0 \Rightarrow Máximo\ para\ x = 15.$

El beneficio es máximo vendiendo 15 unidades diarias

$b)$ $p(15) = 50 - \frac{15}{4} = 50 - 3.75 = 46.25.$

Se debe vender el producto a 46.25 *euros* la unidad

$c)$ $B(15) = -\frac{1}{2} \cdot 15^2 + 15 \cdot 15 - 25 = \frac{-225+450-50}{2} = \frac{175}{2} = 87.5.$

El beneficio es de 87.5 *euros*

Cuestión 4:

Dada la función $f(x) = ax^3 + bx + c$, calcular el valor de a, b y c para que:

$a)$ La función pase por el origen de coordenadas y tenga en el punto $P(1, -1)$ un mínimo local.

$b)$ Para los valores obtenidos en el apartado anterior, determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

Solución:

$a)$ Imponemos las condiciones del enunciado:

Por pasar por el origen de coordenadas: $f(0) = c = 0$.

Por contener al punto $P(1, -1) \Rightarrow f(1) = -1 = a \cdot 1^3 + b \cdot 1 = \ a + b = -1$.

Por tener un extremo relativo en $P(1, -1) \Rightarrow f'(1) = 0$:

$f'(x) = 3ax^2 + b \rightarrow f'(1) = 3a \cdot 1^2 + b = 0 \rightarrow \ \ 3a + b = 0$.

Resolvemos el sistema formado por las ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{r} a + b = -1 \\ 3a + b = 0 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} -a - b = 1 \\ 3a + b = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \rightarrow .\frac{1}{2} + b = -1 \rightarrow \ 2b = -3 \Rightarrow b = -\frac{3}{2}.$$

$$a = \frac{1}{2};\ b = -\frac{3}{2}; c = 0$$

$b)$ Para $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{3}{2}\ y\ c = 0$ la función es $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x$.

Una función es creciente o decreciente cuando su primera derivada es positiva o negativa, respectivamente.

$f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}(x^2 - 1)$. $\qquad\qquad f''(x) = 3x$.

$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{3}{2}(x^2 - 1) = 0;\ x^2 - 1 = 0;\ \ x^2 = 1 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 1$.

$f''(-1) = -3 < 0 \Rightarrow Máximo$. $\qquad\qquad f''(1) = 3 > 0 \Rightarrow Mínimo$.

Teniendo en cuanta que $D(f) \Rightarrow R$, las raíces de la primera derivada dividen la recta real en los intervalos $(-\infty, -1), (-1, 1)\ y\ (1, +\infty)$, donde la función es, alternativamente, creciente o decreciente.

Como $f'(0) = -\frac{3}{2} < 0$, los periodos de crecimiento y decrecimiento son:

$x \in (-1, 1) \rightarrow f'(x) < 0$, la función es decreciente

$x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \rightarrow f'(x) > 0$, la función es creciente

Cuestión 5:

Representar gráficamente el recinto plano limitado por la parábola $f(x) = -x^2 + 4x + 3$ y la recta $g(x) = 3 + x$. Calcular su área.

Solución:

La función $f(x) = -x^2 + 4x + 3$ es una parábola cóncava ($\cap$) por ser negativo el coeficiente de x^2, cuyo vértice es:

$f'(x) = -2x + 4 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow f(2) = -4 + 8 + 3 = 7 \Rightarrow V(2,7)$.

Los puntos de intersección de la parábola y la recta se obtienen igualando sus expresiones:

$-x^2 + 4x + 3 = 3 + x;\ x^2 - 3x = 0;\ x(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \rightarrow A(0,3) \\ x_2 = 3 \rightarrow B(3,6) \end{cases}$.

La representación gráfica es la de la figura adjunta.

$$S = \int_0^3 [f(x) - g(x)] \cdot dx = \int_0^3 [-x^2 + 4x + 3 - (3 + x)] \cdot dx =$$

$$= \int_0^3 (-x^2 + 4x + 3 - 3 - x) \cdot dx = \int_0^3 (-x^2 + 3x) \cdot dx = \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}\right]_0^3 =$$

$$= \left(-\frac{3^3}{3} + \frac{3 \cdot 3^2}{2}\right) - 0 = -9 + \frac{27}{2} = \frac{-18 + 27}{2} = \frac{9}{2} u^2$$

$$Área = \frac{9}{2} u^2$$

Cuestión 6:

Dada la función $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$:

$a)$ Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x)$ en el punto $x = 0$.

