Capítol 6: LONGITUDS I ÀREES. SEMBLANÇA

www.apuntesmareaverde.org.es

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo

Revisors: Javier Rodrigo i Raquel Hernández

Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay

Índex

Resum

En aquest capítol estudiarem el teorema de Pitàgores per als triangles rectangles, que ens ajudarà en el càlcul de perímetres i àrees de figures planes.

Estudiarem el teorema de Tales i la semblança, amb els criteris per a reconèixer quan dos triangles són semblants, i la raó de semblança (escala) en mapes i en àrees i volums.

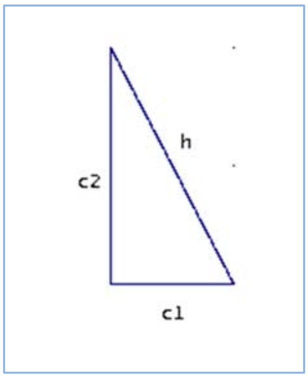
Repassarem les longituds i àrees en polígons i en figures circulars, que utilitzarem al pròxim capítol per a obtindre longituds, àrees i volums de cossos a l'espai.

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay

1. TEOREMA DE PITÀGORES

En un triangle rectangle anomenem **catets** als costats incidents amb l'angle recte i **hipotenusa** a l'altre costat.

Teorema de Pitàgores



En un triangle rectangle, la hipotenusa al quadrat és igual a la suma dels quadrats dels catets.

És a dir,

$$h^2 = c_1^2 + c_2^2$$

- Del teorema de Pitàgores podem obtindre el valor de la hipotenusa d'un triangle rectangle si coneixem el que mesuren els catets: $h = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$

- També podem obtindre el valor d'un catet a partir dels valors de la hipotenusa i de l'altre catet: $c_2 = \sqrt{h^2 - c_1^2}$

Exemple:

Si els catets d'un triangle rectangle mesuren 3 *cm* i 4 *cm*, la seua hipotenusa val 5 *cm*, ja que:

$$h = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm.}$$

Activitats resoltes

- Si la hipotenusa d'un triangle rectangle mesura 13 *dm* i un dels seus catets mesura 12 *dm*, troba la mesura de l'altre catet:

Solució: Pel teorema de Pitàgores:

$$c = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{(13-12)\times(13+12)} = \sqrt{25} = 5 \ dm$$

Activitats proposades

1. És possible trobar un triangle rectangle els catets del qual mesuren 7 i 24 *cm* i la seua hipotenusa 26 *cm*? Si la teua resposta és negativa, troba la mesura de la hipotenusa d'un triangle rectangle els catets del qual mesuren 7 i 24 *cm*. Utilitza la calculadora per a resoldre aquesta activitat si et resulta necessària.

Interpretació del teorema de Pitàgores

Si dibuixem un quadrat de costat la hipotenusa *h* d'un triangle rectangle, la seua àrea és h^2 (veure el primer exemple de 1.1). Si dibuixem dos quadrats de costats els catets c_1 i c_2 d'aqueix triangle rectangle, les seues àrees són c_1^2, c_2^2. Llavors el teorema de Pitàgores diu que l'àrea del primer quadrat (quadrat gris de la figura de l'esquerra) és igual a la suma de les àrees dels altres dos (quadrats blau clar i groc de la figura de l'esquerra).

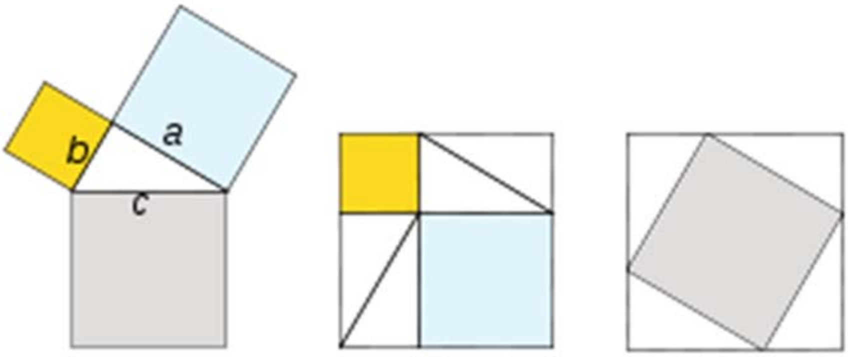
Existeixen més de 367 demostracions diferents del Teorema de Pitàgores.

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay

Una comprovació gràfica consisteix a dibuixar dos quadrats iguals de costat la suma dels catets *a* i *b* (figures del centre i de la dreta). En un es dibuixen els quadrats de costat *a* i *b*, en groc i blau en el dibuix. En l'altre el quadrat de costat la hipotenusa (en gris al dibuix). Observa que llevant 4 triangles iguals al de partida ens queda que el quadrat gris és igual a la suma dels quadrats groc i blau.

Per tant:

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Activitats proposades

2. Calcula la longitud de la hipotenusa dels següents triangles rectangles de catets:

a) 8 *cm* i 6 *cm* b) 12 *m* i 9 *m*

c) 6 *dm* i 14 *dm* d) 22,9 *km* i 36,1 *km*.

3. Calcula la longitud del catet que falta als següents triangles rectangles d'hipotenusa i catet:

a) 27 *cm* i 12 *cm* b) 32 *m* i 21 *m*

c) 28 *dm* i 12 *dm* d) 79,2 *km* i 35,6 *km*

4. Calcula l'àrea d'un triangle equilàter de costat 7 *m*. *Ajuda*: Utilitza el teorema de Pitàgores per a calcular l'altura.

5. Calcula l'àrea d'un hexàgon regular de costat 8 *cm*. *Ajuda*: Utilitza el teorema de Pitàgores per a calcular la seua apotema.

6. Calcula el volum d'un tetraedre regular d'aresta 5 *dm*.

7. Calcula la superfície d'un icosaedre regular d'aresta 5 *dm*.

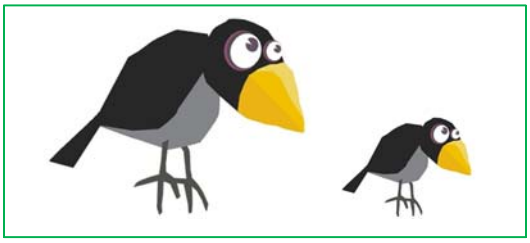
8. Calcula la longitud de la diagonal d'un quadrat de costat 12 *m*.

9. Calcula la longitud de la diagonal d'un rectangle de base 13 *cm* i altura 5 *cm*.

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay

2. SEMBLANÇA

2.1. Figures semblants



Dues figures semblants tenen *la mateixa forma*.

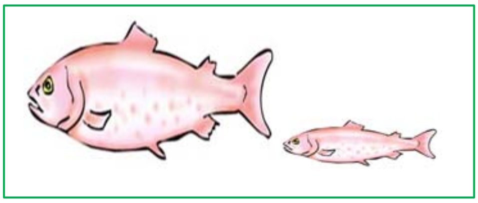
És molt útil saber reconèixer la semblança per a poder estudiar una figura i inferir així propietats d’una figura semblant a ella que és més gran o inaccessible.

La semblança conserva els angles i manté la proporció entre les distàncies.

Dues figures són **semblants** si les seues longituds són proporcionals i els seus angles són iguals.

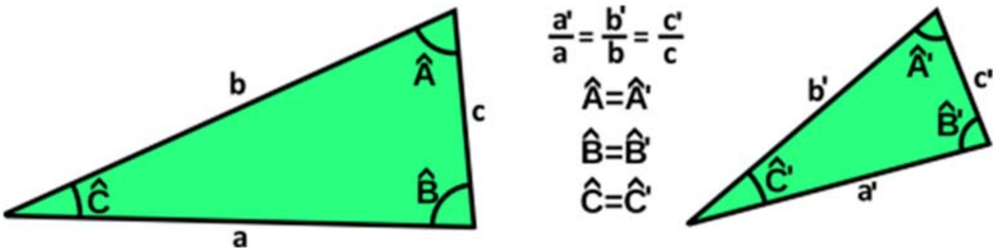
Exemple:

- *Les figures del marge **no** són semblants*



2.2. Triangles semblants. Criteris de semblança

Dos triangles són **semblants** si tenen tots els angles iguals i els costats proporcionals.



Per a saber si dos triangles són semblants no cal conèixer tots els costats i angles, és prou amb què es complisca algun dels següents **criteris de semblança.**

Dos triangles són semblants sí:

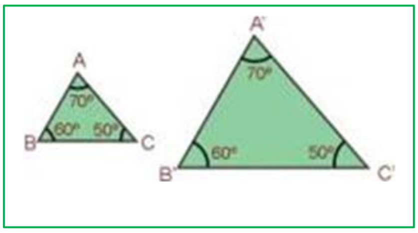
- **Primer:** Tenen dos angles iguals.
- **Segon:** Tenen els tres costats proporcionals.
- **Tercer:** Tenen dos costats proporcionals i l’angle que formen és igual.

