MATEMÁTICAS II

Selectividad 2023

Comunidad autónoma de

CANTABRIA

Textos Marea Verde

www.apuntesmareaverde.org.es

Autor: Juan Antonio Martínez García

ebaumatematicas.com

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA	EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU) FASE GENERAL CURSO: **2022–2023** MATERIA: **MATEMÁTICAS II**	CONVOCATORIA: ORDINARIA DE **JUNIO**

INDICACIONES

1. Debe escoger solo cuatro ejercicios entre los ocho de los que consta el examen.
2. Si realiza más de cuatro ejercicios solo se corregirán los cuatro primeros, según el orden que aparecen resueltos en el cuadernillo de examen.
3. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
4. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
5. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.

Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS]

Considere el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x+3y+z=-1 \\ x-y+z=a \\ -x+y-2z=-3 \end{cases}$ dado en función del parámetro a ∈ R.

1) [1,25 PUNTOS] Determine para qué valores de a el sistema es compatible.

2) [1,25 PUNTOS] Dado a = 4, resuelva el sistema anterior si es posible.

Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]

Considere la función $f(x)=\frac{x^2-x+2}{x}$.

1) [0,5 PUNTOS] Determine el conjunto de puntos de discontinuidad de f(x).

2) [1 PUNTO] Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f(x).

3) [1 PUNTO] Determine si f(x) tiene asíntota(s). En caso afirmativo, calcúlela(s).

Ejercicio 3 [2,5 PUNTOS]

Calcule las ecuaciones de las rectas de los lados de un triángulo que tiene como vértices a los puntos A = (0, 0, 1), B = (4, 1, 2) y C = (3, 4, 3).

Ejercicio 4 [2,5 PUNTOS]

En cierta región, el 72 % de las mujeres vive al menos 71 años y el 52 % vive al menos 80 años. Si una mujer determinada de esa región tiene 71 años, ¿cuál es la probabilidad de que vaya a vivir al menos hasta los 80 años?

Ejercicio 5 [2,5 PUNTOS]

Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & a \\ 2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ en función del parámetro a ∈ R.

1) [0,5 PUNTOS] Calcule el determinante de A en función del parámetro a.

2) [0,75 PUNTOS] Calcule el rango de A en función del parámetro a.

3) [0,5 PUNTOS] Determine para qué valores de a la matriz A tiene inversa.

4) [0,75 PUNTOS] Sea B el conjunto de los a ∈ R tales que A tiene inversa. Calcule la inversa de A para los diferentes valores del parámetro a ∈ B.

Ejercicio 6 [2,5 PUNTOS]

Considere la función $f(x) = x^3 + 1$.

1) [0,5 PUNTOS] Calcule una primitiva de f (x).

2) [1 PUNTO] Calcule los puntos de inflexión de f(x) si los hubiera.

3) [1 PUNTO] Calcule el área del recinto limitado por f(x), el eje OX de abscisas y las rectas x = 1 y x = 2.

Ejercicio 7 [2,5 PUNTOS]

Considere los planos

$$\pi 1 : 2x - 3y + 5z = a$$

$$\pi 2 : bx + 3y - 5z = 4$$

en función de los parámetros a, b ∈ R. Determine si es posible asignar algún valor a los parámetros a y b para que los planos π1 y π2 :

1) [0,5 PUNTOS] Sean coincidentes. En caso afirmativo de un valor para a y b.

2) [1 PUNTO] Sean paralelos. En caso afirmativo de un valor para a y b.

3) [1 PUNTO] Se corten en una recta. En caso afirmativo de un valor para a y b.

Ejercicio 8 [2,5 PUNTOS]

Sean A y B dos sucesos independientes asociados a un experimento aleatorio con

P(A) = 0,5 y P(B) = 0,25.

1) [0,5 PUNTOS] Calcule P(A ∪ B).

2) [0,5 PUNTOS] Calcule $P(A^c)$ y $P(B^c)$, donde A^c y B^c denotan el suceso contrario de A y de B respectivamente.

3) [1 PUNTO] Razone si A^c y B^c son independientes.

4) [0,5 PUNTOS] Calcule $P(A^c \cup B^c)$.

RESPUESTAS CONVOCATORIA ORDINARIA DE JUNIO

Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS]

Considere el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x+3y+z=-1 \\ x-y+z=a \\ -x+y-2z=-3 \end{cases}$ dado en función del parámetro a ∈ R.

1) [1,25 PUNTOS] Determine para qué valores de a el sistema es compatible.

2) [1,25 PUNTOS] Dado a = 4, resuelva el sistema anterior si es posible.

Solución:

1)

La matriz de coeficientes asociada al sistema es $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ y la matriz ampliada es

$$A/B=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & a \\ -1 & 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Estudiamos el rango de A.

$$|A|=\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \end{vmatrix}=4-3+1-1+6-2=5\neq 0$$

El rango de la matriz A es 3.
Por lo que el rango de la matriz ampliada también es 3, al igual que el número de incógnitas.
El sistema es compatible determinado para cualquier valor del parámetro $a\in\mathbb{R}$.
No existe ningún valor del parámetro $a\in\mathbb{R}$ para el que el sistema es incompatible.