$b)$ Calcular $I = \int \frac{2x}{x^2+1} \cdot dx$.

$c)$ Calcular $I = \int_1^2 \frac{2x}{x^2+1} \cdot dx$.

Solución:

$a)$ La pendiente de la tangente a una función en un punto es igual que el valor de la primera derivada de la función en ese punto.

$f'(x) = \frac{2\cdot(x^2+1)-2x\cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{2x^2+2-4x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{2-2x^2}{(x^2+1)^2}$.

$m = f'(0) = \frac{2-0}{(0+1)^2} = 2$.

$f(0) = \frac{0}{0^2+1} = 0 \Rightarrow O(0,0)$.

La ecuación de una recta conocidos un punto y la pendiente viene dada por la fórmula

$$y = y_0 + m(x - x_0)$$

$y = 0 + 2(x - 0) = 2x \Rightarrow Recta\ tangente$: $\underline{t \equiv 2x - y = 0}$.

La recta tangente es: $y = 2x$.

$b)$ Es una integral inmediata de tipo logaritmo. Hacemos el cambio: $x^2 + 1 = t$, con lo que $2x \cdot dx = dt$

$$I = \int \frac{2x}{x^2+1} \cdot dx = \int \frac{1}{t} \cdot dt = L|t| + C = L(x^2+1) + C$$

$$I = \int \frac{2x}{x^2+1} \cdot dx = L(x^2+1) + C$$

$c)$ $I = \int_1^2 \frac{2x}{x^2+1} \cdot dx = [L(x^2+1)]_1^2 = L(2^2+1) - L(1^2+1) = L(5) - L(2)$.

$$I = \int_1^2 \frac{2x}{x^2+1} \cdot dx = L(5) - L(2).$$

Cuestión 7:

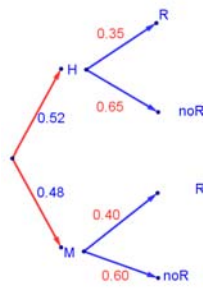
En un viaje de estudios el 52 % de los jóvenes son hombres. De ellos el 35 % son rubios, así como el 40 % de las mujeres. Si elegimos a un estudiante al azar:

a) Calcule la probabilidad de que ser rubio.

b) Sabiendo que NO es rubio, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

Solución:

Llamamos H al suceso ser hombre, y M al suceso ser mujer. Llamaos R al suceso ser rubio, y noR a no serlo. Con los datos del enunciado hacemos un diagrama de árbol:



a) $P(R) = P(H \cap R) + P(M \cap R) = P(H) \cdot P(R/H) + P(M) \cdot P(R/M) = 0.52 \cdot 0.35 + 0.48 \cdot 0.40 = 0.374$

La probabilidad de ser rubio es de 0.374

b) $P(M/\overline{R}) = \frac{P(M \cap \overline{R})}{P(\overline{R})} = \frac{P(M) \cdot P(\overline{R}/M)}{1 - P(R)} = \frac{0.48 \cdot 0.60}{1 - 0.374} = \frac{0.288}{0.626} = 0.4601.$

Sabiendo que NO es rubio, la probabilidad de que sea mujer es de 0.4601.

Cuestión 8:

Alex y Fran son dos amigos que practican asiduamente en las pistas el baloncesto. La probabilidad de que Alex enceste un tiro libre es del 65 % y de que lo haga Fran es del 48 %. Dado que los dos sucesos son independientes, calcule la probabilidad de los siguientes sucesos al lanzar un tiro libre:

$a)$ Ambos encesten un tiro libre.

$b)$ Sólo Alex enceste la pelota.

$c)$ Al menos uno de ellos enceste la pelota.