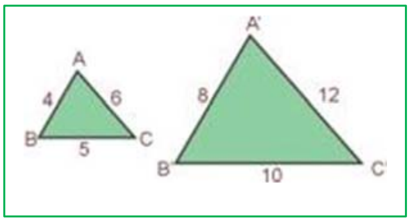
La demostració es basa en els criteris d’igualtat de triangles. Ja saps que dos triangles són iguals si tenen els seus tres costats iguals i els seus tres angles iguals, però no cal que es verifiquen aqueixes sis igualtats perquè ho siguen. Basta, per exemple, que tinguen un costat i dos angles iguals.

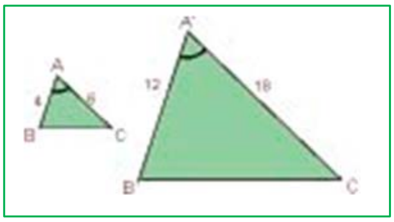
Si tenen dos angles iguals, el tercer angle també és igual, i necessàriament els costats són proporcionals. Si els costats són proporcionals, llavors els tres angles són iguals. Amb més atenció és necessari mirar el tercer criteri, i en un altre curs es demostrarà amb més rigor.

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay

Exemple







Activitats proposades

10. Indica si són semblants els següents parells de triangles:

a) Un angle de 80º i un altre de 40º. Un angle de 80º i un altre de 60º.
b) Triangle isòsceles amb angle desigual de 70º. Triangle isòsceles amb angle igual de 50º.
c) *A* = 30º, *b* = 7 cm, *c* = 9 cm. *A'*= 30º, *b'* = 14 cm, *c'* = 18 cm
d) *a* = 4 cm, *b* = 5 cm, *c* = 7 cm. *a'* = 20 cm, *b'* = 25 cm, *c'* = 35 cm

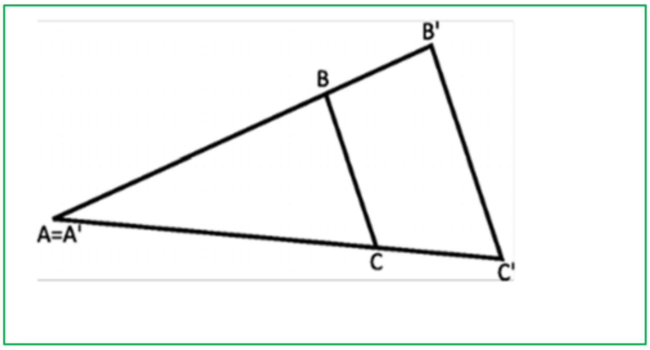
11. Calcula el valor desconegut perquè els triangles siguen semblants:

a) *a* = 18 cm, *b* = 12 cm, *c* = 24 cm. *a*' = 6 cm, *b'* = 4 cm, *c'*?

b) *A* = 45º, *b* = 16 cm, c = 8 cm. *A'* = 45º, *b'* = 4 cm, *c'*?

12. Un triangle té les longituds dels seus costats de 12 cm, 14 cm i 14 cm. Un triangle semblant a ell té un perímetre de 80 cm. Quant mesuren els seus costats?

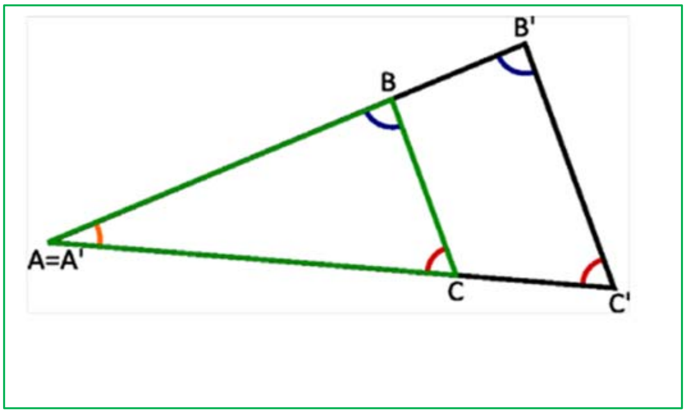
2.3. Triangles en posició de Tales



$$\frac{A'B'}{AB}=\frac{B'C'}{BC}=\frac{A'C'}{AC}$$

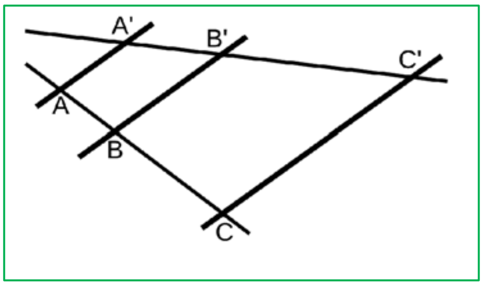
Diem que dos triangles estan en posició de Tales quan dos dels costats de cada un estan sobre les mateixes rectes i els altres costats són paral·lels.

Els angles són iguals. Un perquè és el mateix. Els altres, per estar formats per rectes paral·leles. Per tant, pel primer criteri de semblança de triangles, els costats són proporcionals i es compleix:



Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay

2.4. Teorema de Tales



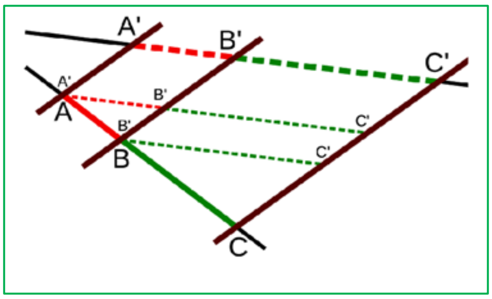
El teorema de Tales estableix una relació entre els segments formats quan dues rectes qualssevol són tallades per diverses rectes paral·leles.

Donades dues rectes, i diverses rectes paral·leles entre si, que les tallen respectivament en els punts *A, B, C* i *A', B', C'*. Llavors el **Teorema de Tales** afirma que els segments són proporcionals:

$$\frac{A'B'}{AB}=\frac{B'C'}{BC}=\frac{A'C'}{AC}$$

En la segona figura es pot apreciar com es formen en aquest cas tres triangles semblants en posició Tales, i que per tant es pot deduir que els seus costats són proporcionals:

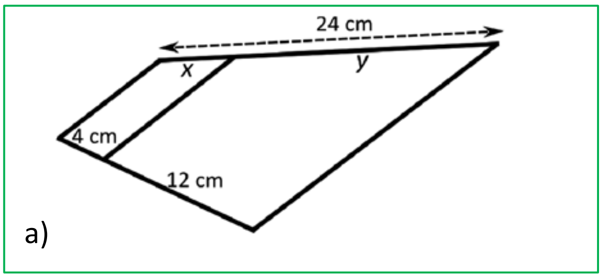
$$\frac{A'B'}{AB}=\frac{B'C'}{BC}=\frac{A'C'}{AC}$$



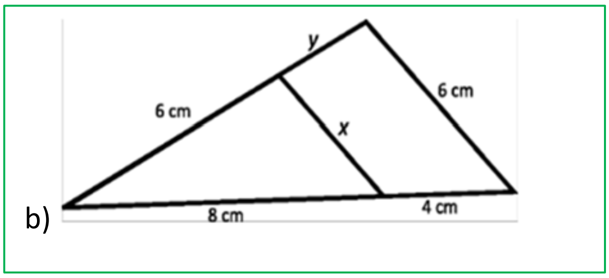
Observació: En aquest cas no relacionem els segments *AA'*, *BB'* i *CC'* que es formen sobre els costats paral·lels.

Activitats proposades

13. Calcula els valors de *x i y* a les següents figures.



a)

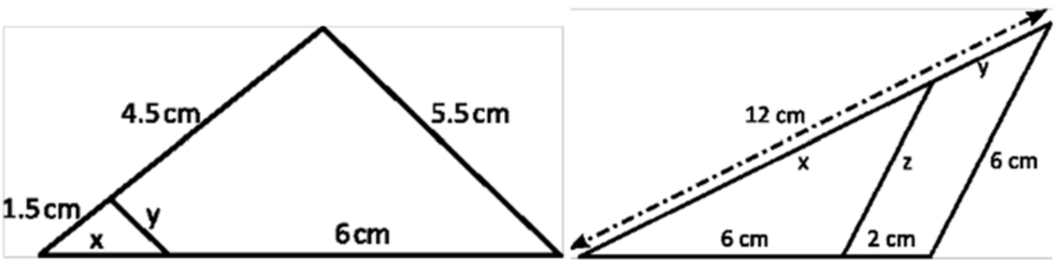


b)

14. Un pal se subjecta amb cables d'acer que van del seu extrem superior al sòl. La distància de l'ancoratge d'un dels cables a la base del pal és 3 metres. Posem una barra de 60 centímetres de manera que està perpendicular al sòl i justa toca el sòl i el cable. La seua distància a l'ancoratge del cable és 45 centímetres. Calcula la longitud del pal i la longitud del cable d'acer.