2) Para $a = 4$ el sistema es compatible determinado. Hallamos su solución.

$$\begin{cases} 2x+3y+z=-1 \\ x-y+z=4 \\ -x+y-2z=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \text{Ecuación } 3^a + \text{Ecuación } 2^a \\ -x \quad +y \quad -2z \quad =-3 \\ x \quad -y \quad +z \quad =4 \\ \hline -z \quad =1 \rightarrow \text{Nueva ecuación } 3^a \end{Bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x+3y+z=-1 \\ x-y+z=4 \\ -z=1 \rightarrow \boxed{z=-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+3y-1=-1 \\ x-y-1=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+3y=0 \\ x-y=5 \rightarrow x=5+y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2(5+y)+3y=0 \Rightarrow 10+2y+3y=0 \Rightarrow 5y=-10 \Rightarrow \boxed{y=-2} \Rightarrow \boxed{x=5-2=3}$$

La solución es $x = 3;\ y = -2;\ z = -1$.

Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]

Considere la función $f(x) = \frac{x^2-x+2}{x}$.

1) [0,5 PUNTOS] Determine el conjunto de puntos de discontinuidad de f(x).

2) [1 PUNTO] Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f(x).

3) [1 PUNTO] Determine si f(x) tiene asíntota(s). En caso afirmativo, calcúlela(s).

Solución:

1) El denominador se anula en $x = 0$. El dominio de la función es $\mathbb{R}-\{0\}$.

La función es discontinua en $x = 0$.

2) Utilizamos la derivada.

$$f(x)=\frac{x^2-x+2}{x}=\frac{x^2}{x}-\frac{x}{x}+\frac{2}{x}=x-1+\frac{2}{x}\Rightarrow f'(x)=1-\frac{2}{x^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(x)=1-\frac{2}{x^2} \\ f'(x)=0 \end{array}\right\}\Rightarrow 1-\frac{2}{x^2}=0\Rightarrow\frac{2}{x^2}=1\Rightarrow 2=x^2\Rightarrow\boxed{x=\pm\sqrt{2}}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de estos dos valores (incluimos $x=0$).

En el intervalo $\left(-\infty,-\sqrt{2}\right)$ tomamos $x = -2$ y la derivada vale $f'(-2)=1-\frac{2}{(-2)^2}=\frac{1}{2}>0$. La función crece en $\left(-\infty,-\sqrt{2}\right)$.

En el intervalo $\left(-\sqrt{2},0\right)$ tomamos $x = -1$ y la derivada vale $f'(-1)=1-\frac{2}{(-1)^2}=-1<0$. La función decrece en $\left(-\sqrt{2},0\right)$.

En el intervalo $\left(0,\sqrt{2}\right)$ tomamos $x = 1$ y la derivada vale $f'(1)=1-\frac{2}{1^2}=-1<0$. La función decrece en $\left(0,\sqrt{2}\right)$.

En el intervalo $\left(\sqrt{2},+\infty\right)$ tomamos $x = 2$ y la derivada vale $f'(2)=1-\frac{2}{2^2}=\frac{1}{2}>0$. La función crece en $\left(\sqrt{2},+\infty\right)$.

La función crece en $\left(-\infty,-\sqrt{2}\right)\cup\left(\sqrt{2},+\infty\right)$ y decrece en $\left(-\sqrt{2},0\right)\cup\left(0,\sqrt{2}\right)$.

3)

Asíntota vertical. $x=a$

¿$x=0$ es asíntota vertical?

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0}\frac{x^2-x+2}{x} = \frac{2}{0} = \infty$$

$x=0$ es asíntota vertical

Asíntota horizontal. $y=b$.

$$b = \lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-x+2}{x} = \lim_{x\to+\infty} x-1+\frac{2}{x} = +\infty-1+\frac{2}{\infty} = +\infty$$

No tiene asíntota horizontal.

Asíntota oblicua. $y=mx+n$

$$m = \lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty}\frac{x-1+\frac{2}{x}}{x} = \lim_{x\to\infty}\frac{x}{x}-\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2} = \lim_{x\to\infty} 1-\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2} = 1-0+0 = 1$$

$$n = \lim_{x\to\infty}\left(f(x)-mx\right) = \lim_{x\to\infty}\left(x-1+\frac{2}{x}-x\right) = \lim_{x\to\infty}\left(-1+\frac{2}{x}\right) = -1+\frac{2}{\infty} = -1$$

La asíntota oblicua tiene ecuación $y=x-1$.

La función tiene una asíntota vertical $x=0$ y una asíntota oblicua $y=x-1$.

Ejercicio 3 [2,5 PUNTOS]

Calcule las ecuaciones de las rectas de los lados de un triángulo que tiene como vértices a los puntos A = (0, 0, 1), B = (4, 1, 2) y C = (3, 4, 3).

Solución:

Recta que pasa por A y B.

$$\left.\begin{array}{l} A=(0,0,1) \\ B=(4,1,2) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \overline{v_r}=\overline{AB}=(4,1,2)-(0,0,1)=(4,1,1) \\ B=(4,1,2)\in r \end{array}\right\} \Rightarrow r:\begin{cases} x=4+4\lambda \\ y=1+\lambda \\ z=2+\lambda \end{cases},\ \lambda\in\mathbb{R}$$

Recta que pasa por A y C.

$$\left.\begin{array}{l} A=(0,0,1) \\ C=(3,4,3) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \overline{u_s}=\overline{AC}=(3,4,3)-(0,0,1)=(3,4,2) \\ A=(0,0,1)\in s \end{array}\right\} \Rightarrow s:\begin{cases} x=3\alpha \\ y=4\alpha \\ z=1+2\alpha \end{cases},\ \alpha\in\mathbb{R}$$

Recta que pasa por B y C.

$$\left.\begin{array}{l} C=(3,4,3) \\ B=(4,1,2) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \overline{w_t}=\overline{BC}=(3,4,3)-(4,1,2)=(-1,3,1) \\ B=(4,1,2)\in t \end{array}\right\} \Rightarrow t:\begin{cases} x=4-\beta \\ y=1+3\beta \\ z=2+\beta \end{cases},\ \beta\in\mathbb{R}$$

Ejercicio 4 [2,5 PUNTOS]

En cierta región, el 72 % de las mujeres vive al menos 71 años y el 52 % vive al menos 80 años. Si una mujer determinada de esa región tiene 71 años, ¿cuál es la probabilidad de que vaya a vivir al menos hasta los 80 años?