Solución:

Los datos del enunciado son: $P(A) = 0.65$; $P(F) = 0.48$;

Como son independientes: $P(A \cap F) = P(A) \cdot P(F) = 0.65 \cdot 0.48$

$a)$ $P(A \cap F) = P(A) \cdot P(F) = 0.65 \cdot 0.48 = 0.312.$

La probabilidad de que ambos encesten es $P(A \cap F) = 0.312$

$b)$ $P(A) \cdot P(\overline{F}) = 0.65 \cdot (1 - 0.48) = 0.65 \cdot 0.52 = 0.338.$

La probabilidad de que sólo Alex enceste es $P(A) \cdot P(\overline{F}) = 0.338.$

$c)$ Al menos no de ellos enceste es el suceso contrario de que ninguno enceste:

$1 - P(\overline{A} \cap \overline{F}) = 1 - 0.35 \cdot 0.52 = 1 - 182 = 0.818.$

La probabilidad de que al menos uno enceste es 0.818

UNIVERSIDAD DE MURCIA — Región de Murcia — Universidad Politécnica de Cartagena

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

207 MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

EBAU2021 - **JULIO**

OBSERVACIONES IMPORTANTE: Debes responder a un máximo de 4 preguntas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 preguntas, sólo se corregirán las cuatro primeras que haya respondido el estudiante. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

CUESTIÓN 1. (2,5 puntos) Sean las matrices: $A=\begin{pmatrix}0 & 2\\ 3 & 0\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}a & b\\ 6 & 1\end{pmatrix}$

a) Calcular el valor de a y b para que se cumpla: $AB=BA$.

b) Para $a=1$ y $b=0$, resuelva la ecuación: $XB-A=I$, siendo $I=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

CUESTIÓN 2. Sea el sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} 3x+y\le 12 \\ y\ge \dfrac{x}{2}-2 \\ x-2y\ge -3 \\ 2x+3y\ge 1 \end{array}\right\}$$

a) Representar gráficamente la región del plano S definido por el sistema de inecuaciones anterior y determine los vértices de dicha región. **(1,5 puntos)**

b) Calcular los puntos de la región S dónde la función $f(x,y)=3x-2y$ alcanza sus valores máximos y mínimos. **(1 punto)**

CUESTIÓN 3. (2,5 puntos) En un concierto celebrado en Murcia se ha estimado el número de miles de jóvenes que han asistido a él en función de la hora de llegada, t, mediante la función $f(t)=\dfrac{10}{(t-6)^2+1}$. Hallar la hora en el que había el mayor número de personas en el concierto. ¿Cuál fue esa cantidad máxima? Razone la respuesta.

CUESTIÓN 4. (2,5 puntos) Dada la función $f(x)=ax^2+3x+\dfrac{b}{x}$:

a) Calcule los valores de a y b de forma que la función tenga un extremo relativo en el punto $(1,2)$ y determine si ese extremo es un máximo o un mínimo. (1,5 puntos).

b) Si en la función anterior $a=2$ y $b=0$, determinar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x=1$ (1 punto)

UNIVERSIDAD DE MURCIA — Región de Murcia — Universidad Politécnica de Cartagena

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
207 MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES
EBAU2021 - **JULIO**

CUESTIÓN 5. (2,5 puntos) Representar gráficamente el recinto del plano limitado por las parábolas $f(x)=-x^2+4$ y $g(x)=x^2$. Calcular su área.

CUESTIÓN 6. Dada la función $f(x)=xe^{x^2}$:

a) Hallar la pendiente de esta función en el punto $x=0$. (1 punto).

b) Calcular $\int xe^{x^2}\,dx$ (1 punto).

c) Calcular $\int_0^1 xe^{x^2}\,dx$ (0,5 puntos)

CUESTIÓN 7. (2,5 puntos) Se dispone de tres cajas con bolas de distintos colores. La primera contiene 10 bolas: 4 azules y 6 blancas. En la segunda caja hay una única bola azul y 5 blancas. En la tercera caja tenemos 3 bolas azules y 5 blancas. Cogemos una bola al azar de cualquiera de las cajas:

a) Calcule la probabilidad de que la bola cogida sea azul. (1 punto)
b) Si la bola elegida es blanca, calcule la probabilidad de que estuviera en la primera caja. (1,5 puntos)