15. Maria mesura 165 cm. La seua ombra mesura 80 cm. En aqueix mateix instant es mesura l'ombra d'un edifici i mesura 7 m. Quant mesura l'edifici?

16. Calcula les longituds que s'indiquen:



Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay

2.5. Proporcionalitat en longituds, àrees i volums

Ja saps que:

Dues figures són **semblants** si les longituds d'elements corresponents són proporcionals. Al coeficient de proporcionalitat se l'anomena **raó de semblança**. En mapes, plans… a la raó de semblança se l'anomena **escala**.

Àrees de figures semblants

Si la raó de semblança entre les longituds d'una figura és k, llavors la raó entre les seues àrees és $\boldsymbol{k^2}$.

Exemple:

- *Observa la figura del marge.*

Si multipliquem per 2 el costat del quadrat xicotet, l'àrea del quadrat gran és $2^2 = 4$ vegades la del xicotet.

Volums de figures semblants

Si la raó de semblança entre les longituds d'una figura és k, llavors la raó entre els seus volums és $\boldsymbol{k^3}$.

Exemple:

- Observa la figura del marge.

En multiplicar per 2 el costat del cub xicotet s'obté el cub gran. El volum del cub gran és 8 (2^3) el del cub xicotet.

Activitats resoltes

- *La torre Eiffel de París mesura 300 metres d'altura i pesa uns 8 milions de quilos. Està construïda de ferro. Si encarreguem un model a escala de la dita torre, també de ferro, que pese només un quilo, quina altura tindrà? Serà major o menor que un llapis?*

El pes està relacionat amb el volum. La Torre Eiffel pesa 8 000 000 quilos, i volem construir una, exactament del mateix material, que pese 1 quilo. Per tant k^3 = 8000000/1 = 8 000 000, i k = 200. La raó de proporcionalitat entre les longituds és de 200.

Si la Torre Eiffel mesura 300 *m*, i anomenem x al que mesura la nostra tenim: 300/x = 200. Aïllem x que resulta igual a x = 1,5 *m*. Mesura metre i mig! És molt major que un llapis!

Activitats proposades

17. El diàmetre d'una bresquilla és tres vegades major que el del seu os, i mesura 9 *cm*. Calcula el volum de la bresquilla, suposant que és esfèric, i el del seu os, també esfèric. Quina és la raó de proporcionalitat entre el volum de la bresquilla i el de l'os?

18. En la pizzeria tenen pizzes de diversos preus: 1 €, 3 € i 4 €. Els diàmetres d'aquestes pizzes són: 15 *cm*, 25 *cm* i 40 *cm*, quina resulta més econòmica? Calcula la relació entre les àrees i compara-la amb la relació entre els preus.

19. Estem dissenyant una maqueta per a dipòsit cilíndric de 1000 litres de capacitat i 5 metres d'altura. Volem que la capacitat de la maqueta siga d'1 litre. Quina altura ha de tindre la maqueta?

20. La maqueta que veus al marge d'una piràmide escalonada babilònica mesura d'altura mig metre, la raó de proporcionalitat és k = 100. Quant mesura la piràmide real?

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay

2.6. Escales: plans i mapes

Els dibuixos, fotografies, mapes o maquetes representen objectes, persones, edificis, superfícies, distàncies...

Perquè la representació siga perfecta, han de guardar en tots els seus elements una mateixa raó de proporcionalitat que denominem **"escala"**

L'**escala** és una raó de proporcionalitat entre la mesura representada i la mesura real, expressades en una mateixa unitat de mesura

Exemples:

- En un mapa apareix assenyalada la següent escala **1 : 5 000 000** i s'interpreta que 1 cm del mapa representa 5 000 000 cm en la realitat, és a dir, a 50000 m, és a dir a 50 km.

Exemple:

- Hem fotografiat la catedral de Santiago de Compostel·la. La grandària de la foto ens dóna una escala: 1 : 600.

CATEDRAL DE SANTIAGO DE COMPOSTEL·LA

Les dues torres de la fatxada tenen en la foto una altura de 3,5 cm. L'altura real de les torres serà:

$$3{,}5 \cdot 600 = 2100 \text{ cm} = 21 \text{ m}.$$

Les escales ens permeten observar que la imatge real i la del dibuix són **semblants.**

Idees clares

L'**escala** utilitza el cm com a unitat de referència i s'expressa en comparació a la unitat.

Per exemple: 1 : 70000

Dues figures són **semblants** quan tenen la mateixa forma i els seus costats són proporcionals.

Activitats proposades

21. Completa la següent taula tenint en compte que l'escala aplicada és 1 : 1000

Dibuix	Mesura real
26 cm	
	11 km
0,05 m	

22. Calcula l'escala corresponent en cada exemple de la taula:

Dibuix	Mesura real	Escala
1,4 cm	700 m	
7 cm	0,7 hm	
4 cm	20 km	

23. Escriu quatre exemples en què s'utilitzen escales.

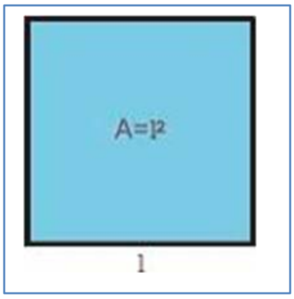
24. La distància entre Madrid i València és 350 km. Al mapa, la distància entre ambdues ciutats és 2,7 cm, a quina escala està dibuixat el mapa?

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay

3. PERÍMETRES I ÀREES DE POLÍGONS

En aquest apartat repassarem les àrees i perímetres de polígons que ja coneixes del curs anterior. Si les recordes, pots botar-lo.

3.1. Àrea del quadrat i del rectangle



L'**àrea d'un quadrat** és el quadrat d'un dels seus costats:

$$\text{Àrea}_{quadrat} = \text{costat}^2$$

L'**àrea d'un rectangle** és el producte de la seua base per la seua altura:

$$\text{Àrea}_{rectangle} = base \cdot altura$$

Exemple:

- Si tenim un quadrat de 15 *dm* de costat, l'àrea del dit quadrat és 225 dm^2 ja que:

$$\text{Àrea}_{quadrat} = \text{costat}^2 = 15^2 = 225 \text{ dm}^2.$$

Activitats resoltes

- Calcula l'àrea i el perímetre del taulell de la figura de 9 *cm* de costat

Taulell quadrada

Solució: El taulell de la figura és quadrat. Per tant:

$$Perímetre = 4(\text{costat}) = 4(9) = 36\ cm.$$

$$\text{Àrea}_{quadrat} = \text{costat}^2 = 9^2 = 81\ cm^2.$$

- Calcula l'àrea i el perímetre d'un rectangle de 8 cm de base i 3 cm d'altura

Solució: Per tractar-se d'un rectangle:

$$Perímetre = 2(base) + 2(altura) = 2(8) + 2(3) = 22\ cm.$$

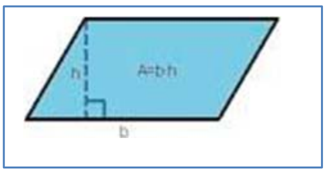
$$\text{Àrea}_{rectangle} = base \cdot altura = 8 \cdot 3 = 24 \text{ cm}^2.$$

3.2. Àrea de paral·lelogram i del triangle

Ja saps que:

L'àrea d'un **paral·lelogram** és el producte de la seua base per la seua altura, igual que l'àrea d'un rectangle:

$$\textbf{Àrea}_{\textbf{Paral·lelogram}} = \textbf{base} \cdot \textbf{altura}$$

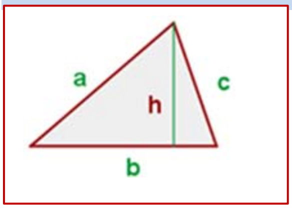


Mira el paral·lelogram de la figura. Pots convertir-ho en un rectangle tallant un triangle i col·locant-lo a l'altre costat.

Si talles a un paral·lelogram per una de les seues diagonals obtens dos triangles iguals, amb la mateixa base i la mateixa altura que el paral·lelogram. Per tant la seua àrea és la mitat que la del paral·lelogram.

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay

L'**àrea d'un triangle** és la meitat de l'àrea d'un paral·lelogram:



$$\grave{A}rea_{triangle} = \frac{base \cdot altura}{2}$$

Exemple:

- L'àrea d'un triangle de base b = 7 cm i altura h = 5 cm és 17,5 cm^2 ja que: $\grave{A}rea_{triangle} = \frac{base \cdot altura}{2} = \frac{7 \cdot 5}{2} = 17{,}5 cm^2$

Activitats resoltes

- La vela d'un vaixell té forma triangular. La base de la vela mesura 5 metres i la seua altura mesura 4 metres, quina superfície ocupa la dita vela?

Solució: Com la vela té forma triangular:

$$\grave{A}rea_{triangle} = \frac{base \cdot altura}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10 cm^2$$

- Troba els següents perímetres i àrees:

a) Un quadrat de 5 metres de costat:

Perímetre: La suma dels seus quatre costats: 5 + 5 + 5 + 5 = 20 *m*.