Solución:

Llamamos A al suceso "Una mujer vive al menos 71 años" y B al suceso "Una mujer vive al menos 80 años.

Nos piden calcular $P(B/A)$.

Como sabemos que el suceso intersección de A y B es:

$$A \cap B = \{\text{Vive al menos 71 y vive al menos 80 años}\} = \{\text{Vive al menos 80 años}\} = B$$

Aplicamos el teorema de Bayes y tenemos:

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B)}{P(A)} = \frac{0.52}{0.72} = \boxed{\frac{13}{18} = 0.7223}$$

OTRA FORMA DE RAZONARLO.

Supongamos que hay 100 mujeres. De ellas hay 72 que viven al menos 71 años y 28 que viven menos de 71 años. De las 72 que viven al menos 71 años hay 52 que viven al menos 80 años.

Si hemos elegido una de las 72 que viven al menos 71 años la probabilidad de que vaya a vivir al menos hasta los 80 años es el cociente entre 52 (casos favorables) y 72 (casos posibles).

$$P(\text{Una mujer de 71 años viva al menos 80 años}) = \frac{52}{72} = \boxed{\frac{13}{18} = 0.7223}$$

Ejercicio 5 [2,5 PUNTOS]

Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & a \\ 2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ en función del parámetro a ∈ R.

1) [0,5 PUNTOS] Calcule el determinante de A en función del parámetro a.

2) [0,75 PUNTOS] Calcule el rango de A en función del parámetro a.

3) [0,5 PUNTOS] Determine para qué valores de a la matriz A tiene inversa.

4) [0,75 PUNTOS] Sea B el conjunto de los a ∈ R tales que A tiene inversa. Calcule la inversa de A para los diferentes valores del parámetro a ∈ B.

Solución:

1)

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & a \\ 2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0-6+2a-0-2-3 = \boxed{2a-11}$$

2) El rango de A puede ser 3, 2 o 1.

Para que el rango sea 3 su determinante debe ser no nulo.

$$\left. \begin{array}{l} |A| = 2a-11 \\ |A| = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 2a-11=0 \Rightarrow 2a=11 \Rightarrow a=\frac{11}{2}$$

Si $a \neq \frac{11}{2}$ el determinante es no nulo y su rango es 3.

Si $a = \frac{11}{2}$ el determinante es nulo y su rango no es 3.

Su rango puede ser 2. Consideramos el menor de orden 2 que resulta de eliminar la fila y columna 3ª y comprobamos el valor nulo o no de su determinante.

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 2 \neq 0$$

El rango de A es 2.

Resumiendo: Si $a \neq \frac{11}{2}$ el rango de A es 3. Si $a = \frac{11}{2}$ el rango es 2.

3) La matriz A tiene inversa para $a \neq \frac{11}{2}$. Visto en el apartado 2) que el determinante se anula para $a = \frac{11}{2}$.

4) Calculamos la inversa para los valores $a \neq \frac{11}{2}$.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & a \\ 2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 2a - 11$$

$$A^{-1} = \frac{Adj\left(A^T\right)}{|A|} = \frac{Adj\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ a & 3 & -1 \end{pmatrix}}{2a-11} = \frac{1}{2a-11}\begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ a & -1 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ a & 3 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ a & -1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ a & 3 \end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{A^{-1} = \frac{1}{2a-11}\begin{pmatrix} -3 & a-1 & -3 \\ 8 & -1-2a & -3+2a \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix}}$$

Ejercicio 6 [2,5 PUNTOS]

Considere la función f(x) = $x^3 + 1$.

1) [0,5 PUNTOS] Calcule una primitiva de f (x).

2) [1 PUNTO] Calcule los puntos de inflexión de f(x) si los hubiera.

3) [1 PUNTO] Calcule el área del recinto limitado por f(x), el eje OX de abscisas y las rectas x = 1 y x = 2.

Solución:

1)

$$F(x) = \int f(x)dx = \int x^3 + 1dx = \frac{x^4}{4} + x + K$$

Una primitiva puede ser con *k = 0* → $F(x) = \frac{x^4}{4} + x$

2) Utilizamos la segunda derivada.

$$\left.\begin{array}{l} f'(x) = 3x^2 \Rightarrow f''(x) = 6x \\ f''(x) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 6x = 0 \Rightarrow x = 0$$

Como $f'''(x) = 6 \Rightarrow f'''(0) = 6 \neq 0$ la función tiene un punto de inflexión en *x = 0*.

3) Averiguamos los puntos de corte de la función con el eje OX.