CUESTIÓN 8. (2,5 puntos) Dado dos sucesos de un experimento aleatorio A y B tales que $P(\overline{A})=0,45$, $P(B)=0,35$ y $P(A\cup B)=0,7$ Calcular las siguientes probabilidades:

a) $P(A)$. (0,5 puntos)
b) $P(A\cap B)$. (1 puntos)
c) $P(B/A)$ (0,5 puntos)
d) $P(\overline{A}/\overline{B})$. (0,5 puntos)

UNIVERSIDAD DE MURCIA · Región de Murcia · Universidad Politécnica de Cartagena

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
207 MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES
EBAU2021 - **JULIO**

CRITERIOS DE VALORACIÓN

CRITERIOS GENERALES

Cada error de cálculo trivial se penalizará con 0,1 puntos y cada error de cálculo no trivial con 0,2 puntos.

Los errores ortográficos graves se tendrán en cuenta en la calificación total del ejercicio.

CRITERIOS ESPECÍFICOS

CUESTIÓN 1. (2,5 puntos)

- Apartado a): 1 punto.
- Apartado b): 1,5 puntos.

CUESTIÓN 2. (2,5 puntos)

- Apartado a): 1,5 puntos.
- Apartado b): 1 punto.

CUESTIÓN 3. (2,5 puntos)

- Resolución correcta: 2,5 puntos.

CUESTIÓN 4. (2,5 puntos)

- Apartado a): 1,5 puntos.
- Apartado b): 1 punto.

CUESTIÓN 5. (2,5 puntos)

- Representar gráficamente el recinto: 1 puntos.
- Calcular su área: 1,5 puntos.

CUESTIÓN 6. (2,5 puntos)

- Apartado a): 1 punto.
- Apartado b): 1 punto.
- Apartado c): 0,5 puntos.

CUESTIÓN 7. (2,5 puntos)

- Apartado a): 1 punto.
- Apartado b): 1,5 puntos.

CUESTIÓN 8. (2,5 puntos)

- Apartado a): 0,5 puntos.
- Apartado b): 1 punto.
- Apartado c): 0,5 puntos.
- Apartado d): 0,5 puntos.

RESPUESTAS CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Cuestión 1:

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$.

$a)$ Calcular el valor de a y b para que se cumpla: $A \cdot B = B \cdot A$.

$b)$ Para $a = 1$ y $b = 0$, resuelve la ecuación: $X \cdot B - A = I$, siendo $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Solución:

$a)$ $A \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ 6 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 2 \\ 3a & 3b \end{pmatrix}$.

$B \cdot A = \begin{pmatrix} a & b \\ 6 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3b & 2a \\ 3 & 12 \end{pmatrix}$

$A \cdot B = B \cdot A \Rightarrow \begin{pmatrix} 12 & 2 \\ 3a & 3b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3b & 2a \\ 3 & 12 \end{pmatrix} \Rightarrow \left.\begin{matrix} 3b = 12 \\ 2a = 2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow a = 1, b = 4.$

$$\boldsymbol{a = 1, b = 4}$$

$b)$ La matriz B para $a = 1$ y $b = 0$ es $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$.

$$X \cdot B - A = I \to \ X \cdot B = I + A \to \ X \cdot B \cdot B^{-1} = (I + A) \cdot B^{-1} \to X = (I + A) \cdot B^{-1}.$$

$I + A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0;$$

Existe su inversa:

$B^{-1} = \frac{Adj.de\ B^t}{|B|} = \frac{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}}{1} \Rightarrow \ B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}$.

$$X = (I + A) \cdot B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -6 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\boldsymbol{X = \begin{pmatrix} -11 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}.}$$

Cuestión 2:

Sea el sistema de inecuaciones: $\left.\begin{array}{r} 3x+y\le 12 \\ y\ge \frac{x}{2}-2 \\ x-2y\ge -3 \\ 2x+3y\ge 1 \end{array}\right\}.$

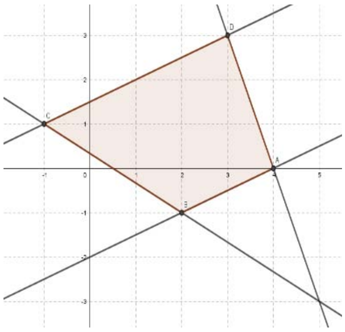
$a)$ Representar gráficamente la región del plano S definido por el sistema de inecuaciones anterior y determine los vértices de dicha región.