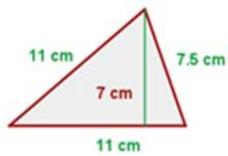
Àrea: costat · costat = 5 · 5 = 25 m^2.

b) Un rectangle de 7 metres d'ample i 6 *m* de llarg

Perímetre: Suma dels seus costats: 7 + 7 + 6 + 6 = 26 *m*.

Àrea: Llarg per ample = 7 · 6 = 42 m^2.

c) Triangle de base 11 *cm* i altura 7 *cm*, i els altres dos costats del qual mesuren 11 *cm* i 7,5 *cm*:



Àrea: $A = \frac{11 \cdot 7}{2} = 38.5 \text{ cm}^2$

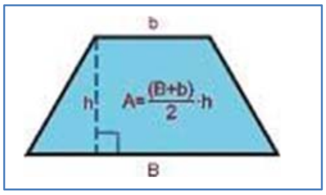
Perímetre: $P = 11 + 11 + 7.5 = 29.5 \text{ cm}$

Activitats proposades

25. La base d'un triangle rectangle mesura 8 cm. Si la seua hipotenusa mesura 10 cm, quina és l'àrea d'aquest triangle rectangle? (Ajuda: Utilitza el teorema de Pitàgores per a calcular l'altre catet. Com els catets són ortogonals, u és la base i l'altre, l'altura)

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay

3.3. Àrea del trapezi, rombe i romboide



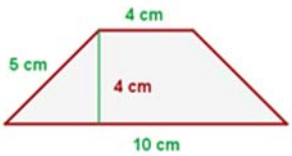
Imagina un trapezi. Gira'l 180º. Uneix el primer trapezi amb el trapezi que acabes de girar per un costat. Què obtens? És un paral·lelogram? Té de base, la suma de les bases menor i major del trapezi, i d'altura, la mateixa que el trapezi, després la seua àrea és la suma de les bases per l'altura. Per tant l'àrea del trapezi, que és la mitat és la semisuma de les bases per l'altura.

L'àrea d'un trapezi és igual a la meitat de la suma de les seues bases multiplicada per la seua altura:

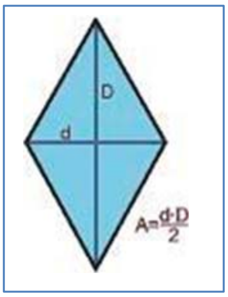
$$A=\frac{(B+b)\cdot h}{2}$$

Exemple:

- Tenim el següent trapezi la base del qual *B* = 10 *cm*, *b* = 4 *cm*, h = *4 cm*, la seua àrea és:



$$A=\frac{(10+4)\cdot 4}{2}=28\ cm^2$$



Pensa en un rombe. Està format per dos triangles iguals

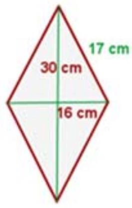
L'àrea d'un rombe és el producte de les seues diagonals dividides entre 2:

$$A=\frac{D\cdot d}{2}$$

Exemple:

- Si tenim un rombe les diagonals del qual són D = 30 *cm* i d = 16 *cm* respectivament i un costat 17 *cm*, l'àrea serà

$$A=\frac{30\cdot 16}{2}=240\ cm^2$$



I el perímetre 17 · 4 *cm* en ser tots els costats iguals.

Una altra manera de trobar l'àrea d'un rombe seria considerar que el rombe amb les seues dos diagonals forma quatre triangles rectangles iguals de costats: 15 *cm*, (la mitat de la diagonal D), 8 *cm* (la mitat de la diagonal d), perquè ambdues diagonals s'encreuen al centre del rombe, i d'hipotenusa 17 *cm*, el costat del rombe.

L'àrea és: Àrea d'un triangle multiplicat per 4 triangles.

Comprovem que el valor coincideix amb l'anterior:

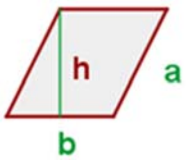
A = (8 · 15 : 2) · 4 = 60 · 4 = 240 *cm*^{2}.

Ja saps que el romboide és un cas particular de paral·lelogram.

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay

L'àrea d'un romboide és el producte de la seua base i la seua altura:

$$\text{Àrea}_{romboide} = base \cdot altura = b \cdot h$$



Exemple:

Si tenim un romboide de 5 *cm* de base i 4 *cm* d'altura la seua àrea és 5 · 4 = 20 cm^2.

Si el costat val 4, el perímetre és 5 + 5 + 4 + 4 = 18 *cm*.

Activitats resoltes

- Calcula l'àrea de les següents figures planes:

  a) Un trapezi de bases 12 i 8 cm i d'altura 5 cm

  b) Un rombe de diagonals 27 i 8 cm

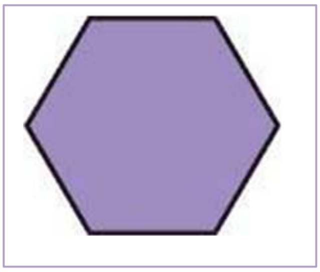
$$\text{Àrea}_{trapezi} = \frac{(B+b)\cdot h}{2} = \frac{(12+8)\cdot 5}{2} = 50\ cm^2.$$

$$\text{Àrea}_{rombe} = \frac{D\cdot d}{2} = \frac{27\cdot 8}{2} = 108\ cm^2.$$

3.4. Àrea de polígons regulars

Un polígon regular podem dividir-lo en tants triangles iguals com a costats té el polígon. Cada triangle té d'àrea: (base · altura)/2. La base del triangle és el costat del polígon, i la seua altura, l'apotema del polígon.

Exemple



- L'hexàgon regular de costat 4 *cm* i apotema 3,5 *cm* el descomponem en 6 triangles de base 4 *cm* i altura 3,5 *cm*, per la qual cosa l'àrea de cada u és:

$$\text{Àrea}_{triangle} = \frac{4\cdot 3{,}5}{2} = 7\ cm^2.$$

L'àrea de l'hexàgon és per tant:

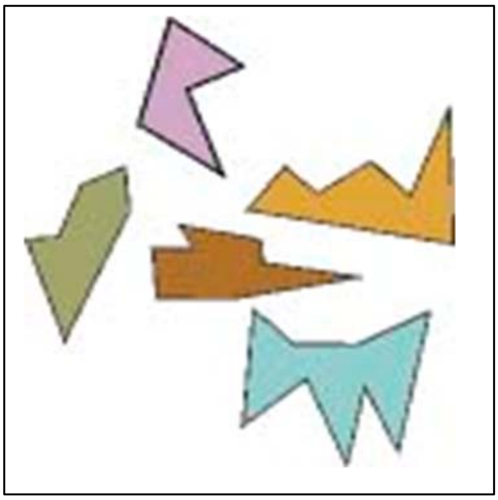
$$\text{Àrea}_{hexàgon} = \frac{6\cdot 4\cdot 3{,}5}{2} = \left(\frac{6\cdot 4}{2}\right)\cdot 3{,}5 = 42\ cm^2.$$

En ser $\left(\frac{6\cdot 4}{2}\right)$ el semiperímetre de l'hexàgon, és a dir, la meitat del seu perímetre, es pot dir que:

L'àrea d'un polígon regular és igual al semiperímetre per l'apotema.

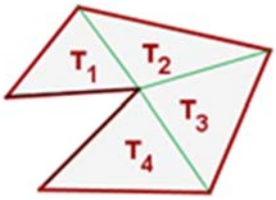
Àrea = semiperímetre · apotema

3.5. Àrea de polígons irregulars



Els polígons irregulars són aquells que no tenen una forma coneguda determinada.

Per a calcular l'àrea d'un polígon irregular, dividim la figura en triangles i quadrilàters coneguts per a poder aplicar les fórmules apreses anteriorment.



$A = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$

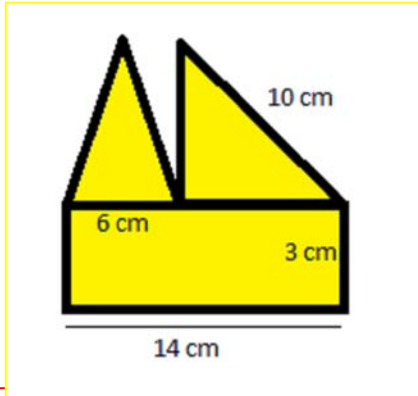
Exemple:

- L'àrea d'aquesta figura irregular és 84 cm^2. Què hem fet per a calcular-la?