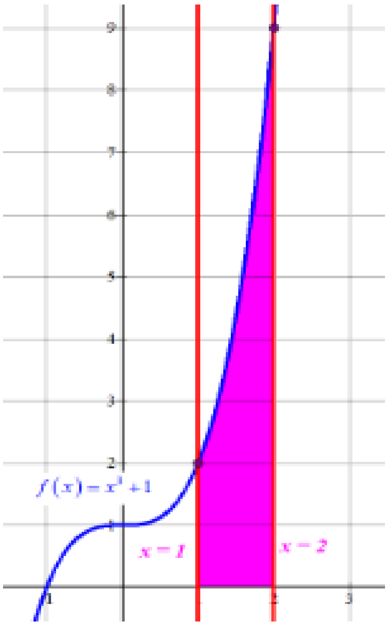
$$\left.\begin{array}{l} f(x) = x^3 + 1 \\ y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x^3 + 1 = 0 \Rightarrow x^3 = -1 \Rightarrow x = \sqrt[3]{-1} = -1 \notin (1,2)$$

El área del recinto será el valor absoluto de la integral definida de la función entre 1 y 2.

$$\int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 x^3 + 1dx = \left[\frac{x^4}{4} + x\right]_1^2 =$$

$$= \left[\frac{2^4}{4} + 2\right] - \left[\frac{1^4}{4} + 1\right] = 4 + 2 - \frac{1}{4} - 1 = \frac{19}{4}$$

$$\boxed{Área = \frac{19}{4} = 4.75\ u^2}$$



Ejercicio 7 [2,5 PUNTOS]

Considere los planos

$$\pi 1 : 2x - 3y + 5z = a$$

$$\pi 2 : bx + 3y - 5z = 4$$

en función de los parámetros a, b ∈ R. Determine si es posible asignar algún valor a los parámetros a y b para que los planos π1 y π2 :

1) [0,5 PUNTOS] Sean coincidentes. En caso afirmativo de un valor para a y b.

2) [1 PUNTO] Sean paralelos. En caso afirmativo de un valor para a y b.

3) [1 PUNTO] Se corten en una recta. En caso afirmativo de un valor para a y b.

Solución:

1) Para que sean coincidentes los vectores normales deben tener coordenadas proporcionales.

$$\left.\begin{array}{l}\pi_1 : 2x-3y+5z=a \Rightarrow \vec{n_1}=(2,-3,5) \\ \pi_2 : bx+3y-5z=4 \Rightarrow \vec{n_2}=(b,3,-5) \\ \pi_1 \parallel \pi_2\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{2}{b}=\frac{-3}{3}=\frac{5}{-5} \Rightarrow \frac{2}{b}=-1 \Rightarrow \boxed{b=-2}$$

Además, un punto cualquiera de uno de los planos debe de pertenecer al otro.

$$\left.\begin{array}{l}\pi_2 : -2x+3y-5z=4 \\ y=0 \\ z=0\end{array}\right\} \Rightarrow -2x=4 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow P(-2,0,0) \in \pi_2$$

$$\left.\begin{array}{l}\pi_1 : 2x-3y+5z=a \\ P(-2,0,0) \in \pi_1\end{array}\right\} \Rightarrow -4-0+0=a \Rightarrow \boxed{a=-4}$$

Si $a=-4;\ b=-2$ los planos $\pi_1 : 2x-3y+5z=-4;\ \pi_2 : -2x+3y-5z=4$ son coincidentes.

2) Para que sean paralelos los vectores normales deben tener coordenadas proporcionales. Visto en el apartado 1) → $b=-2$.
Pero los puntos de un plano no pueden pertenecer al otro → $a \neq -4$.

Si $a \neq -4;\ b=-2$ los planos $\pi_1 : 2x-3y+5z=a;\ \pi_2 : -2x+3y-5z=4$ son paralelos.

3) Para que sean secantes los vectores normales no deben tener coordenadas proporcionales.

$$\left.\begin{array}{l}\pi_1 : 2x-3y+5z=a \Rightarrow \vec{n_1}=(2,-3,5) \\ \pi_2 : bx+3y-5z=4 \Rightarrow \vec{n_2}=(b,3,-5) \\ \pi_1 \text{ y } \pi_2 \text{ secantes}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{2}{b} \neq \frac{-3}{3}=\frac{5}{-5} \Rightarrow \frac{2}{b} \neq -1 \Rightarrow \boxed{b \neq -2}$$

Si $b \neq -2$ y siendo "a" cualquier valor los planos son secantes.

Ejercicio 8 [2,5 PUNTOS]

Sean A y B dos sucesos independientes asociados a un experimento aleatorio con

P(A) = 0,5 y P(B) = 0,25.

1) [0,5 PUNTOS] Calcule P(A ∪ B).

2) [0,5 PUNTOS] Calcule P(A^c) y P(B^c), donde A^c y B^c denotan el suceso contrario de A y de B respectivamente.

3) [1 PUNTO] Razone si A^c y B^c son independientes.

4) [0,5 PUNTOS] Calcule P(A^c ∪ B^c).

Solución:

Si A y B son dos sucesos independientes entonces $P(A\cap B)=P(A)P(B)=0.5\cdot 0.25=0.125$.

1)

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0.5+0.25-0.125=\boxed{0.625}$$

2)

$$P(A^c)=1-P(A)=1-0.5=\boxed{0.5}$$

$$P(B^c)=1-P(B)=1-0.25=\boxed{0.75}$$

3) Para que A^c y B^c sean dos sucesos independientes debe ser $P(A^c\cap B^c)=P(A^c)P(B^c)$.

$$P(A^c\cap B^c)=P\left((A\cup B)^c\right)=1-P(A\cup B)=1-0.625=0.375$$

$$P(A^c)P(B^c)=0.5\cdot 0.75=0.375$$

$$\boxed{P(A^c\cap B^c)=0.375=P(A^c)P(B^c)}$$

Los sucesos A^c y B^c son independientes.