$b)$ Calcular los puntos de la región S donde la función $f(x,y)=3x-2y$ alcanza sus valores máximos y mínimos.

Solución:

$a)$

$$\left.\begin{array}{r} 3x+y\le 12 \\ y\ge \frac{x}{2}-2 \\ x-2y\ge -3 \\ 2x+3y\ge 1 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 3x+y\le 12 \\ x-2y\le 4 \\ x-2y\ge -3 \\ 2x+3y\ge 1 \end{array}\right\}.$$



La región factible es la que aparece sombreada en la figura.

Los vértices son:

$$A: \left.\begin{array}{r} 3x+y=12 \\ x-2y=4 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 3x+y=12 \\ -3x+6y=-12 \end{array}\right\} \rightarrow 7y=0 \rightarrow \ y=0 \rightarrow \ x=4 \Rightarrow A(4,0).$$

$$B: \left.\begin{array}{r} x-2y=4 \\ 2x+3y=1 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} -2x+4y=-8 \\ 2x+3y=1 \end{array}\right\} \rightarrow 7y=-7 \rightarrow \ y=-1 \rightarrow \ x+2=4 \rightarrow x=2 \Rightarrow B(2,-1).$$

$$C: \left.\begin{array}{r} x-2y=-3 \\ 2x+3y=1 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} -2x+4y=6 \\ 2x+3y=1 \end{array}\right\} \rightarrow 7y=7 \rightarrow \ y=1 \rightarrow \ 2x+3=1 \rightarrow \ x=-1 \Rightarrow C(-1,1).$$

$$D: \left.\begin{array}{r} 3x+y=12 \\ x-2y=-3 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 6x+2y=24 \\ x-3y=-3 \end{array}\right\} \rightarrow 7x=21 \rightarrow x=3 \rightarrow 3-2y=-3 \rightarrow y=3 \Rightarrow D(3,3).$$

$b)$ La función de objetivos es $f(x,y)=3x-2y$.

Los valores de la función de objetivos en cada uno de los vértices de la zona factible son:

$A: f(4,0)=3\cdot 4-2\cdot 0=12-0=12.$

$D: f(2,-1)=3\cdot 2-2\cdot(-1)=6+2=8.$

$C: f(-1,1)=3\cdot(-1)-2\cdot 1=-3-2=-5.$

$D: f(3,3)=3\cdot 3-2\cdot 3=9-6=3.$

El máximo, 12, se produce en el punto $A(4,0)$ y el mínimo, -5, en el punto $C(-1,1)$.

Cuestión 3:

En un concierto celebrado en Murcia se ha estimado el número de miles de jóvenes que han asistido a él en función de la hora de llegada, t, mediante la siguiente función: $f(t)=\frac{10}{(t-6)^2+1}$. Hallar la hora en el que había el mayor número de personas en el concierto. ¿Cuál fue esa cantidad máxima? Razona la respuesta.

Solución:

Para que una función tenga un máximo o mínimo relativo en un punto en el que sea derivable, es condición necesaria que se anule su primera derivada en ese punto.

$$f(t)=\frac{10}{t^2-12t+36+1}=\frac{10}{t^2-12t+37}\to f'(t)=\frac{-10\cdot(2t-12)}{(t^2-12t+37)^2}=\frac{-20\cdot(t-6)}{(t^2-12t+37)^2}\to f'(t)=0\to$$
$$\frac{-20\cdot(t-6)}{(t^2-12t+37)^2}=0\to\ -20\cdot(t-6)=0\to\ \ t-6=0\to t=6.$$