Dividim la figura en dos triangles i un rectangle i calculem l'àrea de cada una de les figures. Prèviament utilitzem el teorema de Pitàgores per a calcular l'altura dels triangles i obtenim que mesura 6 *cm*.

$$Àrea_{triangle1} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18cm^2 \quad Àrea_{triangle2} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24cm^2$$

$$Àrea_{rectangle} = b \cdot h = 14 \cdot 3 = 42cm^2$$

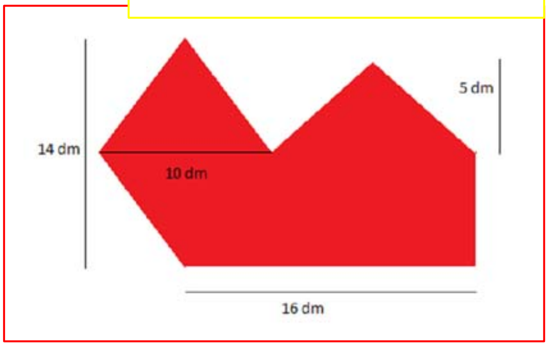


Per a calcular l'àrea total, sumem les tres àrees obtingudes:

A_{total}=18 + 24 + 42 = 84 cm^2.

Activitats resoltes

- Per a calcular l'àrea del polígon de la dreta, el dividim primer en quadrilàters coneguts.



Tenim un rombe les diagonals del qual mesuren 14 *dm* i 10 *dm*, un trapezi d'altura 7 dm i bases 16 i 11 *dm* i un triangle d'altura 5 dm i base, la base menor del trapezi.

Calculem l'àrea del rombe, el trapezi i el triangle:

$$Àrea_{\ rombe} = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{14 \cdot 10}{2} = 70\ dm^2.$$

El trapezi té de base major 16 dm, de base menor 16 – 5 = 11 dm, i d'altura 7 dm, per tant:

$$Àrea_{\ trapezi} = \frac{(B+b) \cdot h}{2} = \frac{(16+11) \cdot 7}{2} = \frac{189}{2}\ dm^2.$$

La base del triangle mesura 11 *dm* i la seua altura 5 *dm*, per tant la seua àrea mesura:

$$Àrea_{\ triangle} = \frac{B \cdot h}{2} = \frac{11 \cdot 5}{2} = \frac{55}{2}\ dm^2.$$

Sumant totes les àrees obtingudes: $Àrea_{\ TOTAL} = 70 + \frac{189}{2} + \frac{55}{2} = 192\ dm^2$.

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay

Activitats proposades

26. Els taulells de la figura mesuren 24 *cm* de llarg i 9 *cm* d'ample. Quina àrea ocupa cada un dels taulells?

Taulells rectangulars

27. Mesura la base i l'altura de la teua taula. De quina figura es tracta? Quant mesura la seua àrea?

28. Aquestes motlures mesuren 180 cm d'ample i 293 cm d'alt. Quina és l'àrea tancada?

29. Cada un dels triangles de la figura tenen una base de 20 *mm* i una altura de 12 *mm*. Quant val l'àrea de cada triangle? Si en total hi ha 180 triangles, quina àrea ocupen en total?

30. La base d'un triangle rectangle mesura 6 *cm*. Si la seua hipotenusa mesura 14 cm, quina és l'àrea d'aquest triangle rectangle? (*Ajuda*: Utilitza el teorema de Pitàgores per a calcular l'altre catet. Com els catets són ortogonals, u és la base i l'altre, l'altura)

31. En una cometa amb forma de rombe, les seues diagonals mesuren 93 i 44 *cm*. Quant mesura l'àrea de la cometa?

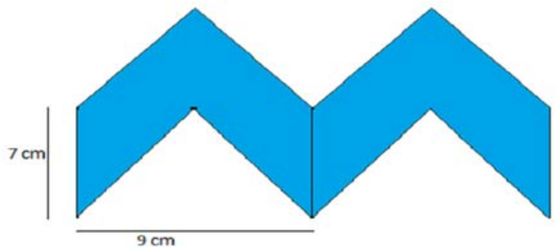
32. Un trapezista està realitzant acrobàcies sobre un trapezi de bases 2,3 i 1,7 m i altura 1,4 *m*. Quant mesura l'àrea del trapezi que usa el trapezista?

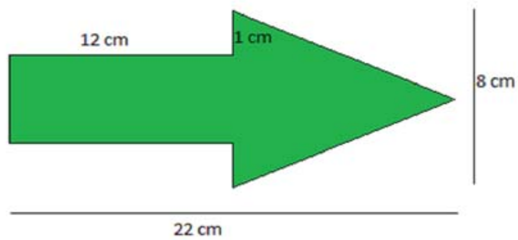
33. Calcula l'àrea d'un romboide de 24 *cm* de base i 21 *cm* d'altura. Si doblem les mesures de la base i l'altura, quina és l'àrea del nou romboide?

34. Donat un hexàgon regular de costat 4 *cm*, calcula la longitud de l'apotema i determina la seua àrea.

35. Donat un triangle equilàter de costat 4 *cm*, calcula la longitud de l'apotema i determina la seua àrea.

36. Calcula l'àrea dels següents polígons irregulars:





37. Calcula el perímetre dels polígons anteriors.

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay

4. PERÍMETRES I ÀREES DE FIGURES CIRCULARS

En aquest apartat repassarem les àrees i perímetres de les figures circulars que ja coneixes del curs anterior. Si les recordes bé, pots botar-lo.

4.1. Longitud d'una circumferència

El **nombre π** (pi) es defineix com el quocient entre la longitud de la circumferència i el seu diàmetre.

π =Longitud de la circumferència / Diàmetre

És un nombre irracional, amb infinites xifres decimals no periòdiques. Una aproximació de **π** és 3,14, una altra 3,1416, i una altra 3,141592.

Des de l'antiguitat més llunyana fins hui en dia els matemàtics continuen investigant sobre ell.

Si una circumferència té un radi r, llavors el seu diàmetre mesura $2r$, i la seua longitud, per la definició de π, mesura $2·\pi·r$.

Longitud de la circumferència = $2·\pi·r$.

Activitats resoltes

- La circumferència de radi 7 *cm* té una longitud $L = 2·\pi·r = 2·\pi·7 = 14·\pi \approx 43{,}98$.

4.2. Longitud d'un arc de circumferència

Per a calcular la longitud d'un arc de circumferència que comprèn un angle de α graus, hem de tindre en compte que la circumferència completa comprèn un angle de 360º. Per tant:

$L = 2·\pi·r·\alpha/360$.

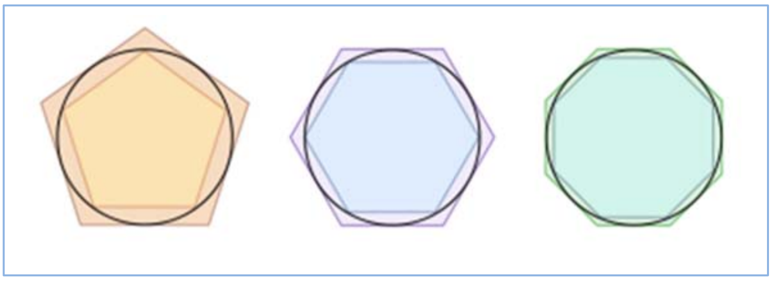
Activitats resoltes

- Les rodes d'un carro mesuren 50 *cm* de diàmetre, i tenen 16 radis. L'angle α mesura 360/16. Per tant la longitud de l'arc entre cada radi és
  $L = 2·\pi·r·\alpha/360 = 50·\pi·(360/16)/360 = 50·\pi·/16 \approx 9{,}8$ *cm*.

4.3. Àrea del cercle

L'àrea del cercle és igual al producte del nombre π pel quadrat del radi.

$A = \pi·r^2$.



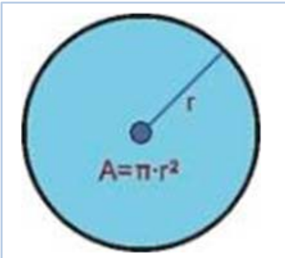
Es pot imaginar l'àrea del cercle com a la que s'acosten polígons regulars inscrits en una mateixa circumferència de radi r, amb cada vegada més costats. Llavors:

i) L'apotema del polígon s'aproxima al radi.

ii) El perímetre del polígon s'aproxima a la longitud de la circumferència.

Per tant, l'àrea d'aqueix polígon, que és igual al semiperímetre per l'apotema, s'aproxima a: $(2·\pi·r/2)·r = \pi·r^2$.

Activitats resoltes



- L'àrea d'un cercle de radi 5 *cm* és $A = 25\,\pi \approx 78{,}54\ cm^2$. I el d'un cercle d'1 *m* de radi és $A = \pi \approx 3{,}14\ m^2$.
- L'àrea d'un cercle de diàmetre 8 *m* és $A = 4^2\,\pi = 16\,\pi \approx 50{,}3\ m^2$. I el d'un cercle de 2 *cm* de diàmetre és $A = 1^2\pi = \pi \approx 3{,}14\ cm^2$.

4.4. Ús de Geogebra per a comprendre la longitud de la circumferència i l'àrea del cercle

Utilitzarem *Geogebra* per a millorar la comprensió sobre el nombre π comprovant com el quocient entre la longitud de la circumferència i el seu radi és constant, encara que es modifique el radi, sent igual a 2π. De la mateixa manera treballarem amb *Geogebra* amb l'àrea d'un cercle i comprovar que el quocient entre l'àrea i el quadrat del radi roman constant.