4)

$$P(A^c\cup B^c)=P\left((A\cap B)^c\right)=1-P(A\cap B)=1-0.125=\boxed{0.875}$$

UC UNIVERSIDAD DE CANTABRIA	EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU) FASE GENERAL CURSO: **2022–2023** **MATEMÁTICAS II**	CONVOCATORIA: EXTRAORDINARIA

Indicaciones:

Debe escogerse sólo cuatro ejercicios elegidos entre los ocho de que consta el examen. Si realiza más de cuatro ejercicios sólo se corregirán los cuatro primeros, según el orden en que aparecen resueltos en el cuadernillo del examen. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a internet.

Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos.

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Problema 1:

Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS]

Considere las siguientes matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

A) [0,5 PUNTOS] Calcule A^t, donde A^t denota la traspuesta de la matriz A.

B) [2 PUNTOS] Calcule $(3B - 2C)(A^t - I)$, donde I es la matriz identidad de dimensión 3×3.

Problema 2:

Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]

Considere la función $f(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$.

A) [0,5 PUNTOS] Calcule el dominio de definición de $f(x)$.

B) [0,75 PUNTOS] Determine si hay intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$. En caso afirmativo, calcúlelos.

C) [0,5 PUNTOS] Calcule los cortes de $f(x)$ con los ejes.

D) [0,75 PUNTOS] Determine los intervalos de concavidad y convexidad de $f(x)$.

Problema 3:

Ejercicio 3 [2,5 PUNTOS]

A) [1,5 PUNTOS] Escriba las ecuaciones paramétricas de las rectas que pasan por el punto (2, -1, 0). Es decir, de aquellas que tienen vector director (v_1, v_2, v_3), donde $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}$ son parámetros.

B) [1 PUNTO] De las rectas anteriores, escriba las ecuaciones paramétricas de la recta que tiene vector director (-1, 4, 1).

Problema 4:

Ejercicio 4 [2,5 PUNTOS]

Cierto test determina si una persona consume cierto tipo de droga. En el 99% de los casos, el test clasifica como usuario de la droga a aquellos que la han consumido y también en el 99% de los casos, el test clasifica como no usuarios de la droga a aquellos que no la han consumido. Además, el $0,5\%$ de las personas a las que se les va a pasar el test consumen la droga.

A) [1 PUNTO] ¿Cúal es la probabilidad de que las personas a las que se les va a pasar el test no consuman la droga?

B) [1,5 PUNTOS] ¿Cúal es la probabilidad de que una persona consuma la droga si ha dado positivo en el test?

Problema 5:

Ejercicio 5 [2,5 PUNTOS]

Considere la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & b \end{pmatrix}$$

en función del parámetro $b \in \mathbb{R}$.

A) [0,75 PUNTOS] Calcule el rango de A para los distintos valores del parámetro $b \in \mathbb{R}$.

B) [0,75 PUNTOS] Determine para que valores de $b \in \mathbb{R}$ la matriz A tiene inversa.

C) [1 PUNTO] Sea B el conjunto formado por los $b \in \mathbb{R}$ tales que A tiene inversa. Calcule la inversa de A para los diferentes valores del parámetro $b \in B$.

Problema 6:

Ejercicio 6 [2,5 PUNTOS]

Considere la función $f(x) = \sin(x)$.

A) [0,75 PUNTOS] Calcule una primitiva de $f(x)$.

B) [1,75 PUNTOS] Calcule el área del recinto del plano limitado por $f(x)$ y el eje OX de abscisas para $x \in [0, 2\pi]$.

Problema 7:

Ejercicio 7 [2,5 PUNTOS]

Considere el par de rectas

$$r : \begin{cases} 3x - 5 = y \\ z = 0 \end{cases} \qquad s : \begin{cases} 6x - 2y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

A) [1 PUNTO] Calcule la posición relativa de las dos rectas.

B) [0,5 PUNTOS] De la ecuación del plano que contiene a ambas rectas.

C) [1 PUNTO] De la ecuación de un plano ortogonal a la recta r.

Problema 8:

Ejercicio 8 [2,5 PUNTOS]

En una población determinada la altura de los niños de 17 años sigue una distribución normal de media 175 cm y desviación típica 7,41.

A) [1 PUNTO] Calcule la probabilidad de que en dicha población la altura de un niño de 17 años esté entre 170 cm y 180 cm.

B) [1,5 PUNTOS] ¿A partir de que altura un niño de 17 años de dicha población se encontraría dentro del 5% de niños de 17 años más altos de dicha población?

RESPUESTAS CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Problema 1:

Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS]

Considere las siguientes matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

A) [0,5 PUNTOS] Calcule A^t, donde A^t denota la traspuesta de la matriz A.

B) [2 PUNTOS] Calcule $(3B - 2C)(A^t - I)$, donde I es la matriz identidad de dimensión 3×3.

Solución:

A)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

B)

$$3B - 2C = 3\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 0 \\ -3 & 6 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -4 & -2 \\ -6 & 2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -1 & -2 \\ -9 & 8 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A^t - I = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$(3B - 2C)(A^t - I) = \begin{pmatrix} 8 & -1 & -2 \\ -9 & 8 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 16+1-6 & 16-1+4 \\ -8 & -18-8-3 & -18+8+2 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} 1 & 11 & 19 \\ -8 & -29 & -8 \end{pmatrix}}$$

Problema 2:

Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]

Considere la función $f(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$.

A) [0,5 PUNTOS] Calcule el dominio de definición de $f(x)$.

B) [0,75 PUNTOS] Determine si hay intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$. En caso afirmativo, calcúlelos.