Para diferenciar los máximos de los mínimos se recurre a la segunda derivada; si es positiva para el valor que anula la primera, se trata de un mínimo y, si es negativa, de un máximo.

$$f''(t)=\frac{-20\cdot\left(t^2-12t+37\right)^2+20\cdot(t-6)\cdot\left[2\cdot\left(t^2-12t+37\right)(2t-12)\cdot\right]}{(t^2-12t+37)^4}=\frac{-20\cdot\left(t^2-12t+37\right)+80\cdot(t-6)^2}{(t^2-12t+37)^3}=$$
$$\frac{-20t^2+240t-740+80\cdot\left(t^2-12t+36\right)}{(t^2-12t+37)^3}=\frac{-20t^2+240t-740+80t^2-960t+2.880}{(t^2-12t+37)^3}=\frac{60t^2-720t+2.140}{(t^2-12t+37)^3}=20\cdot\frac{3t^2-36t+107}{(t^2-12t+37)^3}.$$

$$f''(6)=20\cdot\frac{3\cdot6^2-36\cdot6+107}{(6^2-12\cdot6+37)^3}=20\cdot\frac{108-216+107}{(36-72+37)^3}=20\cdot\frac{215-216}{1^3}=-20>0$$

Hay un máximo relativo para $t=6$.

$f(6)=\frac{10}{(6-6)^2+1}=10.$

El mayor número de personas en el concierto es a las **6 horas**, y ese número es de $\boldsymbol{10.000\ jóvenes}$

Cuestión 4:

Dada la función $f(x) = ax^2 + 3x + \frac{b}{x}$:

a) Calcule los valores de a y b de forma que la función tenga un extremo relativo en el punto $P(1,2)$ y determine si ese extremo es un máximo o un mínimo.

b) Si en la función anterior $a = 2$ y $b = 0$, determinar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 1$.

Solución:

a) Imponemos las condiciones del enunciado.

Por contener al punto $P(1,2) \Rightarrow f(1) = 2$.

$f(1) = 2 \Rightarrow a \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 + \frac{b}{1} = 2;\;\; a + b = -1$.

Por tener un extremo relativo en el punto $P(1,2) \Rightarrow f'(1) = 0$.

$f'(x) = 2ax + 3 - \frac{b}{x^2} \to\; f'(1) = 0 \to 2a \cdot 1 + 3 - \frac{b}{1^2} = 0 \to\;\; 2a - b = -3$.

Resolvemos el sistema formado por las ecuaciones:

$\left.\begin{array}{r} a + b = -1 \\ 2a - b = -3 \end{array}\right\} \Rightarrow 3a = -4 \to a = -\frac{4}{3} \to -\frac{4}{3} + b = -1 \to\; b = -1 + \frac{4}{3} \to b = \frac{1}{3}$.

$$a = -\frac{4}{3};\; b = \frac{1}{3}$$

La función obtenida es $f(x) = -\frac{4}{3}x^2 + 3x + \frac{1}{3x}$.

La derivada es: $f'(x) = -\frac{8}{3}x + 3 - \frac{1}{3x^2}$.

Para diferenciar los máximos de los mínimos se recurre a la segunda derivada; si es positiva para el valor que anula la primera, se trata de un mínimo y, si es negativa, de un máximo.

$$f''(x) = -\frac{8}{3} + \frac{6x}{9x^4} = -\frac{8}{3} + \frac{2}{3x^3} \to f''(1) = -\frac{8}{3} + \frac{2}{3 \cdot 1^3} = -\frac{8}{3} + \frac{2}{3} = -2 < 0$$

La función obtenida tiene un máximo relativo en el punto $P(1,2)$

b) Para $a = 2$ y $b = 0$ la nueva función es $f(x) = 2x^2 + 3x$.

La pendiente de la tangente de la gráfica de una función en un punto es el valor de la derivada en ese punto.

$f'(x) = 4x + 3 \to m = f'(1) = 4 \cdot 1 + 3 = 7 \to f(1) = 2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 = 2 + 3 = 5$.

El punto de tangencia es $Q(1,5)$.