Si mai has utilitzat *Geogebra* busca en la web l'arxiu sobre *Geogebra* de Marea Verda i comença pels primers passos.

Activitats resoltes

- *Comprova, utilitzant Geogebra, la relació entre la longitud de la circumferència i el seu radi.*

Obri una finestra de *Geogebra,* en el menú **Visualitza** desactiva **Eixos** i **Quadrícula**.

- Defineix un **Nou punt** *A* i un altre que, amb el menú contextual, anomenaràs *O* i dibuixa la **circumferència**, c, amb centre en *O* que passa per *A* i el **segment** *OA*.
- Utilitza la ferramenta **Distància** per a mesurar la longitud de la circumferència, *PeriCònica*; i el segment *OA*, que és el seu radi i es denomina *a*.
- Calcula en la línia d'Entrada el quocient *PeriCònica[c]/a*, que apareix en la finestra algebraica com a *b* = 6,28.
- Tria al menú **Opcions**, 5 Posicions **decimals**. El quocient *b* apareix com a *b* = 6,28319, una aproximació del nombre 2π.
- **Desplaça** el punt *A* i observa que encara que canvien les mesures de la longitud de la circumferència i del radi el quocient *b* roman constant.

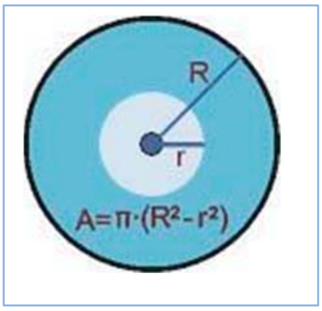
  - *Comprova, utilitzant Geogebra, la relació entre l'àrea del cercle i el seu radi.*

- Activa la ferramenta **Àrea** per a calcular la mesura de la superfície del cercle.
- Calcula en la línia d'Entrada el quocient *Àrea[c]/a^2*, que apareix a la finestra algebraica com *d*=3,14159, una aproximació del nombre π.
- **Desplaça** el punt *A* i observa que encara que canvien les mesures de l'àrea del cercle i del radi el quocient *d* roman constant.

4.5. Àrea de la corona circular

L'àrea d'una corona circular és igual a l'àrea del cercle major menys l'àrea del cercle menor.

$$A = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$



Activitats resoltes

- L'àrea de la corona circular formada per les circumferències concèntriques de radis 9 *cm* i 5 *cm* és igual a:

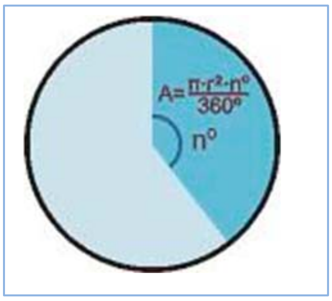
$A = \pi \cdot (R^2 - r^2) = \pi \cdot (9^2 - 5^2) = \pi \cdot (81 - 25) = \pi \cdot 56 \approx 175,9\ cm^2$.

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay

4.6. Àrea del sector circular

L'àrea d'un sector circular que comprèn un angle de *n* graus és igual a:

$$A = \pi \cdot r^2 \cdot n/360.$$



Per a trobar **l'àrea del segment circular restem** a l'àrea del sector circular l'àrea del triangle construït sobre els radis.

Activitats resoltes

- Per a trobar l'àrea del *sector circular* de radi 4 m que comprèn un angle de 90º, calculem l'àrea del cercle complet: $\pi \cdot 4^2 = 16\pi$, i trobem la proporció:

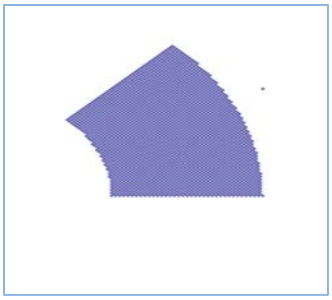
$$A_S = 16\pi \cdot 90/360 = 4\pi \approx 12,57\ m^2.$$

- Per a trobar l'àrea del *segment* circular, restem a l'àrea anterior l'àrea del triangle rectangle de base 4 m i altura 4 *m*, $À_T = 4 \cdot 4/2 = 8\ m^2$. Per tant l'àrea del segment és:

$$A = A_S - A_T = 12,57 - 8 = 4,57\ m^2.$$

4.7. Altres àrees

Per a trobar **l'àrea d'un sector de corona circular** restem a l'àrea del sector circular de major radi l'àrea del sector circular de menor radi.



L'àrea d'un sector de corona circular formada per les circumferències concèntriques de radis *r* i *R* que comprèn un angle de *n* graus és igual a:

$$A = \pi \cdot R^2 \cdot (n/360) - \pi \cdot r^2 \cdot (n/360) = \pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot n/360.$$

Activitats resoltes

- Per a trobar l'àrea del *sector* de *corona* circular de radis 7 m i 8 m que comprèn un angle de 90º, calculem l'àrea de la corona circular completa: $\pi \cdot (8^2 - 7^2) = 15\pi$, i trobem la proporció:

$$A_C = 15\pi \cdot 90/360 = 3,75\pi \approx 11,78\ m^2.$$

També es pot trobar amb la fórmula anterior:

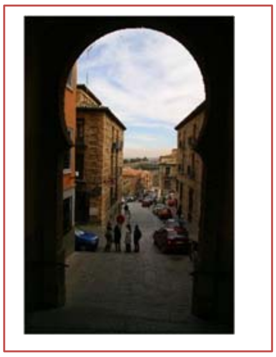
$$A_C = \pi \cdot (8^2 - 7^2) \cdot 90/360 \approx 11,78\ m^2.$$

Activitats proposades

38. Busca 3 objectes redons, per exemple un got, una tassa, un plat, una botella… i utilitza una cinta mètrica per a mesurar la seua longitud. Mesura també el seu diàmetre. Calcula el seu quocient. Anota les aproximacions de π que hages obtingut.

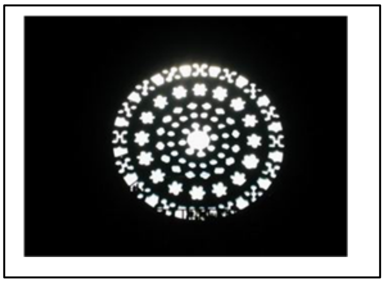
39. La Terra és aproximadament una esfera de radi 6.379 *km*. Quant mesura l'Equador?

40. Antigament es definia un metre com: *"la deu milionèsima part del quadrant del meridià terrestre que passa per París*". Segons aquesta definició, quant mesura (en metres) el diàmetre terrestre?



41. Hem mesurat la distància entre els pilars de l'arc de la figura que és de 5,3 *m*. Quina és la longitud de l'arc?

42. Un far gira descrivint un arc de 160º. A una distància de 5 *km*, quina és la longitud de l'arc de circumferència en què es veu la llum?



43. El radi de la circumferència exterior del rosetó de la figura és de 4 *m*, i la de la següent figura és de 3 *m*.

a) Calcula la longitud de l'arc que hi ha en la greca exterior entre dues figures consecutives.

b) Calcula la longitud d'arc que hi ha en la següent greca entre dues figures consecutives

c) Calcula l'àrea tancada per la circumferència que rodeja a la figura interior sabent que el seu radi és de 2 *m*.

d) Dibuixa un esquema al teu quadern del dit rosetó i calcula àrees i longituds.

44. Calcula l'àrea de la corona circular de radis 15 i 7 *cm*.

45. Calcula l'àrea del sector circular i del segment circular de radi 15 *cm* i que forma un angle de 60º. Observa que per a calcular l'altura del triangle necessites usar el Teorema de Pitàgores.

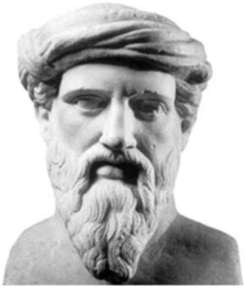
46. Calcula l'àrea del sector de corona circular de radis 10 *cm* i 12 *cm* i que forma un angle de 60º.

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay

CURIOSITATS. REVISTA

Biografia de Pitàgores

Pitàgores de Samos va nàixer aproximadament l'any 580 a. C. i va morir aproximadament al 495 a.C. Va destacar per les seues contribucions en Matemàtiques, Filosofia i Música. Entre els seus troballes matemàtiques destaca el teorema de Pitàgores. Pitàgores va fundar l'Escola Pitagòrica, en la que tots els descobriments eren de la comunitat, i que mantenia entre altres normes molt estrictes, la de ser vegetarià. El lema dels Pitagòrics era: "*Tot és nombre*". Quan Pitàgores va morir va quedar la seua dona, Teano, dirigint l'Escola. Curiositat: Els Pitagòrics mostraven odi als fesols. No es coneix l'origen d'aqueixa aversió. Preferirien comptar amb llentilles?