C) [0,5 PUNTOS] Calcule los cortes de $f(x)$ con los ejes.

D) [0,75 PUNTOS] Determine los intervalos de concavidad y convexidad de $f(x)$.

Solución:

A) El denominador se anula en $x = 2$. El dominio de la función es $\mathbb{R}-\{2\}$.

B) Utilizamos la derivada.

$$f(x)=\frac{x+1}{x-2} \Rightarrow f'(x)=\frac{1(x-2)-1(x+1)}{(x-2)^2}=\frac{x-2-x-1}{(x-2)^2}=\frac{-3}{(x-2)^2}$$

$$\left.\begin{matrix} -3<0 \\ (x-2)^2>0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow f'(x)=\frac{-3}{(x-2)^2}=\frac{-}{+}<0$$

La derivada no cambia de signo, siempre es negativa.

La función decrece en todo su dominio $\mathbb{R}-\{2\}$.

C)

$$\left.\begin{matrix} f(x)=\dfrac{x+1}{x-2} \\ Eje\ OX \rightarrow y=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{x+1}{x-2}=0 \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow \boxed{A(-1,0)}$$

$$\left.\begin{matrix} f(x)=\dfrac{x+1}{x-2} \\ Eje\ OY \rightarrow x=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow f(0)=\frac{0+1}{0-2}=\frac{-1}{2} \Rightarrow \boxed{B\left(0,\frac{-1}{2}\right)}$$

D) Utilizamos la derivada segunda.

$$f'(x)=\frac{-3}{(x-2)^2} \Rightarrow f''(x)=\frac{0-(-3)2(x-2)}{(x-2)^4}=\frac{6}{(x-2)^3}$$

Estudiamos el signo de la derivada segunda antes y después de $x = 2$.

- En el intervalo $(-\infty,2)$ tomamos $x = 0$ y la derivada segunda vale $f''(0)=\dfrac{6}{(0-2)^3}=\dfrac{6}{-8}<0$. La función es cóncava (∩) en $(-\infty,2)$.

- En el intervalo $(2,+\infty)$ tomamos $x = 3$ y la derivada segunda vale $f''(3)=\dfrac{6}{(3-2)^3}=6>0$. La función es convexa (∪) en $(2,+\infty)$.

La función es cóncava (∩) en $(-\infty,2)$ y convexa (∪) en $(2,+\infty)$.

Problema 3:

Ejercicio 3 [2,5 PUNTOS]

A) [1,5 PUNTOS] Escriba las ecuaciones paramétricas de las rectas que pasan por el punto (2, -1, 0). Es decir, de aquellas que tienen vector director (v_1, v_2, v_3), donde $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}$ son parámetros.

B) [1 PUNTO] De las rectas anteriores, escriba las ecuaciones paramétricas de la recta que tiene vector director (-1, 4, 1).

Solución:

A)

$$\left.\begin{array}{l}(2,-1,0)\in r\\ \overline{u_r}=(v_1,\ v_2,\ v_3)\end{array}\right\}\Rightarrow r:\begin{cases}x=2+v_1\beta\\ y=-1+v_2\beta,\ \beta\in\mathbb{R}\\ z=v_3\beta\end{cases}$$

B)

$$\left.\begin{array}{l}(2,-1,0)\in r\\ \overline{u_r}=(-1,4,1)\end{array}\right\}\Rightarrow r:\begin{cases}x=2-\beta\\ y=-1+4\beta,\ \beta\in\mathbb{R}\\ z=\beta\end{cases}$$

Problema 4:

Ejercicio 4 [2,5 PUNTOS]

Cierto test determina si una persona consume cierto tipo de droga. En el 99% de los casos, el test clasifica como usuario de la droga a aquellos que la han consumido y también en el 99% de los casos, el test clasifica como no usuarios de la droga a aquellos que no la han consumido. Además, el 0, 5% de las personas a las que se les va a pasar el test consumen la droga.

A) [1 PUNTO] ¿Cúal es la probabilidad de que las personas a las que se les va a pasar el test no consuman la droga?

B) [1,5 PUNTOS] ¿Cúal es la probabilidad de que una persona consuma la droga si ha dado positivo en el test?

Solución:

A) Si hay un 0.5 % de personas a las que se les va a pasar el test que consumen la droga entonces hay un 99.5 % que no la consumen.
La probabilidad de que las personas a las que se les va a pasar el test no consuman la droga es de 0.995.

B) Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.
Llamamos D al suceso "Consume la droga" y A al suceso "Dar positivo en consumo de droga en el test"

A los no consumidores de droga el 99 % da en el test negativo, por lo que el 1% da positivo.
Entonces tenemos que $P\left(A/D^C\right)=0.01$.

Calculamos la probabilidad de dar positivo en el test P(A) aplicando el teorema de la probabilidad total.

$$P(A)=P(D)P(A/D)+P\left(D^C\right)P\left(A/D^C\right)=0.005\cdot 0.99+0.995\cdot 0.01=0.0149$$

Nos piden el valor de $P(D/A)$.

$$P(D/A)=\frac{P(D\cap A)}{P(A)}=\frac{P(D)P(A/D)}{P(A)}=\frac{0.005\cdot 0.99}{0.0149}=\boxed{\frac{99}{298}=0.3322}$$

Problema 5:

Ejercicio 5 [2,5 PUNTOS]

Considere la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & b \end{pmatrix}$$

en función del parámetro $b \in \mathbb{R}$.

A) [0,75 PUNTOS] Calcule el rango de A para los distintos valores del parámetro $b \in \mathbb{R}$.