La expresión de una recta conocido un punto y la pendiente viene dada por la fórmula

$y = y_0 + m(x - x_0)$, que aplicada al punto $Q(1,5)$ con $m = 7$ es:

$y = 5 + 7 \cdot (x - 1) = 5 + 7x - 7 = 7x - 2$.

La recta tangente es $y = 7x - 2$

Cuestión 5:

Representar gráficamente el recinto plano limitado por las parábolas $f(x) = -x^2 + 4$ y $g(x) = x^2$. Calcular su área.

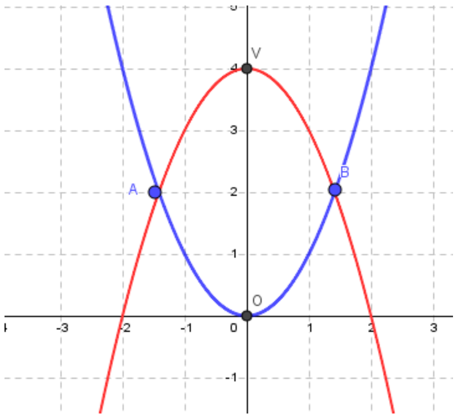
Solución:

Las abscisas de los puntos de intersección de las curvas son las soluciones de la ecuación que resulta de igualar sus expresiones:

$$-x^2 + 4 = x^2;\ 2x^2 = 4;\ x^2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -\sqrt{2} \to A\left(-\sqrt{2}, 2\right) \\ x_2 = \sqrt{2} \to B\left(\sqrt{2}, 2\right) \end{cases}.$$

La parábola $f(x) = -x^2 + 4$, que es cóncava (∩), por ser negativo el coeficiente de x^2, tiene su vértice en el punto $V(0, 4)$.

La parábola $g(x) = x^2$, que es convexa (∪) por ser positivo el coeficiente de x^2, tiene su vértice en el origen.



El recinto limitado por las parábolas será el intervalo $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$.

Por ser las ordenadas de la parábola $g(x) = x^2$ iguales o menores que las correspondientes ordenadas de la parábola $f(x) = -x^2 + 4$ en el intervalo del área a calcular y, además, como las dos funciones son pares y, por tanto, simétricas con respecto al eje de ordenadas, la superficie S a calcular es:

$$S = 2 \cdot \int_0^{\sqrt{2}} [(-x^2 + 4) - x^2] \cdot dx = 2 \cdot \int_0^{\sqrt{2}} (-2x^2 + 4) \cdot dx =$$

$$4 \cdot \int_0^{\sqrt{2}} (-x^2 + 2) \cdot dx = 4 \cdot \left[-\frac{x^3}{3} + 2x\right]_0^{\sqrt{2}} = 4 \cdot \left\{\left[-\frac{\left(\sqrt{2}\right)^3}{3} + 2\sqrt{2}\right]\right\} = 4 \cdot \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3} + 2\sqrt{2}\right) =$$

$$8\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{1}{3} + 1\right) = 8\sqrt{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{16\sqrt{2}}{3} \cong 7.54\ u^2.$$

$$Área = \frac{16\sqrt{2}}{3} \cong 7.54\ u^2.$$

Cuestión 6:

Dada la función $f(x) = x \cdot e^{x^2}$:

$a)$ Hallar la pendiente de esta función en el punto $x = 0$.

$b)$ Calcular $I = \int x \cdot e^{x^2} \cdot dx$.

$c)$ Calcular $I = \int_0^1 x \cdot e^{x^2} \cdot dx$.

Solución:

$a)$ La pendiente de la tangente a una función en un punto es igual que el valor de la primera derivada de la función en ese punto.

$$f'(x) = 1 \cdot e^{x^2} + x \cdot 2x \cdot e^{x^2} = e^{x^2} \cdot (1 + 2x^2).$$

$$m = f'(0) = e^0 \cdot (1 + 2 \cdot 0^2) = 1 \cdot 1 = 1.$$

La pendiente de esta función en el punto $x = 0$ es $\boldsymbol{m = 1}$

$b)$ Es una integral inmediata de tipo exponencial. Llamamos $x^2 = t \rightarrow \begin{matrix} x^2 = t \\ x \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot dt \end{matrix}$

$$I = \int x \cdot e^{x^2} \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot \int e^t \cdot dt = \frac{1}{2} \cdot e^t + C = \frac{1}{2} \cdot e^{x^2} + C.$$

$$I = \int x \cdot e^{x^2} \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot e^{x^2} + C.$$