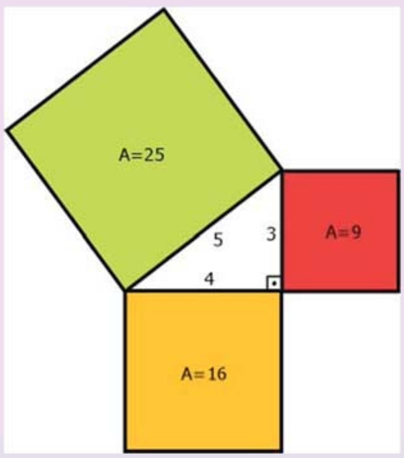
Teorema de Pitàgores

El teorema de Pitàgores és un dels grans tresors de la Geometria.

Es parla de les 370 demostracions del Teorema de Pitàgores: xinesos, hindús, àrabs... tenen la seua.

Teorema de Pitàgores i els egipcis

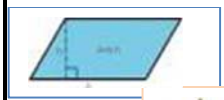
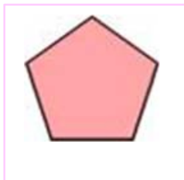
Dos mil anys abans de Crist, a la vora del Nil, els egipcis utilitzaven una corda amb tretze nucs per a traçar angles rectes. Sabien que un triangle els costats del qual mesuren 3, 4 i 5 era un



Inclús hui alguns obrers verifiquen la perpendicularitat dels marcs de les portes i de les finestres mitjançant la regla que anomenen: *6, 8 i 10*.

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay

RESUM

Teorema de Pitàgores	En un triangle rectangle, la hipotenusa al quadrat és igual a la suma dels quadrats dels catets: $a^2 = b^2 + c^2$		$25 = 5^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16$
Àrea del quadrat	A = lado^2 = l^2 		Si $l = 4$ $cm \Rightarrow$ A = 16 cm^2
Àrea del rectangle	A = base per altura = $a \cdot b$		Si $a = 3$ cm, $b = 5$ $cm \Rightarrow$ A = 15 cm^2.
Àrea del paral·lelogram	A =base per altura = $a \cdot b$		a = 7 m, b = 9 $m \Rightarrow$ A = 63 m^2
Àrea del triangle	A =(base per altura)/2 = $a \cdot b/2$		a = 5 m, b = 6 m $\Rightarrow$A = 15 m^2
Àrea del trapezi	Àrea igual a la semisuma de les bases per l'altura		B = 7; b = 3; h = 5 $\Rightarrow$ A = 25
Àrea del rombe	Àrea igual al producte de les diagonals partit per 2		D = 4, D = 9 $\Rightarrow$ A = 36/2 = 18
Perímetre d'un polígon	Perímetre és igual a la suma dels costats		Costat = 6 cm, apotema = 5 cm, nombre de costats = 5 $\Rightarrow$ Perímetre = 6 · 5 = 30 cm; Àrea = 15 · 5 = 75 cm^2.
Àrea d'un polígon regular	Àrea és igual al semiperímetre per l'apotema		
Longitud de la circumferència	Si el radi és r la longitud és igual a $2\pi r$. Longitud d'un arc de circumferència: $2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha/360$		Radi = 3 $cm \Rightarrow$ Longitud = $6\pi \approx 18{,}84$ cm. Àrea = $9\pi \approx 28{,}26$ cm^2. Si $\alpha = 30º$ i $r = 3$ cm $\Rightarrow$Longitud de l'arc = $2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 30/360 = 0{,}5\pi \approx 1{,}57cm$
Àrea del cercle	Si el radi és r, l'àrea es igual a $\pi \cdot r^2$.		R = 7, r = 3 $\Rightarrow$ A = $\pi(7^2 - 3^2)$ = $\pi(49 - 9) = 40\pi \approx 125{,}6$ u^2
Àrea de la corona circular. **Àrea del sector circular**	És la diferència entre l'àrea del cercle major menys la del cercle menor. Si comprèn un arc α graus, l'àrea és igual a $\pi \cdot r^2 \cdot \alpha/360$.		R = 4 cm, $\alpha = 60º \Rightarrow$ A = $\pi \cdot 16 \cdot 60/360 \approx 8{,}373$ cm^2
Semblança	Dues figures són semblants si els seus angles són iguals i els seus costats proporcionals		Si el costat del quadrat mesura 5 m, un altre semblant de costat 15 m, k = 3, té una àrea multiplicada per 9, i el volum del cub multiplicat per 27.
Raó de semblança	Si la raó de semblança és k, la raó entre les àrees és k^2, i entre els volums k^3.		

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay

EXERCICIS I PROBLEMES de 2n d'ESO

Teorema de Pitàgores

1. És possible construir un triangle rectangle de 10 *cm* i 6 *cm* de mesura dels seus catets i 15 *cm* d'hipotenusa? Raona la teua resposta

2. Dibuixa en paper quadriculat al teu quadern un triangle rectangle els catets del qual mesuren 3 i 4 quadrets. Dibuixa després un altre triangle rectangle de catets 6 i 8 quadrets. Mesura les dues hipotenuses i anota els resultats. És la mesura de la segona hipotenusa doble que la de la primera? Raona la resposta. Calcula les àrees formades pels quadrats construïts sobre els catets i la hipotenusa.

3. Dibuixa un triangle que no siga rectangle, que siga acutangle i comprova que no verifica el teorema de Pitàgores. Dibuixa ara un que siga obtusangle, i de nou comprova que no el verifica. Raona la resposta.

4. Quant mesura la diagonal d'un rectangle de dimensions 8,2 *cm* i 6,9 *cm*?

5. Calcula la longitud de la hipotenusa dels següents triangles rectangles de catets:

a) 16 *cm* i 12 *cm* b) 40 *m* i 30 *m*

c) 5 *dm* i 9,4 *dm* d) 2,9 *km* i 6,3 *km*.

6. Calcula la longitud del catet que falta als següents triangles rectangles d'hipotenusa i catet:

a) 25 *cm* i 15 *cm* b) 35 *m* i 21 *m*

c) 42 *dm* i 25 *dm* d) 6,1 *km* i 4,2 *km*

7. Calcula la longitud de la diagonal d'un quadrat de costat 8 *m*.

8. Calcula la mesura de la hipotenusa d'un triangle rectangle els catets del qual mesuren 12 cm i 5 cm

9. Calcula la longitud de la hipotenusa dels següents triangles rectangles de catets:

a) 4 *cm* i 3 *cm* b) 8 *m* i 6 *m*

c) 3 *dm* i 7 *dm* d) 27,3 *km* i 35,8 *km*.

10. Calcula la longitud del catet que falta als següents triangles rectangles d'hipotenusa i catet:

a) 5 *cm* i 3 *cm* b) 10 *m* i 6 *m*

c) 25 *dm* i 10 *dm* d) 34,7 *km* i 12,5 *km*

Semblança

11. Indica si són semblants els següents parells de triangles:

a)Un angle de 30º i un altre de 20º. Un angle de 120º i un altre de 20º.

b) Triangle isòsceles amb angle desigual de 80º. Triangle isòsceles amb un angle igual de 50º.

c) A = 40º, b = 8 cm, c = 12 cm. A'= 40º, b' = 4 cm, c' = 6 cm

d) a = 3 cm, b = 4 cm, c = 6 cm. a' = 12 cm, b' = 16 cm, c' = 24 cm

12. Calcula el valor desconegut perquè els triangles siguen semblants:

a) a = 15 cm, b = 9 cm, c = 12 cm. a' = 10 cm, b' = 4 cm, c'?

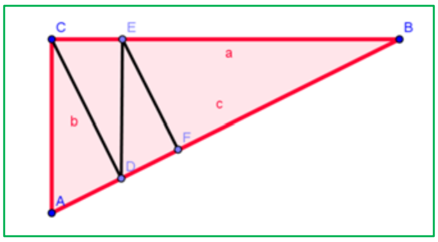
b) A = 50º, b = 3 cm, c = 7 cm. A' = 50º, b' = 18 cm, a'?

13. Les longituds dels costats d'un triangle són 12 cm, 14 cm i 14 cm. Un triangle semblant a ell té un perímetre de 80 cm. Quant mesuren els seus costats?

14. Dibuixa al teu quadern un pentàgon regular. Traça les seues diagonals. El triangle format per un costat del pentàgon i les dues diagonals del vèrtex oposat es denomina triangle auri, perquè en dividir el costat major entre el menor s'obté el nombre d'or, quant mesuren els seus angles? Busca en la figura que has traçat altres triangles auris. Quina és la relació de proporcionalitat?

15. Quant és la suma dels angles interiors d'un rombe? L'ombra d'un edifici mesura 15 m, i la del primer pis 2 m. Sabem que l'altura d'aqueix primer pis és de 3 m, quant mesura l'edifici?