B) [0,75 PUNTOS] Determine para que valores de $b \in \mathbb{R}$ la matriz A tiene inversa.

C) [1 PUNTO] Sea B el conjunto formado por los $b \in \mathbb{R}$ tales que A tiene inversa. Calcule la inversa de A para los diferentes valores del parámetro $b \in B$.

Solución:

A) Calculamos el determinante de A y comprobamos cuando se anula.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & b \end{vmatrix} = b - 4$$

$$|A| = 0 \Rightarrow b - 4 = 0 \Rightarrow \boxed{b = 4}$$

Si $b = 4$ el determinante de A es nulo y su rango no es 2, por lo que su rango es 1, pues tiene elementos no nulos.
Si $b \neq 4$ el determinante de A es no nulo y su rango es 2.

B) La matriz A tiene inversa cuando su determinante es no nulo y por lo visto en el apartado anterior eso ocurre cuando $b \neq 4$.

C) Calculamos la inversa de la matriz A cuando $b \neq 4$.

$$A^{-1} = \frac{Adj\left(A^T\right)}{|A|} = \frac{Adj\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & b \end{pmatrix}}{b-4} = \frac{1}{b-4}\begin{pmatrix} b & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{b}{b-4} & \frac{-2}{b-4} \\ \frac{-2}{b-4} & \frac{1}{b-4} \end{pmatrix}}$$

Problema 6:

Ejercicio 6 [2,5 PUNTOS]

Considere la función $f(x) = \sin(x)$.

A) [0,75 PUNTOS] Calcule una primitiva de $f(x)$.

B) [1,75 PUNTOS] Calcule el área del recinto del plano limitado por $f(x)$ y el eje OX de abscisas para $x \in [0, 2\pi]$.

Solución:

A)

$$F(x) = \int f(x)\,dx = \int \sin(x)\,dx = -\cos(x) + K$$

Una primitiva puede ser con *k = 0* → $F(x) = -\cos(x)$

B) Averiguamos los puntos de corte de la función con el eje OX.

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=\sin(x) \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \sin(x)=0 \Rightarrow \{x\in[0,2\pi]\} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pi \\ x=2\pi \end{cases}$$

El recinto lo dividimos en dos partes: una entre *x = 0* y *x = π*, la otra entre *x = π* y *x = 2π*. Calculamos cada una de las áreas y luego las sumamos.

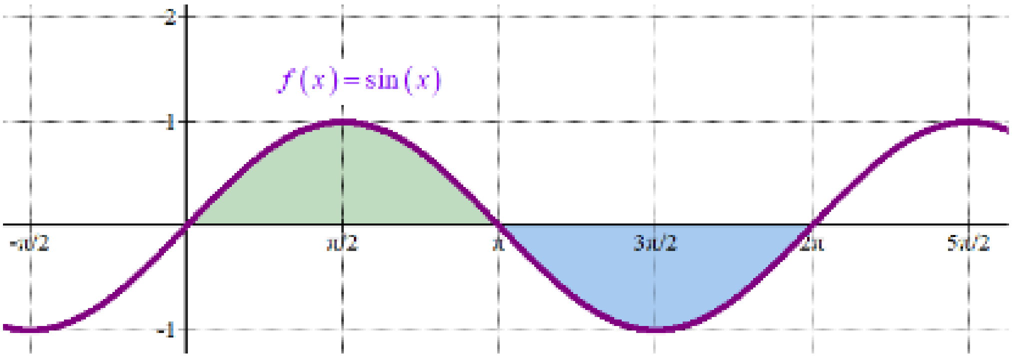
$$\int_0^{\pi} f(x)\,dx = \int_0^{\pi} \sin(x)\,dx = [-\cos(x)]_0^{\pi} = -\cos(\pi)+\cos(0) = 1+1 = 2$$

$$\boxed{Área\ 1 = 2\ u^2}$$

$$\int_{\pi}^{2\pi} f(x)\,dx = \int_{\pi}^{2\pi} \sin(x)\,dx = [-\cos(x)]_{\pi}^{2\pi} = -\cos(2\pi)+\cos(\pi) = -1-1 = -2$$

$$\boxed{Área\ 2 = 2\ u^2}$$

El área del recinto del plano limitado por *f*(*x*) y el eje OX de abscisas para $x \in [0, 2\pi]$ tiene un valor de 2 + 2 = 4 unidades cuadradas.



Problema 7:

Ejercicio 7 [2,5 PUNTOS]

Considere el par de rectas

$$r:\begin{cases}3x-5=y\\ z=0\end{cases}\qquad s:\begin{cases}6x-2y=1\\ z=0\end{cases}$$

A) [1 PUNTO] Calcule la posición relativa de las dos rectas.

B) [0,5 PUNTOS] De la ecuación del plano que contiene a ambas rectas.

C) [1 PUNTO] De la ecuación de un plano ortogonal a la recta r.