$c)$ $I = \int_0^1 x \cdot e^{x^2} \cdot dx = \left[\frac{1}{2} \cdot e^{x^2}\right]_0^1 = \frac{1}{2} \cdot \left[e^{x^2}\right]_0^1 = \frac{1}{2} \cdot \left(e^{1^2} - e^{0^2}\right) = \frac{1}{2} \cdot (e - 1).$

$$I = \int_0^1 x \cdot e^{x^2} \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot (e - 1).$$

Cuestión 7:

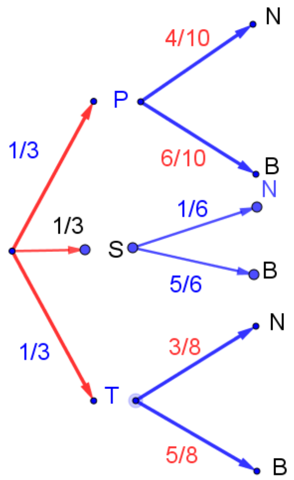
Se dispone de tres cajas con bolas de distintos colores. La primera contiene 10 bolas: 4 negras y 6 blancas. En la segunda caja hay una única bola negra y 5 blancas. En la tercera caja tenemos 3 bolas negras y 5 blancas. Cogemos una bola al azar de cualquiera de las cajas:

a) Calcule la probabilidad de que la bola cogida sea negra.

b) Si la bola elegida es blanca, calcule la probabilidad de que estuviera en la primera caja.

Solución:

Llamamos N al suceso de que la bola cogida sea negra y B que sea blanca. Llamamos P al suceso de que sea de la primera caja, S que sea de la segunda y T de la tercera. Con los datos dados hacemos un diagrama de árbol:



$$a)\ P(N) = \frac{1}{3}\cdot P(P\cap N) + \frac{1}{3}\cdot P(S\cap N) + \frac{1}{3}\cdot P(T\cap N) = \frac{1}{3}\cdot\frac{4}{10} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\cdot\frac{3}{8} = \frac{2}{15} + \frac{1}{18} + \frac{1}{8} = \frac{48+20+45}{360} = \frac{113}{360} = 0.3139.$$

$$P(N) = \frac{113}{360} = 0.3139$$

$$b)\ P(P/B) = \frac{P(P\cap B)}{P(B)} = \frac{P(P)\cdot P(B/P)}{1-P(N)} = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{10}}{1-\frac{113}{360}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{247}{360}} = \frac{72}{247} = 0.2915.$$

$$P(P/B) = \frac{72}{247} = 0.2915$$

Cuestión 8:

Dados dos sucesos de un experimento aleatorio A y B tales que $P(\overline{A}) = 0.45$; $P(B) = 0.35$ y $P(A \cup B) = 0.7$. Calcular las siguientes probabilidades:

$a)$ $P(A)$.

$b)$ $P(A \cap B)$.

$c)$ $P(B/A)$.

$d)$ $P(\overline{A}/\overline{B})$.

Solución:

Nos dice que: $P(\overline{A}) = 0.45$; $P(B) = 0.35$; $P(A \cup B) = 0.7$, por lo que sabemos que:

$a)$ $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0.45 = 0.55$

$b)$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow$

$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.55 + 0.35 - 0.70 = 0.20$

$c)$ $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.20}{0.55} = 0.3636.$

$d)$ Como $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(A \cup B)$, entonces:

$P(\overline{A}/\overline{B}) = \frac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)} = \frac{1 - 0.7}{1 - 0.35} = \frac{0.30}{0.65} = 0.4615.$

$P(A) = 0.55;\ P(A \cap B) = 0.20;\ P(B/A) = 0.3636;\ P(\overline{A}/\overline{B}) = 0.4615.$