16. Al museu de Bagdad es conserva un llistó en què apareix dibuixat un triangle rectangle *ABC*, de costats *a* = 60, *b* = 45 i *c*= 75, subdividit en 4 triangles rectangles menors *ACD*, *CDE*, *DEF* i *EFB*, i l'escriba calcula la longitud del costat *AD* com 27. Ha utilitzat la semblança de triangles? Com es podria calcular? Quines dades necessites? Calcula l'àrea del triangle *ABC* i del triangle *ACD*. Determina la longitud dels segments *CD*, *DE* i *EF*.



17. Un triangle rectangle isòsceles té un catet de longitud 20 cm, igual a la hipotenusa d'un altre triangle semblant al primer. Quant valen les àrees d'ambdós triangles?

18. El mapa a escala 1:5000000 d'un poble té una àrea de 700 cm^2, quant mesura la superfície verdadera del dit poble?

19. Unint els punts mitjans dels costats d'un triangle s'obté un altre triangle. Com són? Quina relació hi ha entre els seus perímetres? I entre les seues àrees?

20. L'altura i la base d'un triangle rectangle mesuren respectivament 6 i 15 cm; i és semblant a un altre de base 30 cm. Calcula l'altura del nou triangle i les àrees d'ambdós.

Àrees i perímetres

21. Un triangle rectangle té un catet de 6 cm i la hipotenusa de 10 cm. Quin és el seu perímetre? I la seua àrea?

22. Calcular l'àrea d'un pentàgon regular de 4 cm de costat i 3,4 cm de radi.

23. Calcula l'àrea d'un triangle equilàter de costat 8 m. *Ajuda*: Utilitza el teorema de Pitàgores per a calcular l'altura.

24. Calcula l'àrea d'un hexàgon regular de costat 7 cm. *Ajuda*: Utilitza el teorema de Pitàgores per a calcular la seua apotema.

25. Calcula el volum d'un tetraedre regular de costat 3 dm.

26. Calcula la longitud de la diagonal d'un rectangle de base 6 cm i altura 4 cm.

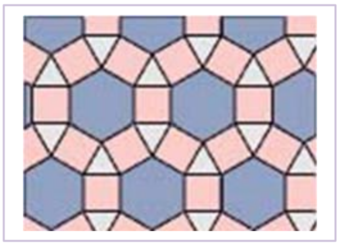
27. Per a sostindre un arbre lligues una corda a una altura de 2,5 m, i la subjectes al sòl a una distància de 3 m. Quina quantitat de corda necessites?

28. Si un catxerulo té una corda de 15 m de llarga i està sobre un fanal que dista 5 m de Xavier, a quina altura del sòl està el catxerulo?

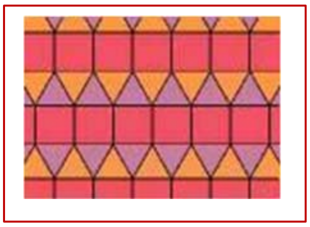
29. Calcula l'àrea d'un rombe de 4 cm de costat i la diagonal major del qual mesura 6 cm.

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay

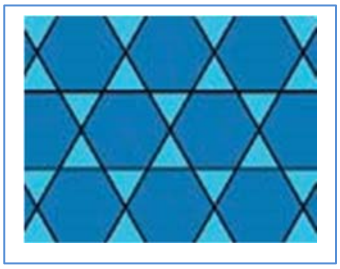
Problemes



30. Dibuixa al teu quadern el disseny del mosaic del marge. Observa que està format per quadrats (roses), triangles (blancs) i hexàgons (grisos), tots ells del mateix costat. Si aqueix costat mesura 5 cm, calcula: a) L'àrea del quadrat; b) L'àrea del triangle; c) L'àrea de l'hexàgon. Considera la part formada per 3 hexàgons, 13 triangles i 13 quadrats. Calcula l'àrea total.



31. Dibuixa al teu quadern el disseny del mosaic del marge. Observa que està format per quadrats (rojos) i triangles de dos colors, tots ells del mateix costat. Si aqueix costat mesura 7 cm, calcula: a) L'àrea del quadrat; b) L'àrea del triangle. Considera quatre franges del mosaic i relaciona les àrees dels quadrats amb la dels triangles. Quina proporció apareix? Calcula l'àrea total d'aqueixes quatre franges.



32. Calcula l'àrea d'un hexàgon de la figura si el seu costat mesura 9 cm. Calcula l'àrea d'un triangle. Què ocupa major àrea, els hexàgons o els triangles?

33. Una escala ha d'aconseguir una altura de 7 *m*, i se separa de la paret una distància de 2 *m*, quina és la seua longitud?

34. Tenim dos terrenys del mateix perímetre, un quadrat i l'altre rectangular. El rectangular mesura 200 *m* de llarg i 60 *m* d'ample. Calcula:

a) La diagonal del terreny quadrat.

b) La diagonal del rectangle

c) L'àrea de cada terreny.

d) Quin té major superfície?

35. Un constructor està rehabilitant un edifici. Per a les finestres rectangulars que mesuren 1,2 m d'ample i 1,5 m d'alt, talla travessers per a posar al seu diagonal. Quant han de mesurar?

36. La piràmide de Keops mesura uns 230 metres de costat. Podem, amb dificultat, mesurar l'altura d'una cara, estimem que mesura uns 180 m, però com conèixer l'altura de la piràmide? Quant mesura?

37. Un cub mesura d'aresta 8 cm. Calcula utilitzant el teorema de Pitàgores la longitud de la diagonal d'una cara, i la longitud de la diagonal del cub.

38. Una piràmide triangular regular té una altura de 7 cm i el radi de la circumferència circumscrita a la seua base és de 4 cm. Calcula utilitzant el teorema de Pitàgores:

a) Longitud d'una aresta.

b) Altura del triangle de la base.

c) Perímetre de la base

d) Altura d'una cara

e) Perímetre d'una cara

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay

39. Un con té una altura de 10 cm i la generatriu de 12 cm. Quant mesura el radi de la seua base?

40. En un museu de Berlín es troba aquest fris babilònic. Està fet utilitzant xicotets cons d'argila. Tenim cons clars, més rogencs i més grisos. El diàmetre de la base de cada con és d'un cm. Calcula la superfície del rombe (rogenc) exterior, del següent rombe clar, del rombe gris…. Fes un disseny del dit rombe en el teu quadern així com del mosaic resultant. Si vols construir un mosaic d'un metre de llarg, quants cons de cada color necessites?

41. Mira aquest bonic fris del museu de Berlín! Fes a escala un disseny al teu quadern i pren mesures. Si la longitud del fris és d'un metre: a) Calcula la superfície de cada pètal de la flor. b) Calcula la superfície de cada tros de trena. C) calcula la superfície de cada palmet.

42. Dibuixa al teu quadern un esquema del mosaic del marge. Sabem que mesura d'ample 1,2 m. a) Calcula el costat de l'estrela de 8 puntes. b) La superfície de la dita estrela. c) La superfície de la creu,

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay

AUTOAVALUACIÓ de 2n d'ESO

1. La hipotenusa d'un triangle rectangle de catets 2 i 6 *cm* mesura:

a) 6,32 *cm* b) 7 *cm* c) 0,05 *m* d) 627 *mm*

2. En un triangle rectangle d'hipotenusa 10 m i un catet 7 *m*, l'altre catet mesura:

a) 714 *cm* b) 7,4 *m* c) 8 *m* d) 8925,1 *mm*

3. El costat d'un hexàgon regular mesura 7 *m*, llavors la seua àrea mesura aproximadament:

a) 4,3 dam^2 b) 21 m^2 c) 40 m^2 d) 200000 cm^2

4. L'àrea d'un rectangle de 10 cm de diagonal i 8 cm de base és:

a) 53 cm^2 b) 80 cm^2 c) 48 cm^2 d) 62 cm^2

5. El rombe de diagonals 54 *dm* i 72 *dm* té com a perímetre:

a) 45 *dm* b) 180 *dm* c) 126 *dm* d) 200 *m*

6. El trapezi de bases 7 *cm* i 5 *cm* i costat 8 *cm*, té com a àrea:

a) 49 cm^2 b) 48 cm^2 c) 50 cm^2 d) 48,37 cm^2

7. La diagonal d'un quadrat de costat 1 *m* mesura aproximadament:

a) 3,14 *m* b) 1,4 *m* c) 1,26 *m* d) 1,7 *m*

8. La hipotenusa d'un triangle rectangle de catets 3 i 4 *cm* mesura:

a) 6,32 *cm* b) 5 *cm* c) 0,052 *m* d) 62 *mm*

9. En un triangle rectangle d'hipotenusa 10 m i un catet 6 *m*, l'altre catet mesura:

a) 87 *cm* b) 4 *m* c) 8 *m* d) 5,1 *mm*

10. Un rombe de diagonals 12 *cm* i 16 *cm*. Un altre rombe semblant té de diagonals 3 m i 4 *m*. Les seues àrees mesuren:

a) 90 *cm* i 6 *m* b) 180 *cm* i 6 *m* c) 40 *cm* i 12 *m* d) 62 *cm* i 12 *m*

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Pedro Podadera IES Juan de Garay