Solución:

A) Obtenemos de cada una de ellas un punto y un vector director.

$$r:\begin{cases}3x-5=y\\ z=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=-5+3x\\ z=0\end{cases}\Rightarrow r:\begin{cases}x=\lambda\\ y=-5+3\lambda\\ z=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{u_r}=(1,3,0)\\ P_r(0,-5,0)\end{cases}$$

$$s:\begin{cases}6x-2y=1\\ z=0\end{cases}\Rightarrow s:\begin{cases}-2y=1-6x\rightarrow y=\frac{-1}{2}+3x\\ z=0\end{cases}\Rightarrow s:\begin{cases}x=\alpha\\ y=\frac{-1}{2}+3\alpha\\ z=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{v_s}=(1,3,0)\\ Q_s\left(0,\frac{-1}{2},0\right)\end{cases}$$

Tienen el mismo vector director $\overrightarrow{u_r}=\overrightarrow{v_s}=(1,3,0)$, por lo que las rectas son coincidentes o paralelas.
Comprobamos si un punto de la recta r pertenece a la recta s. De cumplirse las rectas son coincidentes, en caso contrario serán paralelas.

$$\left.\begin{array}{l}¿P_r(0,-5,0)\in s?\\ s:\begin{cases}6x-2y=1\\ z=0\end{cases}\end{array}\right\}\Rightarrow ¿s:\begin{cases}6\cdot 0-2(-5)=1\\ 0=0\end{cases}?\Rightarrow ¿s:\begin{cases}10=1\\ 0=0\end{cases}?$$

Como no se cumple las rectas r y s son paralelas.

B) El plano que contiene a ambas rectas tiene como uno de sus vectores directores $\overrightarrow{u_r}=\overrightarrow{v_s}=(1,3,0)$ y el otro vector director el vector que une un punto de r con un punto de s $\overrightarrow{P_rQ_s}$.

$$\left.\begin{array}{l}P_r(0,-5,0)\\ Q_s\left(0,\frac{-1}{2},0\right)\end{array}\right\}\Rightarrow\overrightarrow{P_rQ_s}=\left(0,\frac{-1}{2},0\right)-(0,-5,0)=\left(0,\frac{9}{2},0\right)$$

Hallamos la ecuación del plano que contiene a ambas rectas.

$$\left.\begin{array}{l}\vec{u}=\overrightarrow{P_rQ_s}=\left(0,\frac{9}{2},0\right)\\ \vec{v}=\overrightarrow{v_s}=(1,3,0)\\ (0,-5,0)\in\pi\end{array}\right\}\Rightarrow\pi:\begin{vmatrix}x & y+5 & z\\ 0 & 4.5 & 0\\ 1 & 3 & 0\end{vmatrix}=0\Rightarrow 4.5z=0\Rightarrow\boxed{\pi:z=0}$$

Es lógico pues este plano está en la definición de la recta *r*, por lo que la recta *r* está contenida en el plano $z = 0$ y lo mismo ocurre con la recta *s*.
El plano que contiene a ambas rectas es el plano $z = 0$.

C) El plano ortogonal a la recta *r* tiene como vector normal el vector director de la recta $\overrightarrow{u_r} = (1,3,0)$ y como no indica el punto por el que debe pasar habrían infinitos planos cumpliendo lo pedido. Para obtener uno de esos planos tomamos $P_r(0,-5,0) \in r$.

$$\pi : \left.\begin{array}{l} \overline{n} = \overline{u_r} = (1,3,0) \\ P_r(0,-5,0) \in \pi \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \pi : x+3y+D=0 \\ P_r(0,-5,0) \in \pi \end{array}\right\} \Rightarrow 0-15+D=0 \Rightarrow D=15 \Rightarrow \boxed{\pi : x+3y-15=0}$$

Problema 8:

Ejercicio 8 [2,5 PUNTOS]

En una población determinada la altura de los niños de 17 años sigue una distribución normal de media 175 cm y desviación típica 7,41.

A) [1 PUNTO] Calcule la probabilidad de que en dicha población la altura de un niño de 17 años esté entre 170 cm y 180 cm.

B) [1,5 PUNTOS] ¿A partir de que altura un niño de 17 años de dicha población se encontraría dentro del 5% de niños de 17 años más altos de dicha población?

Solución:

Sea X = Altura de un niño de 17 años en centímetros.
X = N(175, 7.41)

A) Nos pide calcular $P(170 \le X \le 180)$.

$$P(170 \le X \le 180) = P(X \le 180) - P(X \le 170) = \{Tipificamos\} =$$

$$= P\left(Z \le \frac{180-175}{7.41}\right) - P\left(Z \le \frac{170-175}{7.41}\right) = P(Z \le 0.675) - P(Z \le -0.675) =$$

$$= P(Z \le 0.675) - P(Z \ge 0.675) = P(Z \le 0.675) - \left[1 - P(Z \le 0.675)\right] =$$

$$= \left\{\begin{matrix}\text{Miramos en la} \\ \text{tabla N(0, 1)}\end{matrix}\right\} = \frac{0.7486+0.7517}{2} - \left[1 - \frac{0.7486+0.7517}{2}\right] \simeq \boxed{0.5}$$

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	[illegible]	[illegible]
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	[illegible]	[illegible]
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	[illegible]	[illegible]
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	[illegible]	[illegible]
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	[illegible]	[illegible]
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	[illegible]	[illegible]
0.6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	.7486	.7517
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823
0.8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

B) Nos piden hallar el valor de "a" tal que $P(X \ge a) = 0.05$.

$$P(X \ge a) = 0.05 \Rightarrow \{Tipificamos\} \Rightarrow P\left(Z \ge \frac{a-170}{7.41}\right) = 0.05 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - P\left(Z \le \frac{a-170}{7.41}\right) = 0.05 \Rightarrow P\left(Z \le \frac{a-170}{7.41}\right) = 1 - 0.05 = 0.95 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{matrix}\text{Miramos en la} \\ \text{tabla N(0, 1)}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{a-170}{7.41} = 1.645 \Rightarrow a = 1.645 \cdot 7.41 + 170 \simeq \boxed{187.19\ cm}$$

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599